

Электропроводность металлических наночастиц сплюснутой или вытянутой формы

Н.И. Григорчук

*Институт теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова НАН Украины
ул. Метрологическая, 14-б, г. Киев, 03143, Украина
E-mail: ngrigor@bitp.kiev.ua*

П.М. Томчук

*Институт физики НАН Украины, пр. Науки, 46, г. Киев, 03028, Украина
E-mail: ptomchuk@iop.kiev.ua*

Статья поступила в редакцию 16 июня 2006 г., после переработки 9 октября 2006 г.

В рамках кинетического метода исследована электропроводность металлической частицы нанометрового размера, имеющей форму сплюснутого или вытянутого эллипсоида вращения в области частот как превышающих, так и меньших характерной частоты свободного пробега электрона между стенками частицы. Граничным условием задачи выбрано диффузное отражение электрона от внутренней поверхности частицы. Для случая, когда длина падающей волны велика по сравнению с характерными размерами частицы, получены аналитические выражения, позволяющие определить зависимость электропроводности от степени сплюснутости или вытянутости частицы и ее ориентации по отношению к направлению падающего излучения. Исследована зависимость поперечной и продольной компонент электропроводности от размеров частицы и частоты электромагнитного излучения. В случае больших эксцентриситетов частицы для этих компонент достигнуто соответствие с известными результатами для тонких пленок и тонких проволок.

В межах кінетичного методу досліджено електропровідність металевої частинки нанометрового розміру, що має форму сплюснутого або витягнутого еліпсоїда обертання в області частот, що як перевищують, так і менших від характерної частоти вільного пробігу електрона між стінками частинки. Граничною умовою задачі обрано дифузійне відбиття електрона від внутрішньої поверхні частинки. Для випадку, коли довжина падаючої хвилі велика у порівнянні з характерними розмірами частинки, отримано аналітичні вирази, що дозволяють визначити залежність електропровідності від ступеня сплюснутості або витягнутості частинки та її орієнтації по відношенню до напрямку падаючого випромінювання. Досліджено залежність поперечної та поздовжньої компонент електропровідності від розмірів частинки та частоти електромагнітного випромінювання. У випадку великих ексцентриситетів частинки для цих компонент досягнуто відповідність з відомими результатами для тонких плівок та тонких дротів.

PACS: **73.23.-b** Электронный транспорт в мезоскопических системах;
73.63.-b Электронный транспорт в наномасштабе и структурах;
78.67.Vf Нанокристаллы и наночастицы.

Ключевые слова: наночастица, электропроводность, поперечная и продольная компоненты электропроводности.

1. Введение

Под наночастицами обычно понимают частицы, размер d которых меньше, чем некоторые характерные длины (например, длина падающей электромагнитной (ЭМ) волны λ , толщина скин-слоя, длина когерентности), но существенно больше, чем постоянная решетки, длина волны Ферми или длина экранирования Томаса — Ферми и т.д. Весьма важным является соотношение между d и средней длиной свободного пробега электрона l . Как правило, рассматривают случаи как $d \gg l$, так и $d \ll l$. Первый относят к диффузной, а второй — к баллистической динамике [1]. Диффузный случай в сравнении с баллистическим изучен достаточно хорошо, поскольку позволяет применить теорию Ми для однородных сред [2] или теорию Максвелл — Гарнетта для композитных сред [3]. Но самые интересные явления происходят в баллистическом случае. Известно, например [4], что при подведении к малой металлической частице (ММЧ) энергии от внешнего источника наступает настолько резкое уменьшение в энергообмене между электронами и решеткой, что возникает разрыв между температурами электронов и решетки.

Оптические свойства ММЧ исследуются уже на протяжении длительного периода времени, и их результаты довольно полно отражены в обзорах [5–7] и монографиях [8–12], особенно для сферических частиц [13–18]. Частицы, с которыми имеет дело в эксперименте, обычно несферической формы. В связи с этим в последнее время возрос интерес к проблеме взаимодействия ЭМ излучения с несферическими частицами [19–27]. К тому же оказалось, что при одном и том же потоке мощность, поглощаемая частицами равными по объему, но разными по форме, может отличаться на порядки. Это послужило толчком к развитию теории взаимодействия ЭМ излучения отдельно с частицами цилиндрической [23,24], эллипсоидальной [26,27] и других форм [20,21].

Для частиц несферической формы, особенно при $d \ll l$, было относительно мало попыток вычислить их электропроводность под действием внешнего излучения. Для цилиндрических частиц конечной длины совсем недавно [23,24] рассчитано сечение электрического поглощения. В [27] получены общие выражения для электрического поглощения эллипсоидальной частицей в случае как диффузной, так и баллистической динамики электронов. Однако во всех этих работах упускалось из виду, что для сильно сплюснутых или вытянутых частиц вполне реальной представляется ситуация, когда вдоль каких-то направлений размер частицы может быть больше, а в других — меньше длины свободного

пробега электрона l . Такие условия существенно влияют на электропроводность частицы вдоль различных направлений. Выбранная нами эллипсоидальная форма частицы удобна тем, что путем деформации полуосей эллипсоида можно получить хорошую аппроксимацию как для большинства реальных форм частиц (от дискообразных до антенно-подобных), так и для тонких пленок и тонких проволок.

Цель настоящей работы — восполнить указанный пробел и детально рассмотреть дипольное электрическое поглощение ММЧ сплюснутой или вытянутой эллипсоидальной формы на частотах как превышающих, так и меньших характерной частоты свободного пробега электрона между стенками частицы. Особенно нас будет интересовать, как степень сплюснутости или вытянутости частицы влияет на величину ее электропроводности на частотах в диапазоне между минимальной и максимальной пролетной частотой электрона от стенки к стенке.

В настоящей работе кинетическим методом рассчитана функция распределения, описывающая линейный отклик электронов проводимости на переменное электрическое поле плоской электромагнитной волны. По найденной функции распределения рассчитана зависимость электропроводности сплюснутой или вытянутой частицы от частоты и от соотношения ее радиусов.

Результаты, полученные нами здесь для одной частицы, можно легко обобщить на ансамбль тождественных, слабо взаимодействующих и одинаково ориентированных частиц [28].

Далее работа изложена следующим образом. Во втором разделе формулируется задача и представлен формализм ее решения. В третьем разделе записана основная формула для энергии поглощаемой ММЧ. Четвертый и пятый раздел посвящены рассмотрению электропроводности для частиц, имеющих форму сплюснутого или вытянутого эллипсоида вращения. В шестом разделе рассмотрено, как она видоизменяется для сильно асимметричных ММЧ. Наконец, в седьмом разделе представлены основные результаты и выводы, полученные в работе.

2. Формулировка задачи, формализм

Пусть на металлическую частицу эллипсоидальной формы падает ЭМ волна, электрическая и магнитная составляющая которой

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t),$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t).$$

Здесь \mathbf{E} и \mathbf{H} — электрическая и магнитная ее компоненты, ω и \mathbf{k} — частота и волновой вектор, \mathbf{r} и t — описывают пространственную координату и время.

