

Поверхностный импеданс тонкой сверхпроводящей пленки в параллельном магнитном поле

Д. А. Лужбин, А. Л. Касаткин, В. М. Пан

Институт металлофизики НАН Украины, бульв. Акад. Вернадского, 36, г. Киев-142, 03680, Украина
E-mail: luzhbin@d24.imp.kiev.ua

Статья поступила в редакцию 22 августа 2000 г., после переработки 13 ноября 2000 г.

Рассмотрена задача о поверхностном СВЧ импедансе сверхпроводящей пленки в параллельном ее поверхности постоянному магнитном поле \mathbf{H} . В пленках толщиной $d < \lambda$ (λ — лондоновская глубина проникновения) смешанное состояние при параллельной ориентации внешнего поля представляет собой набор вихревых рядов, число которых изменяется дискретным образом при характерных значениях магнитного поля $H_{c1}^{(N)}(d)$ ($H_{c1}^{(N)}(d)$ — поле вхождения N -го ряда вихрей). Рассчитан поверхностный импеданс пленки в поле нормально падающей СВЧ волны с учетом вклада колеблющихся вихревых рядов. Проведено обобщение результатов, полученных в рамках известных теоретических моделей (Коффи—Клема, Брандта), для поверхностного импеданса сверхпроводников в смешанном состоянии в случае тонких пленок, когда существенными становятся размерные эффекты в структуре и динамике вихревой решетки.

Розглянуто задачу про поверхневий НВЧ імпеданс надпровідної плівки у паралельному її поверхні постійному магнітному полі \mathbf{H} . У плівках завтовшки $d < \lambda$ (λ — лондонівська глибина проникнення) змішаний стан при паралельній орієнтації зовнішнього поля є набір вихрових рядів, число котрих змінюється дискретним образом при характерних значеннях магнітного поля $H_{c1}^{(N)}(d)$ ($H_{c1}^{(N)}(d)$ — поле входження N -го ряду вихорів). Розраховано поверхневий імпеданс плівки в полі НВЧ хвилі, що нормально падає, з врахуванням вкладу коливних вихрових рядів. Проведено узагальнення результатів, які отримано в рамках відомих теоретичних моделей (Коффі—Клема, Брандта), для поверхневого імпедансу надпровідників у змішаному стані у випадку тонких плівок, коли суттєвими стають розмірні ефекти в структурі та динаміці вихрової ґратки.

PACS: 74.25.Nf, 74.60.Ec, 74.60.Ge

Введение

Исследования поверхностного импеданса сверхпроводников в смешанном состоянии являются эффективным методом изучения свойств ансамбля абрикосовских вихрей в сверхпроводниках, позволяющим исследовать их динамические характеристики, механизмы пиннинга, возможные фазовые состояния в вихревом ансамбле [1–8]. Для случая нормально падающей плоской электромагнитной волны ($h_{rf}(z, t)$, $e_{rf}(z, t) \sim \exp(ikz - i\omega t)$) поверхностный импеданс массивного сверхпроводника Z_S в смешанном состоянии определяется комплексной глубиной проникновения $\lambda_{AC}(\omega, T, B)$ [9–12]:

$$Z_S = \frac{E_{AC}(0)}{H_{AC}(0)} = -\frac{i\omega\lambda_{AC}}{c} \quad (1)$$

($E_{AC}(0)$, $H_{AC}(0)$ — суммарные комплексные амплитуды переменных компонент поля на поверхности сверхпроводника, c — скорость света). Величина λ_{AC} определяется откликом вихрей на переменное электромагнитное поле и существенным образом зависит от температуры T , величины магнитной индукции B в образце (т.е. от концентрации вихрей) и частоты ω .

Согласно результатам известных теоретических моделей Коффи—Клема [9,10] и Брандта [11,12], величина λ_{AC} при не слишком высоких температурах, когда можно пренебречь вкладом

нормальных квазичастиц, определяется выражением

$$\lambda_{AC}^2 = \lambda^2 + \lambda_C^2(\omega), \quad (2)$$

где λ — лондоновская глубина проникновения, $\lambda_C(\omega)$ — обобщенная кэмпбеловская глубина, характеризующая реакцию вихрей на переменное поле. В общем случае λ_{AC} зависит от частоты ω , коэффициента вязкости вихрей η , силовой константы α (параметр Лабуша), характеризующей пиннинг в образце, а также упругого модуля вихревой решетки \bar{C} ($\bar{C} = C_{11}(B)$ для случая, когда вихри параллельны поверхности, и $\bar{C} = C_{44}(B)$ для перпендикулярной ориентации вихрей) [10,11]:

$$\lambda_C^2(\omega) = \frac{\bar{C}}{\alpha(\omega)} = \frac{B\Phi_0}{4\pi(\alpha - i\omega\eta)}, \quad (3)$$

где Φ_0 — квант потока.

