doi: https://doi.org/10.15407/dopovidi2016.11.036
УДК 519

Член-корреспондент НАН Украины **Л.П. Хорошун**[1],
Н.Д. Панкратова[2], **С.Л. Яхин**[2]

[1] Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев
[2] НТУ Украины “КПИ им. Игоря Сикорского”, Киев
E-mail: lkhoroshun@yandex.ua

Моделирование производственно-рыночных процессов в двухсекторной макроэкономике при расширенном воспроизводстве

Предложена математическая модель динамики производственно-рыночных процессов в макроэкономике, которая базируется на связанных дифференциальных уравнениях баланса производства, учитывающего производительность, износ и накопление капитала, и баланса товарно-денежных потоков в двухсекторной модели экономики при расширенном воспроизводстве

Ключові слова: *модель, макроэкономика, капитал, блага, производительность, накопление, износ, денежная масса, цена, инфляция.*

Макроэкономика изучает закономерности агрегированного функционирования экономической системы страны на основе определенных макроэкономических моделей, описывающих экономические процессы и взаимосвязи между ними. Известные модели современной макроэкономики [1—5] сводятся к качественно-графическому или алгебраическому описанию экономических явлений и процессов. Основополагающими в макроэкономике принимаются алгебраическое уравнение обмена, представляющее собой равенство национального дохода (ВВП) сумме всех расходов (кейнсианская модель) или равенство произведений уровня цен на физический объем ВВП и количества денег на скорость их обращения (монетаристская модель), а также алгебраическое уравнение производственной функции, представляющее собой зависимость физического объема ВВП от объемов капитала и труда. Однако эти уравнения предполагают равновесное состояние экономики, поэтому они неприменимы к описанию нестационарных процессов таких как инвестирование, инфляция, спад, и подъем производства.

Исследование нестационарных процессов в макроэкономике может быть осуществлено только на базе новых моделей, в основу которых положены дифференциальные по времени уравнения производственных и рыночных процессов. Такие модели предложены в работе [7] для описания динамики производства и в [8] для описания динамики денег и цен при простом воспроизводстве. В настоящей работе строятся связанные дифференциальные уравнения, описывающие динамику производства и товарно-денежных процессов в двухсекторной модели макроэкономики при расширенном воспроизводстве.

В реальном производстве заняты конкретные единицы материального капитала с участием определенного количества людей. Пользуясь агрегированными параметрами, принимаем, что в производстве занято n единиц материального капитала, имеющих производительность (коэффициент капиталоотдачи) p в единицу времени и требующих участие l людей. Тогда имеем уравнение производства продукции в единицу времени

$$\dot{u} = pn \tag{1}$$

и общее количество занятых в производстве людей

$$L = l\,n, \tag{2}$$

где u — количество единиц произведенной продукции. Левая часть уравнения (1) представляет собой ВВП или национальный доход в материальной форме и, согласно назначению, состоит из суммы

$$\dot{u} = \dot{m} + \dot{n} + an, \tag{3}$$

где $\dot{m}, \dot{n}, an$ — соответственно приращения в единицу времени благ, инвестиционных продуктов и компенсации износа (амортизации) капитала; a — норма износа капитала в единицу времени.

Уравнение производства (1) необходимо дополнить законом производственного накопления, с которым связано инвестирование, т.е. вложение капитала в производство. Основой инвестирования в закрытой экономике являются сбережения секторов. С учетом амортизации примем закон производственного накопления в виде

$$\dot{n} + an = s\dot{u} + \dot{n}_i. \tag{4}$$

Здесь первое слагаемое в правой части, где s — норма накопления капитала, описывает накопление капитала, осуществляемое предпринимателями за счет своих сбережений. Второе слагаемое $\dot{n}_i$ связано с инвестициями извне. Подставляя (1) в (4), получим дифференциальное уравнение относительно капитала

$$\dot{n} - (sp - a)n - \dot{n}_i = 0, \tag{5}$$

решение которого при постоянных s, p, a имеет вид

$$n = e^{(sp-a)t}\left[n_o + \int_0^t \dot{n}_i(t)e^{-(sp-a)t}dt\right], \tag{6}$$

где n_0 — начальное количество капитала.