Положим $d \ll \lambda$. Это позволяет рассматривать частицу, как находящуюся в пространственно однородных, но осциллирующих во времени \mathbf{E} и \mathbf{H} полях. Электрическая компонента ЭМ волны индуцирует внутри ММЧ вдоль j -го направления (в главных осях эллипсоида) электрическое поле, напряженность которого [29]

$$E_{\text{in}}^j = E_0^j + L_j(e_s)[\varepsilon(\omega) - 1]E_{\text{in}}^j \quad (1)$$

определяется через главные значения тензора деполяризации $L_j(e_s)$ и диэлектрическую проницаемость частицы $\varepsilon(\omega)$. Если направить ось z вдоль короткой (в случае сплюснутого) или вдоль длинной оси (в случае вытянутого) эллипсоида вращения, тензор деполяризации можно представить в виде [29]

$$L_{\perp}(e_s) = \frac{1}{2}(1 - L_{\parallel}(e_s)),$$

$$L_{\parallel}(e_s) = \begin{cases} \frac{1 - e_s^2}{2e_s^3} \left(\ln \frac{1 + e_s}{1 - e_s} - 2e_s \right), & R_{\perp} < R_{\parallel}, \\ \frac{1 + e_s^2}{e_s^3} (e_s - \text{arctg } e_s), & R_{\perp} > R_{\parallel}, \end{cases} \quad (2)$$

где e_s — эксцентриситет сфероида. При $e_s \rightarrow 0$, $L_{\parallel}(e_s) \rightarrow 1/3$. Это значит, что для сферической частицы $L_{\perp}(e_s) = L_{\parallel}(e_s) \equiv 1/3$. Как видно из (2), коэффициенты деполяризации не зависят от диэлектрической проницаемости эллипсоида, а лишь от его формы. Последнее следует из вида граничных условий. Если внешнее поле \mathbf{E}_0 имеет составляющие по всем трем осям, то поле внутри эллипсоида все равно остается однородным, но не обязательно параллельным \mathbf{E}_0 . Свойство создавать внутри себя однородное поле под влиянием внешнего однородного поля присуще любому эллипсоиду с произвольным соотношением полуосей [29]. Равенство (1) хорошо для ММЧ, размеры которых больше l , и нуждается в уточнении для других случаев.

Внутреннее поле (1) возбуждает в ММЧ ток, который в случае достаточно больших размеров частицы по сравнению с l можно в приближении закона Ома найти из соотношения

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}_{\text{in}}, \quad (3)$$

с

$$\sigma = \omega \varepsilon'' / 4\pi, \quad (4)$$

где ε'' — мнимая часть диэлектрической проницаемости. В этом случае принято считать [8], что доминирует объемное рассеяние электронов.

Остановимся подробно на рассмотрении случая, когда $d \ll l$. В этом случае поглощение мощности волны происходит только за счет столкновений электронов с внутренней поверхностью частицы, и принято говорить о преимущественном вкладе поверхностного рассеяния электронов. Расчет тока необходимо теперь проводить на основании кинетической теории электронов, не накладывающей каких-либо ограничений на размеры частицы. В соответствии с этой теорией

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = 2e \left(\frac{m}{2\pi\hbar} \right)^3 \iiint \mathbf{v} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d^3(v), \quad (5)$$

где $f(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ — функция распределения электронов по координатам \mathbf{r} и скоростям \mathbf{v} , e и m — заряд и масса электрона. Интегрирование ведется по всевозможным скоростям. Поле \mathbf{E}_{in} нарушает равновесное фермиевское распределение электронов. Поэтому полную функцию распределения $f(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ ищут в виде суммы равновесной $f_0(\varepsilon)$ (зависящей только от кинетической энергии электрона $\varepsilon = mv^2/2$) и неравновесной добавки $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$. В линейном приближении по внешнему полю ее определяют из кинетического уравнения Больцмана с граничными условиями, описывающими характер отражения электронов от внутренних стенок частицы. Удобно перейти к координатам и скоростям сжатия — растяжения, позволяющим частицу эллипсоидальной формы (с полуосями R_j , $j = 1, 2, 3$) деформировать в сферическую (с радиусом R)

$$x_j \Rightarrow \frac{R_j}{R} x'_j, v_j \Rightarrow \frac{R_j}{R} v'_j, R = (R_1 R_2 R_3)^{1/3}. \quad (6)$$

При такой деформации изменяется только форма частицы, но сохраняется ее объем. Это означает, что плотность электронов проводимости не изменится так же, как и нормировка функции $f_1(\mathbf{r}', \mathbf{v}')$. В штрихованной системе координат уравнение Больцмана можно представить в виде

$$(\mathbf{v} - i\omega) f_1(\mathbf{r}', \mathbf{v}') + \mathbf{v}' \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}'} f_1(\mathbf{r}', \mathbf{v}') + e \mathbf{E}_{\text{in}}(\mathbf{r}') \mathbf{v}' \frac{\partial}{\partial \varepsilon} f_0(\varepsilon) = 0, \quad (7)$$

с граничными условиями

$$f_1(\mathbf{r}', \mathbf{v}')|_{\mathbf{r}' = \mathbf{R}} = 0, \quad \mathbf{r}' \mathbf{v}' < 0. \quad (8)$$

Условие $\mathbf{r}' \mathbf{v}'_n < 0$ отвечает диффузному движению электронов* от внутренних стенок частицы (начало координат помещено в центр частицы). В (7) мы

* Случай зеркального отражения электронов от поверхности не приводит к каким-либо качественным изменениям, как это видно, например, из расчетов, выполненных в [22], и поэтому мы не будем его учитывать. Другие обоснования мы приводили ранее в [26].

предположили, что $f_1 \approx \exp(-i\omega\tau)$ и интеграл столкновений $(\partial f_1 / \partial t)_{\text{col}} = -f_1 / \tau$ представлен в приближении времен релаксации ($\tau = 1/\nu$).

Если решать дифференциальное уравнение в частных производных (7) методом характеристик [30], то для функции $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ можно найти решение в виде

$$f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = -e \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \mathbf{v} \mathbf{E}_{\text{in}} \left(\frac{1 - \exp(-(v - i\omega)t')}{v - i\omega} \right), \quad (9)$$

где параметр

$$t' = \frac{1}{v'^2} [\mathbf{r}' \mathbf{v}' + \sqrt{(R^2 - r'^2)v'^2 + (\mathbf{r}' \mathbf{v}')^2}] \quad (10)$$

формально можно рассматривать как время пролета электрона вдоль траектории $\mathbf{r}' = \mathbf{v}' t' + \mathbf{R}$. Радиус-вектор \mathbf{R} определяет положение точки на поверхности, с которой начинается траектория (при $t' = 0$).

3. Поглощаемая мощность

Величину поглощаемой мощности при известных значениях поля $\mathbf{E}_{\text{in}}(\mathbf{r})$ и тока $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ можно определить в соответствии с

$$W = \frac{1}{2} \text{Re} \int_V d\mathbf{r} \mathbf{j}(\mathbf{r}) \mathbf{E}_{\text{in}}^*(\mathbf{r}). \quad (11)$$

Расчет этой величины происходит по-разному, в зависимости от соотношения размера частицы и длины свободного пробега электрона в ней.

Рассмотрим вначале наиболее простой случай, когда $d \gg l$. Тогда ток связан с полем соотношением (3) и, как легко показать, используя (1), (4), суммарная мощность, поглощаемая ММЧ будет

$$W = \frac{1}{8} \frac{V}{\pi} \omega \varepsilon'' \sum_j \frac{(E_0^j)^2}{[1 + L_j(\varepsilon' - 1)]^2 + [L_j \varepsilon'']^2}, \quad (12)$$

где V — объем частицы. Формула (12) для эллипсоидальной частицы обобщает известное выражение [29] для энергии электрического поглощения сферической частицей

$$W = \frac{9}{8} \frac{V}{\pi} \omega \varepsilon'' \frac{1}{(2 + \varepsilon')^2 + \varepsilon''^2} |\mathbf{E}_0|^2, \quad (13)$$

в котором для металла

$$\varepsilon' + i\varepsilon'' = 1 - \frac{\omega_p^2}{v^2 + \omega^2} + i \frac{v}{\omega} \frac{\omega_p^2}{v^2 + \omega^2}, \quad (14)$$

где v — частота столкновений электронов проводимости, ω_p — частота плазменных колебаний электронов в металле. В случае, когда размеры частицы

становятся меньше, чем длина свободного пробега, равенство (14) нуждается в уточнении [16].

