УДК 519.6

И. П. Кобяк, канд. техн. наук
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
(Республика Беларусь, 220600, Минск, ул. П. Бровки, 6,
тел. 293-86-17, E-mail: IPKobyak@mail.ru, A_Grozny@inbox.ru)

Производящая функция для распределения статистик автокорреляционной функции

(Статью представил д-р техн. наук А. Я. Матов)

Рассмотрен метод формирования производящей функции для статистик автокорреляционной функции (АКФ) применительно к задаче наблюдения внутренних точек процессорных СБИС. В качестве элементарных событий при синтезе значений эмпирических АКФ использованы априорно определенные векторы, настройка на которые выполняется управляющим автоматом интегральной схемы. Показано, что использование рассматриваемого метода при статистическом контроле в сумме обеспечивает более точные результаты, чем использование метода линейного сигнатурного анализа или счета векторов состояний.

Розглянуто метод формування виробляючої функції для статистик аутокореляційної функції (АКФ) стосовно до задачі спостереження внутрішніх точок процесорних СБИС. У якості елементарних подій при синтезі значень емпіричних АКФ використано апріорно визначені вектори, настроювання на які виконується керуючим автоматом інтегральної схеми. Показано, що використання запропонованого методу для статистичного контролю в сумі забезпечує більш високу точність результатів, ніж використання лінійного сигнатурного аналізу або лічби векторів стану.

Ключевые слова: производящая функция, коррелированные пары векторов, вероятность пропуска ошибки, сигнатурный анализ.

Постановка задачи. Использование производящих функций (ПФ) в технике идентификации сложных цифровых систем позволяет представить все возможные результаты некоторого класса комбинаторных задач в форме, удобной для сопоставительного анализа. Однако вследствие высокой степени сложности синтеза общих соотношений такой подход применяется нечасто.

Одной из причин ограниченного применения ПФ является математическая сложность алгебры дискретных преобразований, так как на практике приходится иметь дело с большим числом переменных. Другая причина:

практическая недосягаемость теоретических результатов при синтезе функций для оценки их достоверности с помощью компьютерных систем. Это обусловлено тем, что время моделирования реальных процессов, протекающих в СБИС, в сложных случаях может продолжаться годами и не приводить к доказательству теоретических параметров. Таким образом, формирование соотношений, позволяющих оценивать методы идентификации выборки комплексно и в частных реализациях, является нетривиальной задачей, однозначно востребованной разработчиками производственной стендовой аппаратуры.

Рассмотрим частные случаи синтеза производящих функций для различных постоянных значений j [1] при переменных значениях длины постобъектов i.

Синтез ПФ для пар векторов по комбинаторным соотношениям для вероятности пропуска ошибки. Пусть $p = m^{-2}$ — теоретическая вероятность наблюдения коррелированных пар векторов заданного вида; q_1 и q_2 — вероятности, характеризующие пары векторов состояний, не образующие коррелированные объекты; K — случайная величина, определяющая число k наблюдаемых пар [1], $k = \sum_{j=1}^{0,5n} \sum_{i} jk_{j,i}$. Тогда для $j = 1$, $i = \mathrm{var}$ производящая функция может быть представлена с учетом следующего утверждения.

Утверждение 1. Энумератор вида

$$m_K(0) = m_{k=0}(0) + \sum_{g=2}^{n-1} \left[px_1^2 \left[\frac{1}{x_1} + (1+p) \right] \frac{1 - q_2^{0,5n-2} x_1^{n-4}}{1 - q_2 x_1^2} - pq_2^{0,5n-3} x_1^{n-5} + \right.$$

$$\left. + q_1 q_2^{0,5n-2} x_1^{n-4} - \sqrt{p}\, q_1 q_2^{0,5n-2} x_1^{n-3} + pq_1 q_2^{0,5n-2} x_1^{n-2} - 1 \right]^{n-g} \qquad (1)$$

является перечисляющей производящей функцией для вероятностей наблюдения коррелированных векторов в выборке длиной n (n — четно), $m \geq 4$.

Доказательство. Рассмотрим равенства для суммарной вероятности ошибки с учетом всех реализаций классов эквивалентностей, образуемых переменным параметром i для $j = 1$. При этом сумма соответствующих составляющих имеет вид

$$m_K(0) = m_{k=0}(0) + \frac{1}{m^n} \sum_{g=2}^{n-1} \sum_{k=1}^{n-g} m^{s_1} (m^2 - 1)^{s_2} (m^2 - 2)^{s_3} \frac{(n-g)!}{k_{1,1}! k_{1,2}! \ldots k_{1,\frac{n}{2}-2}!},$$

$$g = \sum_{i=1}^{n-2} (i+1)\, k_{1,i}. \qquad (2)$$

В формулах (1), (2) мощность класса эквивалентностей (МКЭ), определяющая число перестановок векторов в последовательности при $k=0$, представляет собой нормированную величину вида

$$m_{k=0}(0)=\frac{1}{m^n}A_{j,i\max}=\frac{1}{m^n}(m^2-1)(m^2-2)^{0,5n-1}=q_1q_2^{0,5n-1}.$$

Введем в соотношение (2) следующие обозначения:

$$(m^2-1)=m^2\left(1-\frac{1}{m^2}\right)=m^2q_1,\ (m^2-2)=m^2\left(1-\frac{2}{m^2}\right)=m^2q_2.$$

Тогда сумму вероятностей (2) можно преобразовать в равенство:

$$m_K(0)=m_{k=0}(0)+\frac{1}{m^n}\sum_{g=2}^{n-1}\sum_{k=1}^{n-g}m^{s_1+s_2+2s_3}q_1^{s_2}q_2^{s_3}\frac{(n-g)!}{k_{1,1}!k_{1,2}!...k_{1,\frac{n}{2}-2}!}. \tag{3}$$

Перегруппировав составляющие в показателях степени $s_1+2s_2+2s_3$, запишем (3) в следующем виде:

$$s_1+2s_2+2s_3=\sum_{i=1}^{0,5(n-4)}k_{1,2i-1}+2\sum_{i=1}^{0,5(n-2)}k_{1,2i}+2k_{1,n-3}+2\sum_{i=1}^{0,5(n-4)}i(k_{1,2i+1}+k_{1,2i+2})+$$

$$+2k_{1,n-4}=\sum_{i=1}^{n-5}ik_{1,i}+(n-2)\sum_{i=n-4}^{n-2}k_{1,i}=g-\sum_{i=1}^{n-2}k_{1,i}+2k_{1,n-4}+k_{1,n-3}. \tag{4}$$

