

УДК 539.3

©2016. Н. С. Бондаренко, А. С. Гольцев

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ НА СОСТОЯНИЕ ТЕРМОУПРУГОГО ИЗГИБА ИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТИН С ТЕПЛОИЗОЛИРОВАННЫМ РАЗРЕЗОМ

Задача термоупругого изгиба для изотропной пластины с теплоизолированным разрезом сведена к системам сингулярных интегральных уравнений. Использована обобщенная теория в варианте $\{1,0\}$ -аппроксимации. Построены интегральные представления компонент возмущенного термоупругого состояния. Исследовано влияние интенсивности и характера теплообмена на максимальные по модулю значения коэффициентов интенсивности напряжений для поперечного и продольного сдвига.

Ключевые слова: термоупругий изгиб, обобщенная теория, теплоизолированный разрез, критерий Био, коэффициенты интенсивности напряжений.

1. Введение. Проблема прочности элементов конструкций во время их длительной эксплуатации является актуальной, поскольку в процессе эксплуатации материалы стареют, теряют свои начальные технические характеристики, в их структуре появляются разные дефекты, например, трещины (опасные концентраторы напряжений). Такие изменения свойств конструкционных материалов приводят к утрате работоспособности сооружений и вызывают угрозу их разрушения. Поэтому сегодня над решением задач термомеханики разрушения интенсивно работают ученые, о чем свидетельствуют публикации [1–3]. Обзор работ в указанном направлении содержится в статье [4].

В данной статье сведение трехмерной задачи термоупругости к двумерной осуществляется с использованием обобщенной теории, основанной на разложении искомых функций в ряды Фурье по полиномам Лежандра от толщинной координаты. Преимущества данного подхода заключаются в таком:

- возможность определения компонент возмущенного термоупругого состояния, вызванного наличием трещины, с произвольной наперед заданной точностью;
- применение не только к тонким пластинам, но и к пластинам средней и большой толщины;
- рассмотрение произвольных тепловых воздействий (температура может быть задана в виде полинома любой степени);
- возможность нахождения коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) для поперечного и продольного сдвига, что было невозможно в рамках классической теории;

- учет произвольных теплофизических параметров пластины и разреза, в частности, произвольного теплообмена с внешней средой.

2. Постановка задачи. Рассмотрим изотропную пластину толщины $2h$ в прямоугольной декартовой системе координат x, y, z . Пластина содержит теплоизолированный разрез L . Предполагаем, что длина разреза значительно меньше линейных параметров пластины, а сам разрез достаточно удален от ее краев. На лицевых поверхностях пластины происходит конвективный теплообмен по закону Ньютона с внешней средой нулевой температуры.

В рамках $\{1,0\}$ -аппроксимации имеют место такие представления [5, 6]:

- температура $T = T_0P_0 + T_1P_1$, где $P_k = P_k(z/h)$ – полиномы Лежандра;
- компоненты вектора перемещений

$$u_x = uP_0 + \gamma_x h P_1, \quad u_y = vP_0 + \gamma_y h P_1, \quad u_z = w_0 P_0,$$

где u, v, w_0 – обобщенные перемещения; γ_x, γ_y – обобщенные углы поворота нормали;

- компоненты тензора напряжений

$$\sigma_x = \frac{N_x}{2h} P_0 + \frac{3M_x}{2h^2} P_1 \quad (x \rightarrow y), \quad \tau_{xy} = \frac{S}{2h} P_0 + \frac{3H}{2h^2} P_1,$$

$$\tau_{xz} = \frac{Q_{x0}}{2h} (P_0 - P_2) \quad (x \rightarrow y), \quad \sigma_z = 0,$$

где N_x, N_y, S – обобщенные мембранные усилия; M_x, M_y, H – обобщенные моменты; Q_{x0}, Q_{y0} – обобщенные перерезывающие силы.

