

## СТРАТЕГИИ НАЗНАЧЕНИЯ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ДОПУСКОВ

**Аннотация.** Рассмотрены стратегии допускового проектирования: равных допусков, максимального объема допусковой области, минимальной стоимости и оптимального соотношения цена/качество. Получены выражения для определения оптимальных значений допустимых отклонений параметров. Выбор стратегии допускового проектирования осуществляется с помощью нормированных коэффициентов стратегий. Высокая точность вычислений обеспечивается за счет определения параметров модели в точках касания вершин допусковой области и границ области работоспособности устройств.

**Ключевые слова:** интервальные допуски, стратегии назначения допусков, оптимизационные соотношения, параметры стратегий, минимальная стоимость, цена/качество.

### ВВЕДЕНИЕ

В процессе разработки машиностроительной, авиационной и радиоэлектронной продукции важным этапом является допусковое проектирование. На этой стадии определяются допустимые отклонения и параметры элементов, модулей, блоков сложных систем с учетом несовершенства технологических процессов, старения и влияния внешних факторов (изменение температуры, влажности, облучение и т.д.). При большом количестве элементов задача назначения допусков решается неоднозначно, что позволяет применять различные стратегии оптимизации. Наиболее часто используются стратегии максимального объема допусковой области ( $V$ -стратегия), равных допусков ( $\delta$ -стратегия), минимальной стоимости ( $P$ -стратегия), оптимального соотношения цена/качество ( $P/V$ -стратегия).

Величина допусков существенно зависит от закона распределения параметров [1, 2]. При классификации допусков по закону распределения интервальные допуски соответствуют распределениям, заданным на ограниченном интервале изменения параметров [3]. Такие допуски называют также гарантированными или допусками наихудшего случая [4, 5]. Данные названия связаны с тем, что интервальные допуски гарантируют взаимозаменяемость элементов и отсутствие бракованных по точностным параметрам изделий при их изготовлении даже в случае наихудшего сочетания допустимых отклонений параметров элементов.

В процессе допускового проектирования с интервальным распределением параметров обычно создаются линейные интервальные модели выходных функций проектируемого объекта [6–8] и определяются допуски, обеспечивающие максимальный объем допусковой области. Другие подходы, в частности ценовые стратегии, не рассматривались; сравнительный анализ стратегий допускового проектирования также не проводился.

Цель настоящей работы — разработка методики назначения интервальных допусков с учетом ценовых показателей и сравнения параметров различных стратегий допускового проектирования. Для решения поставленной задачи необходимо:

- описать основные особенности существующих стратегий назначения интервальных допусков;
- разработать методику назначения интервальных допусков для ценовых стратегий;
- выбрать параметры и провести сравнение различных стратегий допускового проектирования.

Исследование включает стратегии: равных допусков ( $\delta$ -стратегию), максимального объема допусковой области ( $V$ -стратегию), минимальной стоимости ( $P$ -стратегию) и оптимального отношения цена/качество ( $P/V$ -стратегию).

## СТРАТЕГИЯ РАВНЫХ ДОПУСКОВ

В стратегии равных допусков принимается, что допустимые отклонения всех параметров элементов одинаковы. Целевая функция  $\delta$ -стратегии записывается в виде

$$\delta = |\delta_i| \text{ idem } (i = \overline{1, n}), \quad (1)$$

где  $\delta_i$  — относительное изменение параметров элементов;  $n$  — количество элементов.

Задача решается при ограничениях выходной функции

$$y \in [\underline{y}; \bar{y}], \quad (2)$$

где  $\underline{y}$  и  $\bar{y}$  — нижнее и верхнее значения выходной функции.

Используются линейные модели выходной функции

$$\underline{y} = \underline{a}_0 + \sum_{i=1}^n \underline{a}_i \underline{x}_i, \quad \bar{y} = \bar{a}_0 + \sum_{i=1}^n \bar{a}_i \bar{x}_i, \quad (3)$$

где  $\underline{a}_i$  и  $\bar{a}_i$  — линейные коэффициенты разложения выходной функции в ряд Тейлора для нижней и верхней границ области работоспособности;  $\underline{a}_0 = \underline{y} - \sum_{i=1}^n \underline{a}_i \underline{x}_i$ ;  $\bar{a}_0 = \bar{y} - \sum_{i=1}^n \bar{a}_i \bar{x}_i$ ;  $\underline{x}_i$  и  $\bar{x}_i$  — нижнее и верхнее граничные значения параметров элементов в точках касания границ области работоспособности и вершин допусковой области.