Переход от массивного материала толщиной $d \gg \lambda$ к тонкопленочной геометрии ($d \leq \lambda$) в расчетах поверхностного импеданса обычно учитывается с помощью формулы согласования:

$$Z_S(d) = Z_S f(d),$$

$$f(d) = \frac{\frac{Z_d}{Z_S} - \text{th}(ik_2 d)}{1 - \frac{Z_d}{Z_S} \text{th}(ik_2 d)}, \quad (4)$$

где $k_2 = i\lambda_{AC}^{-1}$ — комплексный волновой вектор, характеризующий материал пленки; Z_S — поверхностный импеданс массивного сверхпроводника ($d \gg \lambda$); Z_d — волновое сопротивление диэлектрической подложки. Величина $Z_S(d)$, определяемая выражением (4), для пленок ВТСП исследовалась в целом ряде экспериментальных работ (см., например, [13–16]). В случае сверхпроводящих пленок толщиной $d \leq \lambda$ использование выражения (4) является оправданным для сверхпроводников, находящихся в мейсснеровском состоянии, т. е. в отсутствие вихрей. В то же время возможность использования выражения (4) для импеданса сверхпроводящей пленки ($d \leq \lambda$) в смешанном состоянии, исходя из выражений (1)–(3) для величины Z_S массивного сверхпроводника в вихревой фазе, является необоснованной, поскольку пленочная геометрия может приводить к определенным размерным эффектам в структуре и упругих характеристиках вихревой решетки, изменяющим электродинамические характери-

сти проводящей среды в пленке по сравнению с массивным сверхпроводником.

В настоящей работе такие размерные эффекты в структуре и высокочастотной динамике вихревой решетки исследуются для случая параллельной ориентации постоянного магнитного поля \mathbf{H} , когда создаваемые этим полем абрикосовские вихри лежат в плоскости пленки. Известно [17,18], что в случае параллельной ориентации внешнего поля \mathbf{H} вхождение первого ряда вихрей в пленку начинается в поле $H_{c1}^{(1)}(d)$, которое для тонких пленок может существенно превышать нижнее критическое поле H_{c1}^{bulk} массивного материала: $H_{c1}^{(1)}(d) \sim (\lambda/d)^2 H_{c1}^{\text{bulk}}$.

При дальнейшем увеличении внешнего поля \mathbf{H} концентрация вихрей, располагающихся в виде ряда в центре пленки, возрастает вплоть до значения внешнего поля $H_{c1}^{(2)}(d)$. В поле $H_{c1}^{(2)}(d)$ происходит структурный переход в вихревой решетке и образуются два вихревых ряда, как это схематически показано на рис. 1. При этом переходе скачкообразно изменяется расстояние $a(H)$ между соседними вихрями. При дальнейшем росте поля число вихревых рядов изменяется дискретным образом при определенных значениях поля $H_{c1}^{(N)}(d)$, при которых происходит переход от $N-1$ к N рядам вихрей. Численно величина $H_{c1}^{(N)}(d)$ рассчитывалась в работах [19–24]; экспериментально подобная перестройка вихревой решетки наблюдалась в виде осцилляций магнитного момента пленки с ростом внешнего поля H [24–27].

В настоящей работе рассчитывается поверхностный импеданс пленки $Z_S(d, H)$, в величину которого существенный вклад вносят колеблющиеся в переменном поле падающей СВЧ волны дискретные ряды вихрей. Показано, что величина $Z_S(d, H)$ должна изменяться ступенчатым образом при значениях $H = H_{c1}^{(N)}(d)$. Найдены полевые зависимости $Z_S(d, H)$ в случае высоких и низких (по сравнению с «частотой депиннинга» ω_p) частот.

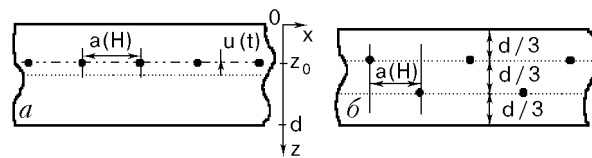


Рис. 1. Структура вихревой решетки в тонкой пленке в параллельном поверхности магнитном поле \mathbf{H} : a — $H_{c1}^{(1)}(d) < H < H_{c1}^{(2)}(d)$, вихри упорядочиваются в один ряд; расстояние между ними в одном ряду равно a ; стрелкой показано смещение вихрей $u(t)$ под действием падающей волны; b — $H_{c1}^{(2)}(d) < H < H_{c1}^{(3)}(d)$, вихри упорядочиваются в два ряда; показаны их равновесные положения.

