

Построение графического образа целевого функционала и его использование для поиска многовариантных решений обратной задачи магниторазведки

© М. С. Зейгельман, Н. В. Панченко, 2017

Институт геофизики им. С. И. Субботина НАН Украины, Киев, Украина
Поступила 10 октября 2017 г.

Для практичного застосування запропоновано технологію пошуку упорядкованих множин допустимих розв'язків оберненої задачі магніторозвідки. Ця задача орієнтована на використання елементів гарантованого підходу, який реалізується завдяки побудові та аналізу досить широких множин наближено еквівалентних розв'язків.

Розглянуто один з можливих варіантів такого підходу, що ґрунтується на ідеї побудови графічної структури цільового функціонала, задіяного в алгоритмах автоматизованого підбору. Необхідну інформацію можна надавати у вигляді карт проекції графічної структури. Розроблено методику побудови таких карт. Досліджено особливості їх застосування для організації цілеспрямованого пошуку множини допустимих розв'язків оберненої задачі. Наведено приклад багатоваріантного підходу для інтерпретації спостережень аномалії.

Ключові слова: обернена задача, магнітна аномалія, магнітна модель, автоматизований добір, цільовий функціонал, карти проекцій.

Введение. Известно, что наблюдаемым магнитным или гравитационным аномалиям можно сопоставить более или менее широкие множества (семейства) допустимых решений обратной задачи, практически равнозначных — приближенно эквивалентных друг другу [Страхов, Лапина, 1975; Зейгельман, 1983, 2005]. В связи с этим в последние десятилетия усилился интерес к постановке и реализации гарантирующих подходов к решению обратных задач, ориентированных на поиск многовариантных решений, обобщение содержащейся в них информации [Балк, 1980; Зейгельман, 1989; Балк, Долгаль, 2012]. Практическая реализация таких подходов стала возможной благодаря внедрению методов автоматизированного подбора на ЭВМ и компьютерных технологий.

В практике интерпретации магнитных и гравитационных аномалий широкое применение получили алгоритмы решения обратных задач, основанные на идее метода подбора. Особенностью использо-

вания алгоритмов автоматизированного подбора является необходимость выбора подходящих начальных приближений: тип аппроксимирующей модели и исходных значений ее параметров. Выбирая разные начальные приближения, можно получить при интерпретации наблюдаемых аномалий множество отличающихся друг от друга альтернативных вариантов решений, приближенно эквивалентных друг другу.

В процессе автоматизированного подбора решений обратной задачи возникает целый ряд вопросов принципиального характера. 1. Присутствуют ли среди найденных решений искомые допустимые варианты? Каковы критерии их идентификации (при решении практических задач значения целевого функционала допустимых вариантов отличны от 0)? 2. Достигнута ли максимально возможная в условиях решаемой задачи сопоставимость наблюдаемой и рассчитанной (теоретической) аномалий? 3. Какими начальными приближениями следует задаваться для дальней-

шого поиска? 4. Охватывает ли найденная совокупность вариантов весь возможный диапазон изменения параметров аппроксимирующей модели и т. д.

Ответ на эти и подобные им вопросы предлагается искать в рамках применения гарантирующих подходов к решению обратных задач, ориентированных на поиск представительной выборки допустимых решений, анализ и обобщение содержащейся в них информации. В настоящей статье рассматривается один из возможных вариантов такого подхода, основанный на идее построения графической структуры целевого функционала.

Краткая характеристика разрабатываемой технологии. Для практического применения предлагается технология поиска с использованием автоматизированного подбора на ЭВМ упорядоченных множеств допустимых решений обратной задачи [Зейгельман, 2005]. В основу решения задачи положено построение моделей магнитоактивных источников. Поиск допустимых решений реализуется в процессе многократного повторения процедуры автоматизированного подбора от выбранных соответствующим образом начальных приближений. Характеристика использованных алгоритмов автоматизированного подбора приведена в работе [Булах и др., 1986]. Основное назначение технологии — обеспечить возможность оперативного контроля и управления процессом поиска допустимых решений в интерактивном режиме.

Рассматриваемая технология разрабатывалась применительно к таким интерпретационным ситуациям, когда априорные данные весьма ограничены, а основная полезная информация должна быть извлечена из наблюдаемых аномалий. Иными словами, речь идет о задачах небольшой размерности (до десятка варьируемых параметров) и использовании простейших модельных классов — фундаментальных форм для интерпретации магнитных аномалий. В частности, такого типа ситуации зачастую встречаются при количественной интерпретации аномалий,

обусловленных локализованными намагниченными объектами, расположенными в глубинных горизонтах земной коры.

С определенной долей условности в разрабатываемой технологии можно выделить две части: первая ориентирована на исследование теоретических моделей и формирование необходимой экспертной информации, вторая — на разработку методики решения практических задач. В ходе исследования теоретических моделей были проведены обширные серии вычислительных экспериментов, суть которых сводилась к имитации процесса поиска многовариантных решений обратной задачи. Объектами исследований служили модели намагниченных тел различной формы и порождаемые ими на поверхности наблюдений аномалии.

Первоочередное внимание в ходе исследований было уделено модельным классам, которые удовлетворяют условию теоретической однозначности обратной задачи. В частности, были рассмотрены особенности решения обратной задачи для горизонтально расположенной призмы с прямоугольным и трапецеидальным сечением, наклонно падающего пластообразного тела, уступа с вертикально падающей и наклонной боковой гранью и т. д. Помимо идеализированной постановки задачи рассматривались более приближенные к практике интерпретационные ситуации, в которых существуют погрешности исходных данных. Для такого типа задач основные осложнения (практическая многозначность решений) связаны с действием приближенной эквивалентности. В случае локализованных намагниченных тел проявление приближенной эквивалентности обусловлено компенсационным взаимодействием параметров — их способностью сходным образом воздействовать на аномальное поле.

В результате исследования теоретических моделей были сформированы основные положения технологии многовариантного поиска, необходимый объем экспертной информации, обеспечивающий возможность практического применения

технологии при интерпретации наблюдаемых аномалий. В связи со значительным объемом оперативной информации, которую приходится анализировать в процессе многовариантного поиска, особое значение приобретает выбор подходящих способов ее графического отображения (в наглядной, удобной для использования интерпретатором форме). Краткое изложение сущности предлагаемого подхода к графическому отображению информации — в виде карт проекции данных; методика построения таких карт и ее обоснование и составляют основное содержание настоящей статьи.

Общая постановка обратной задачи.