Компоненты термоупругого состояния пластины с разрезом G^* представим в виде суммы $G^* = G^o + G$ [7], где G^o – компоненты основного термоупругого состояния (термоупругого состояния в сплошной пластине, которое считаем известным); G – компоненты возмущенного термоупругого состояния, вызванного наличием разреза.

Ввиду принятых предположений о размере и положении разреза возмущенное термоупругое состояние пластины локализовано в непосредственной окрестности рассматриваемого разреза.

Компоненты возмущенного термоупругого состояния G определяются из системы дифференциальных уравнений термоупругости на базе обобщенной теории для изотропных пластин в варианте $\{1,0\}$ -аппроксимации. Данная система, записанная в безразмерной системе координат $x_1 = x/h, x_2 = y/h, x_3 = z/h$, определённой с точностью до полутолщины пластины h , включает в себя [5, 6]:

- 1) первое приближение трехмерного уравнения теплопроводности

$$\Delta T_k + A_{k0} T_0 + A_{k1} T_1 = 0 \quad (k = 0, 1), \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}, \quad (1)$$

$$A_{00} = -\frac{6}{\Delta_1} \{Bi^+Bi^- + 3(Bi^+ + Bi^-)\}, \quad A_{01} = \frac{A_{10}}{3} = -\frac{15}{\Delta_1} (Bi^+ - Bi^-),$$

$$A_{11} = -\frac{30}{\Delta_1} \{Bi^+Bi^- + 2(Bi^+ + Bi^-) + 3\}, \quad \Delta_1 = 2Bi^+Bi^- + 9(Bi^+ + Bi^-) + 36,$$

где Bi^\pm – параметры теплообмена (критерии Био) на лицевых поверхностях пластины $x_3 = \pm 1$;

2) уравнения Дюамеля–Неймана в перемещениях

$$N_1 = B_0\{\partial_1 u + \nu\partial_2 v - \alpha(1 + \nu)T_0\}, \quad N_2 = B_0\{\partial_2 v + \nu\partial_1 u - \alpha(1 + \nu)T_0\},$$

$$S = \frac{1 - \nu}{2}B_0(\partial_2 u + \partial_1 v), \quad H = \frac{1 - \nu}{2}D_0(\partial_2\gamma_1 + \partial_1\gamma_2),$$

$$M_1 = D_0\{\partial_1\gamma_1 + \nu\partial_2\gamma_2 - \alpha(1 + \nu)T_1\}, \quad M_2 = D_0\{\partial_2\gamma_2 + \nu\partial_1\gamma_1 - \alpha(1 + \nu)T_1\},$$

$$Q_{j0} = \Lambda_0(\gamma_j + \partial_j w_0) \quad (j = 1, 2), \quad (2)$$

где ν, α – коэффициент Пуассона и температурный коэффициент линейного расширения соответственно;

$$\partial_j = \frac{\partial}{\partial x_j} \quad (j = 1, 2), \quad B_0 = 3D_0 = \frac{2}{1 - \nu^2}, \quad \Lambda_0 = \frac{5}{6(1 + \nu)};$$

3) уравнения равновесия

$$\partial_1 N_1 + \partial_2 S = 0, \quad \partial_1 S + \partial_2 N_2 = 0,$$

$$\partial_1 M_1 + \partial_2 H - Q_{10} = 0, \quad \partial_1 H + \partial_2 M_2 - Q_{20} = 0, \quad \partial_1 Q_{10} + \partial_2 Q_{20} = 0. \quad (3)$$

Мембранные усилия и перерезывающие силы в (2) определены с точностью до значения Eh (E – модуль Юнга), а моменты – с точностью до Eh^2 .

Первые три уравнения Дюамеля–Неймана (2) и первые два уравнения равновесия (3) описывают безмоментное термоупругое состояние. Остальные уравнения (2), (3) описывают состояние термоупругого изгиба.

