

# Поверхностные магнитоупругие волны в полубесконечном ферромагнетике во внешнем магнитном поле

Ю.А. Фридман, Д.В. Спирин

Таврійський національний університет ім. В.І. Вернадського  
ул. Ялтинська, 4, г. Сімферополь, 95007, Україна  
E-mail: frid@tnu.crimea.ua

Статья поступила в редакцию 19 августа 2002 г., после переработки 20 января 2003 г.

Получены спектры магнитоупругих волн в полубесконечном ферромагнетике Гейзенберга, находящемся во внешнем магнитном поле. Вблизи поверхности ферромагнетика взаимодействие волн Рэлея с поверхностными спиновыми волнами приводит к появлению дополнительной энергии активации в спектре спиновых волн и к уменьшению скорости звука. Разность скоростей поверхностных акустических волн и объемных звуковых колебаний увеличивается за счет магнитоупругого взаимодействия.

Отримано спектри магнітопружних хвиль у напівнескінченому феромагнетику Гейзенберга, що знаходиться в зовнішньому магнітному полі. Поблизу поверхні феромагнетика взаємодія хвиль Релея з поверхневими спиновими хвиллями приводить до появи додаткової енергії активації у спектрі спинових хвиль і до зменшення швидкості звуку. Різниця швидкостей поверхневих акустичних хвиль і об'ємних звукових коливань збільшується за рахунок магнітопружної взаємодії.

PACS: 75.50.Ee, 75.30.Kz

## Введение

В последнее время достигнут большой прогресс в нанотехнологии, что позволило создать ультратонкие магнитные пленки [1,2]. В связи с этим актуальным становится вопрос о природе поверхностного магнетизма в таких системах. Хотя этой проблеме посвящено большое количество работ [3–15], интерес к ней не ослабевает.

Обычно в качестве теоретической модели, описывающей поверхностные свойства системы (магнитного кристалла или пленки), выбирают полубесконечный ферромагнетик Гейзенберга, т.е. ферромагнетик, занимающий полупространство с одной свободной поверхностью [3]. Так, например, в [5] исследованы термодинамические свойства полубесконечных моделей Изинга и Гейзенберга. В [6] изучена зависимость поверхностной намагниченности от температуры. Исследование вклада поверхностных спиновых волн в термодинамику системы посвящены работы [7,8]. Влияние поля анизотропии на термодинамику

магнетика вблизи поверхности образца исследовано в [9–13]. В таких системах возможен разворот вектора намагниченности по глубине, обусловленный наличием магнитного поля или дипольного взаимодействия [14]. Спектры поверхностных спиновых волн изотропных (и анизотропных по обмену) гейзенберговских ферромагнетиков с различными типами кристаллических решеток исследованы в работе [15].

Однако модель, учитывающая только обменное и одноионное взаимодействия, не является полностью адекватной, поскольку, кроме магнитных степеней свободы, присутствуют и упругие, оказывающие существенное влияние на поведение системы [16]. Исследования в этом направлении активно ведутся. Так, в работе [17] предсказано существование нового типа поверхностных возбуждений, связанного с наличием в рассматриваемой системе пьезомагнитного эффекта. Скорость распространения поверхностных акустических возбуждений в ферро-

и антиферромагнетиках и возможность управления этой скоростью изучены в [18].

Как уже отмечалось, вблизи поверхности могут существовать поверхностные спиновые волны, затухающие в глубь образца. В работе [3] определено, что частота подобных поверхностных спиновых волн незначительно отличается от частоты объемных волн: разность их энергий является величиной порядка  $\mathbf{k}_{\parallel}^4$ , где  $\mathbf{k}$  — волновой вектор. Указано, в частности, что этим они отличаются от акустических волн Рэлея, частота которых отличается от частоты объемных фононов в первом порядке по  $\mathbf{k}_{\parallel}$ .

Поскольку свойства любого реального магнитного материала определяются в том числе и взаимодействием его атомных магнитных моментов с упругой подсистемой, представляет интерес учесть в обсуждаемой нами модели взаимодействие спинов с полем упругих деформаций кристаллической решетки. Прежде всего нас будет интересовать взаимодействие поверхностных спиновых волн с акустическими волнами Рэлея.

В качестве метода исследования нами выбрана техника временных функций Грина, достаточно подробное изложение которой в применении к аналогичным системам приведено в [10].