Роль целевого функционала. Общая постановка обратной задачи, ориентированная на применение методов автоматизированного подбора, основные подходы к ее решению и их конкретная реализация в виде соответствующих алгоритмов достаточно подробно рассматривалась в литературе [Старостенко, 1978; Булах, 2010; Старостенко и др., 2015] и многими другими исследователями. Отметим кратко основные положения, акцентируя внимание на роли целевого функционала в процессе автоматизированного подбора.

Обратная задача решается в рамках выбранной модели, аппроксимирующей распределение аномалиеобразующих источников. Выбранный класс модели характеризуется соответствующей совокупностью параметров, которая может быть представлена вектором \mathbf{P} . Пусть в этом векторе будет m параметров. Тогда можно записать

$$\mathbf{P} = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}; \quad s = 1, 2, \dots, m; \quad \mathbf{P} \in Q, \quad (1)$$

где s — нумерация параметров модели; P_1, P_2, \dots, P_m — их обозначение; Q — функциональное пространство вектора \mathbf{P} .

Особая роль в алгоритмах автоматизированного подбора принадлежит математической структуре, которую принято называть функцией цели или целевым функционалом (ЦФ). Строятся различные функционалы, с помощью которых сопоставляются между собой поля интерпретируемой и теоретической аномалий, опре-

деляется степень их близости. Под теоретическим здесь подразумевается поле, рассчитанное от модели, аппроксимирующей распределение возмущающих источников. В наиболее общей форме выражение ЦФ можно записать следующим образом:

$$F = \|V_{\text{н}} - V_{\text{т}}\|, \quad (2)$$

где $V_{\text{н}}$ и $V_{\text{т}}$ — поля исходной и теоретической аномалий. Выражение (2) определяет расстояние между точками полей — норму их невязки.

Тип целевого функционала зависит от выбора метрики, в которой сопоставляются поля. В случае квадратичной метрики выражение функционала может быть представлено в следующем виде:

$$F = \sum_{i=1}^n [V_{\text{н}}(i) - V_{\text{т}}(i, \mathbf{P}) - A_{\text{ф}}]^2; \\ i = 1, 2, \dots, n; \\ V_{\text{н}} \in W, \quad \mathbf{P} \in Q, \quad (3)$$

где i — значения поля, которые используются в качестве входных данных при автоматизированном подборе; W, Q — функциональные пространства полей и решений.

Параметры модели могут принимать различные значения. В этом случае можно говорить о функциональном (параметрическом) пространстве Q , где каждой реализации численных значений параметров соответствует своя точка такого пространства: $\mathbf{P} \in Q, j=1, 2, \dots, k$. Функция $A_{\text{ф}}$, которая аппроксимирует постоянную слагающую регионального фона, вычитается из интерпретируемого поля с целью корректировки положения уровня отсчета (нулевого уровня) аномалии, обусловленной локальными возмущающими источниками (аппроксимирующей моделью). Для того или иного варианта решения обратной задачи $A_{\text{ф}}$ является величиной постоянной для всех точек интерпретируемого поля (как следует из ее наименования). В процессе многовариантного поиска при переходе от одного варианта решения к другому постоянная слагающая фона варьирует совместно со значениями параметров модели, с которыми взаимосвязана.

Координаты точек аномалии (x_i, y_i) и значения исходного поля в этих точках — величины фиксированные. Отсюда следует, что функционал зависит только от численных значений параметров модели:

$$F = F(\mathbf{P}) = F(p_1, p_2, \dots, p_m). \quad (4)$$

Такой функционал представляет собой нелинейную скалярную функцию параметров.

Интерпретационная задача сводится к минимизации целевого функционала ($F \rightarrow \min$) — выражение (3). Проблеме разработки методов минимизации посвящена достаточно обширная литература, где предложены разнообразные подходы к ее решению. В большинстве алгоритмов обеспечивается монотонная сходимость процесса минимизации.

Алгоритмы минимизации, точнее, разработанные на их основе программы для ЭВМ, предоставляют возможность сформировать минимизирующие последовательности значений параметров модели $\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_k, \dots, \mathbf{P}^*$. В исходной точке последовательности находится начальное приближение (\mathbf{P}_0), в конечной точке параметры модели приобретают значения (\mathbf{P}^*), при которых достигается минимально возможное (в условиях заданного начального приближения) значение ЦФ. Такие минимизирующие последовательности, представленные в графическом виде, в дальнейшем тексте будем называть траекториями минимизации.

В выражении (3) представлен простейший тип целевого функционала. В известных алгоритмах автоматизированного подбора находят применение различные, зачастую более сложные виды функционалов. Особую группу составляют функционалы, предназначенные для использования в методах регуляризации некорректно поставленных обратных задач. Но какие бы типы целевых функционалов ни применялись, их основное назначение остается одним и тем же — обеспечить возможность сопоставления исходного и теоретического полей.

Выбор подхода к поиску многовариантных решений; карты проекций данных. В связи с ключевой ролью целевого функционала в процессе автоматизированного подбора решений обратной задачи существенное внимание уделялось анализу особенностей его поведения (характеру структуры) в различных интерпретационных ситуациях. Для этой цели были отработаны соответствующие подходы к графическому отображению структуры ЦФ. В ходе исследований выяснилось, что абстрактно-математическому выражению ЦФ, которое задается в алгоритмах автоматизированного подбора, может быть сопоставлено его графическое отображение в виде конкретных геометрических образов; стала очевидной целесообразность использования графических образов структуры функционала для организации целенаправленного поиска и анализа многовариантных решений.

В ходе модельных исследований и интерпретации наблюдаемых аномалий сформировался следующий подход к поиску многовариантных решений. Такой поиск предлагается проводить на основе сопоставления двух следующих видов информации: о множестве найденных (от различных начальных приближений) решений обратной задачи (П-решений); о пространственной структуре целевого функционала. Здесь имеется в виду графическая структура целевого функционала — аналог его абстрактно-математического выражения, которое используется в составе алгоритмов минимизации. Для удобства использования интерпретатором такая информация представляется в наглядной графической (геометрической) форме.

Под П-решением здесь понимается любое приближенное решение обратной задачи, полученное в процессе повторения процедуры минимизации от различных начальных приближений — вне зависимости от качества найденных решений (достигнутого минимального значения ЦФ, характера расположения относительно области минимума и т. д.) Положение П-решений во многих случаях может быть ассоцииро-

вано с финальными точками траекторий минимизации (конечными точками минимизирующих последовательностей значений параметров). В каждом П-решении содержится информация, которая может быть использована для поиска и анализа возможных решений обратной задачи.