Если же размер частицы в каком-либо направлении становится меньше l , выражением (12) нельзя больше пользоваться, поскольку токи в этом случае вычисляются в соответствии с (5). Тогда мощность, поглощаемую ММЧ от электрической компоненты внешнего электромагнитного поля, необходимо определять через найденные выше выражения для функции распределения (9). Используя также выражения (5) и (11), в результате находим:

$$W = e^2 \left(\frac{m}{2\pi\hbar} \right)^3 \times \text{Re} \left[\frac{1}{v} \iiint d\mathbf{r} \iiint d\mathbf{v} |\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}_{\text{in}}|^2 \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) (1 - e^{-\bar{v}t'}) \right], \quad (15)$$

где $\bar{v} = v - i\omega$, и мы учли, что $\partial f_0 / \partial \varepsilon \approx -\delta(\varepsilon - \varepsilon_F)$, ε_F — энергия Ферми. После вычисления интегралов по координатам частицы, следуя [27], из (15) получим:

$$W = \pi e^2 \left(\frac{mR}{2\pi\hbar} \right)^3 \text{Re} \left[\frac{1}{v} \iiint d\mathbf{v} |\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}_{\text{in}}|^2 \psi(q) \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) \right], \quad (16)$$

где в соответствии с [27]

$$\psi(q) = \frac{4}{3} - \frac{2}{q} + \frac{4}{q^3} - \frac{4}{q^2} \left(1 + \frac{1}{q} \right) e^{-q}. \quad (17)$$

Параметр q в (17) содержит информацию о характере рассеяния и равен

$$q = \frac{2\bar{v}}{v'} R = \frac{2(v - i\omega)}{v} R \equiv q_1 - iq_2. \quad (18)$$

В случае сфероиды, который будем рассматривать далее, деформированную скорость v' в соответствии с (6) можно представить в виде

$$v' = R \sqrt{\left(\frac{v_{\parallel}}{R_{\parallel}} \right)^2 + \left(\frac{v_{\perp}}{R_{\perp}} \right)^2}. \quad (19)$$

Здесь v_{\parallel} — составляющая скорости электрона вдоль оси, а v_{\perp} — поперек оси вращения сфероиды, а R_{\parallel} , R_{\perp} — полуоси сфероиды. Благодаря δ -функции легко провести интегрирование в (16) по энергиям электрона. Перейдем далее к сферической системе координат с осью z , направленной вдоль оси вращения сфероиды. Тогда

$$v_x = v_{\perp} \cos \varphi, \quad v_y = v_{\perp} \sin \varphi, \quad v_{\perp} = v \sin \theta, \\ v_{\parallel} = v_z = v \cos \theta, \quad v_x^2 + v_y^2 = v_{\perp}^2. \quad (20)$$

При этом от азимутального угла φ в (16) зависит лишь скалярное произведение $\mathbf{v}\mathbf{E}_{\text{in}}$. Это позволяет легко проинтегрировать по φ , и в результате из (16) получаем

$$W = \frac{9}{16} V \frac{ne^2}{m} \times \text{Re} \left[\frac{1}{v} \int_0^\pi d\theta \sin \theta \left(\frac{1}{2} |\mathbf{E}_{\text{in}}^\perp|^2 \sin^2 \theta + |\mathbf{E}_{\text{in}}^\parallel|^2 \cos^2 \theta \right) \psi(q)|_{\varepsilon = \varepsilon_F} \right]. \quad (21)$$

В (21) $\mathbf{E}_{\text{in}}^\parallel = \mathbf{E}_{\text{in}}^z$, $\mathbf{E}_{\text{in}}^\perp = \sqrt{|\mathbf{E}_{\text{in}}^x|^2 + |\mathbf{E}_{\text{in}}^y|^2}$ — компоненты электрического поля вдоль и поперек оси вращения сфероида, а

$$n = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{m v_F}{2\pi\hbar} \right)^3, \quad v_F = \sqrt{\frac{2\varepsilon_F}{m}}, \quad (22)$$

соответственно, концентрация электронов и их скорость на поверхности Ферми. Формула (21) определяет электрическое поглощение частицы в общем виде и описывает как процессы рассеяния электронов, проходящие в объеме (при столкновении с фононами, примесными центрами, дефектами решетки), так и поверхностные процессы. Для ММЧ в виде сфероида электропроводность становится тензорной величиной [27] и (21) можно переписать в виде

$$W = \frac{V}{2} [\sigma_{\parallel} |\mathbf{E}_{\text{in}}^\parallel|^2 + \sigma_{\perp} |\mathbf{E}_{\text{in}}^\perp|^2], \quad (23)$$

где $\sigma_{\parallel} = \sigma_{zz}$, $\sigma_{\perp} = \sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ — компоненты тензора электропроводности. Из сравнения (21) и (23) получаем

$$\sigma_{\perp} = \frac{9}{8} \frac{ne^2}{m} \text{Re} \left[\frac{1}{v} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin^3 \theta \psi(q)|_{\varepsilon = \varepsilon_F} \right], \quad (24)$$

$$\sigma_{\parallel} = \frac{9}{4} \frac{ne^2}{m} \text{Re} \left[\frac{1}{v} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \cos^2 \theta \psi(q)|_{\varepsilon = \varepsilon_F} \right]. \quad (25)$$

Здесь по сравнению с (21) изменены верхние пределы интегрирования. В общих выражениях (24), (25) еще не разделен вклад объемного и поверхностного рассеяния электронов в электропроводность ММЧ. Как уже отмечалось, информация о характере рассеяния заложена в параметре q . В частности, из (18)–(20) следует

$$q_1|_{\varepsilon = \varepsilon_F} = 2vR \left(\frac{1}{v'} \right)_{\varepsilon = \varepsilon_F} = \left[\left(\frac{l}{2R_{\perp}} \right)^2 \sin^2 \theta + \left(\frac{l}{2R_{\parallel}} \right)^2 \cos^2 \theta \right]^{-1/2}, \quad (26)$$

где, напомним, $l = v_F / v$ — длина свободного пробега электрона. Видим, что в зависимости от того, больше или меньше длина свободного пробега электрона в сравнении хотя бы с одним из размеров системы, задаваемыми величинами $2R_{\perp}$, $2R_{\parallel}$, параметр $q_1|_{\varepsilon = \varepsilon_F}$ может быть как больше, так и меньше единицы при произвольном значении θ из интервала $[0, \pi]$. Аналогично для $q_2|_{\varepsilon = \varepsilon_F}$ из (18)–(20) имеем:

$$q_2|_{\varepsilon = \varepsilon_F} = 2\omega R \left(\frac{1}{v'} \right)_{\varepsilon = \varepsilon_F} = \left[\left(\frac{v_{s\perp}}{\omega} \right)^2 \sin^2 \theta + \left(\frac{v_{s\parallel}}{\omega} \right)^2 \cos^2 \theta \right]^{-1/2}. \quad (27)$$

Здесь

$$v_{s\perp} = \frac{v_F}{2R_{\perp}}, \quad v_{s\parallel} = \frac{v_F}{2R_{\parallel}}. \quad (28)$$

При размерах системы d меньших, чем l , величины $v_{s\perp}$ и $v_{s\parallel}$ приобретают смысл «пролетных» частот электрона от стенки к стенке вдоль двух взаимоперпендикулярных направлений.