При переходе к относительным отклонениям параметров уравнения (3) принимают вид

$$\sum_{i=1}^n \underline{a}_i x_{ri} \underline{\delta}_i = \underline{b}, \quad \sum_{i=1}^n \bar{a}_i x_{ri} \bar{\delta}_i = \bar{b}, \quad (4)$$

где  $x_{ri}$  — номинальные значения параметров элементов;  $\underline{\delta}_i$  и  $\bar{\delta}_i$  — нижние и верхние допустимые относительные отклонения параметров электрорадиоэлементов от их номинальных значений;  $\underline{b} = \underline{y} - \underline{a}_0 - \sum_{i=1}^n \underline{a}_i x_{ri}$ ;  $\bar{b} = \bar{y} - \bar{a}_0 - \sum_{i=1}^n \bar{a}_i x_{ri}$ .

В уравнениях (4) знаки слагаемых и знак правой части уравнения совпадают. Это позволяет записать решения уравнений (4) в виде

$$\underline{\delta} = |\underline{b}| / \sum_{i=1}^n |\underline{a}_i| x_{ri}, \quad \bar{\delta} = |\bar{b}| / \sum_{i=1}^n |\bar{a}_i| x_{ri}. \quad (5)$$

Соотношения (5) в общем случае формируют допусковую область с несимметричными отклонениями:

$$\underline{\delta}_i = \begin{cases} -\underline{\delta}, & a_i > 0, \\ \underline{\delta} & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad \bar{\delta}_i = \begin{cases} \bar{\delta}, & \bar{a}_i > 0, \\ -\bar{\delta} & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad i = \overline{1, n}.$$

Если принять допустимые отклонения симметричными, то формируются еще две допусковые области, показанные на рис. 1, где  $\Omega_w$  — область работоспособности;  $\Omega_t$  — допусковая область с несимметричными отклонениями;  $\underline{\Omega}_t$  и  $\bar{\Omega}_t$  — допусковые области с симметричными отклонениями параметров.

На рис. 1 область  $\bar{\Omega}_t$  выходит за пределы области работоспособности. Поэтому выбираются несимметричные допуски (область  $\Omega_t$ ) или не полностью используется область работоспособности (область  $\underline{\Omega}_t$ ). Полное ее использование при симметричных допусках возможно, если ограничивается не значение выходной функции, а ширина интервала ее изменения  $w_y = \bar{y} - \underline{y}$ , где  $w_y$  — ширина интервала изменения выходной функции. Тогда из уравнений (4) формируется одно уравнение

$$\sum_{i=1}^n (\bar{a}_i \bar{\delta}_i - \underline{a}_i \underline{\delta}_i) = b_w, \quad (6)$$

где  $b_w = \bar{b} - \underline{b}$ .

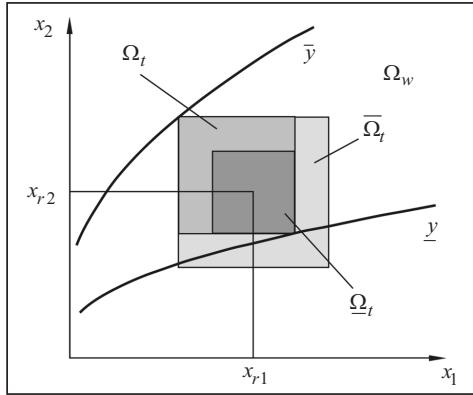


Рис. 1. Формирование интервальных допусковых областей при двухстороннем ограничении выходной функции

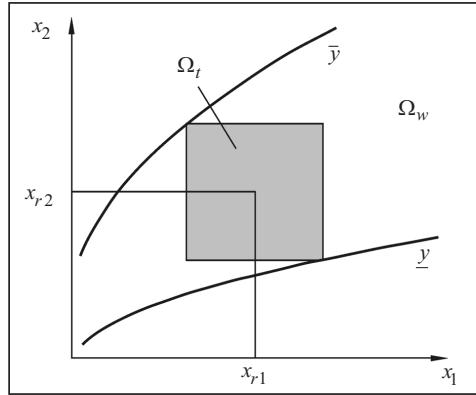


Рис. 2. Формирование допусковой области при заданной ширине интервала изменения выходной функции

С учетом противоположных знаков верхних и нижних отклонений из уравнения (6) следует

$$\delta = b_w / \sum_{i=1}^n |\bar{a}_i + \underline{a}_i | x_{ri}. \quad (7)$$

Формирование допусковой области с симметричными отклонениями параметров при заданной ширине интервала изменения выходной функции показано на рис. 2, из которого видно, что вершины допусковой области касаются границ области работоспособности и таким образом достигается полное использование области работоспособности.