**Смешанное состояние пленки
в параллельном магнитном поле**

Магнитное поле H_V , создаваемое вихрями, параллельными поверхности пленки, в сверхпроводниках с параметром Гинзбурга–Ландау $\chi \gg 1$ может быть найдено из уравнения Лондонов [28]

$$H_V + \lambda^2 \text{rot rot } H_V = \Phi_0 \sum_{m,n} \delta(r - R_{m,n}) \quad (5)$$

с граничными условиями

$$H_V|_{z=0} = H_V|_{z=d} = 0, \quad (6)$$

где $R_{m,n}$ — координаты центров вихрей внутри пленки; Φ_0 — квант потока; z — ось, нормальная

к поверхности. В случае одиночного ряда вихрей ($x = ma$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), расположенного в плоскости $z = z_0$ ($0 \leq z_0 \leq d$), решение (5), (6) может быть представлено, следуя [17,29], в виде

$$H_V(x, z) = \frac{\Phi_0}{2a\lambda} \sum_m \cos\left(\frac{2\pi mx}{a}\right) \times \frac{\text{ch}\left(u_m \frac{d - |z - z_0|}{\lambda}\right) - \text{ch}\left(u_m \frac{d - z - z_0}{\lambda}\right)}{u_m \text{sh}\left(u_m \frac{d}{\lambda}\right)}, \quad (7a)$$

справедливым в диапазоне $0 \leq z$, $z_0 \leq d$, $-\infty < x < \infty$, или, следуя [28], в эквивалентном виде

$$H_V(x, z) = \frac{\Phi_0}{2d\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{n\pi}{d} (z - z_0) - \cos \frac{n\pi}{d} (z + z_0)}{v_n} \frac{\text{ch}\left(v_n \frac{a - 2x}{2\lambda}\right)}{\text{sh}\left(v_n \frac{a}{2\lambda}\right)}, \quad (7b)$$

справедливым в диапазоне $0 \leq z$, $z_0 \leq d$, $0 \leq x \leq a$, где в формулах (7a) и (7b), $u_m = [1 + (2\pi\lambda m/a)^2]^{1/2}$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $v_n = [1 + (n\pi\lambda/d)^2]^{1/2}$, $a = a(H)$ — расстояние между соседними вихрями.

При расчете поверхностного импеданса нас интересует среднее (по координате x) поле (7a), имеющее вид

$$H_V(z) = \frac{\Phi_0}{2a\lambda} \frac{\text{ch}\left(\frac{d - |z - z_0|}{\lambda}\right) - \text{ch}\left(\frac{d - z - z_0}{\lambda}\right)}{\text{sh}\left(\frac{d}{\lambda}\right)}. \quad (8)$$

Свободная энергия Гиббса на единицу длины пленки в рассматриваемом случае 1-го ряда вихрей может быть представлена в виде [28]

$$G = \frac{1}{8\pi} \int d^3r [H_V^2 + \lambda^2(\text{rot } H_V)^2] - \frac{1}{4\pi} H \int H_V d^3r = \frac{1}{a} \left[\frac{H_V(0)\Phi_0}{8\pi} - \frac{H\Phi_0}{4\pi} \left(1 - \frac{\text{ch}\left(\frac{d - 2z_0}{2\lambda}\right)}{\text{ch}\left(\frac{d}{2\lambda}\right)} \right) \right], \quad (9)$$

где $H_V(0)$ — поле в центре вихря (при $r \rightarrow R_{m,n}$), созданное только вихревой системой, которое следует из (7b):

$$H_V(0) = \frac{\Phi_0}{2d\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos\left(\frac{2\pi n z_0}{d}\right)}{v_n} \frac{\text{ch}\left(v_n \frac{a - 2\xi}{2\lambda}\right)}{\text{sh}\left(v_n \frac{a}{2\lambda}\right)}. \quad (10)$$

Во избежание возникающей при этом расходимости использовано стандартное обрезание $\min |r - R_{m,n}| = \xi$.

Исходя из выражения для свободной энергии можно найти термодинамически равновесное значение межвихревого расстояния $a(H)$, определяемое условием $\partial G/\partial a = 0$, и упругой константы α_p , характеризующей возвращающую упругую силу при малых смещениях ряда вихрей от центра пленки (в расчете на один вихрь):

$$\alpha_p = \frac{\partial^2 G}{\partial z_0^2} \Big|_{z_0 = d/2} = \frac{\Phi_0 H}{4\pi\lambda^2} \frac{1}{\text{ch}(d/2\lambda)} + \frac{\Phi_0^2 \pi}{4\lambda d^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{v_n} \frac{\text{ch}\left(v_n \frac{a - 2\xi}{2\lambda}\right)}{\text{sh}\left(v_n \frac{a}{2\lambda}\right)}, \quad (11)$$

связанной в данном случае с взаимодействием ряда вихрей с поверхностью пленки.