Рассматривая различные соотношения между l и d , можно выделить три случая.

1. Длина свободного пробега электрона существенно меньше размеров частицы во всех направлениях. В этом случае рассеяние электрона происходит в основном в объеме ММЧ. При этом, как следует из (26), $q_1|_{\varepsilon = \varepsilon_F} \gg 1$. Тогда в соответствии с (17) $\psi \approx 4/3$, и нетрудно убедиться из (24), (25), что электропроводность определится выражением

$$\sigma_{\perp} = \sigma_{\parallel} = \frac{ne^2}{m} \text{Re} \left\{ \frac{1}{v} \right\} = \frac{ne^2}{m} \frac{v}{v^2 + \omega^2}, \quad (29)$$

в точности совпадающим с известной для случая объемного механизма рассеяния формулой Друде.

2. Длина свободного пробега электрона существенно больше размеров частицы во всех направлениях. В этом случае рассеяние электрона происходит, главным образом, на внутренней поверхности ММЧ. Электроны осциллируют между стенками частицы с упомянутыми выше частотами $v_{s\perp}$ и $v_{s\parallel}$. В соответствии с (26) параметр $q_1|_{\varepsilon = \varepsilon_F} \ll 1$ и формально его можно устремить к нулю. При этом получим

$$\operatorname{Re} \left[\frac{1}{v} \Psi(q) \right] = \frac{1}{\omega} \left[\frac{2}{q_2} - \frac{4}{q_2^2} \sin q_2 + \frac{4}{q_2^3} (1 - \cos q_2) \right]. \quad (30)$$

В зависимости от соотношения между падающей частотой ω и частотами $v_{s\perp}$, $v_{s\parallel}$ параметр q_2 в (30) в соответствии с (27), подобно параметру q_1 , может быть как больше, так и меньше единицы. Более детально на этом случае мы остановимся в следующих разделах.

3. Длина свободного пробега электрона существенно больше размеров частицы в одном направлении и значительно меньше ее размеров в других направлениях. Как ясно из предыдущих двух пунктов, в данном случае будет доминировать рассеяние электрона на поверхности в одном направлении и объемное — в других направлениях. Это особенно интересно в предельных случаях сильно сплюснутого или сильно вытянутого сфероида, когда наблюдается корреляция с известными результатами для тонких пленок и тонких проволок. Мы остановимся на нем далее более подробно в отдельном разделе.

4. Электропроводность наночастицы сплюснутой формы

В этом разделе будем рассматривать ММЧ сплюснутой формы, для которых выполняется неравенство

$$l > 2R_{\perp} > 2R_{\parallel}, \quad (31)$$

где $2R_{\parallel}$ — длина частицы вдоль оси z , совпадающей с главной осью сфероида, а $2R_{\perp}$ — ее размер вдоль направлений x, y . Частотные зависимости компонент тензора электропроводности определяются параметром (27). В диапазоне частот

$$v_{s\perp} \leq \omega \leq v_{s\parallel} \quad (32)$$

этот параметр, как уже упоминалось, может как превышать, так и быть меньше единицы. Поэтому дальнейшие аналитические вычисления интеграла в (24), (25) становятся затруднительными.

Прежде чем приступить к обсуждению случая частот (32), рассмотрим для полноты настоящей проблемы частотные интервалы, лежащие вне этого диапазона. Интервалу $\omega < v_{s\perp}$, согласно (27), соответствует $q_2|_{\varepsilon=\varepsilon_F} < 1$, а $\omega > v_{s\parallel}$ — $q_2|_{\varepsilon=\varepsilon_F} > 1$. Как нетрудно убедиться, используя (30), для этих частотных интервалов можно получить:

$$\operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{v} \Psi(q) \right\} \approx \frac{1}{\omega} \cdot \begin{cases} \frac{q_2}{2}, & \omega \ll v_{s\perp}, \\ \frac{2}{q_2}, & \omega \gg v_{s\parallel}. \end{cases} \quad (33)$$

В приближении (33) интеграл в (24) и (25) берется точно. В [27] получены выражения для компонент тензора электропроводности при произвольном соотношении между полуосями сфероида R_{\perp} и R_{\parallel} . Простейший вид они приобретают для сильно асимметричных частиц. Так при $R_{\perp} \gg R_{\parallel}$ в низкочастотном случае из [27] легко обнаружить, что

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\perp} &= \sigma_{\parallel} \left[\ln \left(2 \frac{R_{\perp}}{R_{\parallel}} \right) - \frac{1}{2} \right] \\ \sigma_{\parallel} &= \frac{9 ne^2 R_{\parallel}}{8 m v_F} \end{aligned} \right\}, \quad \omega \ll v_{s\perp}, \quad (34)$$

и в случае высоких частот

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\perp} &= \frac{9 ne^2 v_F}{32 m \omega^2 R_{\parallel}} \\ \sigma_{\parallel} &= 2\sigma_{\perp} \end{aligned} \right\}, \quad \omega \gg v_{s\parallel}. \quad (35)$$

Для сферической частицы ($R_{\parallel} = R_{\perp} \equiv R$, $q = 2R/l - i\omega/v_s$) существует только одна пролетная частота $v_s = v_F/(2R)$ и величина электропроводности становится скалярной величиной

$$\sigma_{\perp} = \sigma_{\parallel} \equiv \sigma = \frac{3 ne^2}{4 m} \cdot \begin{cases} \frac{R}{v_F}, & \omega \ll v_s, \\ \frac{v_F}{R\omega^2}, & \omega \gg v_s. \end{cases} \quad (36)$$

Между низкочастотным и высокочастотным интервалами частот лежит диапазон частот, определяемый неравенством (32). Насколько нам известно, в литературе частотная зависимость электропроводности ММЧ в этом диапазоне не рассматривалась. Мы построили такую зависимость, исходя из численных расчетов по формулам (24) и (25). Она представлена на рис. 1 для сфероидальной частицы разной сплюснутости ($R_{\perp}/R_{\parallel} = 10$ и $\simeq 5,86$), но одинакового объема ($V \simeq 1,8 \cdot 10^{-17} \text{ см}^3$). В расчетах мы полагали: $n = 10^{22} \text{ см}^{-3}$, $v \simeq 10^{13} \text{ с}^{-1}$, $v_F \simeq 0,8 \cdot 10^8 \text{ см/с}$. По оси ординат здесь и на других рисунках отложены величина поперечной или продольной электропроводности ММЧ, отнесенная к ее величине при объемных столкновениях на низких частотах*:

* см. (29) при $\omega \rightarrow 0$.

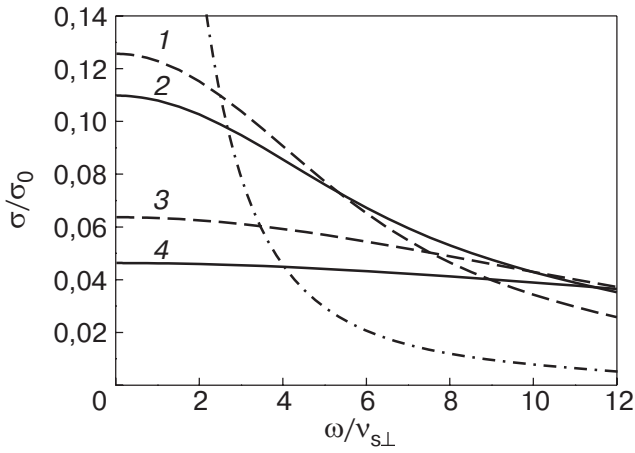


Рис. 1. Зависимость относительных поперечной σ_{\perp} (кривые 1 и 2) и продольной σ_{\parallel} (кривые 3 и 4) электропроводности сплюснутой ММЧ от отношения частот $\omega/v_{s\perp}$; для частиц с $R_{\perp} = 350 \text{ \AA}$, $R_{\parallel} = 35 \text{ \AA}$ — кривые 2 и 4; с $R_{\perp} = 293 \text{ \AA}$, $R_{\parallel} = 50 \text{ \AA}$ — кривые 1 и 3. Ход классической зависимости (29) (— · —).