### Вычисление функций Грина

В качестве модели выберем полубесконечный гейзенберговский ферромагнетик с учетом магнитоупрого взаимодействия. Ось  $OY$  декартовой системы координат направим перпендикулярно поверхности так, что свободной оказывается полу平面 положительных значений  $y$ . Оси  $OX$  и  $OZ$  параллельны поверхности. В такой геометрии положение атома определяется вектором  $\mathbf{l} = \mathbf{l}_{\parallel} + \mathbf{y}\ell$ , где  $\ell = 0$  соответствует внешнему слою.

Предположим, что обменный интеграл в поверхностном слое  $J_S$  отличается от обменного интеграла в слоях с  $\ell > 0$ , который мы обозначим как  $J$ , и от интеграла обменного взаимодействия между слоями  $J_{\perp}$ . Ферромагнетик находится во внешнем магнитном поле, направленном вдоль оси  $OZ$ . Будем считать, что магнитоупрого взаимодействие и упругая энергия изотропны. Тогда гамильтониан исследуемой системы можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{l}_{\parallel}} \sum_{\delta_{\parallel}} J_S(\delta_{\parallel}) \mathbf{S}(\mathbf{l}_{\parallel} 0) \cdot \mathbf{S}(\mathbf{l}_{\parallel} + \delta_{\parallel}, 0) - \\ & -\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{l}_{\parallel}} \sum_{\delta_{\parallel}} \sum_{\ell=1}^{\infty} J(\delta_{\parallel}) \mathbf{S}(\mathbf{l}_{\parallel} \ell) \cdot \mathbf{S}(\mathbf{l}_{\parallel} + \delta_{\parallel}, \ell) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \sum_{\mathbf{l}_{\parallel}} \sum_{\Delta_{\parallel}} \sum_{\ell=1}^{\infty} J(\Delta_{\parallel}) \mathbf{S}(\mathbf{l}_{\parallel} \ell) \cdot \mathbf{S}(\mathbf{l}_{\parallel} + \Delta_{\parallel}, \ell + 1) - \\ & - H_0 \sum_{\mathbf{l}_{\parallel}} \sum_{\ell=1}^{\infty} S_z(\mathbf{l}_{\parallel} \ell) + \mathcal{H}_{me} + \mathcal{H}_e. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{S}(\mathbf{l}_{\parallel} \ell)$  — спин в узле  $\mathbf{l}$ ,  $\delta_{\parallel}$  — вектор между ближайшими соседями в слое,  $\Delta_{\parallel}$  — вектор между ближайшими соседями в ближайших слоях,  $H_0$  — внешнее магнитное поле,  $\mathcal{H}_{me}$  и  $\mathcal{H}_e$  — гамильтонианы магнитоупрого и упругого взаимодействий.

Гамильтониан магнитоупрого взаимодействия в (1) можно представить в виде

$$\mathcal{H}_{me} = \lambda \sum_{\mathbf{l}_{\parallel}} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{i,j=x,y,z} u_{ij}(\ell) S_i(\mathbf{l}_{\parallel} \ell) S_j(\mathbf{l}_{\parallel} \ell), \quad (2)$$

где  $u_{ij}$  — компоненты тензора деформаций, которые мы будем считать зависящими от  $\ell$ ;  $\lambda$  — константа магнитоупрого взаимодействия. Упругая энергия системы имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_e = & \sum_{\ell=0}^{\infty} \int dx dz \frac{E}{2(1-\sigma^2)} (u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + u_{zz}^2) + \\ & + \sum_{\ell=0}^{\infty} \int dx dz \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \{2\sigma(u_{xx}u_{yy} + u_{xx}u_{zz} + u_{yy}u_{zz}) + \\ & + 2(1-\sigma)(u_{xy}^2 + u_{xz}^2 + u_{yz}^2)\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $E$  — модуль Юнга,  $\sigma$  — коэффициент Пуассона и для краткости записи опущена зависимость компонент тензора деформаций от  $\ell$ . При записи гамильтониана (3) необходимо учитывать кристаллическую структуру системы. Так, например, для системы с кубической симметрией упругая энергия будет определяться тремя упругими модулями  $C_{11}$ ,  $C_{12}$  и  $C_{44}$ . При этом коэффициенты  $E$  и  $\sigma$  связаны с упругими модулями  $C_{ij}$  [19]. Сделанное нами приближение приведет к количественному отличию, однако качественно результаты не изменятся.