В случае двух рядов вихрей выражения (9)–(11) модифицируются: (9) принимает вид

$$G = \frac{1}{2a} \left[\frac{\Phi_0 [H_V^{(1)}(0) + H_V^{(2)}(0)]}{8\pi} - \frac{H\Phi_0}{4\pi} \left(2 - \frac{\operatorname{ch} \left(\frac{d - 2z_0^{(1)}}{2\lambda} \right) + \operatorname{ch} \left(\frac{d - 2z_0^{(2)}}{2\lambda} \right)}{\operatorname{ch} (d/2\lambda)} \right) \right], \quad (12)$$

где a – расстояние между соседними вихрями (при этом расстояние между ближайшими вихрями одного ряда равно $2a$, рис. 1); $z_0^{(1)}$ и $z_0^{(2)}$ – координаты первого и второго ряда вихрей; $H_V^{(i)}(0)$ – в данном случае поле, создаваемое обоими рядами вихрей в центре какого-либо вихря i -го ряда ($i = 1, 2$). Для нахождения зависимости $a(H)$ использовано уравнение $\partial G / \partial a = 0$ при условии, что $z_0^{(1)} = d/3$, $z_0^{(2)} = 2d/3$. Здесь учтено, что, согласно [24], структурный переход от одного к двум рядам вихрей происходит в малом интервале ΔH , т.е. $\Delta H \ll H_{c1}^{(N+1)}(d) - H_{c1}^{(N)}(d)$. Вне интервала перехода ΔH от величины H зависит только расстояние между вихрями $a(H)$; при этом расстояние между рядами от величины H не зависит и равно $d/3$ [24]. Этот переход сопровождается скачкообразным изменением величин $a(H)$ [24] и $\alpha_p(H)$ [21], связанным со структурным переходом в вихревой системе.

Для нахождения зависимости $\alpha_p(H)$ отметим следующее: анализ показывает, что под действием силы Лоренца, вызванной падающей СВЧ волной, в тонких пленках оба вихревых ряда движутся в основном как жесткая структура. Поправки, связанные с относительным движением рядов, имеют порядок d/λ и в данном рассмотрении не будут учитываться. Тогда, введя $z_0^{(1)} = d/3 + u$, $z_0^{(2)} = 2d/3 + u$, получаем, что $\partial^2 / \partial z_0^2$ в (11) переходит в $\partial^2 / \partial u^2$ и

$$\alpha_p = \frac{\Phi_0 H}{4\pi\lambda^2} \frac{\operatorname{ch} (d/6\lambda)}{\operatorname{ch} (d/2\lambda)} +$$

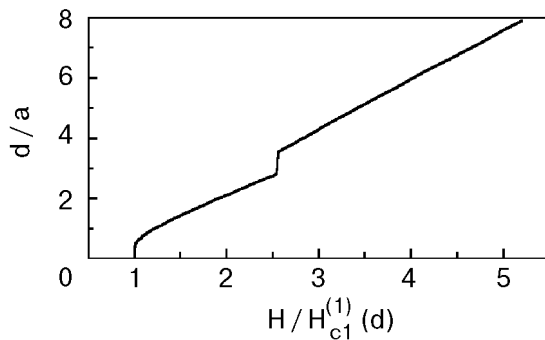


Рис. 2. Зависимость межвихревого расстояния a от внешнего поля H для геометрии рис. 1 при $d/\lambda = 0,5$, где d – толщина пленки.

$$+ \frac{\Phi_0^2 \pi}{4\lambda d^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cos \left(\frac{2n\pi}{3} \right) \operatorname{ch} \left(v_n \frac{a - 2\xi}{2\lambda} \right) + (-1)^n}{\operatorname{sh} \left(v_n \frac{a}{2\lambda} \right)}. \quad (13)$$

Полевые зависимости $a(H)$ и $\alpha_p(H)$ для $d/\lambda = 0,5$ показаны на рис. 2 и 3 для $\chi = 100$, $\lambda = 10^{-5}$ см. Видно, что $a(H)$ и $\alpha_p(H)$ испытывают скачок в поле $H_{c1}^{(2)}(d)$. Аналогичные скачки на кривых зависимостей $a(H)$ и $\alpha_p(H)$ должны появляться при значениях внешнего поля $H = H_{c1}^{(N)}(d)$, соответствующих изменению числа вихревых рядов на единицу.

Вклад вихревых рядов в поверхностный импеданс пленки

Под действием падающей электромагнитной волны в пленке наводятся переменные мейсснеровские токи, вызывающие колебания вихревых рядов относительно их равновесных положений. В случае одного ряда вихрей уравнение колебаний запишется в виде

$$\frac{j_{rf}(z_0)\Phi_0}{c} = \eta \frac{du}{dt} + \alpha_{\Sigma} u, \quad (14)$$

где $u(t) = u_0 \exp(-i\omega t)$ – смещение вихревого ряда вдоль оси z относительно равновесного положения в плоскости $z_0 = d/2$; η – коэффициент вязкости; $\alpha_{\Sigma} = \alpha + \alpha_p$, α_p – упругая константа (11), α – параметр Лабуша (в расчете на один

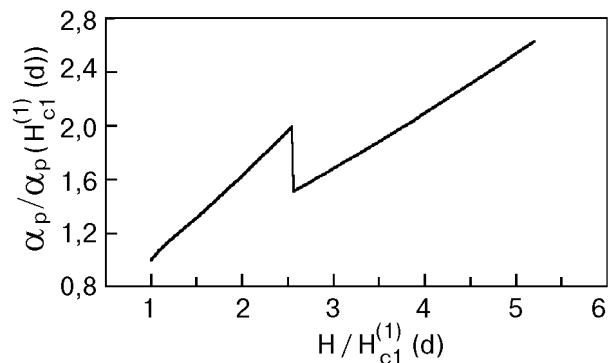


Рис. 3. Зависимость упругой константы α_p от внешнего поля H . Скачок в поле $H \approx 2,5 H_{c1}^{(1)}(d)$ связан с изменением структуры вихревой решетки в пленке.