Существенной особенностью предлагаемого подхода к многовариантному поиску является использование пространства параметров аппроксимирующей модели для графического отображения целевого функционала и анализа распределения множества найденных приближенных решений. Каждому решению может быть сопоставлена своя точка параметрического пространства и соответствующее ей значение целевого функционала. Это и определило целесообразность использования такого пространства для графического отображения необходимой информации — ее представления в компактном виде.

Графическое отображение ЦФ может быть представлено в виде набора изоповерхностей. Пример графического отображения ЦФ (одной из его изоповерхностей) в пространстве трех параметров намагниченной призмы приведен в работе [Зейгельман, 1989]. На практике в большинстве случаев возникает необходимость графических построений в многомерном пространстве — с числом измерений $m > 3$ (соответственно, число свободно варьируемых параметров модели).

Построение и анализ структуры ЦФ в многомерном пространстве представляет собой сложную задачу, решение которой требует разработки специальных подходов. Достаточно удобным для практических целей оказалось отображение пространственной структуры ЦФ (ее изоповерхностей) в виде проекций на главные плоскости пространства параметров: координатами таких плоскостей служат возможные парные сочетания параметров модели. В случае проекции на плоскость с координатами h, H модели будем говорить о плоскости отображения $h-H$, в случае I_z, h — о плоскости I_z-h и т. д.

Помимо элементов структуры ЦФ на

плоскости отображения выносятся информация о найденных П-решениях. Положение каждого решения ассоциируется с той или иной точкой пространства параметров. Каждое решение, точнее его проекция, выносится на плоскость отображения в виде точки, которой присваивается набор чисел: текущие значения параметров модели и значения ЦФ, найденные в ходе минимизации. Совокупность таких точек-проекций и соответствующие им числовые данные составляют геометрически-числовой образ множества П-решений (в том числе допустимых).

Проекции структуры целевого функционала и множества точек найденных П-решений, представленные на заданных плоскостях отображения, будем называть картами проекции ЦФ (картами проекции данных) или для краткости — картами проекции. Оба вида необходимой информации (о структуре ЦФ множестве найденных П-решений) выносятся в виде проекции на одну и ту же плоскость отображения, что обеспечивает возможность их наглядного сопоставления.

Сравнительная характеристика карт сечений целевого функционала и карт проекции. Карты проекции следует отличать от карт сечений целевого функционала, которые получили широкую известность в практике интерпретации [Корчагин, 1978; Ланда, 1978; Пашко, Старостенко, 1982]. Последние иногда называют «картами линий уровня ЦФ» или просто «сечениями ЦФ». Положение плоскостей сечения задается выбором соответствующей пары переменных (координат плоскости сечения) при фиксированных остальных параметрах модели. Принципиальное отличие карт проекции состоит в том, что для графических построений используются, как и в картах сечений, плоскости различных пар переменных, но уже при условии варьирования всеми остальными параметрами модели, что и определяет пространственный характер отображения структуры ЦФ.

Карты сечений обычно используются (на предварительном этапе решения опти-

мизационной задачи) для анализа рельефа ЦФ: его унимодальности или многоэкстремальности, овражности, степени взаимосвязанности различных пар параметров, влияния плохо масштабированных пере-

менных и т. д. Такие данные создают предпосылки для более обоснованного подхода к решению задачи — выбору априорных ограничений, подходящих начальных приближений, режима минимизации параме-