$\sigma_0 = ne^2/(mv)$. Как видно на рисунке, поперечная электропроводность σ_{\perp} (кривая 2) в сплюснутой до значений $R_{\perp}/R_{\parallel} \approx 10$ сфероидальной ММЧ на характерной частоте $\omega \approx v_{s\perp}$ примерно в 2,34 раза превышает продольную σ_{\parallel} электропроводность (кривая 4). Эта пропорция нарушается, во-первых, с изменением сплюснутости частицы (при сохранении ее объема), а во-вторых, на других частотах. Так, для менее сплюснутых частиц того же объема, например с $R_{\perp}/R_{\parallel} \approx 5,86$ (кривые 1, 3), отношение $\sigma_{\perp}/\sigma_{\parallel} \approx 1,95$. В менее сплюснутых сфероидальных частицах поперечная и продольная электропроводности сближаются.

Поскольку в соответствии с (34), (35) низкочастотное асимптотическое значение σ_{\perp} больше соответствующего для σ_{\parallel} , а высокочастотное для σ_{\perp} меньше, чем для σ_{\parallel} , то для частицы с определенным отношением $R_{\perp}/R_{\parallel} \neq 1$, очевидно, имеется частота ω_{cr} , при которой $\sigma_{\perp} = \sigma_{\parallel}$, несмотря на то, что $R_{\perp} \neq R_{\parallel}$. На этой частоте мощность, поглощаемая частицей, не зависит от направления вектора электрического поля. С увеличением сплюснутости частицы ω_{cr} смещается (см. рис. 1) в высокочастотную область спектра. На частотах $\omega \ll \omega_{cr}$ поглощение в плоскости диска значительно превышает соответствующее вдоль оси его вращения.

Штрихпунктирная линия на рис. 1 отражает ход классической зависимости, задаваемой формулой Друде (29) для частицы с $R_{\perp} = 350 \text{ \AA}$. Она также выходит на насыщение при $\omega/v_{s\perp} = 0$ со значением

$\sigma/\sigma_0 = 1$. Как видно, кинетическая теория весьма существенно поправляет классический результат в области рассматриваемого нами интервала частот (32). Вне этого интервала ход кривых 1–4 достаточно хорошо описывается выражениями (34), (35).

Построение зависимости компонент тензора электропроводности от отношения R_{\perp}/R_{\parallel} имеет смысл лишь для частиц, размеры которых во всех направлениях меньше l . Если в каком-либо направлении размер частицы становится больше l , то зависимость электропроводности от размера частицы в этом направлении исчезает (см.(29)). В этом случае зависимость от R_{\perp}/R_{\parallel} теряет смысл. Поэтому при выборе величин радиусов частицы мы исходили из того, что минимально допустимый в рамках условия $2R \ll l$ радиус частицы не должен превышать, при указанных выше параметрах*, значения $R = 400 \text{ \AA}$.

На рис. 2 проиллюстрирована зависимость поперечной и продольной электропроводности от степени сплюснутости или вытянутости ММЧ, задаваемой отношением длин полуосей сфероида R_{\perp}/R_{\parallel} . Зависимости построены в соответствии с численными расчетами по формулам (24), (25). Кривые 2, 4 относятся к сфероидальной частице с фиксированным объемом (для удобства выбран объем сплюснутого сфероида с радиусами, что и для кривых 2, 4 на рис. 1.), равным объему сферы с радиусом $R \approx 162,4 \text{ \AA}$. Кривые же 1, 3 соответствуют сфероидальной частице с объемом (здесь выбран объем вытянутого сфероида, как далее на рис. 3), равным

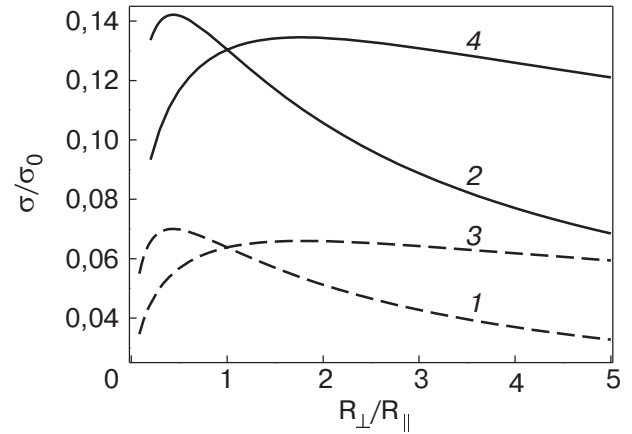


Рис. 2. Зависимость поперечной σ_{\perp} (3, 4) и продольной σ_{\parallel} (1, 2) электропроводности ММЧ от степени ее вытянутости или сплюснутости; для частицы с $V \approx 1,8 \cdot 10^{-17} \text{ см}^3$, что соответствует пролетной частоте в сферической частице $v_s \approx 6,1 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ — кривые 2 и 4, при $V \approx 1,8 \cdot 10^{-18} \text{ см}^3$ и $v_s \approx 5,3 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ — кривые 1 и 3.

* $l = v_F/v = 800 \text{ \AA}$. При больших R заметную роль, как известно [29], играет магнитное поглощение, которое мы рассматривали в [26].

объему сферы с радиусом $R \simeq 75,4 \text{ \AA}$. Это означает также, что кривые 1, 3 и 2, 4 отличаются «пролетными» частотами электронов от стенки к стенке, значение которых приведено в подписи под рисунком. На рисунке видно, что с увеличением степени сплюснутости ММЧ (см. интервал $1 \leq R_{\perp} / R_{\parallel} \leq 5$) электропроводность в плоскости, перпендикулярной оси вращения сфероиды, уменьшается, тогда как электропроводность вдоль этой оси — сначала возрастает и достигает максимума при небольших отклонениях от сферической формы частицы, а затем плавно падает. Расчет показывает, что отношение продольных электропроводностей в их максимуме для двух частиц с радиусами $162,4 \text{ \AA}$ и $75,4 \text{ \AA}$ составляет $\sigma_{\parallel} / \sigma_{2\parallel} \approx 2$.