Внеся делитель m^{-n} под знак суммы в (3), получим

$$\deg m=(n-s_1+2s_2+2s_3)^{-1}=\left(n-g+\sum_{i=1}^{n-2}k_{1,i}-2k_{1,n-4}+k_{1,n-3}\right)^{-1}. \tag{5}$$

Пусть в равенстве (5)

$$\lambda(k)=\sum_{i=1}^{n-2}k_{1,i}.$$

Тогда на основании данного соотношения можно получить производящую функцию для параметра p с учетом преобразования

$$\frac{1}{m^{n-g-\lambda(k)}}\frac{1}{m^{2\lambda(k)-2k_{1,n-4}-k_{1,n-3}}}=(\pm\sqrt{p}=\xi)^{n-g-\lambda(k)=0}\sqrt{p}^{2\lambda(k)-2k_{1,n-4}-k_{1,n-3}}.$$

В данном случае $\xi^0=1$. Однако в рассматриваемой задаче знак единицы, стоящей в скобках производящей функции, должен быть взят не произвольно, а с помощью логического или математического анализа корней, например $(\pm\sqrt{p})^0=(\pm1)^0$, что не изменяет числа перестановок в текущем классе эквивалентностей и определяется только физической сутью процессов синтеза вероятностей.

Аналогично алгоритму (4) перегруппируем показатели степеней при параметрах p, q_1, q_2 и запишем три ряда членов, необходимых для комплексирования вероятностей при одинаковых показателях $k_{j,i}$:

$$\sqrt{p}^{\,2\lambda(k)-2k_{1,n-4}-k_{1,n-3}} = \sqrt{p}^{\,2[\lambda(k)-k_{1,n-4}-0,5k_{1,n-3}]} = p^{\lambda(k)}\, p^{-k_{1,n-4}}\, p^{-0,5k_{1,n-3}},$$

$$p: p^{k_{1,1}}\, p^{k_{1,2}}\, p^{k_{1,3}} \cdot \ldots \cdot p^{k_{1,n-2}} \cdot p^{-k_{1,n-4}} \sqrt{p}^{\,-k_{1,n-3}},$$

$$\deg q_1 = \sum_{i=1}^{0,5(n-2)} k_{1,2i} + k_{1,n-3},$$

$$q_1: q_1^{k_{1,2}} q_1^{k_{1,4}} q_1^{k_{1,6}} \cdot \ldots \cdot q_1^{k_{1,n-2}} \cdot q_1^{k_{1,n-3}},$$

$$\deg q_2 = \sum_{i=1}^{0,5(n-4)} i(k_{1,2i+1} + k_{1,2i+2}) + k_{1,n-4},$$

$$q_2:\ q_2^{k_{1,3}} q_2^{k_{1,4}} q_2^{2k_{1,5}} q_2^{2k_{1,6}} q_2^{3k_{1,7}} q_2^{3k_{1,8}} \cdot \ldots \cdot q_2^{(0,5n-2)k_{1,n-3}} q_2^{(0,5n-2)k_{1,n-2}} q_2^{k_{1,n-4}}.$$

Теперь соотношение (5) представим в форме произведения вероятностей,

$$m_K(0) = m_{k=0}(0) + \sum_{g=2}^{n-1} \sum_{k=1}^{n-g} (\xi)^{n-g-\lambda(k)=0}\, p^{k_{1,1}} (pq_1)^{k_{1,2}} (pq_2)^{k_{1,3}} (pq_1q_2)^{k_{1,4}} \times$$

$$\times (pq_2^2)^{k_{1,5}} (pq_1q_2^2)^{k_{1,6}} (pq_2^3)^{k_{1,7}} (pq_1q_2^3)^{k_{1,8}} \times \ldots \times (pq_2^{0,5n-3})^{k_{1,n-5}} \times$$

$$\times (q_1 q_2^{0,5n-2})^{k_{1,n-4}} (\sqrt{p} q_1 q_2^{0,5n-2})^{k_{1,n-3}} (pq_1 q_2^{0,5n-2})^{k_{1,n-2}} \frac{(n-g)!}{k_{1,1}!k_{1,2}!\ldots k_{1,\frac{n}{2}-2}!},$$

или в виде полинома

$$m_K(0) = m_{K=0}(0) + \sum_{g=2}^{n-1} (px_1 + pq_1x_1^2 + pq_2x_1^3 + pq_1q_2x_1^4 + pq_2^2x_1^5 + pq_1q_2^2x_1^6 +$$

$$+ pq_2^3x_1^7 + pq_1q_2^3x_1^8 + \ldots + pq_2^{0,5n-3}x_1^{n-5} + q_1q_2^{0,5n-2}x_1^{n-4} +$$

$$+ \sqrt{p} q_1 q_2^{0,5n-2} x_1^{n-3} + pq_1q_2^{0,5n-2}x_1^{n-2} + \xi)^{n-g}, \qquad (6)$$

где x_1 — параметр, характеризующий комбинаторные объекты при $j=1$, который в факториальных соотношениях принимаем равным единице.

Члены ряда (6), стоящие в скобках, сгруппируем в соответствии с одинаковыми степенями при вероятности q_2:

$$m_K(0)=m_{k=0}(0)+\sum_{g=2}^{n-1}[(pq_2^0x_1+pq_1q_2^0x_1^2)+(pq_2^1x_1^3+pq_1q_2^1x_1^4)+$$

$$+(pq_2^2x_1^5+pq_1q_2^2x_1^6)+(pq_2^3x_1^7+pq_1q_2^3x_1^8)+\ldots+(pq_2^{0,5\omega-1}x_1^{\omega-1}+pq_1q_2^{0,5\omega-1}x_1^{\omega})+$$

$$+pq_2^{0,5n-3}x_1^{n-5}+q_1q_2^{0,5n-2}x_1^{n-4}+\sqrt{p}q_1q_2^{0,5n-2}x_1^{n-3}+pq_1q_2^{0,5n-2}x_1^{n-2}+\xi]^{n-g}. \quad (7)$$