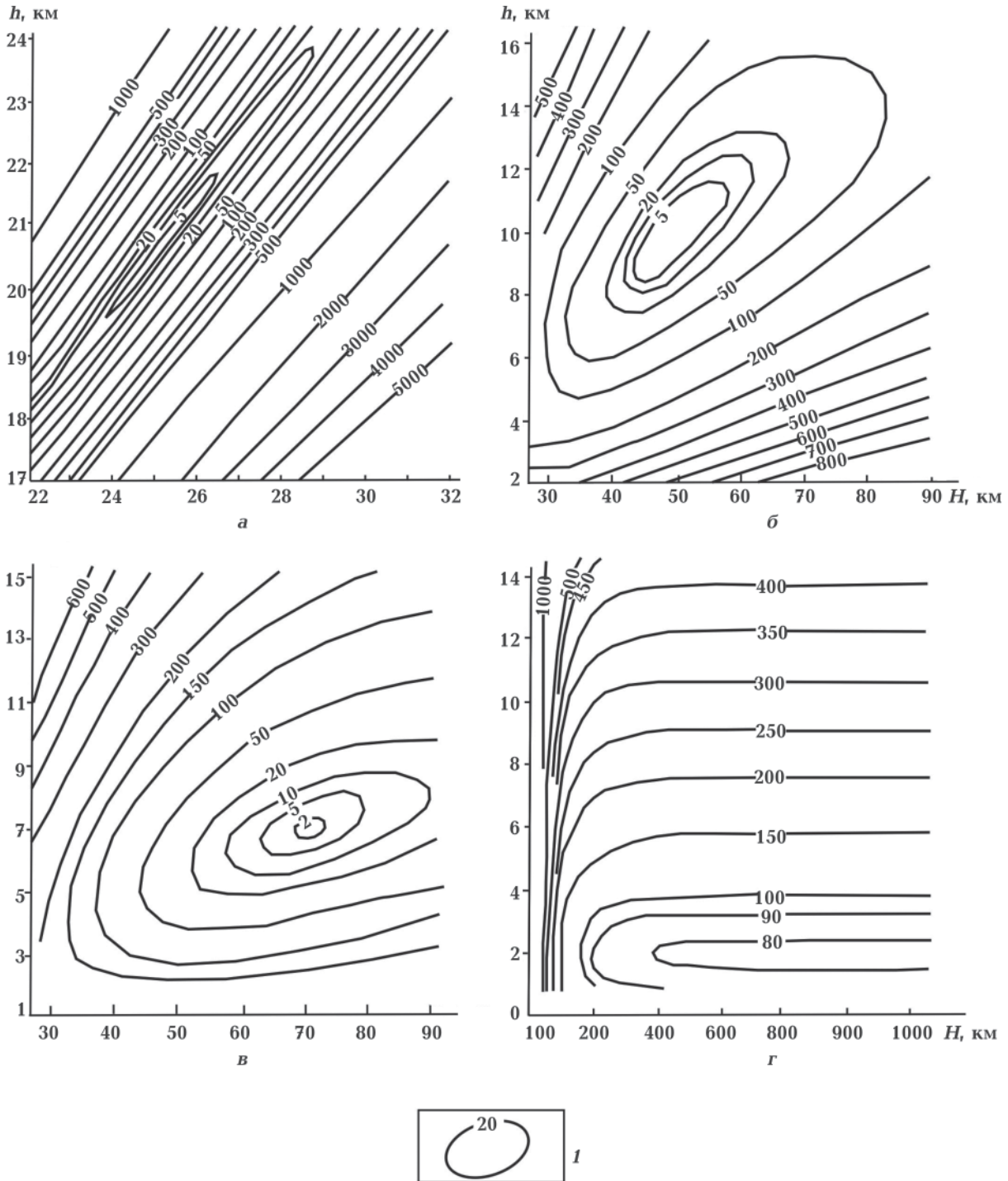


Рис. 1 Модель МП-1; рельеф структуры ЦФ в различных плоскостях $I_z = \text{const}$ сечений пространства параметров $h-H-I_z$: а — $I_z = 1200 \times 10^{-2}$ А/м; б — $I_z = 160 \times 10^{-2}$ А/м; в — $I_z = 120 \times 10^{-2}$ А/м; г — $I_z = 70 \times 10^{-2}$ А/м (1 — линии рельефа целевого функционала).

тров и т. д. [Ланда, 1978]. Принципиальное отличие карт проекций от карт сечений очевидно из сопоставления рис. 1 и 2.

Одно из основных преимуществ карт

сечений — простота их построения. Для этого достаточно решить прямую задачу — провести скарирование по значениям двух переменных параметров при фик-

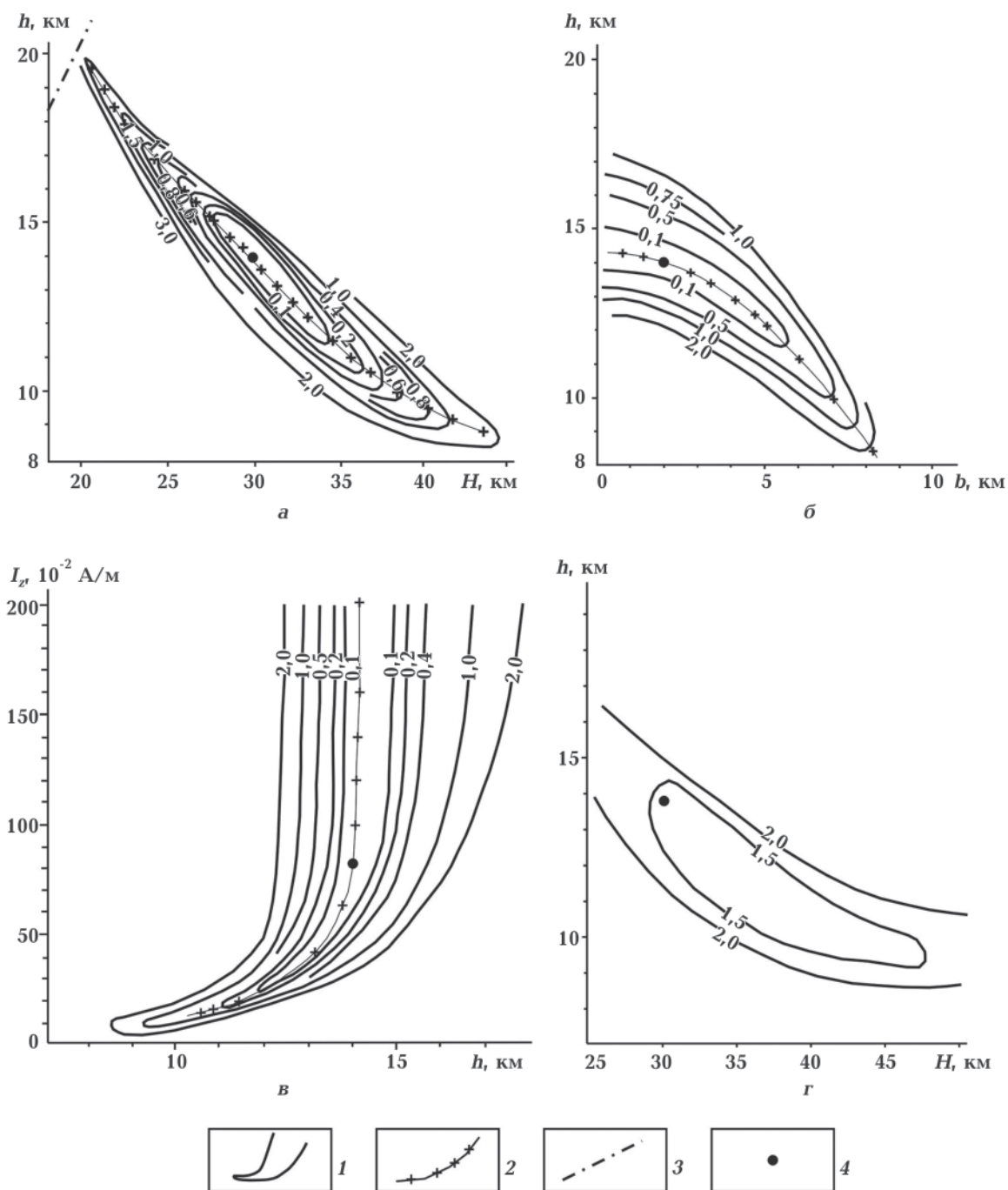


Рис. 2. Намагниченное пластообразное тело (модель МТП-1); «идеализированная» постановка задачи; a — $в$ — проекции структуры целевого функционала на плоскости пространства параметров; $г$ — то же на плоскость в случае погрешностей исходных данных (1 — линии проекции изоповерхностей ЦФ; 2—4 — положение осевой линии «оврага» (2), границы области вырождения модели (3), точного решения обратной задачи (4)).

сированных остальных. Существенным недостатком карт сечений, который ограничивает возможность их использования для целей многовариантного поиска, является локальный характер (фрагментарность) отображения структуры ЦФ в виде отдельных срезов. Основываясь на картах сечений, даже их обширной совокупности, зачастую не представляется возможным составить четкую картину поведения ЦФ как пространственной (глобальной) структуры, тем более выразить такие представления в наглядной геометрической форме, пригодной для целей многовариантного поиска.