Если допуски назначаются на однотипные элементы, например размеры элементов конструкций изделий, то могут использоваться абсолютные значения допустимых отклонений. Перечень соотношений для назначения допустимых отклонений в  $\delta$ -стратегии приведен в табл. 1. Эти соотношения используются в итерационных алгоритмах, позволяющих учесть нелинейные свойства выходных функций. Такой алгоритм при ограничениях снизу имеет следующий вид.

**Шаг 1.** Определяются коэффициенты модели выходной функции в точке номинальных значений параметров и назначаются начальные значения отклонения параметров элементов:

$$\underline{\delta}_i^{(0)} = \begin{cases} \delta_y / n, & a_{ri} > 0, \\ -\delta_y / n & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где  $\delta_y = (\underline{y} - y_r) / y_r$  — нижнее допустимое отклонение выходной функции;  $y_r$  — номинальное значение выходной функции;  $a_{ri}$  — коэффициенты модели выходной функции в точке номинальных значений параметров.

**Шаг 2.** Определяются начальные координаты точки касания вершины допусковой области и границы области работоспособности  $x_i^{(0)} = x_{ri} (1 + \underline{\delta}_i^{(0)})$ .

**Шаг 3.** Определяются коэффициенты модели выходной функции в точке касания вершины допусковой области и границы области работоспособности. Назначаются допустимые отклонения с помощью соотношения (5).

Таблица 1. Допустимые отклонения параметров в  $\delta$ -стратегии

Ограничения выходной функции	Отклонения значений параметров	
	относительные	абсолютные
$\underline{y}$	$ \underline{b}  / \sum_{i=1}^n  \underline{a}_i  x_{ri}$	$ \underline{b}  / \sum_{i=1}^n  \underline{a}_i $
$\bar{y}$	$\bar{b} / \sum_{i=1}^n  \bar{a}_i  x_{ri}$	$\bar{b} / \sum_{i=1}^n  \bar{a}_i $
$w_y$	$b_w / \sum_{i=1}^n  \bar{a}_i + \underline{a}_i  x_{ri}$	$b_w / \sum_{i=1}^n  \bar{a}_i + \underline{a}_i $

**Шаг 4.** Определяются координаты точки касания вершины допусковой области и границы области работоспособности  $\underline{x}_i^{(k)} = x_{ri}(1 + \underline{\delta}_i^{(k)})$ , где  $\underline{\delta}_i^{(k)}$  — допустимые отклонения параметров на  $k$ -й итерации.

**Шаг 5.** Определяются значения выходной функции в точке касания вершины допусковой области и границы области работоспособности. Проверяется условие завершения алгоритма  $|(\underline{y}^{(k)} - \underline{y}) / \underline{y}| \leq \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  — точность вычислений.

При выполнении условия — конец алгоритма, иначе — переход на шаг 3.

Аналогичный вид имеют алгоритмы  $\delta$ -стратегии при других ограничениях выходной функции.

#### СТРАТЕГИЯ МАКСИМАЛЬНОГО ОБЪЕМА ДОПУСКОВОЙ ОБЛАСТИ

Стратегия максимального объема допусковой области позволяет перераспределять отклонения параметров элементов в целях уменьшения количества бракованных изделий в процессе их изготовления. Целевая функция  $V$ -стратегии записывается в виде

$$V = \prod_{i=1}^n |\underline{\delta}_i| \rightarrow \max, \quad (8)$$

где  $V$  — объем допусковой области.

Оптимизационная задача (8) решается методом множителей Лагранжа. Для этого при ограничениях выходной функции снизу составляется вспомогательная функция

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^n |\underline{\delta}_i| + \lambda \sum_{i=1}^n \underline{a}_i x_{ri} \underline{\delta}_i, \quad (9)$$

где  $\lambda$  — множитель Лагранжа.