Используем представление Гольштейна—Приамакова [20] для спиновых операторов:

$$S^+(\mathbf{l}_{\parallel} \ell) = \sqrt{2S} a(\mathbf{l}_{\parallel} \ell), \quad S^z(\mathbf{l}_{\parallel} \ell) = S - a^+(\mathbf{l}_{\parallel} \ell) a(\mathbf{l}_{\parallel} \ell),$$

где  $a^+(\mathbf{l}_{\parallel} \ell)$  и  $a(\mathbf{l}_{\parallel} \ell)$  — операторы рождения и уничтожения магнонов,  $S$  — спин магнитного иона. Фурье-образ оператора  $a(\mathbf{l}_{\parallel} \ell)$  имеет вид

$$a(\mathbf{l}_{\parallel} \ell) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}} a(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) \exp(i\mathbf{k}_{\parallel} \mathbf{l}_{\parallel}),$$

для  $a^+(\mathbf{l}_{\parallel} \ell)$  можно провести аналогичное преобразование.

Представим вектор деформаций  $\mathbf{u}(\ell)$  в виде

$$\mathbf{u}(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) = \mathbf{u}^{(0)}(\ell) + \mathbf{u}^{(1)}(\mathbf{k}_{\parallel} \ell),$$

где  $\mathbf{u}^{(0)}(\ell)$  — спонтанные деформации и  $\mathbf{u}^{(1)}(\mathbf{k}_{\parallel} \ell)$  — динамическая часть вектора деформаций. Квантуя  $\mathbf{u}^{(1)}(\mathbf{k}_{\parallel} \ell)$  стандартным образом [21], получаем

$$\mathbf{u}^{(1)}(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) = \sqrt{\frac{1}{2N}} \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}} \frac{\mathbf{e}}{\sqrt{m\omega_0(\mathbf{k}_{\parallel})}} \times$$

$$\times [b^+(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) + b(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r})]$$

(где  $\mathbf{e}$  — единичный вектор поляризации фона;  $m$  — масса магнитного иона;  $\omega_0(\mathbf{k}_{\parallel})$  — частота фононов без учета магнитоупрого взаимодействия;  $b^+(b)$  — оператор рождения (уничтожения) фононов) и, используя представление Гольштейна—Примакова, гамильтониан (1) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{SW} = & \sum_{\ell} \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}} \omega_0(\mathbf{k}_{\parallel}) b^+(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) b(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) + \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}} d_{\parallel}^S(\mathbf{k}_{\parallel}) a^+(\mathbf{k}_{\parallel} 0) a(\mathbf{k}_{\parallel} 0) + \sum_{\ell} \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}} d_{\parallel}(\mathbf{k}_{\parallel}) a^+(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) a(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) - \\ & - \sum_{\ell} \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}} d_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel}) a^+(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) a(\mathbf{k}_{\parallel} \ell + 1) - \sum_{\ell} \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}} d_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel}) a^+(\mathbf{k}_{\parallel} \ell + 1) a(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{\ell} \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}} N(\ell) [a^+(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) a^+(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) + a(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) a(\mathbf{k}_{\parallel} \ell)] + \sum_{\ell} \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}} \Phi(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) [a(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) b(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) - a^+(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) b(\mathbf{k}_{\parallel} \ell)] + \\ & + \sum_{\ell} \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}} \Phi^*(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) [a^+(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) b^+(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) - a(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) b^+(\mathbf{k}_{\parallel} \ell)]. \end{aligned} \quad (4)$$

В (4) введены следующие обозначения:

$$d_{\parallel}^S(\mathbf{k}_{\parallel}) = H_0 + I_S(0) - I_S(\mathbf{k}_{\parallel}) + I_{\perp}(0) + H_S, \quad d_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel}) = I_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel}),$$

$$d_{\parallel}(\mathbf{k}_{\parallel}) = H_0 + I(0) - I(\mathbf{k}_{\parallel}) + 2I_{\perp}(0) + H_B,$$

$$I_S(\mathbf{k}_{\parallel}) = S \sum_{\delta_{\parallel}} J_S(\delta_{\parallel}) \exp(i\mathbf{k}_{\parallel} \delta_{\parallel}), \quad I(\mathbf{k}_{\parallel}) = S \sum_{\delta_{\parallel}} J(\delta_{\parallel}) \exp(i\mathbf{k}_{\parallel} \delta_{\parallel}),$$

$$I_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel}) = S \sum_{\Delta_{\parallel}} J_{\perp}(\Delta_{\parallel}) \exp(i\mathbf{k}_{\parallel} \Delta_{\parallel}), \quad N(\ell) = \lambda S [u_{xx}^{(0)}(\ell) - u_{yy}^{(0)}(\ell)],$$

$$H_B = \lambda S [u_{xx}^{(0)}(\ell) + u_{yy}^{(0)}(\ell) - 2u_{zz}^{(0)}(\ell)], \quad H_S = \lambda S [u_{xx}^{(0)}(0) + u_{yy}^{(0)}(0) - 2u_{zz}^{(0)}(0)],$$

$$\Phi(\mathbf{k}_{\parallel} \ell) = \frac{\lambda S}{2} \sqrt{\frac{S}{m\omega_0}} [e_y k_z + e_z k_y + i(e_x k_z + e_z k_x)].$$

