

Раздел 4. Технично-економические проблемы горного производства

УДК 537.622

В.Г. Сынков, Д.В. Транковский

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОВОДИМОСТИ ТКАНЫХ ПОЛОТЕН ДЛЯ СПЕЦОДЕЖДЫ

ИФГП НАН Украины

Представлено результати чисельного моделювання провідності фрагмента тканини, що містить нитки з металевими волокнами. Досліджено залежність провідності фрагмента тканини від його розмірів

Ключові слова: спецодяг, вибухобезпека, електропровідність, металеві волокна, чисельне моделювання

V.G. Synkov, D.V. Trankovskiy

NUMERICAL MODELLING OF CONDUCTIVITY OF FABRICS FOR OVERALLS

Results of numerical modelling of conductivity of a fragment of the fabric containing strings with metal fibres are presented. Dependence of conductivity of the fragment on its size is investigated.

Keywords: working clothing fabric, metal fibres, conductivity, numerical modelling, explosion safety

Введение

Степень электризации текстильных материалов, их способность накапливать и сохранять на своей поверхности электрические заряды зависят от электропроводности ткани, т.е. возможности компонентов ее структуры либо обеспечивать перетекание зарядов от участков с высоким потенциалом к менее напряженным зонам, либо осуществлять релаксацию зарядов путем появления токов короны между отдельными участками ткани или между тканью, окружающей средой и заземленным оборудованием [1,2]. Материалы, используемые для спецодежды шахтеров Украины при работах с взрывчатыми веществами и в зонах вероятного скопления метана, имеют потенциалы электризации, в 5–20 раз превышающие значения, определяемые ГОСТ 12.1.018-86 «Электрическая искробезопасность объектов» [3].

Эффективной защитой против электризации спецодежды является введение в структуру ткани композитной нити, содержащей металлические микроволокна ($\varnothing 5\text{--}15$ мкм) короткой длины (30–50 мм) [4].

Состояние вопроса

Для получения базовых соотношений, описывающих зависимость проводимости ткани от длины отрезков микроволокон, их доли в композитной нити и относительного содержания металла в ткани, была разработана компьютерная модель проводимости такого материала, на основе которой обобщена задача узлов теории протекания путем учета дальнего действия [5]. Обобщение состояло в допущении прямых связей между узлами, удаленными друг от друга на расстояние, не превышающее величину kD , где D – шаг сетки плетения ткани, k – целое число. При $k = 1$ задача [5] сводится к классической задаче узлов [6]. При $k > 1$ дальнедействующие связи, проходящие через узлы, в которых нет электрического контакта между пересекающимися нитями, снижают порог перколяции и изменяют зависимость проводимости от вероятности повреждения узла.

Для построения алгоритма расчета проводимости участка полотна, основанного на обобщении [5], определена структура зависимости проводимости композитной нити по ее длине и длине проводящих волокон, в которой с использованием экспериментальных данных установлены эффективные коэффициенты объемного наполнения композитной нити металлом [7].

В работе [7] приняты следующие допущения:

1. Все металлические волокна имеют длину l и равномерно распределены вдоль нити. Последнее означает, что любое сечение нити пересекает одно и то же число q волокон. Величина q однозначно связана с объемной долей проводящих волокон в нити.

2. Электрод, пересекающий нить, контактирует с p -й частью проводящих волокон, имеющих в данном сечении, т.е. в контакт с электродом вступают qp волокон.

3. Волокна в нити не контактируют друг с другом. Последнее предположение справедливо при относительно малой объемной доле проводящих волокон и означает, что отрезки металлических волокон не образуют связных цепочек.

Суммарная проводимость n_{12} волокон, соединяющих электроды 1 и 2, определяется соотношениями

$$Y_1(x) = \begin{cases} Y_0 q p^2 (1/x - 1/l) & \text{при } 0 < x \leq l, \\ 0 & \text{при } x > l. \end{cases} \quad (1)$$

Проводимость нити при наполнении металлом на 7 и 30% составляет соответственно:

$$Y(x) = \begin{cases} 0,37(1/x - 1/40), \text{ 1/Ом} & \text{при } 0 < x \leq 40 \text{ мм,} \\ 0 & \text{при } x > 40 \text{ мм;} \end{cases} \quad (2)$$

$$Y(x) = \begin{cases} 1,1(1/x - 1/40), \text{ 1/Ом} & \text{при } 0 < x \leq 40 \text{ мм,} \\ 0 & \text{при } x > 40 \text{ мм.} \end{cases} \quad (3)$$

На результаты расчета проводимости материала могут оказать влияние шаг расчетной сетки и размеры полотен. Этим вопросам посвящена данная работа.