Функция (9) достигает экстремального значения при выполнении условий

$$\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n |\underline{\delta}_i| + \lambda \underline{a}_j x_{rj} = 0 \quad (j = \overline{1, n}). \quad (10)$$

Условия (10) могут записываться в виде соотношений

$$\underline{a}_i x_{ri} \underline{\delta}_i = \underline{a}_j x_{rj} \underline{\delta}_j \quad (i, j = \overline{1, n}).$$

**Таблица 2.** Оптимальные отклонения параметров в  $V$ -стратегии

Ограничения выходной функции	Оптимальные отклонения параметров
$\underline{y}$	$\underline{\delta}_i = \underline{b} / (n \underline{a}_i x_{ri})$
$\bar{y}$	$\bar{\delta}_i = \bar{b} / (n \bar{a}_i x_{ri})$
$w_y$	$\bar{\delta}_i = b_w / [n(\bar{a}_i + \underline{a}_i) x_{ri}]$

Подстановка этих соотношений в уравнение (4) позволяет определить оптимальное значение отклонений

$$\underline{\delta}_i = \frac{\underline{b}}{n \underline{a}_i x_{ri}} \quad (i = \overline{1, n}). \quad (11)$$

Аналогично записываются оптимальные соотношения при других ограничениях выходной функции. Перечень этих отклонений приведен в табл. 2.

Соотношения данной таблицы применяются в итерационных алгоритмах, которые имеют структуру, подобную алгоритмам  $\delta$ -стратегии.

#### СТРАТЕГИЯ МИНИМАЛЬНОЙ СТОИМОСТИ

При назначении допусков с учетом ценовых показателей используются ценовые характеристики. В радиоэлектронной промышленности такие характеристики задают в виде таблиц. Графическое изображение ценовых характеристик электрорадиоэлементов приведено на рис. 3, где  $P$  — цена электрорадиоэлемента;  $\delta$  — допустимое отклонение значений параметров.

Аналитическая модель ценовой характеристики, используемая в процессе оптимизации, имеет вид степенной функции

$$P = p_0 |\delta|^{p_1}, \quad (12)$$

где  $p_0$  и  $p_1$  — коэффициенты ценовой характеристики.

Для определения коэффициентов модели ценовой характеристики используются ценовые показатели при двух различных отклонениях параметров:

$$p_1 = \frac{\lg(P_j / P_{j+1})}{\lg(\delta_j / \delta_{j+1})},$$

$$P_0 = P_j |\delta_j|^{-p_1}, \quad (13)$$

где  $j$  — номер точки ценовой характеристики.

При использовании модели (12) целевая функция  $P$ -стратегии записывается в виде

$$P = \sum_{i=1}^n p_{0i} \delta_i^{p_{1i}} \rightarrow \min, \quad (14)$$

где  $P$  — общая стоимость элементов.

Для решения оптимизационной задачи составляется вспомогательная функция, которая при ограничениях выходной функции снизу имеет вид

$$L(\lambda) = \sum_{i=1}^n p_{0i} |\underline{\delta}_i|^{p_{1i}} + \lambda \sum_{i=1}^n \underline{a}_i x_{ri} \underline{\delta}_i. \quad (15)$$

Функция (15) достигает экстремального значения при выполнении условий

$$p_{0i} p_{1i} |\underline{\delta}_i|^{p_{1i}-1} + \lambda \underline{a}_i x_{ri} = 0 \quad (i = \overline{1, n}). \quad (16)$$

Уравнения (16) вместе с уравнением (4) образуют систему уравнений, решением которой является соотношение

$$\underline{\delta}_i = \frac{\underline{b} \mu_{pi}}{\underline{a}_i x_{ri}} \quad (i = \overline{1, n}), \quad (17)$$

где  $\mu_{pi} = p_{1i} P_i / \sum_{i=1}^n p_{1i} P_i$ ;  $P_i$  — стоимость  $i$ -го элемента.

В правую часть выражения (17) входят неизвестные значения стоимости элементов, что учитывается в итерационном алгоритме результатами предыдущей итерации. Аналогично в  $P$ -стратегии записываются оптимальные соотношения при других ограничениях выходной функции. Перечень оптимальных отклонений параметров  $P$ -стратегии при различных ограничениях приведен в табл. 3.

Соотношения данной таблицы используются в итерационных алгоритмах при назначении допусков в  $P$ -стратегии. При ограничениях снизу такой алгоритм имеет следующий вид.

**Шаг 1.** Выбираются начальные допустимые отклонения параметров элементов и начальные координаты точки касания вершины допусковой области и границы области работоспособности аналогично шагу 1 и 2 алгоритма  $\delta$ -стратегии.