В гораздо большей мере таким задачам удовлетворяют карты проекции, которые отображают особенности поведения ЦФ как целостной пространственной структуры. На них хорошо просматривается конфигурация изоповерхностей ЦФ (точнее изолиний, которые служат их проекциями), четко выделяется центральная часть структуры, с которой отождествляется положение множества допустимых вариантов. Такие карты удобны для отображения трасс траекторий минимизации, характера их продвижения в различных участках пространства параметров, положения финальных точек траекторий. Алгоритмы автоматизированного подбора, которые использовались для поиска решений обратной задачи [Булах и др. 1986], устроены таким образом, что на каждой итерации процесса минимизации формируются данные о текущих значениях параметров объекта и значениях ЦФ. Каждой итерации можно сопоставить в пространстве параметров точку; совокупность таких точек и составляет траекторию минимизации. Анализируя ход траекторий, можно составить представления об особенностях работы алгоритмов автоматизированного подбора и их разрешающей способности. На рис. 2 в качестве примера представлены проекции структуры ЦФ (ее изоповерхностей) на различные плоскости отображения пространства параметров (применительно к случаю намагниченного вертикально падающего, ограничен-

ного по глубине пластообразного тела). Обозначения параметров модели: h , H — глубина соответственно до верхней и нижней кромок возмущающего тела, $2b$ — горизонтальная мощность, I_z — вертикальная составляющая намагниченности. Центральная часть структуры представлена пространственным оврагом, в осевой зоне которого расположено множество допустимых решений обратной задачи. Для сравнения друг с другом приведены проекции на плоскость ($h-H$) для случаев «идеализированной» постановки задачи (a), воздействия осложняющих факторов (r) — помех в исходной аномалии и варьирование уровня ее отсчета.

О двух формах отображения целевого функционала. Согласно изложенному подходу к поиску многовариантных решений в процессе автоматизированного подбора используются две различные формы выражения целевого функционала (ЦФ): абстрактно-математическая (в алгоритмах автоматизированного подбора) и графическая (геометрическая) на картах проекции. Относительно двух указанных форм выражения ЦФ отметим следующее.

Под абстрактно-математической (аналитической) понимается такая форма выражения целевого функционала, когда он представлен в виде соотношения математических символов и знаков операций с ними. Такая форма выражения ЦФ носит обобщенный, универсальный характер; она используется в алгоритмах автоматизированного подбора. Под универсальным характером здесь подразумевается однотипность выражения ЦФ (3) для различных классов моделей. В отличие от символической графическая форма выражения ЦФ индивидуальна для каждой конкретной постановки обратной задачи; одному и тому же абстрактно-математическому выражению может быть сопоставлено множество отличающихся друг от друга графических образов ЦФ, которые соответствуют различным интерпретационным ситуациям.

Как уже отмечалось, в абстрактно-математическом выражении ЦФ содержится информация, которая в значитель-

поверхностей. В соответствии с правилами построения проекции определим на ней положение точек касания изоповерхности («краевых точек») с лучами проецирования, ортогональными относительно заданной плоскости отображения. Здесь возможны три альтернативы: одна часть лучей пересекает изоповерхность — имеет с ней две общие точки (в случае унимодальности структуры ЦФ); другая часть располагается вне контура изоповерхности (общие точки отсутствуют) и, наконец, третья играет роль касательных к изоповерхности, т. е. имеет с ней одну общую точку.

Совокупность краевых точек составляет «образующую линию» — геометрическое место таких точек. С помощью лучей проецирования можно определить положение образующей линии на плоскости отображения в виде изолинии рельефа ЦФ, которая и служит графическим образом (проекцией) рассматриваемой изоповерхности.

В результате таких построений получим две взаимно отображаемые друг на друга линии — образующую изоповерхности и соответствующую ей изолинию рельефа на плоскости отображения. В зависимости от выбора той или иной плоскости отображения — ее положения в пространстве параметров — образующая линия будет занимать различные положения на изоповерхности, т. е. отличающиеся друг от друга графические образы (проекции) одной и той же изоповерхности. В сочетании друг с другом такие проекции позволяют сформировать представление о конфигурации изоповерхности как пространственной формы.

Возможность использования автоматизированного подбора для построения карт проекции ЦФ следует из анализа геометрических соотношений в мысленно воображаемой системе: изоповерхности ЦФ — лучи проецирования, ортогональные относительно к заданной плоскости отображения. Как следует из результатов анализа, точки касания изоповерхностей с лучами проецирования («краевые точки») отличает одна важная для их идентифика-

ции особенность — им свойственно минимально возможное вдоль рассматриваемого луча проецирования значение ЦФ. Это дает основание рассматривать задачу определения положения «краевых точек» как задачу оптимизации; в качестве лучей проецирования могут быть задействованы траектории минимизации, которые формируются при автоматизированном подборе.

При проецировании структуры ЦФ, представленной в виде набора изоповерхностей, для каждого луча проецирования найдется своя изоповерхность, относительно которой он выполняет роль касательной. Для построения карт проекции необходимо определить значения ЦФ в точках касания и положения последних в пространстве параметров. Положение точки касания характеризуют ее координаты — текущие значения параметров возмущающего объекта.

Как только траектория минимизации достигла точки касания с изоповерхностью (точки с минимальным значением ЦФ), ее дальнейшее продвижение вдоль луча проецирования прекращается, поскольку согласно принципам, определяющим ход процесса минимизации, он не может происходить в сторону возрастающих значений ЦФ [Булах и др., 1986; Булах, 2010]. Отсюда следует, что финальные точки хорошо отработанных траекторий минимизации маркируют положение искомым «краевых точек», проецируемых изоповерхность; «краевым точкам» могут быть присвоены значения параметров объекта и значения ЦФ, найденные в финальных точках траекторий, что и решает задачу формирования данных, необходимых для построения карт проекции.

На практике процесс построения карт проекции выглядит достаточно просто. Траектории минимизации используются в качестве лучей проецирования. Финальные точки хорошо отработанных траекторий в большинстве случаев достигают окрестностей искомым «краевых точек» изоповерхностей. Положение финальных точек траекторий и соответствующее им значения

ЦФ выносятся на плоскость отображения, для которой строится карта проекции. На основе таких данных определяется положение изолиний рельефа — проекций изоповерхностей структуры ЦФ.