В функции  $\Phi(\mathbf{k}_{\parallel} \ell)$  зависимость от  $\ell$  определяется компонентами вектора поляризации  $e_i$ .

Введем функции Грина:

$$\begin{aligned} G_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel} t; \ell \ell') &= i\Theta(t) \langle [a(\mathbf{k}_{\parallel} \ell; t) a^+(\mathbf{k}_{\parallel} \ell'; 0)] \rangle, \quad G_{++}(\mathbf{k}_{\parallel} t; \ell \ell') = i\Theta(t) \langle [a^+(\mathbf{k}_{\parallel} \ell; t) a^+(\mathbf{k}_{\parallel} \ell'; 0)] \rangle, \\ D_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel} t; \ell \ell') &= i\Theta(t) \langle [b(\mathbf{k}_{\parallel} \ell; t) a^+(\mathbf{k}_{\parallel} \ell'; 0)] \rangle, \quad D_{++}(\mathbf{k}_{\parallel} t; \ell \ell') = i\Theta(t) \langle [b^+(\mathbf{k}_{\parallel} \ell; t) a^+(\mathbf{k}_{\parallel} \ell'; 0)] \rangle. \end{aligned} \quad (5)$$

Фурье-преобразование от функции Грина  $G_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel} t; \ell \ell')$  по времени дает

$$G_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel} t; \ell \ell') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\Omega}{2\pi} \exp(i\Omega t) G_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel} \Omega + i\eta; \ell \ell').$$

Преобразование Фурье для остальных функций Грина имеет аналогичный вид. Запишем уравнение движения для функции Грина  $G_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}t; \ell\ell')$ :

$$i \frac{\partial}{\partial t} G_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}t; \ell\ell') = -\delta(t)\delta_{\ell\ell'} + i\Theta(t) \left\langle \{[a(\mathbf{k}_{\parallel}\ell; t), \mathcal{H}_{SW}], a^+(\mathbf{k}_{\parallel}\ell'; 0)\} \right\rangle. \quad (6)$$

Делая в (6) фурье-преобразование по времени, получаем

$$\begin{aligned} \Omega G_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}\Omega; \ell\ell') &= -\delta_{\ell\ell'} + \delta_{\ell 0} d_{\parallel}^S(\mathbf{k}_{\parallel}) G_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}\Omega; \ell\ell') + (1 - \delta_{\ell 0}) d_{\parallel}(\mathbf{k}_{\parallel}) G_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}\Omega; \ell\ell') - \\ &- d_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel}) G_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}\Omega; \ell + 1, \ell') - (1 - \delta_{\ell 0}) d_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel}) G_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}\Omega; \ell - 1, \ell') + \\ &+ N(\ell) G_{++}(\mathbf{k}_{\parallel}\Omega; \ell\ell') - \Phi(\mathbf{k}_{\parallel}\ell) D_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}\Omega; \ell\ell') + \Phi^*(\mathbf{k}_{\parallel}\ell) D_{++}(\mathbf{k}_{\parallel}\Omega; \ell\ell'). \end{aligned}$$

Это уравнение можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} G_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}z; \ell\ell') &= G_0(z; \ell\ell') - N(\ell) G_0(z; \ell\ell') G_{++}(\mathbf{k}_{\parallel}z; \ell\ell') + \\ &+ \Phi(\mathbf{k}_{\parallel}\ell) G_0(z; \ell\ell') D_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}\Omega; \ell\ell') - \Phi^*(\mathbf{k}_{\parallel}\ell) G_0(z; \ell\ell') D_{++}(\mathbf{k}_{\parallel}z; \ell\ell'). \end{aligned}$$