Очевидно, что равенство (7) достаточно просто записать в виде суммы членов ряда:

$$m_K(0)=m_{k=0}(0)+\sum_{g=2}^{n-1}\left[\sum_{\omega=1}^{0,5(n-4)}(pq_2^{\omega-1}x_1^{2\omega-1}+pq_1q_2^{\omega-1}x_1^{2\omega})+pq_2^{0,5n-3}x_1^{n-5}+\right.$$

$$\left.+q_1q_2^{0,5n-2}x_1^{n-4}+\sqrt{p}q_1q_2^{0,5n-2}x_1^{n-3}+pq_1q_2^{0,5n-2}x_1^{n-2}+\xi\right]^{n-g}.$$

Тогда члены ряда, стоящие в круглых скобках, могут быть определены из равенства

$$p\sum_{\omega=1}^{0,5(n-4)}q_2^{\omega-1}x_1^{2\omega-1}+p\sum_{\omega=1}^{0,5(n-4)}q_1q_2^{\omega-1}x_1^{2\omega}=px_1^2\left(\frac{1}{x_1}+q_1\right)\frac{1-q_2^{0,5n-2}x_1^{n-4}}{1-q_2x_1^2}.$$

При этом соотношение для производящей функции принимает вид

$$m_K(0)=m_{k=0}(0)+\sum_{g=2}^{n-1}\left[px_1^2\left(\frac{1}{x_1}+q_1\right)\frac{1-q_2^{0,5n-2}x_1^{n-4}}{1-q_2x_1^2}+pq_2^{0,5n-3}x_1^{n-5}+\right.$$

$$\left.+q_1q_2^{0,5n-2}x_1^{n-4}+\sqrt{p}q_1q_2^{0,5n-2}x_1^{n-3}+pq_1q_2^{0,5n-2}x_1^{n-2}+\xi\right]^{n-g}. \quad (8)$$

При $x_1=1$ из данного равенства следует:

$$m_K(0)=m_{k=0}(0)+\sum_{g=2}^{n-1}\left[p(1+q_1)\frac{1-q_2^{0,5n-2}}{1-q_2}+pq_2^{0,5n-3}+\right.$$

$$\left.+q_1q_2^{0,5n-2}+\sqrt{p}q_1q_2^{0,5n-2}+pq_1q_2^{0,5n-2}+\xi\right]^{n-g}. \quad (9)$$

Полагая, что для теоретических значений вероятности $n\to\infty$, сумма членов ряда в (9) может быть преобразована к виду

$$p(1+q_1)\frac{1-q_2^{0,5n-2}}{1-q_2}=\begin{vmatrix}q_2=1-2p,\\ q_1=1-p\end{vmatrix}=p(1+q_1)\frac{1-q_2^{0,5n-2}}{2p}=\frac{2-p}{2}=1-\frac{1}{2}p.$$

Таким образом,

$$m_K(0)=q_1 q_2^{0,5n-1}+\sum_{g=2}^{n-1}\left[1-\frac{1}{2}p+pq_2^{0,5n-3}+\right.$$

$$\left.+q_1 q_2^{0,5n-2}+\sqrt{p}q_1 q_2^{0,5n-2}+pq_1 q_2^{0,5n-2}+\xi\right]^{n-g}, \qquad (10)$$

откуда при $q_2^{0,5n}\approx 0$ получаем

$$m_K(0)\approx\sum_{g=2}^{n-1}\left[1-\frac{p}{2}+\xi\right]^{n-g}. \qquad (11)$$

Выбор значения $\xi=1$ приводит к возрастанию суммы вероятностей в $m_K(0)$ выше допустимых пределов, установленных для нормированных статистических величин. Простой выбор $\xi=-1$ приводит к получению отрицательного результата. При $\xi=\pm\sqrt{p}$ ситуация практически не изменяется. Таким образом, возникает проблема несовместимости величин теоретических параметров и результата, полученного в ходе чисто математического синтеза ПФ.

Однако анализ возникшей ситуации с точки зрения электротехники показывает, что составляющую $1/x_1$ в (8) можно представить как параметрическое сопротивление цепи с емкостью, соответствующей вероятности q_1. При этом слагаемые, содержащие x_1 в числителе, соответствуют индуктивным элементам цепи. Следовательно, векторы соответствующих энергий в пространстве мнимых переменных являются противоположно направленными и в случае их равенства компенсируются. Данные физические законы позволяют в формулах (8)—(11) использовать понятие индуктивного элемента $\xi=-1$ с инверсией знака у всех вероятностей, соответствующих индуктивностям (10). Тогда скорректированное равенство (10) можно представить в виде

$$m_K(0)=q_1 q_2^{0,5n-1}+\sum_{g=2}^{n-1}\left[1+\frac{1}{2}p-pq_2^{0,5n-3}+\right.$$

$$\left.+q_1 q_2^{0,5n-2}-\sqrt{p}q_1 q_2^{0,5n-2}+pq_1 q_2^{0,5n-2}-1\right]^{n-g}.$$

Итак, с учетом (8) и принципа инверсии знаков у «индуктивных» вероятностей относительно «емкостных» величин считаем утверждение 1 доказанным.

Вычислим сумму вероятностей в $m_K(0)$, используя укороченное равенство при $n \to \infty$:

$$m_K(0) \approx \sum_{g=2}^{n-1} \left[1+\frac{p}{2}-1\right]^{n-g} = \sum_{g=2}^{n-1} \left[\frac{p}{2}\right]^{n-g}.$$

Отсюда получаем

$$m_K(0) \approx \frac{p}{2-p} = \left|p=\frac{1}{m^2}\right| = \frac{1}{2m^2-1}. \tag{12}$$

Следовательно, нормированная площадь под кривой плотности распределения вероятностей пропуска ошибки при наблюдении пар коррелированных векторов заданного вида при $j=1$ и $i=\text{var}$ приблизительно равна $\dfrac{1}{2m^2-1}$ $(n \to \infty)$.

Синтез ПФ для пар и двух последовательных пар коррелированных векторов. Выполним аналогичные исследования для случая $j=1, 2,\ \ i=\text{var}$. При этом справедливо следующее утверждение.