Шаг расчетной сетки. Результаты численного моделирования проводимости элемента полотна

Компьютерное моделирование проводимости тканого материала приводит к необходимости решения системы линейных уравнений большой размерности.

Действительно, при исследовании электрической сети методом узловых потенциалов, примененном в алгоритме [5], количество неизвестных равно числу целых узлов расчетной сетки. Целым, в отличие от поврежденного, мы называем узел, в котором имеется электрический контакт между пересекающимися нитями. Если размер квадратного участка полотна L , а шаг сетки $\Delta = d$, то максимально возможное количество целых узлов равно $(L/d)^2$. Очевидно, представительный элемент полотна должен иметь размер, превышающий максимально возможную длину прямых связей между узлами, т.е. согласно (1) – величину l . В реальной ситуации $d = 0,25\text{мм}$, $l = 40\text{мм}$ и $(L/d)^2 = 25600$. Таким образом, когда относительная доля целых узлов близка к 1, задача сводится к решению системы, включающей порядка $2 \cdot 10^4$ уравнений.

В соответствии с методом узловых потенциалов [8] матрица этой системы A имеет следующую структуру: в элементе (i, i) главной диагонали стоит сумма проводимостей, которые одним своим полюсом соединены с i -м узлом; в недиагональных элементах (i, j) располагается величина проводимости между i -м и j -м узлами, взятая с обратным знаком. Поскольку в рассматриваемой электрической сети [5] каждый узел может быть связан не более чем с четырьмя другими узлами, то из предыдущего следует, что в каждой строке матрицы имеется не более пяти ненулевых элементов. Кроме того, указанная матрица, очевидно, симметрична относительно главной диагонали. Таким образом, данная матрица относится к ленточному типу.

В настоящее время известен ряд эффективных методов решения систем линейных уравнений большой размерности с ленточными матрицами [9]. В нашем алгоритме мы использовали метод предобусловленного сопряженного градиента, в котором матрицей-предобусловливателем является матрица, составленная из диагональных коэффициентов матрицы A .

В связи со сказанным выше представляют интерес эффективные оценки проводимости, если их получение не требует решения систем уравнений слишком большой размерности.

Нижнюю оценку проводимости тканого материала можно получить путем представления его в виде m параллельно соединенных сеток, имеющих шаг, в m раз больший шага d нитей в материале. Действительно, предположим, что эти сетки расположены друг над другом, причем каждая последующая смещена относительно предыдущей так, как показано на рис. 1.

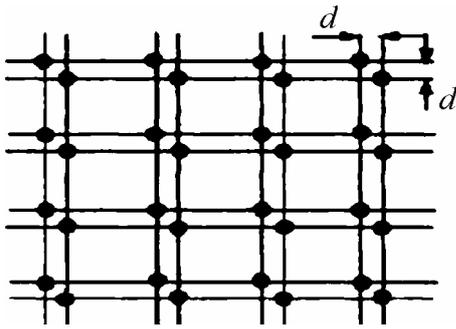


Рис. 1. Представление полотна в виде параллельно соединенных сеток

Что касается геометрических аспектов, то структура такого пакета сеток не отличается от структуры материала. Что же касается токопроводящих свойств, то пакет сеток отличается от материала. Отличия эти связаны с тем, что в материале возможны электрические контакты между пересекающимися нитями, расположенными в различных сетках. Очевидно, что дополнительные связи могут лишь увеличить проводимость

электрической сети. Поэтому проводимость материала будет больше проводимости параллельно соединенных сеток. Различие в величине проводимости тем меньше, чем меньше токи протекают по дополнительным связям. Величина этих токов определяется разностью потенциалов между точками, расположенными на одной вертикали, но на разных сетках. Очевидно, что чем более мелкими и однородными являются сетки, чем меньше в них доля поврежденных узлов, тем меньше указанная разность потенциалов и, следовательно, тем меньше различие между проводимостью пакета сеток и проводимостью материала.

Таким образом, используя в расчетах сетки, имеющие все меньший шаг, мы получим монотонно возрастающую последовательность нижних оценок проводимости, сходящуюся к величине проводимости материала.

Приведенные выше рассуждения подтверждает рис. 2, иллюстрирующий результаты серии компьютерных экспериментов, которые состоят в следующем.