**Шаг 2.** Определяются коэффициенты модели ценовой характеристики с помощью соотношений (13).

**Шаг 3.** Определяются линейные коэффициенты разложения выходной функции в ряд Тейлора в точке касания вершины допусковой области и границы области работоспособности.

**Шаг 4.** Определяются оптимальные допустимые отклонения с помощью выра-

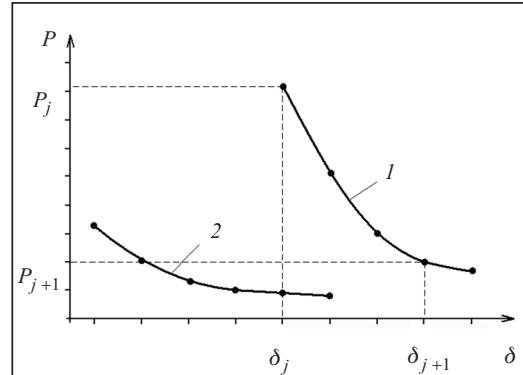


Рис. 3. Графическое представление ценовых характеристик электрорадиоэлементов: 1 — характеристика конденсатора; 2 — характеристика резистора

Таблица 3. Оптимальные отклонения параметров в  $P$ -стратегии

Ограничения выходной функции	Оптимальные отклонения параметров
$y$	$\underline{\delta}_i = \underline{b} \mu_{pi} / (\underline{a}_i x_{ri})$
$\bar{y}$	$\bar{\delta}_i = \bar{b} \mu_{pi} / (\bar{a}_i x_{ri})$
$w_y$	$\bar{\delta}_i = b_w \mu_{pi} / [(\bar{a}_i + \underline{a}_i) x_{ri}]$

жений (17), в которых используются соотношения

$$\mu_{pi}^{(k)} = p_{1i} P_i^{(k-1)} / \sum_{i=1}^n p_{1i} P_i^{(k-1)}.$$

**Шаг 5.** Определяются координаты точки касания вершины допусковой области и границы области работоспособности аналогично шагу 4 алгоритма  $\delta$ -стратегии.

**Шаг 6.** Проверяется условие завершения алгоритма  $| (y^{(k)} - \underline{y}) / \underline{y} | \leq \varepsilon$ .

Если условие выполняется — конец алгоритма, иначе — переход к шагу 2.

#### СТРАТЕГИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ОТНОШЕНИЯ ЦЕНА/КАЧЕСТВО

В стратегии цена/качество определяется оптимальное (минимальное) значение отношения общей стоимости элементов к показателю качества. Таким показателем при допусковом проектировании считается объем допусковой области, поскольку увеличение этого объема приводит к уменьшению брака в процессе изготовления устройств. Тогда целевая функция в  $P/V$ -стратегии принимает вид

$$Q = \frac{\sum_{i=1}^n p_{0i} |\delta_i|^{p_{1i}}}{\prod_{i=1}^n |\delta_i|} \rightarrow \min, \quad (18)$$

где  $Q = P/V$  — показатель цена/качество.

Сложный вид целевой функции (18) затрудняет получение оптимизационных соотношений. Поэтому при оптимизации допустимых отклонений параметров используется модель весовой функции

$$Q = g_0 + \sum_{i=1}^n g_i |\delta_i|^{p_{1i}-1}. \quad (19)$$

Здесь  $g_0$  и  $g_i$  — коэффициенты модели весовой функции, определяемые из условия параллельности касательных гиперплоскостей к гиперповерхностям (18) и (19)

$$(p_{1i}-1)g_i |\delta_i|^{p_{1i}-2} = c_i \quad (i = \overline{1, n}),$$

где  $c_i = \left. \frac{\partial Q}{\partial \delta_i} \right|_{X_b}$  — линейные коэффициенты разложения функции (18) в ряд Тейлора;  $X_b = \{x_{b1}, \dots, x_{bn}\}$  — координаты точки разложения функции (18) в ряд Тейлора.