Если инвестиционная составляющая $s\dot{u}$ полностью идет на компенсацию износа капитала, т.е. $sp = a$, то из (6) для произвольного $n_i(t)$ находим

$$n = n_0 + n_i. \tag{7}$$

Если предприниматели не осуществляют инвестирование за счет своих сбережений, т.е. $s = 0$, то при $\dot{n}_i = \text{const}$ решение (6) имеет вид

$$n = n_0 e^{-at} + \frac{\dot{n}_i}{a}(1 - e^{-at}). \tag{8}$$

Соотношения (1)—(8) позволяют определить физический объем ВВП $\dot{u}$, благ $\dot{m}$ и занятых в производстве людей L по заданным параметрам $p, a, s, l, \dot{n}_i$.

Рассмотрим двухсекторную модель экономики, когда в экономическом кругообороте выступают только два сектора — предприятия (сектор 1) и домашние хозяйства (сектор 2) при расширенном воспроизводстве. Предприятия, являющиеся владельцами материального капитала n, производят ВВП согласно (1), (3), используя рабочую силу (2) из домашних хозяйств. Производимые сектором (1) блага можно представить в виде

$$\dot{m} = \dot{m}_{11} + \dot{m}_{12}, \qquad (9)$$

где $\dot{m}_{11}, \dot{m}_{12}$ — соответственно количества благ потребляемых секторами 1 и 2 в единицу времени (товарными запасами благ пренебрегаем). Если кроме рынка благ существуют только рынок труда, т.е. другими ресурсами предприятия обеспечены, то можно записать уравнения баланса денежных масс секторов

$$\dot{M}_1 = \dot{M}_{21}^m - \dot{M}_{12}^T + \dot{M}_э + \dot{M}_i, \qquad \dot{M}_2 = \dot{M}_{12}^T - \dot{M}_{21}^m - \dot{M}_i + \dot{M}_{2s}. \qquad (10)$$

Здесь M_1, M_2 — принимающие участие в кругообороте денежные массы секторов 1 и 2, $\dot{M}_{21}^m$ — поток денег в единицу времени из сектора 2 в сектор 1 за счет купли-продажи благ $\dot{m}_{12}$; $\dot{M}_{12}^T$ — поток денег в единицу времени из сектора 1 в сектор 2 за счет купли-продажи труда $\dot{T}_{21}$; $\dot{M}_э$ — эмиссия денег в единицу времени в секторе 1; $\dot{M}_i$ — поток сберегаемых в секторе 2 денег в единицу времени, направляемых на инвестирование в сектор 1; $\dot{M}_{2s}$ — денежные сбережения в секторе 2. Денежные потоки $\dot{M}_{21}^m$, $\dot{M}_{12}^T$ определяются соотношениями

$$\dot{M}_{21}^m = P\dot{m}_{12}, \ \dot{M}_{12}^T = W\dot{T}_{21}, \qquad (11)$$

где P — потребительская цена единицы благ; W — заработная плата.

Поток денег $\dot{M}_{12}^T$ представляет собой затраты сектора 1 на оплату труда по производству ВВП (1) в единицу времени. В предположении обеспеченности предприятий другими ресурсами, необходимыми для производства, приходим к равенству

$$\dot{M}_{12}^T = W\dot{T}_{21} = P'\dot{u}, \qquad (12)$$

где P' — затратная цена единицы ВВП. Тогда на основе (11), (12) уравнения баланса денежных масс секторов (10) можно представить в виде

$$\dot{M}_1 = P\dot{m}_{12} - P'\dot{u} + \dot{M}_э + \dot{M}_i, \ \dot{M}_2 = P'\dot{u} - P\dot{m}_{12} - \dot{M}_i + \dot{M}_{2s}. \qquad (13)$$