Утверждение 2. Энумератор вида

$$m_K(0) = m_{k=0}(0) + \sum_{g=2}^{n-1}\left[px_1^2\left[\frac{1}{x_1}+(1+p)\right]\frac{1-q_2^{0,5n-2}x_1^{n-4}}{1-q_2x_1^2} + \right.$$

$$+ p^2x_2^2\left[\frac{1}{x_2}+(1+p)\right]\frac{1-q_2^{0,5n-4}x_2^{n-8}}{1-q_2x_2^2} - pq_2^{0,5n-3}x_1^{n-5} + q_1q_2^{0,5n-2}x_1^{n-4} -$$

$$-\sqrt{p}q_1q_2^{0,5n-2}x_1^{n-3} + pq_1q_2^{0,5n-2}x_1^{n-2} - p^2q_2^{0,5n-4}x_2^{n-7} +$$

$$\left. + pq_1q_2^{0,5n-3}x_2^{n-6} - p\sqrt{p}q_1q_2^{0,5n-3}x_2^{n-5} + p^2q_1q_2^{0,5n-3}x_2^{n-4} - (1+p)\right]^{n-g} \tag{13}$$

является перечисляющей производящей функцией для вероятностей наблюдения пар коррелированных векторов в выборке длиной n (n-четно).

Д о к а з а т е л ь с т в о. Рассмотрим равенство для вероятностей пропуска ошибки с учетом всех реализаций классов эквивалентностей. Сумма соответствующих вероятностей имеет вид

$$m_K(0) = m_{k=0}(0) + \frac{1}{m^n}\sum_{g=2}^{n-1}\sum_{k=1}^{n-g} m^{s_1}(m^2-1)^{s_2}(m^2-2)^{s_3}\frac{(n-g)!}{\prod\limits_{i=1}^{0,5n-2}k_{1,i}!\ \prod\limits_{i=1}^{0,5n-4}k_{2,i}!}. \tag{14}$$

В данном случае параметр g принимаем равным сумме

$$\sum_{i=1}^{n-2}(i+1)k_{1,i}+\sum_{i=1}^{n-4}(i+3)k_{2,i}.$$

Вынеся в соотношении (14) значение m^2 за скобки и перегруппировав сумму показателей степени $s_1+2s_2+2s_3$ к виду

$$\deg m=s_1+2s_2+2s_3=g-\sum_{i=1}^{n-2}k_{1,i}+2k_{1,n-4}+k_{1,n-3}-3\sum_{i=1}^{n-4}k_{2,i}+2k_{2,n-6}+k_{2,n-5},$$

можем записать

$$m_K(0)=m_{k=0}(0)+\sum_{g=2}^{n-1}\sum_{k=1}^{n-g}\frac{1}{m^{n-g-\lambda(k)+f(k)}}q_1^{s_2}q_2^{s_3}C_{n-g}^{k_{1,i},k_{2,i}},$$

$$-\lambda(k)+f(k)=\sum_{i=1}^{n-2}k_{1,i}+3\sum_{i=1}^{n-4}k_{2,i}-2k_{1,n-4}-k_{1,n-3}-2k_{2,n-6}-k_{2,n-5}. \qquad (15)$$

Из соотношения (15) получим производящую функцию для параметра p с учетом преобразования

$$\frac{1}{m^{n-g-\lambda(k)+f(k)}}=(\xi)^{n-g-\lambda(k)=0}\sqrt{p}\deg\left(2\sum_{i=1}^{n-2}k_{1,i}-2k_{1,n-4}-k_{1,n-3}\right)\times$$

$$\times\sqrt{p}\deg\left(2\cdot 2\sum_{i=1}^{n-4}k_{2,i}-2k_{2,n-6}-k_{2,n-5}\right).$$

При этом

$$p:p^{k_{1,1}}p^{k_{1,2}}p^{k_{1,3}}\cdot\ldots\cdot p^{k_{1,n-2}}p^{-k_{1,n-4}}\sqrt{p}^{\,-k_{1,n-3}}p^{2k_{2,1}}p^{2k_{2,2}}p^{2k_{2,3}}\cdot\ldots$$

$$\ldots\cdot p^{2k_{2,n-4}}p^{-k_{2,n-6}}\sqrt{p}^{\,-k_{2,n-5}},$$

$$\deg q_1=\sum_{i=1}^{0,5(n-2)}k_{1,2i}+k_{1,n-3}+\sum_{i=1}^{0,5(n-4)}k_{2,2i}+k_{2,n-5},$$

$$q_1:q_1^{k_{1,2}}q_1^{k_{1,4}}q_1^{k_{1,6}}\cdot\ldots\cdot q_1^{k_{1,n-2}}\cdot q_1^{k_{1,n-3}}q_1^{k_{2,2}}q_1^{k_{2,4}}q_1^{k_{2,6}}\cdot\ldots\cdot q_1^{k_{2,n-4}}\cdot q_1^{k_{2,n-5}},$$

$$\deg q_2=\sum_{i=1}^{0,5(n-4)}i(k_{1,2i+1}+k_{1,2i+2})+k_{1,n-4}+\sum_{i=1}^{0,5(n-6)}i(k_{2,2i+1}+k_{2,2i+2})+k_{2,n-6},$$

$$q_2:q_2^{k_{1,3}}q_2^{k_{1,4}}q_2^{2k_{1,5}}q_2^{2k_{1,6}}q_2^{3k_{1,7}}q_2^{3k_{1,8}}\cdot\ldots\cdot q_2^{(0,5n-2)k_{1,n-3}}q_2^{(0,5n-2)k_{1,n-2}}q_2^{k_{1,n-4}}\times$$

$$\times q_2^{k_{2,3}}q_2^{k_{2,4}}q_2^{2k_{2,5}}q_2^{2k_{2,6}}q_2^{3k_{2,7}}q_2^{3k_{2,8}}\cdot\ldots\cdot q_2^{(0,5n-3)k_{2,n-5}}q_2^{(0,5n-3)k_{2,n-4}}q_2^{k_{2,n-6}}.$$