Элемент материала размером 50×50 мм, сотканного из нитей диаметром 250 мкм, моделировали с помощью наборов сеток, имеющих шаг Δ , мм: 5; 2,5; 1; 0,75. Максимальная размерность задачи на этих сетках равна соответственно 10^2 , $4 \cdot 10^2$, $2,5 \cdot 10^3$, $4 \cdot 10^3$. При численном моделировании на сетке с шагом Δ зависимость проводимости связи Y_{Δ} от расстояния между узлами m , измеренного в шагах сетки, задавалась соотношениями, аналогичными (2) и (3):

при 7%-ном наполнении металлическими волокнами:

$$Y_{\Delta}(m) = \begin{cases} (0,37/\Delta)(1/m - \Delta/40), 1/\text{Ом} & \text{при } 0 < m \leq 40/\Delta, \\ 0 & \text{при } m > 40/\Delta; \end{cases} \quad (4)$$

при 30%-ном наполнении:

$$Y_{\Delta}(m) = \begin{cases} (1,1/\Delta)(1/m - \Delta/40), 1/\text{Ом} & \text{при } 0 < m \leq 40/\Delta, \\ 0 & \text{при } m > 40/\Delta. \end{cases} \quad (5)$$

Эти соотношения очевидным образом следуют из [7]. Проводимость элемента полотна получали путем умножения проводимости расчетной сетки на величину $n = (\Delta/d)$ (n – количество параллельно соединенных сеток).

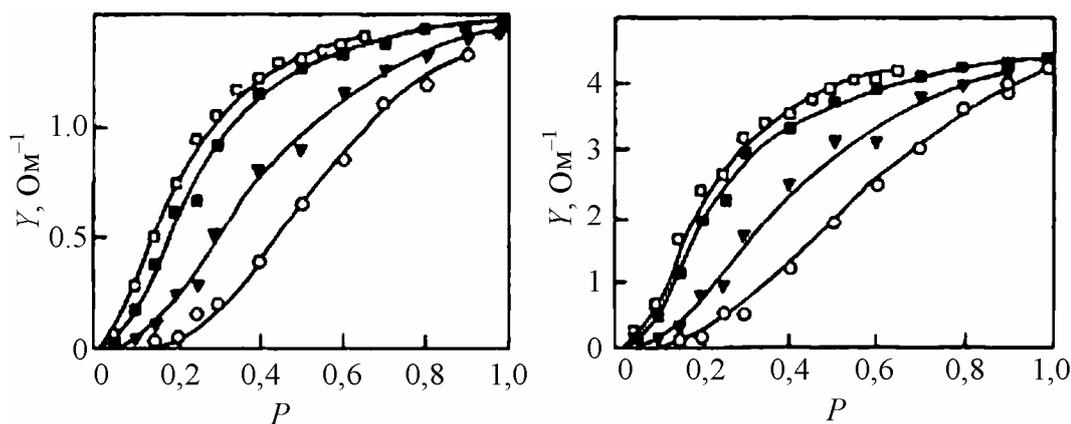


Рис. 2. Зависимость проводимости элемента полотна Y от относительной доли проводящих узлов P в расчетных сетках. Объемное содержание наполнителя в волокнах, %: $a - 7$ и $b - 30$. Шаг сетки, мм: 1 – 5; 2 – 2,5; 3 – 1; 4 – 0,75

Из рис. 2 видно, что последовательное уменьшение шага расчетной сетки приводит к сходящейся последовательности нижних оценок величины проводимости участка полотна. Обрыв кривых с $\Delta = 0,75$ мм связан с большой размерностью задачи и невозможностью ее решения с помощью примененного нами метода предобусловленного сопряженного градиента. По этой же причине невозможным оказывается расчет с шагом сетки $\Delta < 0,75$ мм, в частности при $\Delta = d = 0,25$ мм. Однако рис. 2 указывает на хорошую сходимость предложенного метода и на то, что расчет при $\Delta = 0,75$ мм близок к истинному значению проводимости элемента полотна.

Выполненные компьютерные эксперименты свидетельствуют о том, что электропроводность тканого материала, созданного из нитей с малым объемным содержанием металлических волокон, обусловлена перколяционными кластерами, обеспечивающими высокий уровень проводимости при размерах элемента полотна, превышающих длину волокон наполнителя.

Зависимость проводимости элемента полотна от его размеров

В предыдущем разделе показано, что элемент полотна, имеющий вид квадрата со стороной L , обеспечивает проводимость электрического тока, если $L > l$, т.е. когда размеры стороны квадрата превышают длину волокон наполнителя. При этом в расчетах принимали $L = 50$ мм, $l = 40$ мм, т.е. величина $L/l = 1,25$ лишь незначительно превышает единицу. В связи с этим возникает вопрос, в какой мере сделанный вывод справедлив для участков материала, размеры которых значительно превышают длину волокон наполнителя? Иными словами, можно ли рассмотренный в предыдущем разделе элемент материала считать представительным?