Финансовые инвестиции $\dot{M}_i$, поступающие из сектора 2 в сектор 1, идут на производство материальных инвестиционных продуктов $\dot{n}_i$. Если пренебречь запаздыванием материального потока $\dot{n}_i$ по отношению к финансовому потоку $\dot{M}_i$, то связь между ними, по аналогии с (12), можно представить в виде

$$\dot{M}_i = P'\dot{n}_i. \qquad (14)$$

Система дифференциальных уравнений (1), (3), (5), (13), (14) описывает производственно-рыночные процессы закрытой двухсекторной экономики на основе совмещения материально-вещественного и стоимостного аспектов. Внешними или экзогенными параметрами здесь являются эмиссия денег $\dot{M}_э$, денежные инвестиции $\dot{M}_i$ и величины p, a, s, l. Внутренними или эндогенными являются параметры $M_1, M_2, P, P', L, \dot{u}, \dot{n}, \dot{m}, \dot{n}_i$, определяемые из решения уравнений. Хотя известно [6], что различие между экзогенными и эндогенными параметрами может быть относительным и зависящим от вида конкретных производственно-рыночных процессов.

Умножение уравнений (13), (14) на одно и то же число не изменяет описываемых процессов, что свидетельствует о зависимости цен P, P' от денежной массы $M = M_1 + M_2$. В общем случае цены P, P' могут зависеть также от распределения денежной массы по секторам, т. е. в линейном приближении можно принять зависимости

$$P' = \gamma_{11}M_1 + \gamma_{12}M_2\,,\; P = \gamma_{21}M_1 + \gamma_{22}M_2\,, \tag{15}$$

где $\gamma_{11}, \gamma_{12}, \gamma_{21}, \gamma_{22}$ — постоянные для конкретных экономических процессов. Тогда, подставляя (15) в (13), получим систему дифференциальных уравнений относительно денежных масс секторов

$$\dot{M}_1 = (\gamma_{21}\dot{m}_{12} - \gamma_{11}\dot{u})M_1 + (\gamma_{22}\dot{m}_{12} - \gamma_{12}\dot{u})M_2 + \dot{M}_э + \dot{M}_i\,,$$

$$\dot{M}_2 = (\gamma_{11}\dot{u} - \gamma_{21}\dot{m}_{12})M_1 + (\gamma_{12}\dot{u} - \gamma_{22}\dot{m}_{12})M_2 - \dot{M}_i + \dot{M}_{2s}\,, \tag{16}$$

которую можно преобразовать к виду

$$\dot{M} = \dot{M}_э,\; \dot{M}' + \varphi M' + \psi M = \dot{M}_э + 2\dot{M}_i - \dot{M}_{2s}\,, \tag{17}$$

где обозначено

$$M = M_1 + M_2\,,\; M' = M_1 - M_2\,,\; \varphi = (\gamma_{11} - \gamma_{12})\dot{u} + (\gamma_{22} - \gamma_{21})\dot{m}_{12}\,,$$

$$\psi = (\gamma_{11} + \gamma_{12})\dot{u} - (\gamma_{22} + \gamma_{21})\dot{m}_{12}\,. \tag{18}$$

Если известны материально-вещественные потоки $\dot{u},\; \dot{m}_{12}$, то можно записать решение системы (17)

$$M = M_0 + M_э,$$

$$M' = \exp\left[-\int_0^t \varphi(t)\,dt\right]\left\{M_0' - \int_0^t \left[\psi(t)\left(M_0 + M_э\right) - \dot{M}_э - 2\dot{M}_i + \dot{M}_{2s}\right]\exp\left[\int_0^t \varphi(t)\,dt\right]dt\right\}, \tag{19}$$

где M_0, M_0' — начальные значения соответственно общей денежной массы и разности денежных масс секторов.