Здесь был осуществлен переход в комплексную плоскость:  $\Omega \rightarrow z$ , а также введена резольвента:

$$G_0(z; \ell\ell') = [z\delta_{\ell\ell'} - \hat{\mathbf{K}}(\ell\ell')]^{-1}, \quad \hat{\mathbf{K}}(\ell\ell') = \delta_{\ell\ell'} [\delta_{\ell 0} d_{\parallel}^S + (1 - \delta_{\ell 0}) d_{\parallel}] - \delta_{\ell'\ell+1} d_{\perp} - \delta_{\ell'\ell-1} (1 - \delta_{\ell 0}) d_{\perp}.$$

Аналогичное уравнение для функции Грина для полубесконечного гейзенберговского ферромагнетика получено в [10]. Кроме уравнения на  $G_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}z; \ell\ell')$ , нам необходимы еще три уравнения:

$$\begin{aligned} G_{++}(\mathbf{k}_{\parallel}z; \ell\ell') &= -N(\ell) G_0(-z; \ell\ell') G_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}z; \ell\ell') - \Phi(\mathbf{k}_{\parallel}\ell) G_0(-z; \ell\ell') D_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}\Omega; \ell\ell') + \\ &+ \Phi^*(\mathbf{k}_{\parallel}\ell) G_0(-z; \ell\ell') D_{++}(\mathbf{k}_{\parallel}z; \ell\ell'), \end{aligned}$$

$$zD_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}z; \ell\ell') = -\Phi^*(\mathbf{k}_{\parallel}\ell) G_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}\Omega; \ell\ell') + \Phi^*(\mathbf{k}_{\parallel}\ell) G_{++}(\mathbf{k}_{\parallel}z; \ell\ell') + \omega_0(\mathbf{k}_{\parallel}) D_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}z; \ell\ell'),$$

$$zD_{++}(\mathbf{k}_{\parallel}z; \ell\ell') = -\Phi(\mathbf{k}_{\parallel}\ell) G_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}\Omega; \ell\ell') + \Phi(\mathbf{k}_{\parallel}\ell) G_{++}(\mathbf{k}_{\parallel}z; \ell\ell') - \omega_0(\mathbf{k}_{\parallel}) D_{++}(\mathbf{k}_{\parallel}z; \ell\ell').$$

Решение этой системы имеет вид

$$G_{-+}(\mathbf{k}_{\parallel}z; \ell\ell') = \frac{G_0(z; \ell\ell')[1 - \Lambda G_0(-z; \ell\ell')]}{1 - \Lambda[G_0(-z; \ell\ell') + G_0(z; \ell\ell')] - G_0(z; \ell\ell')G_0(-z; \ell\ell')(2N\Lambda + N^2)}, \quad (7)$$

где для краткости записи, опущена зависимость  $\Lambda$  и  $N$  от  $\mathbf{k}_{\parallel}$  и  $\ell$ . Величина

$$\Lambda(\mathbf{k}_{\parallel}\ell) = -\frac{2\omega_0}{z^2 - \omega_0^2} |\Phi(\mathbf{k}_{\parallel}\ell)|^2$$

пропорциональна функции Грина фонов [22]. Полюса функции Грина (7) определяют спектры магнитоакустических волн.

Нулевую функцию Грина магнонов  $G_0(z; \ell\ell')$ , полученную в [10], можно представить в виде

$$\begin{aligned} G_0(z; \ell\ell') &= g_{\infty}(z) \left[ \exp(i\kappa_{\perp}|\ell - \ell'|) - \right. \\ &\left. - \exp[i\kappa_{\perp}(\ell + \ell')] \frac{g_s(z, \kappa_{\perp})}{g_s(z, -\kappa_{\perp})} \right], \quad (8) \end{aligned}$$

где

$$g_{\infty}(z) = \frac{i}{2d_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel}) \sin[\kappa_{\perp}(z)]} \quad (9)$$

— функция Грина объемного образца;

$$g_s(z) = \frac{1}{d_{\parallel}^S(\mathbf{k}_{\parallel}) - d_{\parallel}(\mathbf{k}_{\parallel}) + d_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel}) \exp[-i\kappa_{\perp}(z)]} \quad (10)$$

— функция Грина поверхности в отсутствие магнитоупругого взаимодействия;

$$\cos[\kappa_{\perp}(z)] = \frac{d_{\parallel} - z}{2d_{\perp}}, \quad (11)$$

где  $\kappa_{\perp}(z)$  выбран так, что всегда  $\text{Im}(\kappa_{\perp}) > 0$ . Для фиксированных  $\mathbf{k}_{\parallel}$  частоты поверхностных спино-