Граничные условия для компонент возмущенного термоупругого состояния на линии теплоизолированного разреза L с нормалью $\vec{n} = (n_1, n_2)$ в предположении свободных берегов разреза и отсутствия контакта между ними имеют вид [8]:

- для задачи теплопроводности (1):

$$\left. \frac{\partial T_k}{\partial n} \right|_L = -\left. \frac{\partial T_k^o}{\partial n} \right|_L \quad (k = 0, 1); \quad (4)$$

- для задачи термоупругости (2), (3)

$$N_n|_L = -N_n^o|_L, \quad S_{nt}|_L = -S_{nt}^o|_L,$$

$$M_n|_L = -M_n^o|_L, \quad H_{nt}|_L = -H_{nt}^o|_L, \quad Q_n|_L = -Q_n^o|_L, \quad (5)$$

$$N_n = n_1^2 N_1 + 2n_1 n_2 S + n_2^2 N_2, \quad S_{nt} = n_1 n_2 (N_1 - N_2) + (n_2^2 - n_1^2) S,$$

$$M_n = n_1^2 M_1 + 2n_1 n_2 H + n_2^2 M_2, \quad H_{nt} = n_1 n_2 (M_1 - M_2) + (n_2^2 - n_1^2) H,$$

$$Q_n = n_1 Q_{10} + n_2 Q_{20}.$$

Поскольку разрез L предполагается малым и расположенным на значительном удалении от краёв пластины, то граничные условия на внешнем граничном контуре не являются актуальными.

3. Методика решения задачи. К системе уравнений термоупругости (1)–(3) применим двумерное интегральное преобразование Фурье с учетом разрывного характера искомых функций на линии разреза L [7]:

$$F(\partial_j G) = (-i\xi_j)\tilde{G} + \frac{1}{2\pi} \int_L n_j [G] \exp \left\{ i(\vec{\xi}, \vec{x}') \right\} dL \quad (j = 1, 2), \quad (6)$$

где $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2)$ – координаты текущей точки в пространстве трансформант; $[G] = G^+ - G^-$ – скачок функции G при переходе через линию L (G^\pm – граничные значения функции G в соответствии с выбранным направлением нормали \vec{n}); $\vec{x}' = (x'_1, x'_2)$ – координаты точки на линии L . Направление интегрирования образует прямой угол с нормалью \vec{n} при вращении против часовой стрелки.

Решение задачи теплопроводности (1) с граничными условиями (4) построено в статье [9]. Здесь дадим решение задачи термоупругости (2), (3), (5).

Применяя двумерное интегральное преобразование Фурье (6) к системе уравнений (2), (3), получим трансформанты внутренних силовых факторов

$$\tilde{P}_j^q = \frac{1}{2\pi} \int_L \sum_{k=1}^{\kappa} \tilde{K}_{jk}^q \psi_k^q \exp \left\{ i(\vec{\xi}, \vec{x}') \right\} dL, \quad (7)$$

где $\kappa = 4$ для обобщенных мембранных усилий; $\kappa = 7$ для обобщенных моментов; $\kappa = 5$ для обобщенных перерезывающих сил;

$$P_j^0 = N_j, \quad P_j^1 = M_j, \quad P_{j+3}^1 = Q_{j0} \quad (j = 1, 2), \quad P_3^0 = S, \quad P_3^1 = H,$$

\tilde{K}_{jk}^q – трансформанты ядер интегральных представлений, например,

$$\tilde{K}_{44}^1 = -\frac{\Lambda_0 i \xi_2^2 (\xi_1 n_1 + \xi_2 n_2)}{p^2 (p^2 + 2,5)}, \quad p^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2, \quad (8)$$

$\psi_j^q = \psi_j^q(s)$ – неизвестные функции (s – длина дуги кривой L):

$$\psi_1^0 = \frac{d[u]}{ds}, \quad \psi_2^0 = \frac{d[v]}{ds}, \quad \psi_3^1 = \frac{d[w_0]}{ds}, \quad \psi_j^1 = \frac{d[\gamma_j]}{ds}, \quad \psi_{j+3}^1 = [\gamma_j] \quad (j = 1, 2),$$

причем функции $\psi_3^0 = \psi_6^1 = [T_0]$, $\psi_4^0 = \psi_7^1 = [T_1]$ определяются при решении задачи теплопроводности (1), (4).