Подставляя (16) в (15), после некоторых преобразований получим дифференциальные уравнения соответственно относительно потребительской и затратной цены

$$\dot{P} + \varphi P = \gamma(M_0 + M_э + M_{2s})\dot{u} + \gamma_{21}\dot{M}_э - \gamma_2\dot{M}_i + \gamma_{22}\dot{M}_{2s},$$

$$\dot{P}' + \varphi P' = \gamma(M_0 + M_э + M_{2s})\dot{m}_{12} + \gamma_{11}\dot{M}_э - \gamma_1\dot{M}_i + \gamma_{12}\dot{M}_{2s}$$

$$\left(\gamma = \gamma_{11}\gamma_{22} - \gamma_{12}\gamma_{21},\quad \gamma_1 = \gamma_{11} - \gamma_{12},\quad \gamma_2 = \gamma_{22} - \gamma_{21}\right). \tag{20}$$

При известных потоках $\dot{u},\; \dot{m}_{12}$ решение уравнений (20) определяется интегралами

$$P = \exp\left[-\int_0^t \varphi(t)\,dt\right]\left\{P_0 + \int_0^t \left[\gamma(M_0 + M_э + M_{2s})\dot{u} + \gamma_{21}\dot{M}_э - \gamma_2\dot{M}_i + \gamma_{22}\dot{M}_{2s}\right]\exp\left[\int_0^t \varphi(t)\,dt\right]dt\right\},$$

$$P' = \exp\left[-\int_0^t \varphi(t)\,dt\right]\left\{P_0' + \int_0^t \left[\gamma(M_0 + M_э + M_{2s})\dot{m}_{12} + \gamma_{11}\dot{M}_э + \gamma_1\dot{M}_i + \gamma_{12}\dot{M}_{2s}\right]\exp\left[\int_0^t \varphi(t)\,dt\right]dt\right\}, \tag{21}$$

где P_0, P_0' — начальные значения соответствующих цен.

В общем случае при производстве материальных инвестиционных продуктов $\dot{n}_i$ за счет инвестиций $\dot{M}_i$ из (14) следует, что ВВП $\dot{u}$, а следовательно и поток благ $\dot{m}_{12}$, зависят от

P', поэтому уравнения (17), (21) будут нелинейными. В этом случае их решение можно построить лишь численными методами.

Приведенные уравнения описывают нестационарные производственно-рыночные процессы в двухсекторной экономике. Стационарный или равновесный кругооборот в рассматриваемой модели имеет место при условии

$$\dot{M}_1 = 0,\ \dot{M}_2 = 0,\ \dot{M}_э = 0,\ \ \dot{M}_i = 0,\ \ \dot{M}_{2s} = 0,\ p = p^0,\ a = a^0,\ n = n^0,$$

$$\dot{u} = \dot{u}^0 = \dot{m}^0 + a^0 n^0,\ \dot{m} = \dot{m}^0,\ \ \dot{m}_{11} = \dot{m}_{11}^0,\ \dot{m}_{12} = \dot{m}_{12}^0,\ \ P = P^0,\ P' = P'^0,\ M = M^0, \tag{22}$$

где $P^0, a^0, n^0, \dot{u}^0, \dot{m}^0, \dot{m}_{11}^0, \dot{m}_{12}^0, P^0, P'^0$ — постоянные величины. В этом случае из уравнений баланса денежных масс (13) следует равенство

$$P^0 \dot{m}_{12}^0 = P'^0(\dot{m}^0 + a^0 n^0) = M^0 V^0, \tag{23}$$

где $M^0 = M_1 + M_2$ — постоянная общая денежная масса, принимающая участие в кругообороте; V^0 — постоянная скорость оборота денежной массы M^0. Из (1), (3), (9), (23) находим ВВП и прибыли секторов 1 и 2 в материально-вещественной форме

$$\dot{u}^0 = p^0 n^0,\ \dot{m}_{11}^0 = [(1-r)p^0 - a^0]n^0,\ \dot{m}_{12}^0 = rp^0 n^0 \quad \left(r = \frac{P'^0}{P^0} = \frac{\dot{m}_{12}^0}{\dot{u}^0} \right) \tag{24}$$

и в денежной форме

$$P^0 \dot{u}^0 = P^0 p^0 n^0,\ P^0 \dot{m}_{11}^0 = [(P^0 - P'^0)p^0 - P^0 a^0]n^0,\ P^0 \dot{m}_{12}^0 = P'^0 p^0 n^0. \tag{25}$$

Если пользоваться терминологией марксистской политической экономии, то $\dot{m}_{11}^0$ представляет собой прибавочный продукт, а $P^0 \dot{m}_{11}^0$ — прибавочную стоимость. Прибавочная стоимость обусловлена разностью потребительской P^0 и затратной P'^0 цен.