вихрь), связанный с дефектами в материале пленки. Величина j_{rf} в (14) определяется только полем падающей электромагнитной волны:

$$j_{rf} = \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} h_{rf}(z) = -\frac{ick_2 h_{rf}(0)}{2\pi D_0} [\exp(ik_2 z)] + D_1 \exp(-ik_2 z), \quad (15)$$

где $D_1 = \frac{Z_d - Z_{S,M}}{Z_d + Z_{S,M}} \exp(2ik_2 d)$, $k_2 = i\lambda^{-1}$, $D_0 = 1 + Z_{S,M} + D_1(Z_{S,M} - 1)$, Z_d — волновое сопротивление подложки (в случае диэлектрика $Z_d = \sqrt{\mu/\epsilon}$), $Z_{S,M}$ — импеданс массивного сверхпроводника в меисснеровском состоянии (выражение (1) при замене λ_{AC} на λ). Следует еще раз подчеркнуть, что в настоящей работе рассматривается случай идеального сверхпроводника при низких температурах, т. е. $\operatorname{Re} Z_{S,M} = 0$. Решение (14), (15) имеет вид

$$u_0 = \frac{\Phi_0 h_{rf}(0)(1 - D_1) [f(d) - d/2\lambda]}{2\pi\lambda D_0 (\alpha_\Sigma - i\omega\eta)}, \quad (16)$$

где $f(d)$ определяется выражением (4) при замене λ_{AC} на λ . При этом смещение вихревого ряда (16) не приводит, согласно граничным условиям (6), к появлению дополнительного переменного магнитного поля на поверхности пленки: $H_V(z=0, t) = H_V(z=d, t) = 0$. Переменное электрическое поле на поверхности, генерируемое колебаниями вихревого ряда, находится из уравнения Максвелла:

$$\operatorname{rot} E_V = -\frac{dH_V}{cdt} = -\frac{\partial H_V}{c\partial z_0} \frac{du}{dt} = \frac{i\omega}{c} \frac{\partial H_V}{\partial z_0} u(t). \quad (17)$$

Из (8), (17) для $E_V(z, t)$ получаем

$$E_V(z, t) = -\frac{i\Phi_0 u(t)\omega}{2ca\lambda} \times \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{d - |z - z_0|}{\lambda}\right) + \operatorname{ch}\left(\frac{d - z - z_0}{\lambda}\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{d}{2\lambda}\right)}. \quad (18)$$

При этом поверхностный импеданс

$$Z_S(d, H) = \frac{E_{AC}(z=0)}{H_{AC}(z=0)} = \frac{e_{rf}(z=0) + E_V(z=0)}{h_{rf}(z=0)} = Z_{S,M}(d) + Z_V(d, H), \quad (19)$$

где $Z_{S,M}(d)$ — импеданс пленки в меисснеровском состоянии (т.е. в отсутствие вихрей), определяемый выражением (4) при $k_2 = i\lambda^{-1}$; $Z_V(d, H)$ — аддитивное слагаемое, дающее вклад вихрей в величину поверхностного импеданса:

$$Z_V(d, H) = \frac{E_V(z=0)}{h_{rf}(z=0)} = -\frac{i\Phi_0^2 \omega}{4\pi ca(H)d\lambda} \frac{f(d) - d/2\lambda}{\alpha_\Sigma(H) - i\omega\eta}. \quad (20)$$

В случае существования двух вихревых рядов в пленке выражение для $Z_V(d, H)$ формально сохраняет вид (20), но при этом следует учитывать, что в случае двух рядов значение величины α_p дается выражением (13).

Полевые зависимости поверхностного сопротивления $R_V(d, H) = \operatorname{Re} Z_V(d, H)$, обусловленного колебаниями вихрей, показаны на рис. 4 для случаев высоких и низких частот (по сравнению с «частотой депиннинга» $\omega_p = \alpha_\Sigma/\eta$). При расчете были использованы следующие значения материальных параметров, характерные для ВТСП материалов: $\xi = 100$, $\lambda = 10^{-5}$ см, значения $\alpha = 2 \cdot 10^5$ Н/м², $\eta = 2 \cdot 10^{-6}$ Н·с/м² взяты из [1], $\epsilon = 20$.