ISSN 0204–3572. Electronic Modeling. 2010. V. 32. № 2

Группирование параметров при одинаковых степенях $k_{j,i}$ приводит к произведению вида

$$m_K(0)=m_{k=0}(0)+\sum_{g=2}^{n-1}\sum_{k=1}^{n-g}(\xi)^0 p^{k_{1,1}}(pq_1)^{k_{1,2}}(pq_2)^{k_{1,3}}(pq_1q_2)^{k_{1,4}}(pq_2^2)^{k_{1,5}}\times$$

$$\times(pq_1q_2^2)^{k_{1,6}}\times\ldots\times(pq_2^{0,5n-3})^{k_{1,n-5}}(q_1q_2^{0,5n-2})^{k_{1,n-4}}(\sqrt{p}q_1q_2^{0,5n-2})^{k_{1,n-3}}\times$$

$$\times(pq_1q_2^{0,5n-2})^{k_{1,n-2}}p^{2k_{2,1}}(p^2q_1)^{k_{2,2}}(p^2q_2)^{k_{2,3}}(p^2q_1q_2)^{k_{2,4}}(p^2q_2^2)^{k_{2,5}}\times$$

$$\times(p^2q_1q_2^2)^{k_{2,6}}\times\ldots\times(p^2q_1q_2^{0,5n-5})^{k_{2,n-8}}(p^2q_2^{0,5n-4})^{k_{2,n-7}}(pq_1q_2^{0,5n-3})^{k_{2,n-6}}\times$$

$$\times(p\sqrt{p}q_1q_2^{0,5n-3})^{k_{2,n-5}}(p^2q_1q_2^{0,5n-3})^{k_{2,n-4}}C_{n-g}^{k_{1,i},k_{2,i}}. \qquad (16)$$

Выполнив далее ряд преобразований, аналогичных доказательству утверждения 1, получим соотношение, аналогичное (8):

$$m_K(0)=m_{k=0}(0)+\sum_{g=2}^{n-1}\left[px_1^2\left(\frac{1}{x_1}+q_1\right)\frac{1-q_2^{0,5n-2}x_1^{n-4}}{1-q_2x_1^2}+\right.$$

$$+p^2x_2^2\left(\frac{1}{x_2}+q_1\right)\frac{1-q_2^{0,5n-4}x_2^{n-8}}{1-q_2x_2^2}+pq_2^{0,5n-3}x_1^{n-5}+q_1q_2^{0,5n-2}x_1^{n-4}+$$

$$+\sqrt{p}q_1q_2^{0,5n-2}x_1^{n-3}+pq_1q_2^{0,5n-2}x_1^{n-2}+p^2q_2^{0,5n-4}x_2^{n-7}+$$

$$\left.+pq_1q_2^{0,5n-3}x_2^{n-6}+p\sqrt{p}q_1q_2^{0,5n-3}x_2^{n-5}+p^2q_1q_2^{0,5n-3}x_2^{n-4}+\xi\right]^{n-g}. \qquad (17)$$

При $x_1=x_2=1$ и $n\to\infty$ отсюда следует:

$$m_K(0)=\sum_{g=2}^{n-1}\left[p(1+q_1)\frac{1}{1-q_2}+p^2(1+q_1)\frac{1}{1-q_2}+\xi\right]^{n-g}=\sum_{g=2}^{n-1}\left[1-\frac{p}{2}+p-\frac{p^2}{2}+\xi\right]^{n-g}.$$

В данном случае емкостной характер имеют слагаемые $1+p$. Таким образом, выбирая компенсирующее значение $\xi=-(1+p)$, получаем

$$m_K(0)=\sum_{g=2}^{n-1}\left[1+\frac{p}{2}+p+\frac{p^2}{2}-(1+p)\right]^{n-g}=\sum_{g=2}^{n-1}\left[\frac{p}{2}+\frac{p^2}{2}\right]^{n-g}\approx\frac{1}{2}p.$$

Теперь от равенства (17) переходим к форме (13) и считаем, что соотношение для производящей функции доказано.

Общий случай синтеза ПФ для пар коррелированных векторов. Рассмотрим механизм формирования производящей функции для всех реализаций параметров j и i. В данном случае справедлива следующая теорема.

Теорема. Энумератор вида

$$m_K(0)=m_{k=0}(0)+\sum_{g=2}^{n-1}\left[\sum_{j=1}^{0,5n-3}p^j x_j^2\left(\frac{1}{x_j}+(1+p)\right)\frac{1-q_2^{0,5n-j-2}x_j^{n-2j-4}}{1-q_2x_j^2}-\right.$$
$$-\sum_{j=1}^{0,5n-2}(p^j q_2^{0,5n-j-2}x_j^{n-2j-3}-p^{j-1}q_1 q_2^{0,5n-j-1}x_j^{n-2j-2}+$$
$$+p^{j-1}\sqrt{p}q_1 q_2^{0,5n-j-1}x_j^{n-2j-1}-p^j q_1 q_2^{0,5n-j-1}x_j^{n-2j})-$$
$$\left.-p^{0,5(n-2)}\sqrt{p}^{-1}q_1 x^1_{\frac{n-2}{2}}+p^{0,5(n-2)}q_1 x^2_{\frac{n-2}{2}}-p^{0,5n}x^0_{\frac{n}{2}}-\left(1+\sum_{j=2}^{0,5n-3}p^{j-1}\right)\right]^{n-g}$$

является перечисляющей производящей функцией для вероятностей наблюдения коррелированных векторов в выборке длиной n (n — четно).

Д о к а з а т е л ь с т в о. Рассмотрим общее равенство для вероятности пропуска ошибки с учетом всех реализаций классов эквивалентностей. Сумма вероятностей для всех нормированных МКЭ имеет вид

$$m_K(0)=m_{k=0}(0)+$$
$$+\frac{1}{m^n}\sum_{g=2}^{n-1}\sum_{k=1}^{n-g}\frac{\left(\sum\limits_{j=1}^{0,5(n-2)}\sum\limits_{i=1}^{n-2j}k_{j,i}+k_{\frac{n}{2},0}\right)!}{\prod\limits_{i=1}^{0,5n-2}k_{1,i}!\prod\limits_{i=1}^{0,5n-4}k_{2,i}!\ldots\prod\limits_{i=1}^{1}k_{0,5(0,5n-1),i}!}m^{s_1}(m^2-1)^{s_2}(m^2-2)^{s_3}, \quad (18)$$

где

$$n-g=\sum_{j=1}^{0,5(n-2)}\sum_{i=1}^{n-2j}k_{j,i}+k_{\frac{n}{2},0},\; g=\sum_{j=1}^{0,5(n-2)}\sum_{i=1}^{n-2j}(i+2j-1)k_{j,i}+(0{,}5n-1)k_{\frac{n}{2},0}.$$

В равенстве (18) выполним преобразования, аналогичные (14)—(16). Тогда

$$m_K(0)=m_{k=0}(0)+\frac{1}{m^n}\sum_{g=2}^{n-1}\sum_{k=1}^{n-g}m^{s_1+2s_2+2s_3}q_1^{s_2}q_2^{s_3}C_{n-g}^{k_{1,i},k_{2,i},\ldots,k_{0,5(0,5n-1),i}}. \quad (19)$$