Для стационарного кругооборота из (20), (22), (23) находим выражения для цен

$$P^0 = \frac{\gamma}{\gamma_1 + r\gamma_2} M^0,\ P'^0 = \frac{r\gamma}{\gamma_1 + r\gamma_2} M^0, \tag{26}$$

распределения денег по секторам

$$M_1^0 = \frac{r\gamma_{22} - \gamma_{12}}{\gamma_1 + r\gamma_2} M^0,\ M_2^0 = \frac{\gamma_{11} - r\gamma_{21}}{\gamma_1 + r\gamma_2} M^0 \tag{27}$$

и скорости оборота денежной массы

$$V^0 = \frac{r\gamma p^0 n^0}{\gamma_1 + r\gamma_2}. \tag{28}$$

Так как денежные потоки (11) равны для стационарного кругооборота, то денежная масса M^0, участвующая в кругообороте, распределена по секторам равномерно $(M_1^0 = M_2^0 = 0{,}5M^0)$. Поэтому из (27) следует равенство

$$\gamma_{11} + \gamma_{12} = r(\gamma_{22} + \gamma_{21}). \tag{29}$$

Новое стационарное состояние, согласно (1), (3), (14), (22), будем характеризовать суммой параметров предыдущего состояния и приращений

$$p^0 + \Delta p,\ a^0 + \Delta a,\ n^0 + \Delta n,\ \dot{u}^0 + \Delta u,\ \dot{m}^0 + \Delta \dot{m},\ \dot{m}_{11}^0 + \Delta \dot{m}_{11},\ \dot{m}_{12}^0 + \Delta \dot{m}_{12},$$

$$P^0 + \Delta P,\ P'^0 + \Delta P',\ M^0 + \Delta M_э + \Delta M_{2s},\ \Delta M_i \tag{30}$$

При этом, как следует из (14), (20), имеют место уравнения

$$P^0+\Delta P=\frac{\gamma(M^0+\Delta M_э+\Delta M_{2s})}{\gamma_1+(r+\Delta r)\gamma_2},\ P'^0+\Delta P'=\frac{\gamma(r+\Delta r)(M^0+\Delta M_э+\Delta M_{2s})}{\gamma_1+(r+\Delta r)\gamma_2},$$

$$r+\Delta r=\frac{\dot m_{12}^0+\Delta\dot m_{12}}{\dot u^0+\Delta\dot u},\ \Delta M_i=P'^0\Delta n, \tag{31}$$

откуда получим выражение темпов инфляции

$$\frac{\Delta P}{P^0}=\frac{\mu-\varepsilon}{1+\varepsilon},\quad \frac{\Delta P'}{P'^0}=\frac{\mu+\sigma}{1+\varepsilon}, \tag{32}$$

где обозначено

$$\mu=\mu_э+\mu_{2s},\ \mu_э=\frac{\Delta M_э}{M^0},\ \mu_{2s}=\frac{\Delta M_{2s}}{M^0},\ \varepsilon=\frac{\gamma_2(r'-r)d}{(\gamma_1+\gamma_2 r)(1+d)},\ r=\frac{\dot m_{12}^0}{\dot u^0},$$

$$r'=\frac{\Delta\dot m_{12}^0}{\Delta\dot u^0},\ d=\frac{\Delta\dot u}{\dot u^0},\ \sigma=\left(\mu+\frac{\gamma_1}{\gamma_2 r}\right)\frac{(r'-r)d}{r(1+d)},\ r'-r=\frac{(1+d)}{d}\Delta r. \tag{33}$$