5. Электропроводность наночастицы вытянутой формы

В этом разделе рассматриваются ММЧ вытянутой формы, для которых справедливо неравенство

$$l > 2R_{\parallel} > 2R_{\perp} . \quad (37)$$

Для данной формы частиц в частотном интервале

$$v_{s\perp} \leq \omega \leq v_{s\parallel} \quad (38)$$

так же, как и в случае сплюснутой формы на частотном интервале (32), параметр $q_2|_{\varepsilon = \varepsilon_F}$ может быть как больше, так и меньше единицы. Получение аналитических частотных зависимостей в этом интервале также является не простой задачей. По-

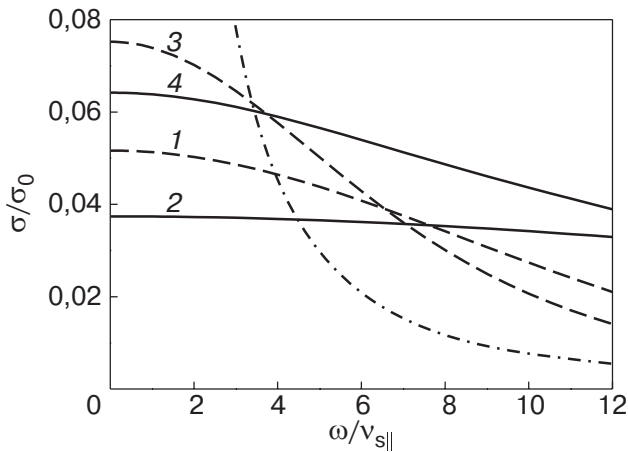


Рис. 3. Зависимость относительных поперечной σ_{\perp} (кривые 1 и 2) и продольной σ_{\parallel} (кривые 3 и 4) электропроводности вытянутой ММЧ от отношения частот $\omega / v_{s\parallel}$; для частиц с $R_{\parallel} = 350 \text{ \AA}$, $R_{\perp} = 35 \text{ \AA}$ — кривые 2 и 4; с $R_{\parallel} = 171 \text{ \AA}$, $R_{\perp} = 50 \text{ \AA}$ — кривые 1 и 3. Ход классической зависимости (29) (— —) при $R_{\parallel} = 350 \text{ \AA}$.

этому было проведено численное интегрирование выражений (24), (25). На рис. 3. приведены их результаты.

Как видно, продольная электропроводность σ_{\parallel} (кривая 3) в вытянутой сфероидальной ММЧ с $R_{\parallel} / R_{\perp} \simeq 3,42$ на характерной частоте $\omega \simeq v_{s\parallel}^*$ менее чем в полтора раза превышает поперечную электропроводность σ_{\perp} (кривая 1). Это соотношение изменяется с изменением вытянутости ММЧ (при сохранении ее объема), а также с изменением частоты. Так, для более вытянутых частиц, например, с $R_{\parallel} / R_{\perp} \simeq 10$ (кривые 2, 4), отношение $\sigma_{\parallel} / \sigma_{\perp} \approx 1,7$. Видим, что σ_{\parallel} и σ_{\perp} сближаются в менее вытянутых сфероидальных частицах.

Аналогично случаю сплюснутой частицы при $R_{\parallel} / R_{\perp} \neq 1$ также существует частота ω_{cr} , при которой мощность, поглощаемая частицей, не зависит от направления вектора электрического поля. С увеличением вытянутости частицы ω_{cr} смещается (см. рис. 3) в высокочастотную область спектра. На частотах $\omega \ll \omega_{cr}$ поглощение вдоль проволоки значительно превышает соответствующее поперек ее.

Для сравнения с асимптотиками, на которые выходят частотные зависимости компонент тензора электропроводности вне интервала (38), заметим, что для случая (37) аппроксимация (33) остается в силе, если выполнить в (33) взаимозамену $v_{s\perp} \rightleftharpoons v_{s\parallel}$. В результате интегралы (24), (25) вычисляются просто, и для сильно вытянутой частицы ($R_{\parallel} \gg R_{\perp}$) в случае низких частот находим

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\perp} &= \frac{9}{32} \pi \frac{ne^2 R_{\perp}}{m v_F} \\ \sigma_{\parallel} &= 2\sigma_{\perp} \end{aligned} \right\}, \quad \omega \ll v_{s\parallel} . \quad (39)$$

Аналогично, в высокочастотном случае будем иметь

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\perp} &= \frac{27}{128} \pi \frac{ne^2 v_F}{m\omega^2 R_{\perp}} \\ \sigma_{\parallel} &= 2\sigma_{\perp} / 3 \end{aligned} \right\}, \quad \omega \gg v_{s\perp} . \quad (40)$$

Если сравнить выражения (39), (40) для сильно вытянутой частицы с соответствующими (34), (35) для сильно сплюснутой частицы, то видно, что ход частотной зависимости компонент тензора электропроводности вне интервала частот, между минимальной и максимальной пролетными частотами, одинаков. По виду он напоминает асимптотический ход частотной зависимости при объемном рассеянии, в чем легко убедиться из (29), положив $\omega \ll v$ или $\omega \gg v$. Различие состоит лишь в том, что при

* Заметим, что в предыдущем случае скорость Ферми делилась на поперечную длину R_{\perp} .

объемном рассеянии высокочастотная электропроводность в окрестности $\omega \approx \nu$ плавно переходит в насыщение. В сильно же асимметричных частицах существует целая переходная область между минимальной и максимальной пролетными частотами, в которой частотная зависимость σ отлична от объемной.

Необходимо также отметить, что в случае сильно асимметричных частиц (однако с размерами меньшими, чем длина свободного пробега электрона) роль такой длины начинает играть (с точностью до численных коэффициентов, зависящих от формы частицы) меньший из размеров частицы.

На рис. 2 в интервале $\eta_{\min} < R_{\perp}/R_{\parallel} < 1$ показана зависимость продольной (кривые 1, 2) и поперечной (кривые 3, 4) компонент тензора электропроводности *вытянутой* ММЧ от степени вытянутости частицы, задаваемой отношением длин полуосей сфероида R_{\perp}/R_{\parallel} . Наличие минимального значения $R_{\perp}/R_{\parallel} = \eta_{\min}$ обусловлено ограничением на величину продольного радиуса сфероидальной частицы, который по условию нашей задачи не должен превышать длины свободного пробега электрона в частице. Ограничение возникает из условия сохранения объема частицы при $R_{\perp}/R_{\parallel} \rightarrow 0$, требующего увеличения радиуса $R_{\parallel} \rightarrow \infty$, что невозможно в силу $R_{\parallel} \leq l$. Напомним, что фиксируя значение R при произвольных R_{\perp} и R_{\parallel} мы, тем самым, рассматриваем частицу одного объема, но разных форм. Поэтому кривые 1–4 плавно переходят от рассмотренного выше случая сплюснутой частицы через сферу к случаю вытянутой частицы.

На рисунке видно, что для вытянутых частиц продольная электропроводность σ_{\parallel} с увеличением степени вытянутости плавно уменьшается, тогда как поперечная σ_{\perp} — сначала растет и достигает максимального значения, а потом также падает. Разница между максимальными значениями σ_{\perp} для частиц разных объемов растет пропорционально отношению радиусов этих частиц. Так, для используемых выше в расчетах радиусов $R_1/R_2 \simeq 2,15$, $\sigma_{1\perp}/\sigma_{2\perp} \simeq 2,03$.

6. Сильно асимметричные ММЧ

В предыдущих двух разделах мы рассматривали асимметричные ММЧ, но такие, что их размер во всех направлениях оставался меньше l электрона. В этом разделе подробно остановимся на ситуации, когда в одном из направлений размер частицы меньше l , а в другом значительно ее превышает. Начнем со сплюснутых частиц в виде сфероида, для которых выполняется неравенство

$$R_{\perp} \gg l \gg R_{\parallel} . \quad (41)$$

Особый интерес представляет статическая электропроводность вдоль сплюснутого сфероида, поскольку с уменьшением толщины и увеличением ширины частицы такой формы полученный результат должен коррелировать с известным в литературе результатом для тонких пленок [31–33].