При решении оптимизационных задач методом множителей Лагранжа с ограничением выходной функции снизу создается вспомогательная функция

$$L(\lambda) = \sum_{i=1}^n g_i |\delta_i|^{p_{1i}-1} + \lambda \sum_{i=1}^n a_i x_{ri} \underline{\delta}_i.$$

Оптимальные значения допустимых отклонений определяются из условий

$$(p_{1i}-1)g_i |\delta_i|^{p_{1i}-2} + \lambda a_i x_{ri} = 0 \quad (i = \overline{1, n}). \quad (20)$$

Решение системы уравнений, образованной соотношениями (4) и (20), приводит к оптимальным значениям допустимых отклонений

$$\underline{\delta}_i = \frac{b \underline{\mu}_{qi}}{a_i x_{ri}} \quad (i = \overline{1, n}), \quad (21)$$

где  $\underline{\mu}_{qi} = h_i / \sum_{i=1}^n h_i$ ;  $h_i = (p_{1i}-1)g_i P_i / (p_{0i} \underline{\delta}_i)$ .

В правую часть выражения (21) входят неизвестные значения отклонения параметров и стоимости элементов, что учитывается в итерационном алгоритме

результатами предыдущей итерации. Существует возможность получения прямого выражения для допустимых отклонений через параметры целевой и выходной функций и ценовой характеристики, однако при этом сходимость итерационного процесса значительно ухудшается.

Другие ограничения приводят к выражениям, подобным (21). Перечень соотношений для оптимальных отклонений параметров  $P/V$ -стратегии при различных ограничениях приведен в табл. 4. Данные соотношения используются в итерационных алгоритмах  $P/V$ -стратегии при различных ограничениях выходной функции. При ограничениях выходной функции снизу такой алгоритм имеет следующий вид.

**Шаг 1.** Выбираются начальные значения отклонений параметров элементов и начальные координаты точки касания вершины допусковой области и границы области работоспособности аналогично шагу 1 и 2 алгоритма  $\delta$ -стратегии.

**Шаг 2.** Определяются коэффициенты модели ценовой характеристики аналогично шагу 2 алгоритма  $P$ -стратегии.

**Шаг 3.** Вычисляются коэффициенты модели целевой функции с помощью соотношений (19).

**Шаг 4.** Определяются линейные коэффициенты разложения выходной функции в ряд Тейлора в точке касания вершины допусковой области и границы области работоспособности.

**Шаг 5.** Вычисляются оптимальные допустимые отклонения с помощью выражения (21), в котором используется соотношение

$$\underline{h}_i^{(k)} = (p_{1i} - 1)g_i^{(k)}P_i^{(k-1)} / (p_{0i}\underline{\delta}_i^{(k-1)}).$$

**Шаг 6.** Определяются координаты точки касания вершины допусковой области и границы области работоспособности аналогично шагу 4 алгоритма  $\delta$ -стратегии.

**Шаг 7.** Проверяется условие завершения алгоритма  $|(y^{(k)} - \underline{y}) / \underline{y}| \leq \varepsilon$ , где  $k$  — номер итерации.

Если условие выполняется — конец алгоритма, иначе — переход к шагу 2.

Аналогично записываются алгоритмы при других ограничениях. В соответствии с табл. 4 изменяется только выражение для оптимальных отклонений и условие выхода из алгоритма.

#### СРАВНЕНИЕ СТРАТЕГИЙ ДОПУСКОВОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Для оценивания свойств стратегий допускового проектирования можно использовать значение их весовых функций при оптимальных допустимых отклонениях параметров. Тогда необходимо сравнивать между собой соответствующие показатели каждой стратегии, что не позволяет однозначно выбирать наиболее привлекательную стратегию. Вместо этого используем обобщенный нормированный коэффициент стратегий, определяемый как произведение нормированных значений параметров каждой стратегии

$$k_i = \prod_{j=1}^m k_{ij}, \quad (22)$$

где  $m$  — количество оцениваемых стратегий проектирования;  $i, j \in \{\delta, V, P, P/V\}$ ;  $k_{ij}$  — нормированные значения параметров стратегий проектирования.