Следует отметить, что полученные в данной работе результаты существенно отличаются от результатов «континуальной» модели [9–12], обобщенной для тонкопленочной геометрии посредством преобразования (4). Действительно, как следует из (2)–(4), в «континуальной» модели для поверхностного сопротивления R_S можно получить следующие выражения для массивной и тонкопленочной геометрии. В случае массивного сверхпроводника ($d \gg \lambda$)

$$R_S = \frac{\omega}{c} \operatorname{Im} \lambda_{AC} \cong \begin{cases} \frac{1}{2c} \frac{\omega^2}{\omega_0} \frac{\lambda_C^2(0)}{\lambda_{AC}(0)}, & \omega \ll \omega_0 \\ \frac{\lambda_C(0)}{c} \left(\frac{\omega\omega_0}{2}\right)^{1/2}, & \omega \gg \omega_0 \end{cases} \quad (21)$$

где $\lambda_{AC}(0)$, $\lambda_C(0)$ даются выражениями (2), (3) при $\omega = 0$. Выражение (21) описывает монотонную зависимость поверхностного сопротивления массивного сверхпроводника от частоты и посто-

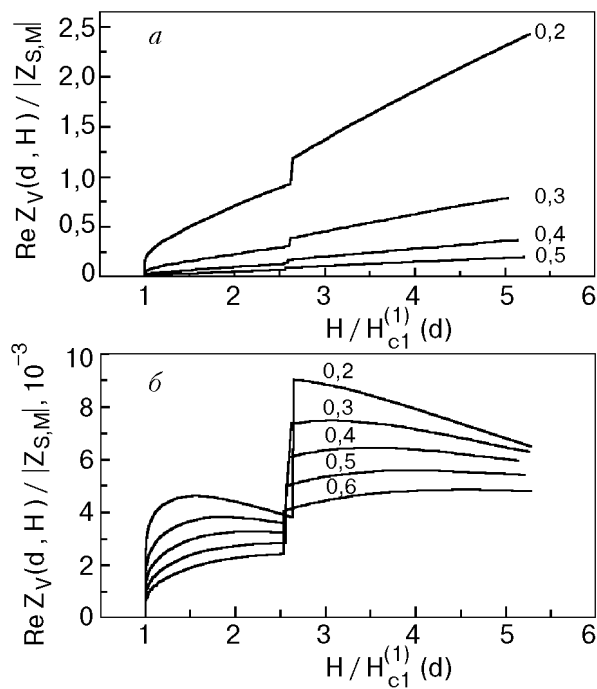


Рис. 4. Полевая зависимость поверхностного сопротивления пленки, нормированного на абсолютную величину импеданса массивного образца в меиснеровском состоянии для разных толщин пленки ($d/\lambda = 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6$), на частотах 800 ГГц (больше «частоты депиннинга») (а) и 100 МГц (меньше «частоты депиннинга») (б). Скачок величины R_V происходит в поле $H = H_{c1}^{(2)}(d) \approx 2,5H_{c1}^{(1)}(d)$ и связан с вхождением в пленку 2-го вихревого ряда. При изменении частоты (в пределах диапазонов $\omega \ll \omega_p$ или $\omega \gg \omega_p$) происходит лишь изменение масштаба по оси ординат; характер полевой зависимости при этом не изменяется.

янного поля H : $R_S \sim \omega^2 H^{1/2}$ при $\omega \ll \omega_0$ и $R_S \sim \omega^{1/2} H^{1/2}$ при $\omega \gg \omega_0$ (в модели Коффи—Клема $\omega_0 = \alpha/\eta$ и лежит в диапазоне $10^{10} - 10^{12} \text{ c}^{-1}$ [1]). В случае пленочной геометрии ($d < \lambda_C < \lambda_{AC}$) «континуальная» модель с учетом формулы трансформации (4), используемой в приближенном виде $f(d) \approx i/k_2 d$, что обычно допустимо в СВЧ диапазоне [30], дает следующее выражение для $R_S(d)$:

$$R_S(d) \equiv \text{Re} \left(-i \frac{\omega}{cd} \lambda_{AC}^2 \right) = \frac{\lambda_C^2(0)}{cd} \frac{\omega^2}{\omega_0 [1 + (\omega/\omega_0)^2]} \quad (22)$$

Согласно (22), $R_S \sim \omega^2 H$ при $\omega \ll \omega_0$ и $R_S \sim (1 - \omega_0^2/\omega^2)H$ при $\omega \gg \omega_0$. Следует подчеркнуть, что выражения (21), (22) описывают частотные зависимости поверхностного сопротивления, связанного только с колебаниями вихрей.

Экспериментальное исследование высокочастотной динамики вихрей и сравнение получаемых полевых и частотных зависимостей импеданса с теоретической моделью Коффи—Клема проводилось (см., например, [1–8]) для случая перпендикулярного поверхности сверхпроводника постоянного магнитного поля \mathbf{H} .