Методика обращения трансформант интегральных представлений (7) подробно описана в статьях [10, 11]. Она основана на формуле обращения для двумерного интегрального преобразования Фурье (6) и интегральном представлении специальной G -функции [12].

Например, оригинал ядра (8) имеет вид

$$K_{44}^1(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = -\frac{\Lambda_0}{2r^4} \{ \bar{x}_1^2 A(\bar{x}_1, 3\bar{x}_2) + \bar{x}_2^2 A(-\bar{x}_1, \bar{x}_2) \} - 0,3125\Lambda_0 \times \\ \times \left\{ A(\bar{x}_1, 3\bar{x}_2) G_{1,0}(\sqrt{2,5}r) - \frac{1}{r^2} [\bar{x}_1^2 A(\bar{x}_1, 3\bar{x}_2) - \bar{x}_2^2 A(3\bar{x}_1, \bar{x}_2)] G_{2,1}(\sqrt{2,5}r) \right\}; \\ r = \sqrt{\bar{x}_1^2 + \bar{x}_2^2}, \quad A(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2, \quad \bar{x}_1 = x_1 - x'_1, \quad \bar{x}_2 = x_2 - x'_2;$$

специальная G -функция выражается через функцию Макдональда $K_\nu(z)$:

$$G_{n,\nu}(z) = \left(\frac{z}{2}\right)^{\nu-n} K_{\nu+n}(z) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (-1)^{n+k} \frac{\Gamma(\nu+k)}{(n-k)!} \left(\frac{2}{z}\right)^{2k}; \\ n > 0; \quad \text{Re} z > 0; \quad \nu \neq -1, -2, -3, \dots$$

4. Модельная задача. Рассмотрим прямолинейный теплоизолированный разрез длины $2l$, расположенный вдоль оси абсцисс симметрично относительно начала координат:

$$L = \{(x_1, x_2) \in R^2 : |x_1| \leq l, x_2 = 0\}. \quad (9)$$

Для разреза (9) оригиналы искоемых функций (7) примут вид

$$P_j^q(x_1, x_2) = -\frac{l}{2\pi} \int_{-1}^1 \sum_{k=1}^{\kappa} K_{jk}^q(x_1 - ls, x_2) \psi_k^q ds \quad (x'_1 = ls). \quad (10)$$

Подставляя интегральные представления внутренних силовых факторов (10) в граничные условия (5), получим две системы сингулярных интегральных уравнений (СИУ), описывающие

- безмоментное термоупругое состояние:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\psi_j^0(s) ds}{s - \zeta} = F_j^0(\zeta) \quad (j = 1, 2; |\zeta| \leq 1); \quad (11)$$

- состояние термоупругого изгиба:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{\psi_2^1(s) ds}{s - \zeta} + \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 E_{22}^1(\zeta - s) \psi_2^1(s) ds = F_2^1(\zeta), \quad (12)$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{\psi_j^1(s) ds}{s - \zeta} + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1, 3} \int_{-1}^1 E_{jk}^1(\zeta - s) \psi_k^1(s) ds = F_j^1(\zeta) \quad (j = 1, 3; |\zeta| \leq 1),$$

где E_{jk}^1 – ядра интегральных уравнений, представляющие собой линейные комбинации специальной G -функции и ее первообразной $IG_{n,\nu}(z)$, например,

$$E_{11}^1(\zeta - s) = 1,5\Lambda_0 l^2(\zeta - s)G_{2,0}(\sqrt{2,5}l|\zeta - s|) + 0,3\Lambda_0 \text{sign}(\zeta - s) \times \\ \times \left\{ IG_{0,0}(\sqrt{2,5}l|\zeta - s|) - IG_{2,2}(\sqrt{2,5}l|\zeta - s|) \right\}; \quad IG_{n,\nu}(s) = \int_0^s G_{n,\nu}(t)dt.$$

Правые части $F_j^q(\zeta)$ систем СИУ (11), (12) являются линейными комбинациями значений компонент основного термоупругого состояния на линии разреза L и интегралов вида $\int_{-1}^1 D_k^q(\zeta - s)[T_k]ds$, в которых разностные ядра $D_k^q(\zeta - s)$ представляют собой линейные комбинации специальных G -функций, зависящих от Bi^\pm .