Сумму степеней параметра m запишем в виде

$$s_1+2s_2+2s_3=\sum_{i=1}^{0,5(n-4)}k_{1,2i-1}+\sum_{i=1}^{0,5(n-6)}k_{2,2i-1}+\ldots+\sum_{i=1}^{0,5(0,5n-1)}k_{\frac{n-2}{4},2i-1}+$$

$$+2\sum_{i=1}^{0,5(n-2)} k_{1,2i} + 2k_{1,n-3} + 2\sum_{i=1}^{0,5(n-4)} k_{2,2i} + 2k_{2,n-5} + ... + 2\sum_{i=1}^{0,5(0,5n+1)} k_{\frac{n-2}{4},2i} + 2k_{\frac{n-2}{4},\frac{n}{2}} +$$

$$+2\sum_{i=1}^{0,5(n-4)} i(k_{1,2i} + k_{1,2i+1}) + 2k_{1,n-3} + 2\sum_{i=1}^{0,5(0,5n-6)} i(k_{2,2i} + k_{2,2i+1}) + 2k_{2,n-5} + ...$$

$$... + 2\sum_{i=1}^{0,5(0,5n-1)} i\left(k_{\frac{n-2}{4},2i} + k_{\frac{n-2}{4},2i+1}\right) + 2k_{\frac{n-2}{4},\frac{n}{2}-1} = g - \sum_{j=1}^{0,5n-1} (2j-1)\sum_{i=1}^{n-2j} k_{j,i} +$$

$$+\sum_{j=1}^{0,5n-2} (2k_{j,n-2j-2} + k_{j,n-2j-1}).$$

Для степеней m в (19) в общем случае можно записать соотношение

$$\deg\frac{1}{m} = n - g + \sum_{j=1}^{0,5n-1}\sum_{i=1}^{n-2j} (2j-1)\, k_{j,i} - \sum_{j=1}^{0,5n-2} (2k_{j,n-2j-2} + k_{j,n-2j-1}) =$$

$$= \left(n - g - \sum_{j=1}^{0,5n-1}\sum_{i=1}^{n-2j} k_{j,i}\right) + \sum_{j=1}^{0,5n-1}\sum_{i=1}^{n-2j} 2jk_{j,i} - \sum_{j=1}^{0,5n-2} (2k_{j,n-2j-2} + k_{j,n-2j-1}),$$

где

$$\left(n - g - \sum_{j=1}^{0,5n-1}\sum_{i=1}^{n-2j} k_{j,i}\right) = 0,$$

$$\deg\frac{1}{m^2} = \sum_{j=1}^{0,5n-1}\sum_{i=1}^{n-2j} jk_{j,i} + 0{,}5nk_{\frac{n}{2},0} - \sum_{j=1}^{0,5n-2} (k_{j,n-2j-2} + 0{,}5k_{j,n-2j-1}).$$

Запишем степени при вероятностных составляющих в ПФ:

$$\deg p = \deg\frac{1}{m^2},$$

$$\deg q_1 = \sum_{i=1}^{0,5(n-2)} k_{1,2i} + k_{1,n-3} + \sum_{i=1}^{0,5(n-4)} k_{2,2i} + k_{2,n-5} + ... + \sum_{i=1}^{0,5(0,5n+1)} k_{\frac{n-2}{4},2i} + k_{\frac{n-2}{4},\frac{n}{2}},$$

$$\deg q_2 = \sum_{i=1}^{0,5(n-4)} i(k_{1,2i} + k_{1,2i+1}) + k_{1,n-3} + \sum_{i=1}^{0,5(0,5n-6)} i(k_{2,2i} + k_{2,2i+1}) + k_{2,n-5} + ...$$

$$... + \sum_{i=1}^{0,5(0,5n-1)} i\left(k_{\frac{n-2}{4},2i} + k_{\frac{n-2}{4},2i+1}\right) + k_{\frac{n-2}{4},\frac{n}{2}-1}.$$

Группирование параметров при одинаковых показателях $k_{j,i}$ приводит к следующим составляющим производящей функции:

для $j=1$

$$(\xi)^0 p^{k_{1,1}}(pq_1)^{k_{1,2}}(pq_2)^{k_{1,3}}(pq_1q_2)^{k_{1,4}}(pq_2^2)^{k_{1,5}}(pq_1q_2^2)^{k_{1,6}}\times\ldots\times$$
$$\times(pq_2^{0,5n-3})^{k_{1,n-5}}(q_1q_2^{0,5n-2})^{k_{1,n-4}}(\sqrt{p}q_1q_2^{0,5n-2})^{k_{1,n-3}}(pq_1q_2^{0,5n-2})^{k_{1,n-2}};$$

для $j=2$

$$p^{2k_{2,1}}(p^2q_1)^{k_{2,2}}(p^2q_2)^{k_{2,3}}(p^2q_1q_2)^{k_{2,4}}(p^2q_2^2)^{k_{2,5}}(p^2q_1q_2^2)^{k_{2,6}}\times\ldots$$
$$\ldots\times(p^2q_1q_2^{0,5n-5})^{k_{2,n-8}}(p^2q_2^{0,5n-4})^{k_{2,n-7}}(pq_1q_2^{0,5n-3})^{k_{2,n-6}}\times$$
$$\times(p\sqrt{p}q_1q_2^{0,5n-3})^{k_{2,n-5}}(p^2q_1q_2^{0,5n-3})^{k_{2,n-4}};$$

для $j=3$

$$p^{3k_{3,1}}(p^3q_1)^{k_{3,2}}(p^3q_2)^{k_{3,3}}(p^3q_1q_2)^{k_{3,4}}(p^3q_2^2)^{k_{3,5}}(p^3q_1q_2^2)^{k_{3,6}}(p^3q_2^2)^{k_{3,7}}\times$$
$$\times(p^3q_1q_2^3)^{k_{3,8}}\times\ldots\times(p^3q_2^{0,5n-5})^{k_{3,n-9}}(p^2q_1q_2^{0,5n-4})^{k_{3,n-8}}\times$$
$$\times(\sqrt{p}p^2q_1q_2^{0,5n-4})^{k_{3,n-7}}(p^3q_1q_2^{0,5n-4})^{k_{3,n-6}};$$
$$\ldots \tag{20}$$