Учет «размерных» эффектов в структуре и динамике вихревой решетки при параллельной ориентации постоянного внешнего магнитного поля, проведенный в настоящей работе, приводит к особенностям полевой зависимости поверхностного сопротивления, показанным на рис. 4 при разных значениях частот и толщин пленок. Наиболее существенной особенностью является появление ступенчатой структуры на зависимостях $R_V(H)$, связанной с дискретным изменением числа вихревых рядов в полях $H_{c1}^{(N)}(d)$ (в данной работе $N = 1, 2$).

Кроме того, необходимо отметить различный характер зависимостей $R_V(H)$ при неизменном числе вихревых рядов (т.е. в интервалах $H_{c1}^{(N)} < H < H_{c1}^{(N+1)}$, $N = 1, 2$) для случаев высоких и низких (по сравнению с ω_p) частот: при $\omega \gg \omega_p$ величина $R_V(H)$ монотонно возрастает в указанных интервалах полей для разных толщин пленок (рис. 4, а); при $\omega \ll \omega_p$ возможно появление необычного спадающего участка на зависимости $R_V(H)$ в тех же интервалах полей, как показано на рис. 4, б. Для анализа такого различного поведения полевых зависимостей поверхностного сопротивления при высоких и низких частотах рассмотрим выражение для $R_V(d, H)$, следующее из (20):

$$R_V(d, H) = \text{Re } Z_V \cong \frac{\Phi_0^2 \omega^2 \eta}{4\pi d^2 c a(H) [\alpha_\Sigma^2(H) + (\omega\eta)^2]} \quad (23)$$

где использовано приближение $f(d) \approx i/k_2 d \gg \gg d/2\lambda$. Как видно из (23), при фиксированном числе вихревых рядов

$$R_V(d, H) \cong \frac{\Phi_0^2}{4\pi c d^2 \eta} \times \begin{cases} \frac{\omega^2 \eta^2}{a(H) \alpha_\Sigma^2(H)}, & \omega \ll \omega_p \\ 1 - \omega_p^2/\omega^2 \\ a(H) \end{cases} \quad (24)$$

Таким образом, как следует из (24), полевая зависимость $R_V(d, H)$ при высоких частотах определяется полевой зависимостью $a^{-1}(H)$, а при низких — зависимостью $[a(H)(\alpha + \alpha_p(H))^2]^{-1}$. При полях $H > H_{c1}^{(1)}(d)$ (т.е. $\xi \ll a(H) \ll d$, $d < \lambda$)

асимптотические выражения для $a(H)$ и $\alpha_p(H)$, как можно показать исходя из выражений (9) и (11), имеют вид

$$a(H) = \frac{\Phi_0 d}{4\lambda^2 H} \frac{1}{1 - \text{ch}^{-1}(d/2\lambda)}, \quad (25)$$

$$\alpha_p(H) = \frac{H\Phi_0}{4\pi\lambda^2 \text{ch}(d/2\lambda)} - \frac{\Phi_0^2}{4\pi d\lambda^2 a(H)}. \quad (26)$$

Таким образом, при $\omega \gg \omega_p$, когда определяющей является вязкая реакция вихрей, в соответствии с (24) $R_V(d, H) \sim H$, а при низких частотах, когда реакция вихрей определяется константой пиннинга $\alpha_\Sigma(H)$, возможно появление спадающих участков на кривой $R_V(H)$. Физически это означает, что жесткость вихревой системы увеличивается с ростом поля быстрее, чем число вихрей, что может приводить к уменьшению диссипации в СВЧ поле, связанной с колебаниями вихрей.

Можно также показать, что при очень больших значениях H (и, следовательно, $N \gg 1$) кривая $R_{S,M}(d) + R_V(d, H)$ асимптотически приближается к соответствующей зависимости $R_S(d)$, следующей из моделей [9–12].

При фиксированном значении H частотная зависимость поверхностного сопротивления в рассмотренной модели совпадает с аналогичной зависимостью в «континуальной» модели [9–12] для тонкой пленки, как это следует из сравнения выражений (22) и (24).

Заключение

В настоящей работе показано, что в тонких ($d < \lambda$) сверхпроводящих пленках, помещенных в параллельное поверхности магнитное поле, возникают особенности динамического отклика вихрей на внешнее переменное поле, связанные с размерными эффектами в пиннинге и динамике вихрей. В частности, такие эффекты должны проявляться в виде ступенек на зависимости поверхностного импеданса пленки от величины постоянного внешнего магнитного поля, что связано с дискретным изменением количества вихревых рядов при характерных значениях поля $H_{c1}^{(N)}(d)$ и соответствующим изменением концентрации вихрей и упругих констант, характеризующих малые колебания вихревой системы относительно положения равновесия. При этом частотные зависимости поверхностного сопротивления при фиксированном значении поля H совпадают с аналогичными зависимостями модели Коффи–Клема [9–12].

Работа была частично поддержана Министерством образования и науки Германии (BMBF) по гранту TRANSFORM через Университет Лейпцига (грант 13 № 7218/7), Украинским научно-технологическим центром (проект № 1455) и Международной ассоциацией INTAS (грант № 99-00585).