Из непрерывности обобщённых перемещений в вершинах разреза следуют дополнительные ограничения на искомые функции:

$$\int_{-1}^1 \psi_j^q(s)ds = 0 \quad (q = 0, 1). \quad (13)$$

Система СИУ (11) при ограничениях (13) может быть решена аналитически в классе функций, неограниченных на обоих концах отрезка $[-1; 1]$ [13]:

$$\psi_j^0(\zeta) = -\frac{1}{\pi\sqrt{1-\zeta^2}} \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-s^2}}{s-\zeta} F_j^0(s)ds \quad (j = 1, 2).$$

Система (12) представляет собой систему СИУ типа Коши первого рода, которая при ограничениях (13) может быть решена методом механических квадратур в классе функций, неограниченных на обоих концах отрезка $[-1; 1]$ [13].

Особый интерес представляет термоупругое состояние вблизи концов линии разреза L . Оно имеет сингулярный характер с особенностью вида $r^{-1/2}$ [13], что обусловлено наличием ядер Коши в интегральных представлениях (10).

При решении задач термомеханики разрушения необходимо определить КИН. Из вида правых частей систем СИУ (11), (12) следует, что КИН представимы в виде двух слагаемых, первое из которых соответствует силовым компонентам основного термоупругого состояния, а второе обусловлено возмущенным температурным полем. В данной работе предметом исследования являются вторые компоненты, поэтому для их исследования необходимо принять силовые компоненты основного термоупругого состояния равными нулю на линии разреза. Тогда с учётом представлений интегралов типа Коши в окрестностях концов линии интегрирования [14] получим КИН для поперечного (K_{II}) и продольного (K_{III}) сдвига:

$$K_{II}^\pm = \mp \frac{1}{4} \sqrt{\pi l h E} \sum_{k=0,1} P_k \lim_{s \rightarrow \pm 1} \left[\psi_1^k(s) \sqrt{1-s^2} \right];$$

$$K_{\text{III}}^{\pm} = \mp \frac{1}{4} \sqrt{\pi l h} E \Lambda_0 (P_0 - P_2) \lim_{s \rightarrow \pm 1} \left[\psi_3^1(s) \sqrt{1 - s^2} \right].$$

Максимальные по абсолютной величине значения КИН получены с учетом свойств полиномов Лежандра. Максимум $|K_{\text{II}}^{\pm}|$ достигается на одной из лицевых поверхностей пластины $z = \pm h$, а максимум $|K_{\text{III}}^{\pm}|$ – в срединной плоскости пластины $z = 0$, причем

$$K_{\text{II}}^{\max} = \frac{1}{4} \sqrt{\pi l h} E \sum_{k=0,1} \lim_{s \rightarrow 1} \left\{ |\psi_1^k(s)| \sqrt{1 - s^2} \right\},$$

$$K_{\text{III}}^{\max} = \frac{3}{8} \sqrt{\pi l h} E \Lambda_0 \lim_{s \rightarrow 1} \left\{ |\psi_3^1(s)| \sqrt{1 - s^2} \right\}. \quad (14)$$

5. Анализ результатов. Для изотропной пластины ($\nu = 0,3$), содержащей прямолинейный теплоизолированный разрез (9), исследована зависимость максимальных по модулю значений КИН (14) от интенсивности и характера теплообмена с внешней средой. Основное температурное поле предполагалось таким, что через линию разреза проходит только поток компоненты температуры T_1^o , вызывающей состояние термоупругого изгиба:

$$\left. \frac{\partial T_0^o}{\partial x_2} \right|_{x_2=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial T_1^o}{\partial x_2} \right|_{x_2=0} = q_1 = \text{const} \neq 0 \quad (|x_1| \leq l). \quad (15)$$