В соответствии со сказанным положим $\omega = 0$ и сделаем в (24) следующую замену переменных:

$$x = q_1|_{\varepsilon = \varepsilon_F} = \left[\frac{\sin^2 \theta}{k_{\perp}^2} + \frac{\cos^2 \theta}{k_{\parallel}^2} \right]^{-1/2} , \quad (42)$$

где

$$k_{\perp} = 2R_{\perp}/l ; \quad k_{\parallel} = 2R_{\parallel}/l . \quad (43)$$

В результате из (24) получим

$$\sigma_{\perp} = \frac{9 ne^2}{8 mv} \frac{e_s^2 + 1}{e_s^3} k_{\perp}^2 \int_{k_{\parallel}}^{k_1} dx \frac{1 - k_{\parallel}^2/x^2}{x^3 \sqrt{k_{\perp}^2/x^2 - 1}} \psi(x) , \quad (44)$$

где $e_s = |R_{\perp}/R_{\parallel} - 1|$ — эксцентриситет сфероида. Выражение (44) пока что точное. Воспользуемся теперь неравенством (41) и формально устремим $R_{\perp} \rightarrow \infty$. Тогда (44) примет вид

$$\sigma_{\perp} = \frac{9 ne^2}{8 mv} k_{\parallel} \int_{k_{\parallel}}^{\infty} \frac{dx}{x^2} \left(1 - \frac{k_{\parallel}^2}{x^2} \right) \psi(x) . \quad (45)$$

Интеграл в (45) с учетом явного вида (17) для $\psi(x)$ легко берется, и в итоге мы имеем

$$\sigma_{\perp} = \frac{ne^2}{mv} \left\{ 1 - \frac{9}{16k_{\parallel}} + \frac{3}{8k_{\parallel}^3} + \frac{3k_{\parallel}}{16} \left(3 - \frac{k_{\parallel}^2}{6} \right) \int_{k_{\parallel}}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx - \right. \\ \left. - \frac{3}{4} e^{-k_{\parallel}} \left[\frac{1}{2} \left(3 - \frac{k_{\parallel}^2}{6} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2k_{\parallel}} + \frac{1}{k_{\parallel}^2} \right) + \frac{1}{k_{\parallel}} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{k_{\parallel}} + \frac{1}{2k_{\parallel}^2} \right) \right] \right\} , \quad (46)$$

где интеграл

$$\int_{k_{\parallel}}^{\infty} dx e^{-x}/x = \Gamma(0, k_{\parallel}) = E_1(k_{\parallel})$$

представляет собой неполную гамма-функцию $\Gamma(0, k_{\parallel})$ или интегральную показательную функцию $E_1(k_{\parallel}) = -Ei(-k_{\parallel})$ [34]. Выражение (46) по структуре напоминает выражение, полученное Фуксом для тонких металлических пленок [32,33]. В частности, из выражения Фукса [32,33] следует

$$\sigma / \sigma_0 \approx 1 - \frac{3}{8k_{\parallel}}, \text{ при } k_{\parallel} \gg 1; \quad (47)$$

$$\sigma / \sigma_0 \approx \frac{3k_{\parallel}}{4} \left[\ln(1/k_{\parallel}) + 0,423 \right], \text{ при } k_{\parallel} \ll 1,$$

где

$$\sigma_0 = \frac{ne^2}{mv}.$$

Из (46) мы получаем

$$\sigma_{\perp} / \sigma_0 \approx 1 - \frac{9}{16k_{\parallel}}, \text{ при } k_{\parallel} \gg 1, \quad (48)$$

$$\sigma_{\perp} / \sigma_0 \approx \frac{3}{4} k_{\parallel} \left[1 - \frac{3}{4} (\gamma - \ln(1/k_{\parallel})) \right], \text{ при } k_{\parallel} \ll 1,$$

где γ — постоянная Эйлера. Из сравнения выражений (47) и (48) видим, что зависимость электропроводности от толщины сплюснутой частицы к длине свободного пробега электрона асимптотически (т.е. при малых и больших значениях этого отношения), с точностью до численных коэффициентов, совпадает с таковой для тонких металлических пленок. Что же касается компоненты σ_{\parallel} , то в рассматриваемом пределе ($\omega \rightarrow 0$) она совпадает со значением, задаваемым второй формулой (34).

Теперь рассмотрим случай сильно вытянутой ММЧ, для которой справедливо неравенство

$$R_{\parallel} \gg l \gg R_{\perp}. \quad (49)$$

В этом случае для нас основной интерес будет представлять электропроводность частицы вдоль длинной оси сфероиды. При замене переменных (42) из (25) следует:

$$\sigma_{\parallel} = \frac{9 ne^2 k_{\perp}^2}{4 mv e_s^3} \int_{k_{\perp}}^{k_{\parallel}} \frac{dx}{x^3} \sqrt{1 - \frac{k_{\perp}^2}{x^2}} \psi(x). \quad (50)$$

Нас будет интересовать значение (50) при $R_{\parallel} \rightarrow \infty$ (а значит при $k_{\parallel} \rightarrow \infty$). При этом k_{\perp} может быть как больше, так и меньше единицы. Для получения из (50) асимптотик при $k_{\perp} \gg 1$ и $k_{\perp} \ll 1$ (но при $k_{\parallel} \rightarrow \infty$) достаточно в (50) использовать приближение, которое следует из (17)

$$\psi(x) \approx \begin{cases} 4/3 - 2/x, & x \gg 1, \\ x/2, & x \ll 1. \end{cases} \quad (51)$$

В результате из (50) и (51) получаем:

$$\frac{\sigma_{\parallel}}{\sigma_0} = \begin{cases} 1 - \frac{9\pi}{32} \frac{1}{k_{\perp}}, & k_{\perp} \gg 1, \\ \frac{9\pi}{32} k_{\perp}, & k_{\perp} \ll 1. \end{cases} \quad (52)$$

Для тонкой проволоки известен результат [32], который в наших обозначениях имеет вид

$$\frac{\sigma_{\parallel}}{\sigma_0} = \begin{cases} 1 - \frac{3}{4} \frac{1}{k_{\perp}}, & k_{\perp} \gg 1, \\ k_{\perp}, & k_{\perp} \ll 1. \end{cases} \quad (53)$$

Видим, что асимптотики для сильно вытянутого сфероиды (52) и тонкой металлической проволоки (53) весьма близки. Полного их совпадения ожидать не приходится.

В заключение сравним электропроводность (29), рассчитанную классическим способом, с электропроводностью (24), (25), полученной с помощью кинетического метода. В частности, находим, что на частотах вне интервала частот (32) или (38) классическую асимптотику для сферической частицы можно получить из кинетической (36) путем формальной замены $v_F/R \rightarrow 4v/3$ при $\omega \gg v_s$ и $v_F/R \rightarrow 3v/4$ в случае $\omega \ll v_s$. На рис. 4 показана частотная зависимость отношения кинетической к классической электропроводности для сферических частичек двух разных радиусов, используемых выше (рис. 2) для частот, меньших частоты пробега электрона между стенками частицы. Кривые построены по численным расчетам с использованием выражений (24), (25), (29). Слабые биения на хвосте в кинетической зависимости электропроводности $\sigma_{\text{kinet}}(\omega)$ усиливаются с частотой в соотношении $\sigma_{\text{kinet}}(\omega)/\sigma_{\text{class}}(\omega)$ квадратичным падением друдевской зависимости $\sigma_{\text{class}}(\omega)$, и в результате мы получаем отчетливые биения относительной электропроводности, которые имеют тем большую амплитуду, чем меньше радиус частицы. Частота ω на рис. 4

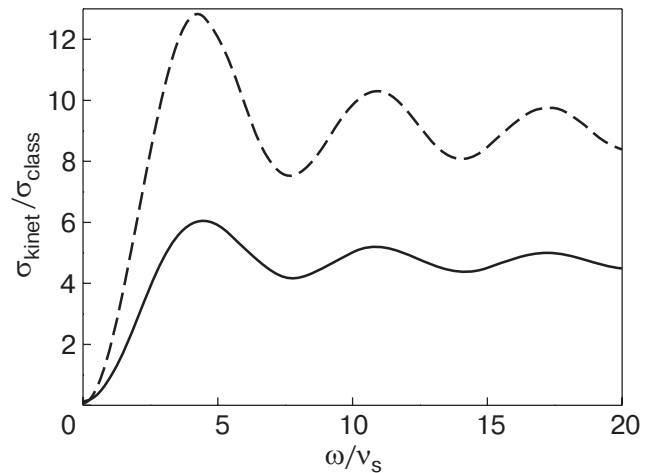


Рис. 4. Зависимость отношения электропроводности, рассчитанной кинетическим методом, к классическому результату Друде от частоты при $R, \text{ \AA}: 162,4$ (—) и $75,4$ (---).