вых волн находятся в областях выше  $\Omega_m(\mathbf{k}_{\parallel})$  и ниже  $\Omega_M(\mathbf{k}_{\parallel})$  [10], где

$$\Omega_m(\mathbf{k}_{\parallel}) = d_{\parallel}(\mathbf{k}_{\parallel}) - 2d_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel}),$$

$$\Omega_M(\mathbf{k}_{\parallel}) = d_{\parallel}(\mathbf{k}_{\parallel}) + 2d_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel}).$$

Далее будем считать, что кристалл имеет простую кубическую решетку и расстояние между слоями и ближайшими соседями в слое равно  $a_0$ . Обменное взаимодействие между слоями и в плоскости будем считать равными:  $J = J_{\perp} = J_S/\varepsilon$ . Тогда в длинноволновом пределе

$$d_{\parallel}(\mathbf{k}_{\parallel}) = H_0 + 2H_x + H_S + \frac{1}{8}H_xa_0^2k_{\parallel}^2 - \dots,$$

$$d_{\parallel}^S(\mathbf{k}_{\parallel}) = H_0 + H_x + H_B + \frac{1}{8}\varepsilon H_xa_0^2k_{\parallel}^2 - \dots,$$

$$d_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel}) = H_x - \frac{1}{4}H_xa_0^2k_{\parallel}^2 - \dots, H_x = 4SJ.$$
(12)

### Анализ решений

*Волны при  $\ell \rightarrow \infty$*

В этом случае  $\kappa_{\perp}$  — действительная величина и

$$G_0(z; \ell\ell') = \frac{i}{2d_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel}) \sin[\kappa_{\perp}(z)]} = \frac{i}{\sqrt{4d_{\perp}^2 - (d_{\parallel} - \Omega_S)^2}}.$$

Здесь  $\Omega_S$  — частота спиновых волн,  $\Omega_A$  — частота акустических колебаний.

Как легко показать, в глубине образца спонтанные деформации имеют вид

$$\begin{aligned} u_{xx}^{(0)} &= u_{yy}^{(0)} = \frac{\lambda S^2}{E} \frac{\sigma(\sigma+1)}{1+2\sigma}, \\ u_{zz}^{(0)} &= -\frac{\lambda S^2}{E} \frac{(\sigma+1)^2}{1+2\sigma}. \end{aligned} \quad (13)$$

Отсюда следует, что  $N(\ell) = 0$ . Тогда закон дисперсии спиновых волн определяется из условия

$$\frac{1}{G_0(z; \ell\ell')} = 0.$$

Из последнего уравнения следует, что

$$\sqrt{4d_{\perp}^2 - (d_{\parallel} - \Omega_S)^2} = 0,$$

откуда получаем нижнюю границу непрерывного спектра частот спиновых волн:

$$\Omega_{Sm} = H_0 + H_B + \frac{5}{8}H_xa_0^2k_{\parallel}^2, H_B = 2\lambda^2S^2 \frac{1+3\sigma}{E}. \quad (14)$$

Спектр акустических волн определяется из уравнения

$$1 - \Lambda(\mathbf{k}_{\parallel}\ell)[G_0(-z; \ell\ell') + G_0(-z; \ell\ell')] = 0,$$

решение которого дает спектр акустических возбуждений:

$$\Omega_{A,i} = s_i \mathbf{k}_{\parallel}. \quad (15)$$

Индекс  $i$  принимает значения  $t$  или  $\ell$  и обозначает различные поляризации акустической волны;  $s_i$  — скорость звука  $i$ -й поляризации:

$$\begin{aligned} s_t &= s_{t0} \sqrt{1 - \frac{S^3\lambda^2 \cos^2 \varphi_k}{m_0 s_{t0}^2 A}}, \\ s_{\ell} &= s_{\ell0} \sqrt{1 - \frac{S^3\lambda^2 \sin^2 \varphi_k}{m_0 s_{\ell0}^2 A}}, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\varphi_k$  — угол между волновым вектором и осью  $OZ$ ,  $s_{i0}$  — скорость  $i$ -поляризованного звука в кристалле без учета магнитоупругого взаимодействия. Параметр  $A$  введен для сокращения записи и имеет вид

$$A = \sqrt{(H_0 + H_B)(H_0 + 4H_x + H_B)}.$$

*Волны на поверхности  $\ell = 0$*

В случае поверхностных волн  $\kappa_{\perp}$  — чисто мнимая величина и

$$\begin{aligned} G_0(z; 00) &= [d_{\parallel}^S - d_{\parallel} + d_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel}) \exp(-i\kappa_{\perp}(z))]^{-1} \approx \\ &\approx [(d_{\parallel} - \Omega_S)^2 - 4d_{\perp}^2]^{-1/2}. \end{aligned}$$