Мы провели численные эксперименты для $L/l = 1,5; 2; 5$ и 10 . Зависимость проводимости нити от длины принята в виде соотношений (2) и (3); полагали, что $\Delta = 8$ мм. При фиксированном отношении L/l вероятность электриче-

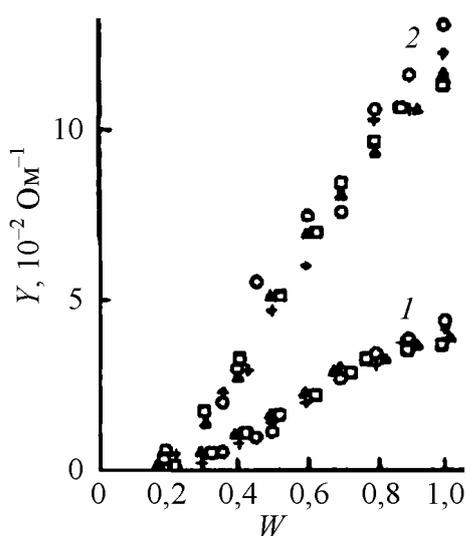


Рис. 3. Проводимость элемента полотна при $L/l = 1,5$ (\circ), 2 ($+$), 5 (\square), 10 (\blacktriangle); объемная доля металлических волокон в нити, %: 1 – 7, 2 – 30

ского контакта между двумя пересекающимися нитями W изменялась от 0 до 1. Для каждого значения выполнено по 5 численных экспериментов.

Из рис. 3 следует, что величина L/l практически не влияет на проводимость квадратного элемента полотна. Это означает, что рассмотренный в предыдущем разделе элемент материала является представительным и сделанный там вывод о механизме и величине электропроводности справедлив для участков полотна, размер которых значительно превышает длину волокон наполнителя.

Таким образом, в предложенном алгоритме структура зависимости «проводимость участка нити – длина участка нити» получена на базе некоторых допущений, а параметр этой структуры определен экспериментально. Второй основной параметр модели – вероятность W электрического контакта двух пересекающихся связей – пока остается неопределенным, хотя компьютерный эксперимент позволил исследовать влияние этого параметра на проводимость тканого материала. В известном смысле такой подход отвечает природе исследуемого явления, поскольку величина W в значительной степени зависит от способа производства материала и условий эксплуатации участка полотна.

Заключение

1. Даже при относительно малой ($\approx 10\%$) доле целых узлов имеется довольно высокий уровень надежной проводимости участка полотна размером 50×50 мм.

2. Представительный размер исследуемого фрагмента полотна должен превышать размер отрезков металлических волокон в составе композитной нити.

1. Саранчук В.И., Качан В.Н. Об электростатической взрывоопасности пылевых и водных аэрозолей в угольных шахтах // Уголь Украины. – 1983. – № 8. – С. 43–45.
2. Сынков В.Г., Гранковская Л.Д., Дорошев В.Д. Пути реализации современных требований к износостойкости и взрывобезопасной спецодежде шахтеров // Физико-технические проблемы горного производства: сб. науч. тр. / НАН Украины, Институт физики горных процессов. – Вып. 6. – 2003. – С. 138–145.
3. Алексеев А.Д., Сынков В.Г., Гранковская Л.Д. Электризируемость спецодежды шахтеров и взрывобезопасность // Уголь Украины. – 2003. – № 11. – С. 46–48.

4. *Лефевр И., Тиммерман Г.* Металлическое волокно «Бекинокс» как решение проблемы получения текстильных изделий с электропроводящими и антистатическими свойствами в целях безопасности. – Вевегем, Бельгия, Бельгийский НТЦ текстильной промышленности «Сентексбел», 1988, – 36 с.
5. *Сынков В.Г., Транковский Д.В.* Исследование проводимости композиционной нити для спецодежды шахтеров // Физико-технические проблемы горного производства: сб. науч. тр. / НАН Украины, Институт физики горных процессов. – Вып. 9. – 2006. – С. 82–88.
6. *Шкловский Б.И., Эфрос А.Л.* Электронные свойства легированных полупроводников. – М.: Наука, 1979. – 416 с.
7. *Сынков В.Г., Транковский Д.В.* Исследование проводимости композиционной нити для спецодежды шахтеров // Физико-технические проблемы горного производства: сб. науч. тр. / НАН Украины, Институт физики горных процессов. – Вып. 10. – 2007. – С. 155–158.
8. *Нереттер В.* Расчет электрических цепей на персональной ЭВМ. – М.: Энергоиздат, 1991. – 224 с.
9. *Райс Дж.* Матричные вычисления и математическое обеспечение. – М.: Мир, 1984. – 264 с.

Статья поступила в редакцию 12 января 2009 года