нормирована на частоту ν_s , зависящую от радиуса частицы, поэтому частота биений отношения $\sigma_{\text{kinet}} / \sigma_{\text{class}}$ для частиц разных радиусов совпадает. Возможно, описанный путь поможет более отчетливо экспериментально выявить биения электропроводности в ММЧ.

7. Заключение

Для несферических ММЧ (сплюснутой или вытянутой формы), размеры которых много меньше длины ЭМ волны, проведен расчет энергии дипольного электрического поглощения в области частот как превышающих, так и меньших характерной частоты свободного пробега электрона между стенками частицы. Сделано предположение, что электроны диффузным образом отражаются от внутренней поверхности ММЧ. Детально изучен интервал частот между минимальной и максимальной пролетной частотой электрона от стенки к стенке, при котором доминирует баллистическое движение электронов.

Для частиц, имеющих форму сплюснутого или вытянутого сфероида, найдены зависимости компонент тензора электропроводности от частоты, а также исследована их зависимость от степени отклонения от сферической формы. В частности, установлено, что значения электропроводности таких частиц в интервале пролетных частот почти на порядок меньше вытекающих из классического случая Друде.

Приведены простые асимптотические выражения для компонент тензора в сильно сплюснутых или вытянутых частицах при высоких и низких частотах. Отдельно рассмотрен случай, когда длина свободного пробега электрона в одних направлениях может превышать, а в других быть меньше размера частицы.

Обнаружена особенность несферических ММЧ, состоящая в том, что их электропроводность может как превышать, так и быть меньше электропроводности сферических частиц в зависимости от ее ориентации по отношению к направлению \mathbf{E}_0 падающей ЭМ волны. Установлено, что при отклонении формы частицы от сферической в сторону ее сплюснутости можно достичь роста электропроводности на определенном интервале отношений $R_{\perp} / R_{\parallel}$, если направить \mathbf{E}_0 вдоль оси вращения сплюснутого сфероида, тогда как при отклонении формы частицы в сторону ее вытянутости рост достигается при направлении \mathbf{E}_0 поперек оси вращения вытянутого сфероида. Если же в сплюснутой частице \mathbf{E}_0 направить поперек оси, а для вытянутой — вдоль оси вращения сфероида, то в обоих случаях получим падение электропроводности по сравнению со сферической частицей.

1. M. Wilkinson and B. Mehlig, *arXiv: physics/9907036 v1 21 Jul.* (1999).
2. G. Mie, *Ann. Phys.* **25**, 377 (1908).
3. J.C. Maxwell-Garnett, *Philos. Trans. R. Soc. Lond.* **203**, 385 (1904); **205**, 237 (1906).
4. S.A. Gorban', S.A. Nepijko, and P.M. Tomchuk, *Int. J. Electronics* **70**, 485 (1991).
5. M.I. Kaganov and V.G. Peschansky, *Phys. Rep.* **372**, 445 (2002).
6. W.P. Halperin, *Rev. Mod. Phys.* **58**, 533 (1986).
7. J.A.A.J. Perenboom, P. Wyder, and F. Meier, *Phys. Rep.* **78**, 173 (1981).
8. К. Борен, Д. Хафмен, *Поглощение и рассеяние света малыми частицами*, Мир, Москва (1986).
9. И.М. Лифшиц, М.Я. Азбель, М.И. Каганов, *Электронная теория металлов*, Наука, Москва (1971).
10. Г. ван де Хюлст, *Рассеяние света малыми частицами*, Изд-во иностр. лит., Москва (1961).
11. Ю.И. Петров, *Физика малых частиц*, Наука, Москва (1982).
12. М. Борн и Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1973).
13. Л.П. Горьков, Г.М. Элиашберг, *ЖЭТФ* **48**, 1407 (1965).
14. A. Kawabata and R. Kubo, *J. Phys. Soc. Jpn.* **21**, 1765 (1966).
15. С.Г. Раутиан, *ЖЭТФ* **112**, 836 (1997).
16. М.И. Григорчук, П.М. Томчук, *УФЖ* **51**, 920 (2006).
17. H.J. Trodahl, *J. Phys.* **C15**, 7245 (1982).
18. D.B. Tanner, *Phys. Rev.* **B30**, 1042 (1984).
19. V. Karathanos, A. Modinos, and N. Stefanou, *J. Phys. (Paris)* **2**, 1279 (1992).
20. D.M. Wood and N.W. Ashcroft, *Phys. Rev.* **B25**, 6255 (1982).
21. R. Ruppin and H. Yatom, *Phys. Status Solidi* **B74**, 647 (1976).
22. А.Г. Лесскис, А.А. Юшканов, Ю.И. Яламов, *Поверхность* **11**, 115 (1987).
23. Э.В. Завитаев, А.А. Юшканов, *ЖТФ* **75**, 1 (2005).
24. Э.В. Завитаев, *ФТТ* **48**, 4 (2006).
25. Э.В. Завитаев, *ФНТ* **31**, 774 (2005).
26. Н.И. Григорчук, П.М. Томчук, *ФНТ* **31**, 542 (2005).
27. P.M. Tomchuk and N.I. Grigorichuk, *Phys. Rev.* **B73**, 155423 (2006).
28. C. Pecharrroman and J.E. Iglesias, *Phys. Rev.* **B49**, 7137 (1994).
29. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
30. В.Ф. Зайцев, А.Д. Полянин, *Справочник по дифференциальным уравнениям с частными производными первого порядка*, Физматлит, Москва (2003).
31. Л.А. Фальковский, *ЖЭТФ* **64**, 1855 (1973).
32. Д.К. Ларсон, в кн.: *Физика тонких пленок*, Мир, Москва (1973).
33. K. Fuchs, *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **34**, 100 (1938).
34. Г. Бейтмен, А. Эрдейи, *Высшие трансцендентные функции*, Наука, Москва (1974), т. 2.

Conductance of oblate or oblong nanometric
metallic particles

N.I. Grigorchuk and P.M. Tomchuk

The kinetic method is used to study the conductivity of a metallic nanoparticle having the shape of oblate or oblong ellipsoid of revolution at frequencies, both higher, and lower than the frequency of the electron free path between the particle walls. The diffuse reflection of an electron from the intrinsic surface of the particle was chosen as the boundary conditions. For the case where the electromagnetic wave length is large compared to the typical sizes of the particle, analytical expressions are derived to determine the dependence of conductivity of the particle on the degree of its oblateness or

oblongness as well as on its orientation with respect to the direction of incident radiation. The dependence of longitudinal and transverse conductance components on the particle size and electromagnetic radiation frequency is investigated. In the case of large eccentricities of particle the agreement with the known results for thin films and thin wires are obtained for those components.

PACS: **73.23.-b** Electronic transport in mesoscopic systems;

73.63.-b Electronic transport in nanoscale and structures;

78.67.Bf Nanocrystals and nanoparticles.

Keywords: nanoparticle, conductance, longitudinal and transverse conductance components.