При определении положения изолиний проекции следует руководствоваться следующим правилом: внутренность изолинии (в направлении уменьшения величины ЦФ) должна охватывать все точки — решения, у которых значения ЦФ меньше или равны ее оцифровке. Указанное правило связано со свойством изоповерхности охватывать всю возможную совокупность точек пространства параметров, в которых значения ЦФ меньше или равны ее оцифровке. Очевидно, этим свойством должна обладать и линия, представляющая проекцию изоповерхности на плоскости отображения. Во внутренней изолинии могут оказаться и решения с большими, чем ее оцифровка, значениями ЦФ, что не противоречит указанному правилу, а лишь свидетельствует о плохом качестве таких решений — траектории минимизации не достигли минимально возможных (для таких лучей проецирования) значений ЦФ.

Для эффективного использования в качестве лучей проецирования необходимо соответствующим образом управлять траекториями минимизации, обеспечить их попадание в те или иные участки структуры ЦФ. Траектории желательно выбирать таким образом, чтобы их трассы были близки к направлению лучей проецирования, ортогональных относительно рассматриваемой плоскости отображения. Основная задача здесь состоит в том, чтобы та или иная траектория достигла или, по крайней мере, достаточно приблизилась к точке касания с изоповерхностью, которой свойственно минимально возможное вдоль соответствующего луча проецирования значение ЦФ. Возможные способы воздействия на ход траекторий: выбор соответствующих начальных приближений и режимных констант алгоритмов автоматизированного подбора; закрепление тех или иных параметров аппроксимирующей модели, в первую очередь тех, которые

служат координатами плоскости отображения, для которой строится карта проекции.

В завершение раздела сформулируем основные положения предложенного подхода к построению карт проекции.

1. Пространственная структура целевого функционала (ее геометрический образ) представляется в виде набора изоповерхностей. Задача построения карт проекции сводится к определению положения изолиний — проекций изоповерхностей на заданные плоскости отображения в пространстве параметров. Построение таких изолиний можно рассматривать как способ обобщения информации, характеризующей рельеф структуры ЦФ.

2. Предложенный подход к построению карт проекции основывается на результатах анализа геометрических соотношений в мысленно воображаемой системе: изоповерхности — лучи проецирования, ортогональные относительно заданных плоскостей отображения. Для построения проекции изоповерхности необходимо определить положение «образующей линии» — геометрического места точек касания («краевых точек») изоповерхности с лучами проецирования.

3. «Краевые точки» отличает одна важная для их идентификации особенность — в них достигается минимально возможное (вдоль рассматриваемого луча проецирования) значение ЦФ. Это позволило рассматривать задачу определения положения таких точек как задачу оптимизации и применить для ее решения методы автоматизированного подбора; в качестве лучей проецирования используются соответствующие заданные траектории минимизации.

4. Для построения графического образа ЦФ на картах проекции первоочередной интерес представляет информация, которая содержится в финальных точках траекторий минимизации (4). Положение финальных точек и соответствующие им значения ЦФ выносятся на заданные плоскости отображения. В процессе анализа таких данных определяется положение

изолиний — проекций изоповерхностей, составляющих структуру ЦФ.

Формирование экспертной информации. При решении обратных задач магниторазведки зачастую используется информация общего характера (назовем ее экспертной), которая заранее формируется при исследовании теоретических моделей и может быть многократно использована при интерпретации наблюдаемых аномалий (атласы теоретических кривых, палетки, номограммы и т. д.). Помимо экспертной в процессе многовариантного поиска широко используется информация оперативного характера — данные о множестве найденных П-решений задачи и соответствующих им значений целевого функционала. Оперативная информация носит индивидуальный характер для каждой конкретной постановки обратной задачи. В связи с применением алгоритмов автоматизированного подбора и реализацией многовариантного подхода к решению обратных задач возникла необходимость существенно расширить состав экспертной информации.

Для формирования необходимой экспертной информации и отработки типовых подходов к решению задач многовариантного поиска был исследован широкий спектр имитационных моделей. Помимо идеализированной постановки задачи рассматривался ряд приближенных к практике интерпретационных ситуаций: исходная аномалия осложнена помехами, в которых присутствуют случайная и систематическая компоненты, имеет место погрешность выбора уровня отсчета аномалии (линейной слагающей фона); выбранная аппроксимирующая модель не адекватна реальному распределению источников и т. д. Для таких исследований были сформированы на основе упомянутых выше классов теоретических моделей соответствующие имитационные модели, на примере которых рассматривался характер воздействия того или иного осложняющего фактора (каждого в отдельности и в сочетании друг с другом).

Для каждой из детально исследованных

имитационных моделей были построены соответствующие наборы (серии) карт — рассматривались проекции на различные плоскости отображения в пространстве параметров. Благодаря таким картам удалось представить в упорядоченном и систематизированном виде обширную информацию, с которой приходится оперировать при многовариантном поиске. В процессе анализа и обобщения информации, представленной на картах проекции, и их сопоставления друг с другом были выделены четыре возможных типа приближенной эквивалентности и соответствующие им типы семейств допустимых решений, которые могут иметь место на практике; сформированы представления по ряду аспектов решения обратных задач, актуальных для многовариантного поиска.

Отметим некоторые из таких аспектов.

1. Сравнительная характеристика стереотипов поведения проекции структуры ЦФ на различные плоскости отображения; степень информативности таких проекций.
2. Особенности взаимодействия параметров намагниченного тела в процессе минимизации: направленность их изменения и характер взаимосвязи друг с другом, способность компенсировать влияние друг друга в исходной аномалии.
3. Возможные искажения структуры ЦФ и семейств допустимых решений из-за воздействия осложняющих факторов.
4. Особенности функционирования и разрешающая способность алгоритмов минимизации и т. д.

Указанную информацию и сформированные на ее основе представления в сочетании с характеристикой исследованных имитационных моделей и построенными картами проекции ЦФ можно рассматривать как своеобразную информационную базу, предназначенную для многократного использования при интерпретации. Степень развития и полнота таких данных в значительной мере предопределяет теоретический уровень и качество решения практических задач.