Нормирование среднего значения отклонений и объема допусковой области проводилось относительно максимального значения этих показателей в  $\delta$ - и  $V$ -стратегиях:  $k_{i\delta} = \frac{\delta_{ci}}{\delta_\delta}$ ,  $k_{iV} = \frac{V_i}{V_V}$ , где  $\delta_\delta$  — допустимое отклонение параметров

**Таблица 4.** Оптимальные отклонения параметров в  $P/V$ -стратегии

Ограничения выходной функции	Оптимальные отклонения параметров
$\underline{y}$	$\underline{\delta}_i = \underline{b}\underline{\mu}_{qi} / (\underline{a}_i x_{ri})$
$\bar{y}$	$\bar{\delta}_i = \bar{b}\bar{\mu}_{qi} / (\bar{a}_i x_{ri})$
$w_y$	$\bar{\delta}_i = b_w \bar{\mu}_{qi} / [(\bar{a}_i + a_i)x_{ri}]$

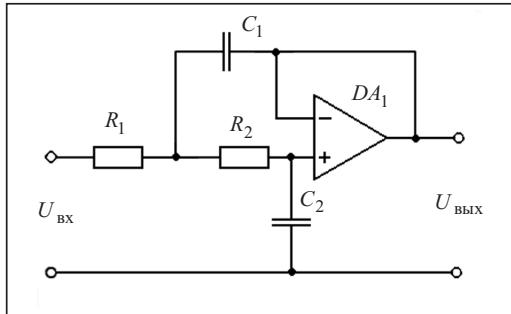


Рис. 4. Схема фильтра низких частот

в  $\delta$ -стратегии;  $\delta_{ci}$  — среднее значение допустимых отклонений в других стратегиях;  $V_V$  — объем допусковой области в  $V$ -стратегии;  $V_i$  — объем допусковой области в других стратегиях.

Нормирование ценовых показателей и показателей качества проводилось относительно этих параметров в  $P$ - и  $P/V$ -стратегиях:  
 $k_{ip} = \frac{P_p}{P_i}$ ,  $k_{iP/V} = \frac{Q_{P/V}}{Q_i}$ , где  $P_p$  —

стоимость элементов в  $P$ -стратегии;

$P_i$  — стоимость элементов в других стратегиях;  $Q_{P/V}$  — показатель цена/качество в  $P/V$ -стратегии;  $Q_i$  — показатель цена/качество в других стратегиях.

Сравнение стратегий проводилось на примере фильтра низких частот [9], показанного на рис. 4. Частота среза фильтра  $f_D = 120$  Гц обеспечивалась номинальными параметрами элементов  $R_1 = 5,76$  кОм;  $R_2 = 15,4$  кОм;  $C_1 = 0,18$  мкФ;  $C_2 = 0,068$  мкФ. Задавалось затухание  $a = 1 \pm 1\%$  в полосе частот от 0 до 50 Гц. Поддерживалась точность вычислений  $\varepsilon = 10^{-5}$ . Коэффициенты ценовых характеристик элементов определялись по двум точкам, одна из которых задавалась минимальными значениями отклонений, а другая — максимальными. Выбранные координаты точек ценовых характеристик приведены в табл. 5.

Затухание фильтра рассчитывалось с помощью соотношения

$$a = |1 + b_1 p + b_2 p^2|,$$

где  $p = j\omega$  — комплексная частота;  $\omega = 2\pi f$ ;  $j = \sqrt{-1}$ ;  $b_1 = (R_1 + R_2)C_2$ ;  $b_2 = R_1 R_2 C_1 C_2$ .

В фильтре низких частот меньшие допустимые отклонения параметров элементов формировались при верхнем ограничении выходной функции. Результаты расчетов отклонений для разных стратегий проектирования приведены в табл. 6. Данные этой таблицы использовались для расчета нормированных параметров

стратегий проектирования. Результаты расчетов приведены в табл. 7 в виде матрицы нормированных параметров стратегий назначения допусков, позволяющей выявить механизмы, используемые в стратегиях для достижения оптимальных соотношений. В  $\delta$ -стратегии равные допуски формируются за счет уменьшения объема допусковой области почти на 30 %. Уменьшение этой области в четыре раза позволяет снизить общую стоимость элементов на 17 % по сравнению с  $V$ -стратегией. Параметры  $V$ - и  $P/V$ -стратегии отличаются незначительно.