Закон дисперсии спиновых волн на поверхности найден ранее в [10]; в рассматриваемом нами случае щель в спектре увеличивается за счет магнитоупругого взаимодействия:

$$\Omega_S = H_0 + H_S + \frac{5}{8}H_xa_0^2k_{\parallel}^2 - \dots \quad (17)$$

В (17) отброшено слагаемое, пропорциональное  $k_{\parallel}^4$ .

Полагая  $\Omega_A \ll d_{\parallel}$ , что всегда выполняется, имеем

$$\begin{aligned} \Omega_A &= s\mathbf{k}_{\parallel}, \\ s &= s_0 \left( 1 - \frac{2S^3\lambda^2\gamma_e}{m_0 s_0^2 \sqrt{(H_0 + H_S)(H_0 + 4H_x + H_S)}} \right)^{1/2}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\gamma_e = e_y^2 \cos^2 \varphi_k + (e_x \cos \varphi_k + e_z \sin \varphi_k)^2.$$

Как и следовало ожидать, частота поверхностных фононов лежит ниже непрерывного спектра частот объемных звуковых волн.

Из (18) видно, что перенормированная скорость звука за счет магнитоупругого взаимодействия вблизи поверхности в два раза больше, чем в объеме кристалла.

Кроме того, на поверхности должно выполняться условие равновесия:

$$\sigma_{ik} \mathbf{n}_k = 0, \quad (19)$$

где  $\sigma_{ik}$  — тензор напряжений;  $\mathbf{n}_k$  — единичный вектор нормали к плоскости. Границные условия (19) справедливы в случае достаточно длинных волн, когда можно пренебречь влиянием неоднородного обмена (что и предполагается). Уравнение (19) при  $\ell = 0$  приводит к следующему условию:

$$u_{yy}^{(0)} + \sigma u_{xx}^{(0)} + \sigma u_{zz}^{(0)} = 0.$$

Мы полагаем, что на поверхности вектор намагниченности параллелен  $OZ$  (что выполняется даже в отсутствие магнитного поля). Минимизация свободной энергии совместно с последним условием дает

$$u_{xx}^{(0)} = u_{yy}^{(0)} = \frac{\lambda S^2}{E} \frac{\sigma(\sigma+1)}{1+2\sigma},$$

$$u_{zz}^{(0)} = -\frac{\lambda S^2}{E} \frac{(\sigma+1)^2}{1+2\sigma},$$

т.е. спонтанные деформации на поверхности совпадают с деформациями в объеме (см. (13)). Тогда энергия магнитоупругого поля на поверхности кристалла равна

$$H_S = 2\lambda^2 S^2 \frac{1+3\sigma}{E}. \quad (20)$$

Зависимость направления вектора поляризации от координаты  $y$  известно [22]. Очевидно, что  $\gamma_e$  будет зависеть от глубины проникновения волны Рэлея в кристалл.

### Заключение

В работе исследована модель полубесконечного гейзенберговского ферромагнетика с учетом магнитоупругого взаимодействия и определены спектры связанных магнитоупругих волн вблизи поверхности ферромагнетика.

Магнитоупругие волны, распространяющиеся в объеме ферромагнетика, обладают дополнительной энергией активации  $H_B$ , определяемой выражением

(14). Сравнивая их спектры с законом дисперсии поверхностных магнитоупругих волн, легко убедиться в том, что эти выражения совпадают с точностью до скорости волны, т.е. коэффициента при  $k_{||}^2$ . Из (14) и (20) следует, что  $H_S = H_B$ . Без учета магнитоупругого взаимодействия данный результат получен в [10], где показано, что частота поверхностных спиновых волн лежит ниже границы полосы частот объемных колебаний спиновой подсистемы  $\Omega_m$ . При учете магнитоупругого взаимодействия по-прежнему  $\Omega_S < \Omega_m$ .

Следует отметить, что учет одноионной анизотропии в поверхностном слое, перпендикулярной плоскости  $XOZ$ , приводит к тому, что магнитный момент поверхностного слоя будет направлен под некоторым углом к оси  $OZ$ . Соответственно, изменятся и граничные условия. Простые расчеты показывают, что в этом случае  $H_S < H_B$ . Таким образом, щель между спектром поверхностных и объемных волн будет иметь нулевой порядок по  $\mathbf{k}_{||}$  не только за счет анизотропии [10], но и за счет магнитоупругого взаимодействия.