Результаты исследований представлены на рис. 1. Рис. 1а соответствует максимальным по абсолютной величине значениям КИН для поперечного сдвига K_{II}^{\max} , а рис. 1б – максимальным по модулю значениям КИН для продольного сдвига K_{III}^{\max} . Значения КИН даны с точностью до величины $K^* = 1/4\alpha q_1 l E \sqrt{l h}$. Длина теплоизолированного разреза полагалась равной $2h$ (кривые 1) и $4h$ (кривые 2).

Рассматривались такие случаи теплообмена с внешней средой на лицевых поверхностях пластины:

- верхний односторонний ($Bi^+ = Bi$; $Bi^- = 0$) – сплошные линии;
- симметричный ($Bi^+ = Bi^- = Bi$) – пунктирные линии.

Заметим, что в случае симметричного теплообмена при действии основного температурного поля (15) (при условии равенства нулю внутренних силовых факторов основного термоупругого состояния на линии разреза) в пластине возникает лишь состояние термоупругого изгиба.

Из рис. 1 видно, что увеличение интенсивности теплообмена при его произвольном характере приводит к уменьшению максимальных по модулю значений КИН для поперечного и продольного сдвигов. При этом вариант более благоприятного режима теплообмена (с меньшими КИН) зависит от длины разреза.

6. Выводы. Анализ результатов, представленных на рис. 1, показывает, что при температурной нагрузке, приводящей к изгибу, интенсивность и характер теплообмена с внешней средой оказывает существенное влияние на величину КИН.

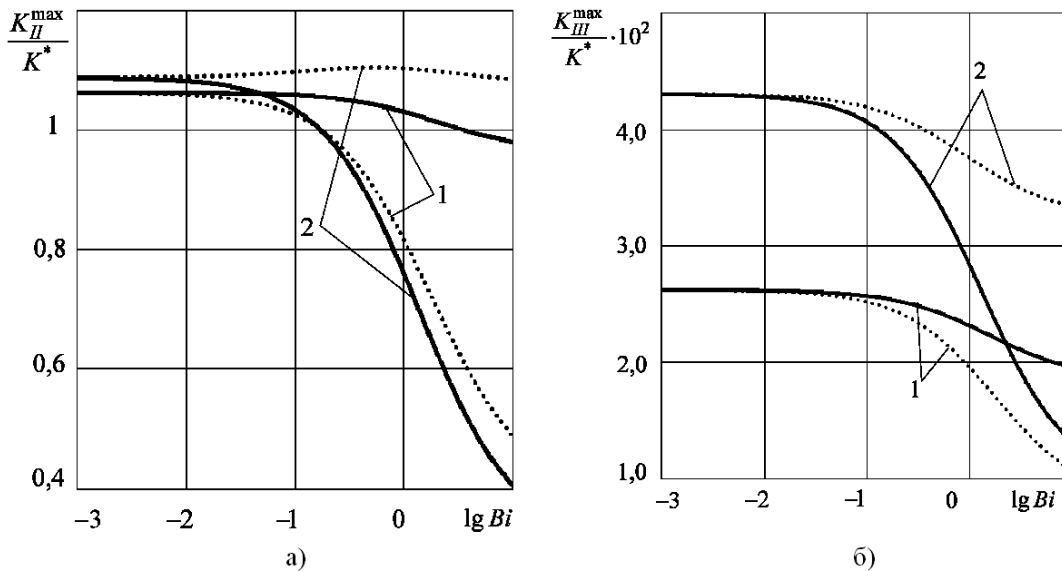


Рис. 1. Зависимость КИН от параметра теплообмена

Так, возрастание параметра теплообмена Bi приводит к убыванию максимальных по модулю значений КИН для поперечного и продольного сдвига.