Как выяснилось при построении карт проекций, в случае теоретически однозначных обратных задач структуру ЦФ

в пространстве параметров можно представить в виде системы вложенных друг в друга изоповерхностей. В центре такой структуры обычно располагается глобаль-

ный (I ранга) овраг, который составляет ядро всей структуры. Положение допустимых (наилучших возможных) решений ассоциируется с наиболее выположенной

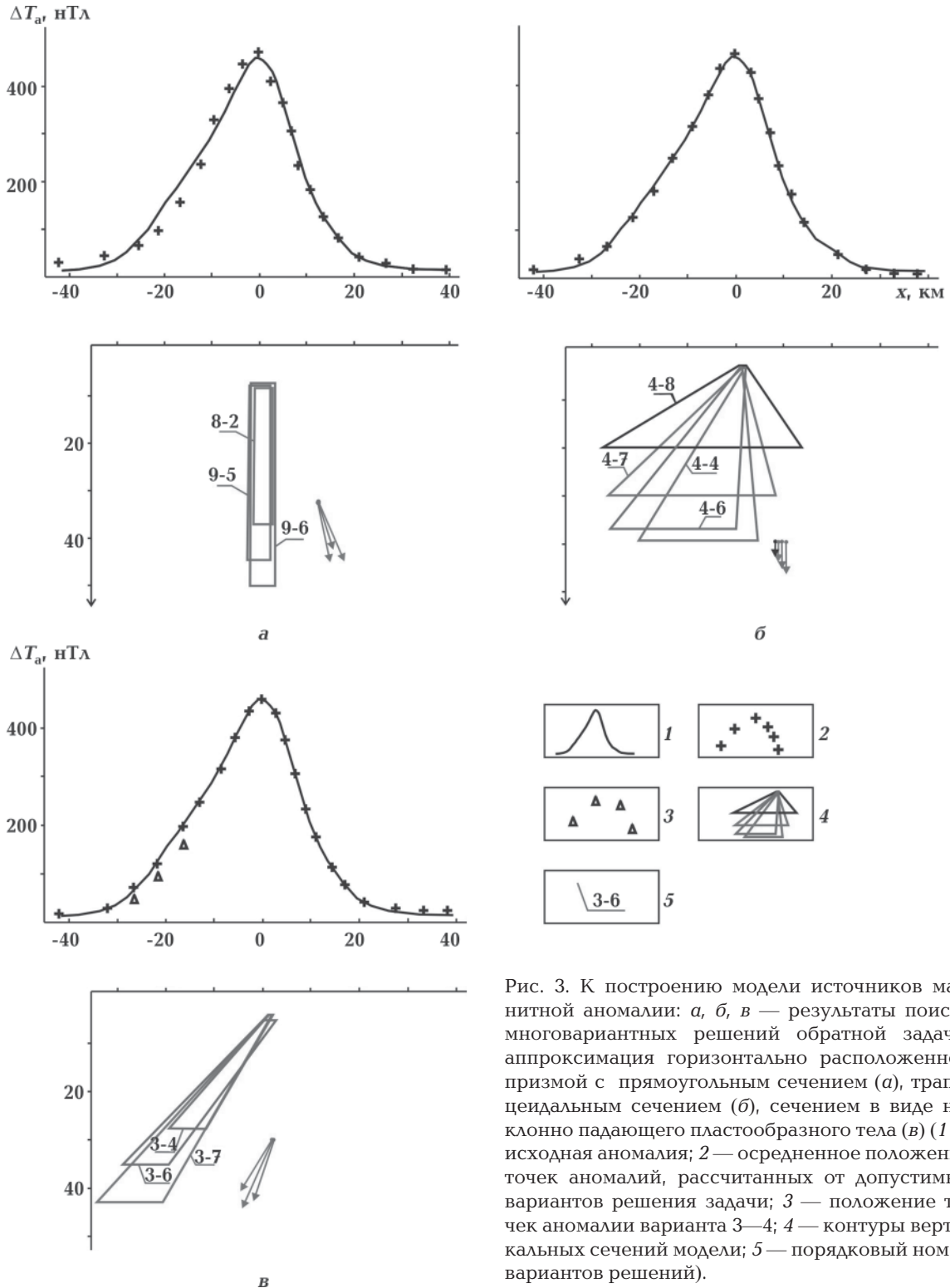


Рис. 3. К построению модели источников магнитной аномалии: *а*, *б*, *в* — результаты поиска многовариантных решений обратной задачи; аппроксимация горизонтально расположенной призмы с прямоугольным сечением (*а*), трапециевидальным сечением (*б*), сечением в виде наклонно падающего пластообразного тела (*в*) (1 — исходная аномалия; 2 — осредненное положение точек аномалий, рассчитанных от допустимых вариантов решения задачи; 3 — положение точек аномалии варианта 3—4; 4 — контуры вертикальных сечений модели; 5 — порядковый номер вариантов решений).

частью ядра — его осевой зоной, которой свойственны минимальные значения ЦФ.

Разработанная технология апробировалась на практических примерах. Сошлемся на результаты количественной интерпретации одной из аномалий, расположенных в пределах Черноморского региона — на северном фланге протяженной Алуштинско-Батумской полосы магнитных аномалий. На рис. 3 представлено несколько вариантов решения обратной задачи, которые скомпонованы таким образом, чтобы в наглядном виде представить характер проявления приближенной эквивалентности.

Из приведенных данных следует, как это и можно было ожидать, высокая устойчивость определения положения верхней кромки намагниченного тела (порядка 3—5 км) и значительный разброс положения нижней (20—50 км). В результате интерпретации установлен глубинный характер источников магнитных аномалий. Можно предполагать их связь с палеовулканическими центрами.

Заключение. 1. Определена особая роль целевого функционала (ЦФ) при поиске многовариантных решений обратной задачи — с ядром структуры ЦФ ассоциируется положение множества потенциально возможных решений. Это дает основание рассматривать ядро ЦФ как носитель информации о множестве потенциально воз-

можных решений. Отсюда следует, что при решении практических задач нет необходимости исследовать все параметрическое пространство, а можно ограничиться поисками в пределах ядра ЦФ. В таком контексте построение графического образа ядра ЦФ на картах проекции можно рассматривать как своеобразную форму решения обратной задачи в ее многовариантной постановке.

2. Предложен графический способ отображения целевого функционала в виде карт его проекции на плоскости отображения в пространстве параметров аппроксимирующей модели; разработана методика построения карт проекции. Одно из основных назначений таких карт — использование для организации целенаправленного поиска упорядоченных семейств допустимых вариантов.

3. Построение графического образа ядра целевого функционала на картах проекции можно рассматривать как своеобразную форму решения обратной задачи в ее многовариантной постановке.

4. В ходе экспериментов с теоретическими моделями и анализа построенных для них карт проекции ЦФ сформировался достаточный (в первом приближении) объем экспертной информации, которая позволила незамедлительно переходить к построению многовариантных моделей для истолкования наблюдаемых аномалий.