Скорость звука вблизи поверхности изменяется так же, как и скорость «квазиспиновых» волн ферромагнетика. Из (16), (18) получаем

$$s_b^2 = s_{0b}^2 (1 - \Delta), \quad s_s^2 = s_{0s}^2 (1 - 2\Delta),$$

где  $s_{0b}$ ,  $s_{0s}$  — скорости объемных и поверхностных волн какой-либо поляризации без учета магнитоупругого взаимодействия, а явный вид  $\Delta$  очевиден (см. (16), (18)). Отметим, что если волновой вектор направлен вдоль оси  $OZ$ , то из (18) следует, что с «квазиспиновыми» волнами взаимодействует лишь нормальная («поперечная») компонента волн Рэлея.

Локализация колебания, как известно, определяется щелью, отделяющей частоту поверхностной волны от частоты объемной волны [23]. Легко видеть, что уменьшение скорости волн Рэлея ведет к уменьшению глубины их проникновения в кристалл. В то же время взаимодействие магнитных моментов с упругой подсистемой не приводит к изменению характерной глубины существования поверхностных спиновых волн. Это можно видеть из (8):  $\kappa_{\perp}$  не зависит от параметров магнитоупругого взаимодействия.

1. J.J. Krebs, B.T. Jonker, and G.A. Prinz, *J. Appl. Phys.* **63**, 3467 (1988).
2. D.P. Pappas, K.-P. Kamper, and H. Hopster, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 3179 (1990)
3. A.A. Maradudin and D.L. Mills, *J. Phys. Chem. Solids* **28**, 1855 (1967); *ibid.* **30**, 784(E) (1969).
4. T. Kaneyoshi, *J. Phys. Condens. Matter* **3**, 4497 (1991).
5. S. Selzer and N. Majlis, *Phys. Rev. B* **26**, 404 (1982); *ibid.* **27**, 544 (1983).

6. G.T. Rado, *Bull. Am. Phys. Soc. II* **2**, 127 (1957).
7. R.F. Wallis, A.A. Maradudin, I.P. Ipatova, and A.A. Klochikhin, *Solid State Commun.* **5**, 89 (1967).
8. D.L. Mills, *Phys. Rev.* **B1**, 264 (1970).
9. G.T. Rado, *Phys. Rev.* **B40**, 407 (1989).
10. D.L. Mills, *Phys. Rev.* **B40**, 11153 (1989).
11. D.L. Mills, *Phys. Rev.* **B39**, 12306 (1989).
12. R.C. O'Handley and J.P. Woods, *Phys. Rev.* **B42**, 6568 (1990).
13. Y. Endo, *Phys. Rev.* **B46**, 11129 (1992).
14. Yu.N. Mitsay, K.M. Skibinsky, M.B. Strugatsky, A.P. Korolyuk, V.V. Tarakanov, and V.I. Khizhnyi, *J. Magn. Magn. Mater.* **219**, 340 (2000).
15. Т.Г. Петрова, Е.С. Сыркин, *ФНТ* **17**, 411 (1991).
16. Е.А. Туров, В.Г. Шавров, *УФН* **140**, 429 (1983).
17. Ю.В. Гуляев, Ю.А. Кузавко, И.Н. Олейник, В.Г. Шавров, *ЖЭТФ* **87**, 674 (1987).
18. С.В. Герус, В.В. Тарасенко, *ФТТ* **17**, 2247 (1975).
19. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Теория упругости*, Наука, Москва (1965).
20. T. Holstein and H. Primakoff, *Phys. Rev. Ser. 2* **58**, 1098 (1940).
21. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1976).
22. А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Москва (1962).
23. А.М. Косевич, *Теория кристаллической решетки*, Вища школа, Харьков (1988).

Surface magnetoelastic waves in semi-infinite ferromagnet in external magnetic field

Yu.A. Fridman and D.V. Spirin

The spectra of coupled magnetoelastic waves in a semi-infinite Heisenberg ferromagnet in external magnetic field are obtained. Near the ferromagnet surface the Rayleigh surface spin wave interaction gives rise to an additional activation energy in the spectrum of spin waves and produces a decrease of the sound velocity. The difference in velocity of the surface acoustic waves and the bulk acoustic oscillations increases due to the magnetoelastic coupling.