Приращения ВВП и прибыли секторов 1 и 2 в материально-вещественной форме определяются формулами

$$\Delta\dot u=p^0\Delta n+\Delta p(n^0+\Delta n),\ \Delta\dot m_{11}=[(1-r)p^0-a^0]\Delta n+[(1-r)\Delta p-\Delta r(p^0+\Delta p)-\Delta a](n^0+\Delta n),$$

$$\Delta\dot m_{12}=rp^0\Delta n+[r\Delta p+\Delta r(p^0+\Delta p)](n^0+\Delta n). \tag{34}$$

В денежной форме соответственно имеем

$$(P^0+\Delta P)(\dot u^0+\Delta\dot u)-P^0\dot u^0=P^0\left[\frac{\mu-\varepsilon}{1+\varepsilon}(\dot u^0+\Delta\dot u)+\Delta\dot u\right],$$

$$(P^0+\Delta P)(\dot m_{11}^0+\Delta\dot m_{11})-P^0\dot m_{11}^0=P^0\left[\frac{\mu-\varepsilon}{1+\varepsilon}(\dot m_{11}^0+\Delta\dot m_{11})+\Delta\dot m_{11}\right],$$

$$(P^0+\Delta P)(\dot m_{12}^0+\Delta\dot m_{12})-P^0\dot m_{12}^0=P^0\left[\frac{\mu-\varepsilon}{1+\varepsilon}(\dot m_{12}^0+\Delta\dot m_{12}^0)+\Delta\dot m_{12}\right]. \tag{35}$$

Соотношения (22)—(35) относятся к двум стационарным состояниям при скачкообразном изменении параметров по истечении длительного промежутка времени. Для изучения процесса во времени будем исходить из динамической постановки. Пусть в начальный момент времени $t=0$ экономика находится в состоянии стационарного кругооборота (22), а в момент времени $t=t_1$ происходит скачкообразное изменение параметров

$$\dot M_э=\Delta\dot M_э\delta(t-t_1),\ \dot M_i=\Delta\dot M_i\delta(t-t_1),\ \dot M_{2s}=\Delta\dot M_{2s}\delta(t-t_1),$$

$$M_э=\Delta M_э\sigma(t-t_1),\ M_i=\Delta M_i\sigma(t-t_1),\ M_{2s}=\Delta M_{2s}\sigma(t-t_1),$$

$$\dot u=\dot u^0+\Delta\dot u\sigma(t-t_1),\ \dot m_{12}=\dot m_{12}^0+\Delta\dot m_{12}\sigma(t-t_1), \tag{36}$$

где $\delta(t-t_1)$ — δ-функция Дирака; $\sigma(t-t_1)$ — функция единичного скачка. Подставляя (36) в (21), находим зависимость от времени темпов инфляции для потребительской и затратной цен

$$\frac{\Delta P}{P^0}=\frac{1}{\gamma}(\gamma_1+\gamma_2 r)(\gamma_{21}\mu_э+\gamma_{22}\mu_{2s}-\gamma_2\mu_i)e^{-\alpha(t-t_1)}+\frac{\mu-\varepsilon}{1+\varepsilon}(1-e^{-\alpha(t-t_1)}),$$
$$\frac{\Delta P'}{P'^0}=\frac{1}{\gamma r}(\gamma_1+\gamma_2 r)(\gamma_{11}\mu_э+\gamma_{12}\mu_{2s}+\gamma_1\mu_i)e^{-\alpha(t-t_1)}+\frac{\mu+\varepsilon}{1+\varepsilon}(1-e^{-\alpha(t-t_1)}), \quad (37)$$

где обозначено

$$\alpha=\dot{u}^0(\gamma_1+\gamma_2 r)(1+d)(1+\varepsilon),\ \mu_i=\frac{\Delta M_i}{M^0}=\frac{rP^0\Delta n}{M^0}. \quad (38)$$

Отсюда следует, что в краткосрочном периоде, т.е. при t близком к t_1, темп инфляции определяется первым слагаемым. С течением времени первое слагаемое убывает, а второе слагаемое возрастает. В долгосрочном периоде, т.е. при $\alpha(t-t_1)>>1$, приходим к стационарным значениям (32).