Оценивание стратегий проводилось с помощью обобщенных нормированных коэффициентов стратегий. Результаты расчета этих коэффициентов приведены в крайнем правом столбце табл. 7. Из таб-

Таблица 5. Выбранные координаты точек ценовых характеристик электрорадиоэлементов

Элемент	Номинальное значение	Координаты точек ценовых характеристик			
		точка 1		точка 2	
		$P$ , у.е.	$\delta$ , %	$P$ , у.е.	$\delta$ , %
$R$ , кОм	1–1000	0.65	0.05	0.14	2
$C_1$ , мкФ	0.18	1.525	1	0.26	20
$C_2$ , мкФ	0.068	1.624	1	0.326	20

Таблица 6. Допустимые номинальные отклонения параметров фильтра

Стратегия	Отклонения параметров, %			
	$R_1$	$R_2$	$C_1$	$C_2$
$\delta$	2.98	2.98	2.98	2.98
$V$	5.98	3.64	2.54	1.99
$P$	1.69	1.11	3.99	3.57
$P/V$	5.42	3.27	2.74	2.32

лицы видно, что наиболее привлекательной является стратегия цена/качество, имеющая наибольший коэффициент стратегии.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования позволили установить основные особенности существующих стратегий и разработать методику назначения интервальных допусков для ценовых стратегий. На основании этого предложен метод сравнения различных стратегий допускового проектирования. Проведено сравнение стратегий допускового проектирования: равных допусков, максимального объема допусковой области, минимальной стоимости и оптимального соотношения цена/качество. Алгоритмы учитывают нелинейные свойства выходных функций и обеспечивают высокую точность расчета за счет определения параметров моделей в точках касания вершин допусковой области и границ области работоспособности.

Для сравнительного анализа стратегий использована матрица параметров, которые нормируются относительно их оптимальных значений в соответствующей стратегии. В рассмотренном примере  $P$ -стратегия позволяет снизить стоимость электрорадиоэлементов на 17 % по сравнению с  $V$ -стратегией, что достигается за счет уменьшения объема допусковой области почти в четыре раза. Стратегия равных допусков увеличивает стоимость элементов на 6 % по сравнению с  $P$ -стратегией при уменьшении объема допусковой области на 28 % по сравнению с  $V$ -стратегией. В стратегии цена/качество стоимость элементов повышается на 13 %, а объем допусковой области уменьшается всего на 2 %. Использование другой элементной базы может обеспечить снижение стоимости элементов на 30–50 % при соответствующем изменении других параметров стратегий.

Однозначный выбор стратегии допускового проектирования можно проводить с помощью обобщенного нормированного коэффициента стратегий. В рассмотренном примере наибольшее значение этого коэффициента обеспечивается стратегией цена/качество. Эффективность данной стратегии подтверждает самое высокое значение нормированного коэффициента стратегий.

Проведенное исследование ограничивалось четырьмя стратегиями допускового проектирования. Предложенные подходы могут использоваться и при других наборах стратегий.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Михайлов А.В. Эксплуатационные допуски и надежность в радиоэлектронной аппаратуре. — М.: Сов. радио, 1970. — 215 с.
- Фридлендер И.Г. Расчеты точности машин при проектировании. — Киев; Донецк: Высш. шк., 1980. — 184 с.
- Шило Г.Н. Геометрические методы назначения допусков // Проблемы управления и информатики. — 2007. — № 2. — С. 118–126.
- Skelboe S. True worst-case tolerance analysis of linear electric circuits by interval arithmetic // IEEE Trans. Circuits Syst. — 1979. — **CAS-26**. — Р. 874–879.
- Tian M.W., Shi C.-J.R. Worst-case tolerance analysis of linear analog circuits using sensitivity bands // IEEE Trans. Circuits Syst. — 2000. — **47**. — Р. 1138–1145.
- Kolev L. Worst-case tolerance analysis of linear DC and AC electric circuits // IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. — 2002. — **49**, N 12. — Р. 1693–1701.
- Воропай А.Ю., Гапоненко Н.П., Шило Г.Н. Назначение интервальных допусков с учетом особенностей элементной базы // Электроника и связь. — 2006. — № 1. — С. 11–15.
- Лычак М.М., Евтушок В.П. Расчет электронных устройств технических систем управления с использованием множественного подхода // Проблемы управления и информатики. — 2000. — № 1. — С. 105–111.
- Джонсон Д., Джонсон Дж., Мур Г. Справочник по активным фильтрам. — М.: Энергоатомиздат, 1983. — 128 с.

**Таблица 7.** Нормированные параметры стратегий

Стратегия	Значения нормированных параметров				Коэффициент стратегии
	$k_{\delta_i}$	$k_{V_i}$	$k_{P_i}$	$k_{P/V_i}$	
$\delta$	1	0.714	0.938	0.749	0.529
$V$	1.188	1	0.829	0.977	0.962
$P$	0.870	0.243	1	0.287	0.061
$P/V$	1.146	0.980	0.866	1	0.972

Поступила 05.03.2012