для $j=\dfrac{n-2}{4}$

$$p^{0,25(n-2)k_{\frac{n-2}{4},1}}[p^{0,25(n-2)}q_1]^{k_{\frac{n-2}{4},2}}[p^{0,25(n-2)}q_2]^{k_{\frac{n-2}{4},3}}[p^{0,25(n-2)}q_1q_2]^{k_{\frac{n-2}{4},4}}\times$$
$$\times[p^{0,25(n-2)}q_2^2]^{k_{\frac{n-2}{4},5}}[p^{0,25(n-2)}q_1q_2^2]^{k_{\frac{n-2}{4},6}}[p^{0,25(n-2)}q_2^3]^{k_{\frac{n-2}{4},7}}\times$$
$$\times[p^{0,25(n-2)}q_1q_2^3]^{k_{\frac{n-2}{4},8}}\times\ldots\times[p^{0,25(n-2)}q_2^{0,5(0,5n-3)}]^{k_{\frac{n-2}{4},\frac{n}{2}-2}}[p^{0,25(n-6)}q_1q_2^{0,5(0,5n-1)}]^{k_{\frac{n-2}{4},\frac{n}{2}-1}}\times$$
$$\times[\sqrt{p}p^{0,25(n-6)}q_1q_2^{0,5(0,5n-1)}]^{k_{\frac{n-2}{4},\frac{n}{2}}}[p^{0,25(n-2)}q_1q_2^{0,5(0,5n-1)}]^{k_{\frac{n-2}{4},\frac{n}{2}+1}};$$

для $j=\dfrac{n+2}{4}$

$$p^{0,25(n+2)k_{\frac{n+2}{4},1}}[p^{0,25(n+2)}q_1]^{k_{\frac{n+2}{4},2}}[p^{0,25(n+2)}q_2]^{k_{\frac{n+2}{4},3}}[p^{0,25(n+2)}q_1q_2]^{k_{\frac{n+2}{4},4}}\times$$
$$\times[p^{0,25(n+2)}q_2^2]^{k_{\frac{n+2}{4},5}}[p^{0,25(n+2)}q_1q_2^2]^{k_{\frac{n+2}{4},6}}[p^{0,25(n+2)}q_2^3]^{k_{\frac{n+2}{4},7}}\times$$

$$\times[p^{0,25(n+2)}q_1q_2^3]^{k_{\frac{n+2}{4},8}}\times\ldots\times[p^{0,25(n+2)}q_2^{0,5(0,5n-5)}]^{k_{\frac{n+2}{4},\frac{n}{2}-4}}\times$$

$$\times[p^{0,25(n-2)}q_1q_2^{0,5(0,5n-3)}]^{k_{\frac{n+2}{4},\frac{n}{2}-3}}[\sqrt{p}p^{0,25(n-2)}q_1q_2^{0,5(0,5n-3)}]^{k_{\frac{n+2}{4},\frac{n}{2}-2}}\times$$

$$\times[p^{0,25(n+2)}q_1q_2^{0,5(0,5n-3)}]^{k_{\frac{n+2}{4},\frac{n}{2}-1}};$$

$$\ldots$$

для $j=\dfrac{n-6}{2}$

$$p^{0,5(n-6)k_{\frac{n-6}{2},1}}[p^{0,5(n-6)}q_1]^{k_{\frac{n-6}{2},2}}[p^{0,5(n-6)}q_2]^{k_{\frac{n-6}{2},3}}[p^{0,5(n-8)}q_1q_2^2]^{k_{\frac{n-6}{2},4}}\times$$

$$\times[\sqrt{p}p^{0,5(n-8)}q_1q_2^2]^{k_{\frac{n-6}{2},5}}[p^{0,5(n-6)}q_1q_2^2]^{k_{\frac{n-6}{2},6}};$$

$$\ldots$$

для $j=\dfrac{n-4}{2}$

$$p^{0,5(n-4)k_{\frac{n-4}{2},1}}[p^{0,5(n-4)}q_1q_2]^{k_{\frac{n-4}{2},2}}[\sqrt{p}p^{0,5(n-6)}q_2]^{k_{\frac{n-6}{2},3}}[p^{0,5(n-4)}q_1q_2]^{k_{\frac{n-4}{2},4}};$$

для $j=\dfrac{n-2}{2}$

$$[\sqrt{p}p^{0,5(n-4)}q_1]^{k_{\frac{n-2}{2},1}}[p^{0,5(n-2)}q_1]^{k_{\frac{n-2}{2},2}};$$

для $j=\dfrac{n}{2}$

$$p^{0,5nk_{\frac{n}{2},0}}.$$

Преобразуя полученные произведения в сумму элементов функции, выполняем суммирование рядов в соответствии с использованной выше методикой для $j=1$. При этом будем считать, что для $i=\mathrm{var}$ классы эквивалентностей с параметрами $j=\dfrac{n-4}{2},\dfrac{n-2}{2},\dfrac{n}{2}$ образуют слагаемые в общей формуле с малым удельным весом. Это позволяет перейти к производящей функции укороченного вида практически без потери точности. С учетом данного замечания получаем

$$m_K(0)=m_{k=0}(0)+\sum_{g=2}^{n-1}\left[\sum_{j=1}^{0,5n-3}p^jx_j^2\left(\frac{1}{x_j}+q_1\right)\frac{1-q_2^{0,5n-j-2}x_j^{n-2j-4}}{1-q_2x_j^2}+\right.$$

$$+\sum_{j=1}^{0,5n-2}(p^j q_2^{0,5n-j-2}x_j^{n-2j-3}+p^{j-1}q_1 q_2^{0,5n-j-1}x_j^{n-2j-2}+\sqrt{p}p^{j-1}q_1 q_2^{0,5n-j-1}x_j^{n-2j-1}+$$

$$\left.+p^j q_1 q_2^{0,5n-j-1}x_j^{n-2j})+\sqrt{p}p^{0,5(n-4)}q_1 x_{\frac{n-2}{2}}+p^{0,5(n-2)}q_1 x_{\frac{n-2}{2}}^2+p^{0,5n}x_{\frac{n}{2}}^0+\xi\right]^{n-g}\approx$$

$$\approx q_1 q_2^{0,5n-1}+\sum_{g=2}^{n-1}\left[\sum_{j=1}^{0,5n-3}p^j x_j^2\left(\frac{1}{x_j}+q_1\right)\frac{1-q_2^{0,5n-j-2}x_j^{n-2j-4}}{1-q_2 x_j^2}+\right.$$

$$+\sum_{j=1}^{0,5n-2}(p^j q_2^{0,5n-j-2}x_j^{n-2j-3}+p^{j-1}q_1 q_2^{0,5n-j-1}x_j^{n-2j-2}+$$

$$\left.+\sqrt{p}p^{j-1}q_1 q_2^{0,5n-j-1}x_j^{n-2j-1}+p^j q_1 q_2^{0,5n-j-1}x_j^{n-2j})+\xi\right]^{n-g}.$$