Список литературы

- Балк П. И. О надежности результатов количественной интерпретации гравитационных аномалий. *Изв. АН СССР. Физика Земли*. 1980. № 6. С. 43—57.
- Балк П. И., Долгаль А. С. Обратные задачи гравиметрии как задачи извлечения достоверной информации в условиях неопределенности. *Физика Земли*. 2012. № 5. С. 85—101.
- Булах Е. Г. Прямые и обратные задачи гравиметрии и магнитометрии. Киев: Наук. думка, 2010. 463 с.
- Булах Е. Г., Зейгельман М. С., Корчагин И. Н. Автоматизированный подбор гравитационных и магнитных аномалий: программно-алгоритмическое обеспечение и методические рекомендации. Киев, 1986. 236 с. Деп. в ВИНТИ 08.12.86. № 8363.
- Зейгельман М. С. Один тип эквивалентности при оценке глубины залегания намагниченных масс. *Докл. АН УССР. Сер. Б*. 1983. № 8. С. 10—13.
- Зейгельман М. С. Поиск гарантированных решений при автоматизированном подборе магнитных аномалий. *Геофиз. журн*. 1989. Т. 11. № 6. С. 67—76.
- Зейгельман М. С. Технология поиска пред-

- ставительной выборки эквивалентных решений для истолкования магнитных аномалий. В кн.: *Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. Збірник наукових праць*. Київ: Вид-во тов. «Карбон-ЛТД», 2005. С. 166—172.
- Корчагин И. Н. К вопросу о подборе параметров призматического тела по аномальному гравитационному полю методом минимизации. В кн.: *Новые методические разработки в геофизике*. Киев: Наук. думка, 1978. С. 91—97.
- Ланда Е. И. К оценке параметров малоамплитудного сброса методом оптимизации. *Геология и геофизика*. 1978. № 7. С. 80—89.
- Пашко В. Ф., Старостенко В. И. Методы решения прямых и обратных задач гравиметрии и магнитометрии на ЭВМ (по материалам зарубежных публикаций). Обзор информации. Сер. Региональная, разведочная и промысловая геофизика. Москва: ВИЭМС, 1982. 93 с.
- Старостенко В. И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. Киев: Наук. думка, 1978. 228 с.
- Старостенко В. И., Легостаева О. В., Макаренко И. Б., Савченко А. С. Комплекс программ автоматизированной интерпретации данных потенциальных полей (GMT-Auto). *Геофиз. журн.* 2015. Т. 37. № 1. С. 42—52.
- Страхов В. Н., Лапина М. И. Приближенная эквивалентность и ее использование при решении прямой и обратной задач гравиметрии и магнитометрии. В кн.: *Прикладная геофизика*. Москва: Недра, 1975. С. 149—176.

The construction of the graphical image of the target functional and its use for the search for multivariant solutions of the inverse magneto-prospecting problem

© M. S. Zeygelman, N. V. Panchenko, 2017

For practical applications, we propose a technology for searching ordered sets of feasible solutions of the inverse magneto-prospecting problem. It is oriented towards using the elements of the guarantee approach, which is realized due to the construction and analysis of fairly broad communities of approximately equivalent solutions.

One of the possible variants of this approach is considered, based on the idea of constructing the graphic structure of the target functional involved in the algorithms for automated selection. The necessary information is represented in the form of maps of the projection of the graphic structure.

A technique for constructing such maps has been developed. The features of their application for organizing a purposeful search for the set of admissible solutions of the inverse problem are considered. An example of a multivariate approach for interpreting anomaly observations is given.

Key words: the inverse problem, magnetic anomaly, magnetic model, the automated selection, target functionality, cards of projections.

References

- Balk P. I., 1980. On the reliability of the results of quantitative interpretation of gravitational anomalies. *Fizika Zemli* (6), 43—57 (in Russian).
- Balk P. I., Dolgal A. S., 2012. Inverse problems of gravimetry as the problem of extracting reliable information in conditions of uncertainty. *Fizika Zemli* (5), 85—101 (in Russian).
- Bulakh Ye. G., 2010. Direct and inverse problems of gravimetry and magnetometry. Kiev: Naukova Dumka, 463 p. (in Russian).

- Bulakh Ye. G., Zeygelman M. S., Korchagin I. N.*, 1986. Automated selection of gravitational and magnetic anomalies: software and algorithmic support and methodological recommendations. Kiev, 236 p. Depositor in the VINITI 08.12.86. No 8363 (in Russian).
- Zeygelman M. S.*, 1983. One type of equivalence in estimating the depth of occurrence of magnetized masses. *Doklady AN USSR. Ser. B* (8), 10—13 (in Russian).
- Zeygelman M. S.*, 1989. Search for guaranteed solutions for automated selection of magnetic anomalies. *Geofizicheskiy zhurnal* 11(6), 67—76 (in Russian).
- Zeygelman M. S.*, 2005. The search technology of a representative sample of equivalent solutions for the interpretation of magnetic anomalies. In: *Theoretical and applied aspects of geoinformatics. Collection of scientific works*. Kyiv: Karbon-ltd, P. 166—172 (in Russian).
- Korchagin I. N.*, 1978. To the problem of selection of parameters of a prismatic body by an anomalous gravitational field by the minimization method. In: *New methodological developments in geophysics*. Kiev: Naukova Dumka, P. 91—97 (in Russian).
- Landa E. I.*, 1978. To the estimation of parameters of low-amplitude fault by optimization method. *Geologiya i geofizika* (7), 80—89 (in Russian).
- Pashko V. F., Starostenko V. I.*, 1982. Methods for solving direct and inverse problems of gravimetry and magnetometry on a computer (based on foreign publications). Overview of information. Ser. Regional, exploration and field geophysics. Moscow: VIEMS, 93 p. (in Russian).
- Starostenko V. I.*, 1978. Stable numerical methods in problems of gravimetry. Kiev: Naukova Dumka, 228 p. (in Russian).
- Starostenko V. I., Legostaeva O. V., Makarenko I. B., Savchenko A. S.*, 2015. Software system for automated interpretation of potential field (GMT-Auto). *Geofizicheskiy zhurnal* 37(1), 42—52 (in Russian). doi: <https://doi.org/10.24028/gzh.0203-3100.v37i1.2015.111322>.
- Strakhov V. N., Lapina M. I.*, 1975. Approximate equivalence and its use in solving the direct and inverse problems of gravimetry and magnetometry. In: *Applied Geophysics*. Moscow: Nedra, P. 149—176 (in Russian).