1. M. Golosovsky, M. Tsindlekt, and D. Davidov, *Supercond. Sci. Technol.* **9**, 1 (1996).
2. N. Belk, D. E. Oates, D. A. Feld, G. Dresselhaus, and M. S. Dresselhaus, *Phys. Rev.* **B56**, 11951 (1997).
3. E. Silva, M. Giura, R. Marcon, R. Fastampa, G. Balestrino, M. Marinelli, and E. Milani, *Phys. Rev.* **B45**, 12566 (1992).
4. M. Giura, R. Marcon, R. Fastampa, and E. Silva, *Phys. Rev.* **B45**, 7387 (1992).
5. J. Owliaei, S. Sridhar, and J. Talvacchio, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3366 (1992).
6. A. Dulcic and M. Pozek, *Physica* **C218**, 449 (1993).
7. E. K. Moser, W. J. Tomasch, M. J. McClorey, J. K. Furdyna, M. W. Coffey, C. L. Pettiette-Hall, and S. M. Schwarzbeke, *Phys. Rev.* **B49**, 4199 (1994).
8. V. A. Berezin, E. V. Il'ichev, V. A. Tulin, E. B. Sonin, A. K. Tagantsev, and K. B. Traito, *Phys. Rev.* **B49**, 4331 (1994).
9. M. W. Coffey and J. R. Clem, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 386 (1991).
10. M. W. Coffey and J. R. Clem, *IEEE Trans. Magn.* **27**, 2136 (1991).
11. E. H. Brandt, *Physica* **C195**, 1 (1992).
12. E. H. Brandt, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2219 (1991).
13. N. Klein, H. Chaloupka, G. Müller, S. Orbach, H. Piel, B. Roas, L. Schultz, U. Klein, and H. Peiniger, *J. Appl. Phys.* **67**, 6940 (1990).
14. N. Klein, U. Dähne, U. Poppe, N. Tellmann, K. Urban, S. Orbach, S. Heusen, G. Müller, and H. Piel, *J. Supercond.* **5**, 195 (1992).
15. P. Hartemann, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **2**, 228 (1992).
16. О. Г. Вендик, М. М. Гайдуков, А. Б. Козырев, С. Г. Колесов, А. Ю. Попов, Т. Б. Самойлова, *Обзоры по высокотемпературной сверхпроводимости*, вып. 4(8), МЦНТИ, Москва (1992).
17. А. А. Абрикосов, *ЖЭТФ* **46**, 1464 (1964).
18. А. А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, Наука, Москва (1987).
19. S. Takács, *Czech. J. Phys.* **B33**, 1248 (1983).
20. S. Takács, *Czech. J. Phys.* **B28**, 1260 (1978).
21. S. Takács, *Czech. J. Phys.* **B38**, 1050 (1988).
22. C. Carter, *Canad. J. Phys.* **47**, 1447 (1969).
23. G. Garneiro, *Phys. Rev.* **B57**, 6077 (1998).
24. S. H. Brongersma, *PhD. Dissertation*, Vrije Universiteit, Amsterdam (1996).
25. S. H. Brongersma, E. Verweij, N. J. Koeman, D. G. de Groot, and R. Griessen, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2319 (1993).
26. M. Ziese, P. Esquinazi, P. Wagner, H. Adrian, S. H. Brongersma, and R. Griessen, *Phys. Rev.* **B53**, 8658 (1996).
27. A. Pan, M. Ziese, R. Höhne, P. Esquinazi, and S. Knappe, *Physica* **C301**, 72 (1998).
28. В. В. Шмидт, Г. С. Мкртчян, *УФН* **112**, 459 (1974).
29. В. В. Шмидт, *ЖЭТФ* **57**, 2095 (1969).
30. О. Г. Вендик, Л. Ковалевич, А. П. Митрофанов, О. В. Пахомов, А. Ю. Попов, Т. Б. Самойлова, *СФХТ* **3**, 2133 (1990).

The surface impedance of a thin
superconducting film in a parallel magnetic field

D. A. Luzhbin, A. L. Kasatkin, and V. M. Pan

The microwave surface impedance of a thin superconducting film in dc magnetic field \mathbf{H} parallel to the film surface is calculated. For thin films of thickness $d < \lambda$ (λ is the London penetration depth) with a parallel dc magnetic field the mixed state is formed by vortex rows. The number of these rows is

changed by a discrete way at definite values of dc field $H_{c1}^{(N)}(d)$ ($H_{c1}^{(N)}(d)$ is a thermodynamical lower critical field for the entrance of the N -th vortex row). For this case the microwave surface impedance accounting for the contribution from oscillating vortex rows is calculated. The results obtained are the generalization of the well-known Coffey–Clem and Brandt's models of ac vortex response for the case of rather thin films, where the dimensional effects in the vortex lattice structure and dynamics become essential.