В полученном равенстве значение $m_{k=0}(0)$ является медианой. Однако данное значение и выражение в круглых скобках можно не учитывать, так как они вносят малый вклад в основное значение функции. Данный вывод обусловлен тем, что с увеличением числа j каждое новое слагаемое умножается на множитель p. При этом не принимается во внимание тот факт, что степень q_2 уменьшается на единицу и каждое очередное слагаемое общей суммы в целом уменьшается:

$$\ln p^j q_2^{0,5n-j-2}=j\ln p+0{,}5n\ln q_2-(j+2)\ln q_2.$$

Отсюда при $j\to\frac{n}{2}-2$ получаем $\left(\frac{n}{2}-2\right)\ln p$, т.е. минимум данной функции.

Итак, соотношение для производящей функции принимает вид

$$m_K(0)\approx\sum_{g=2}^{n-1}\left[\sum_{j=1}^{0,5n-3}p^j x_j^2\left(\frac{1}{x_j}+q_1\right)\frac{1}{1-q_2 x_j^2}+\xi\right]^{n-g}. \tag{21}$$

При $x_j=1$, $n\to\infty$ из (21) следует

$$m_K(0)=\sum_{g=2}^{n-1}\left[\sum_{j=1}^{0,5n-3}p^j(2-p)\frac{1}{1-q_2}+\xi\right]^{n-g}=\sum_{g=2}^{n-1}\left[\sum_{j=1}^{0,5n-3}\left(p^{j-1}-\frac{1}{2}p^j\right)+\xi\right]^{n-g}=$$

$$=\sum_{g=2}^{n-1}\left[\left(1+\frac{p}{2}\right)\sum_{j=1}^{0,5n-3}p^{j-1}-\left(1+\sum_{j=2}^{0,5n-3}p^{j-1}\right)\right]^{n-g}=\sum_{g=2}^{n-1}\left[\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{0,5n-3}p^j\right]^{n-g}=$$

$$=\sum_{g=2}^{n-1}\left[\frac{1}{2}p\frac{1}{1-p}\right]^{n-g}, \tag{22}$$

или

$$m_K(0)=\frac{p}{2-3p}\approx\frac{1}{2m^2-3}\approx\frac{1}{2}p, \tag{23}$$

что практически совпадает с результатом, полученным для $j=1$ в соотношении (12). Учитывая характер взаимной компенсации реактивных вероятностей в равенстве (21), считаем, что теорема доказана.

Сравнение интегральных показателей методов формирования сверточных кодов. Ненормированная площадь под кривой распределения вероятностей пропуска ошибки при наблюдении коррелированных векторов с $\tau=1$ теоретически стремится к величине, приблизительно равной $\frac{1}{2}m^{n-2}$. Аналогичный показатель при использовании алгоритмов линейного сигнатурного анализа (СА) и счета векторов состояний (СВС) одинаков и равен m^n [2, 3]. Таким образом, нетрудно выполнить интегральное сравнение вероятностей ошибки делением соответствующих величин:

$$\frac{m_{LS}(0)=m_{CVC}(0)}{m_K(0)}=2\frac{m^n}{m^{n-2}}=2m^2.$$

Следовательно, метод наблюдения пар векторов заданного вида приблизительно в $2m^2$ раз точнее, чем линейная свертка или счет векторов состояний. Необходимо заметить, что для двоичных последовательностей выполненные исследования неприменимы, так как в постановочной формуле происходит слияние объектов вида $m=2$ и $m^2-2=2$. Следовательно, вновь формируемые сложные комбинаторные объекты могут быть учтены дважды при формировании постановочной формы (18).

Выводы. По результатам выполненных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Вероятность пропуска ошибки (18) при счете сложных монообъектов из коррелированных векторов с параметром $\tau=1$ может быть использована как основа для синтеза производящей функции и в итоге сводится к формированию суммы $n-2$ полиномиальных форм.

2. Методика формирования суммы членов ряда (20)—(22) позволяет перейти от ПФ наблюдения сложных монообъектов к ПФ наблюдения самих коррелированных пар векторов, определяемых вероятностью $p=1/m^2$.

3. Вычисление площади под кривой распределения вероятности пропуска ошибки не является простой задачей математической теории, а

требует технической интерпретации параметрических уравнений с точки зрения электротехники, механики или другой прикладной области науки; в решаемой выше задаче такой подход приводит к знакопеременной форме производящей функции.

4. Сравнительный анализ методов СА и СВС показал, что комплексно алгоритм наблюдения коррелированных пар векторов приблизительно в $2m^2$ раз точнее, чем любые методы синтеза сверточных кодов из векторов состояний случайного процесса.

5. Принцип идентификации последовательностей с использованием параметра $j = 1$ практически является общим, о чем свидетельствуют равенства (12) и (23).

Producing function formation method for statistic of autocorrelation function (ACF) is considered for the task of observing of inner points of processor VLSI. A priori defined vectors are used as elementary events at synthesis of empiric ACF values. Tuning on these vectors is performed by controlling unit of integrated circuit. It is shown that the use of the considered method under the statistical control is integrally more precise than linear signature analysis or state vector counting.

1. *Кобяк И. П.* Теория внутрисхемного наблюдения СБИС с использованием автокорреляционной функции // АВТ. — 2009. — № 2. — С. 37—46.
2. *Nadig H. G.* Signature Analysis — Concepts, Examples and Guidelines // Hewlett Packard J. — 1977. — № 5. — P. 5—21.
3. *Казьмина С. К.* Компактное тестирование // Автоматика и телемеханика. — 1982. — № 3. — С. 173—179.

Поступила 07.07.09

КОБЯК Игорь Петрович, канд. техн. наук, доцент кафедры ЭВМ Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники (БГУИР). В 1982 г. окончил Минский радиотехнический ин-т (ныне БГУИР). Область научных исследований — прикладная математика в вопросах синтеза и испытания цифровых систем.