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Долан Э.Дж., Кэмпбелл К.Д., Кэмпбелл Р.Дж.* Деньги, банковское дело и денежно-кредитная политика. — Москва; Ленинград: Профико, 1991. — 448 с.
2. *Менкью Н.Г.* Макроэкономика. — Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1994. — 226 с.
3. *Моделирование* народнохозяйственных процессов. Уч. пос. для эконом. вузов и факультетов / Под ред. В.С. Дадаяна. — Москва: Экономика, 1973. — 479 с.
4. *Плакунов М.К., Раяцкас Р.* Производственные функции в экономическом анализе. — Вильнюс: Минтис, 1984. — 308 с.
5. *Терехов Л.Л.* Производственные функции. — Москва: Статистика, 1974. — 128 с.
6. *Селищев А.С.* Макроэкономика. — Ст-Петербург: Питер, 2000. — 448 с.
7. *Хорошун Л.П.* Дифференциальные уравнения динамики производства в макроэкономике // Доп. НАН України. — 2002. — № 4. — С. 83—90.
8. *Хорошун Л.П.* Математическая модель динамики денег и цен в макроэкономике при простом воспроизводстве // Доп. НАН України. — 2002. — № 8. — С. 68—74.

REFERENCES

1. *Dolan E.J., Campbell C.D., Campbell R.G.* Money, banking and monetary policy . Moscow; Leningrad: Profico, 1991 (in Russsian).
2. *Mankiu N.G.* Macroeconomics. Moscow: Publ. house Moscow univ., 1994 (in Russian).
3. *Modeling* of economic processes. A manual for economic universities and faculties. Ed. V.S. Dadayan. Moscow: Economics, 1973 (in Russian).
4. *Plakunov M.K., Rayatskas R.* Production functions in the economic analisis. Vilnius: Mintis, 1984 (in Russian).
5. *Terekhov L.L.* Production functions. Moscow: Statistika, 1974 (in Russian).
6. *Selishchev A.S.* Macroeconomics. Saint-Petersburg: Publ. house Piter, 2000 (in Russian).
7. *Khoroshun L.P.* Dopov. NAS Ukraine, 2002, № 4: 83—90 (in Russian).
8. *Khoroshun L.P.* Dopov. NAS Ukraine, 2002, № 8: 68—74 (in Russian).

Поступило в редакцию 16.03.2016

Член-кореспондент НАН України Л.П. Хорошун[1], *Н.Д. Панкратова*[2], *С.Л. Яхін*[2]

[1] Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ
[2] НТУ України "КПІ ім. Ігоря Сікорського", Київ
E-mail: lkhoroshun@yandex.ua

МОДЕЛЮВАННЯ ВИРОБНИЧО-РИНКОВИХ ПРОЦЕСІВ У ДВОСЕКТОРНІЙ МАКРОЕКОНОМІЦІ ПРИ РОЗШИРЕНОМУ ВІДТВОРЕННІ

Запропоновано математичну модель динаміки виробничо-ринкових процесів у макроекономіці, що базується на зв'язаних диференціальних рівняннях балансу виробництва, які враховують продуктивність, зношення і накопичення капіталу, і балансу товарно-грошових потоків у двосекторній економіці при розширеному відтворенні.

Ключові слова: *модель, макроекономіка, капітал, блага, продуктивність, накопичення, зношення, грошова маса, ціна, інфляція.*

Corresponding Member of the NAS of Ukraine L.P. Khoroshun[1], *N.D. Pankratova*[2], *S.L. Yakhin*[2]

[1] S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kiev
[2] NTU Ukraine " I. Sikorsky KPI", Kiev
E-mail: lkhoroshun@yandex.ua

SIMULATION OF PRODUCTION AND MARKET PROCESSES IN THE TWO-SECTOR MACROECONOMICS AT EXTENDED REPRODUCTION

A mathematical model of the dynamics of production and market processes is suggested. It is based on the coupled differential equations of balance of the production, with regard for the productivity, depreciation and accumulation of capital, as well as the balance of commodity-money flows in the two-sector model of the economy at extended reproduction.

Keywords: *model, macroeconomics, capital, benefits, productivity, accumulation, depreciation, money supply, price, inflation.*