Также заметим, что при действии потока T_1^0 максимальные по модулю значения КИН для продольного сдвига K_{III}^{\max} на два порядка меньше, чем значения K_{II}^{\max} . Поэтому при оценке несущей способности тонкостенных элементов конструкций при наличии тепловых потоков T_1^0 можно не учитывать КИН для продольного сдвига.

1. Пискунов С.О., Гуляр О.І., Шкриль О.О. Оцінка напружено-деформованого стану і несучої здатності просторових тіл з початковими тріщинами в умовах термосилового навантаження // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць; Дніпропетр. нац. ун-т. – 2014. – 23. – С. 207–218.
2. Покровский В.В., Сидяченко В.Г., Ежов В.Н. Расчетно-экспериментальное исследование раскрытия вершины трещины и остаточных напряжений после предварительного термосилового нагружения // Проблемы прочности. – 2011. – № 1. – С. 82–94.
3. Зеленьяк В. Термопружна взаємодія тріщини та включення у круговому диску // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології: наук. зб. – 2015. – 21. – С. 109–116.
4. Кушнір Р.М., Дмитрах І.М. Теорія і методи розрахунку напруженого стану та міцності твердих деформівних тіл з концентраторами напружень // Вісн. НАН України. – 2013. – № 1. – С. 59–70.
5. Пелех Б.Л., Лазько В.А. Слоистые анизотропные пластины и оболочки с концентраторами напряжений. – К.: Наук. думка, 1982. – 296 с.
6. Пелех Б.Л., Сухорольский М.А. Контактные задачи теории упругих анизотропных оболочек. – К.: Наук. думка, 1980. – 216 с.
7. Шевченко В.П., Гольцев А.С. Задачи термоупругости тонких оболочек с разрезами: учебное пособие. – К.: УМК ВО, 1988. – 84 с.
8. Кит Г.С., Кривцун М.Г. Плоские задачи термоупругости для тел с трещинами. – К.: Наук. думка, 1984. – 280 с.

9. Бондаренко Н.С., Гольцев А.С. Использование обобщенной теории в задачах теплопроводности для изотропных пластин с теплоизолированным разрезом // Вісн. Донец. ун-ту. Сер. А. – 2012. – 1. – С. 26–32.
10. Бондаренко Н.С., Гольцев А.С. Коэффициенты интенсивности напряжений при термоупругом изгибе изотропных пластин с теплоизолированным разрезом в случае симметричного теплообмена // Вісн. Донец. ун-ту. Сер. А. – 2013. – 1. – С. 20–26.
11. Бондаренко Н.С., Гольцев А.С. Исследование влияния внешней среды на термоупругое состояние изотропной пластины с теплоизолированным разрезом при одностороннем теплообмене // Теор. и прикл. механика. – 2014. – № 9 (55). – С. 42–52.
12. Хижняк В.К., Шевченко В.П. Смешанные задачи теории пластин и оболочек: учебное пособие. – Донецк: ДонГУ, 1980. – 128 с.
13. Панасюк В.В., Саврук М.П., Дацьшин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. – К.: Наук. думка, 1976. – 444 с.
14. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. – М.: Наука, 1968. – 512 с.

N. S. Bondarenko, A. S. Goltsev

Investigation of the influence of the environment on the state of thermoelastic bending of isotropic plates with heat-insulated cut.

The problem of thermoelastic bending for an isotropic plate with heat-insulated cut is reduced to a system of singular integral equations. The generalized theory in variant of $\{1,0\}$ -approximation is used. The integral representations for components of perturbed thermoelastic state are constructed. The influence of the intensity and character of heat exchange on the maximum modulus values for transverse and longitudinal shear stress intensity factors is investigated.

Keywords: *thermoelastic bending, generalized theory, heat-insulated cut, criterion Biot, stress intensity factors.*

ГОУ ВПО «Донецкий национальный ун-т»,
ГУ «Ин-т прикл. математики и механики», Донецк
bondarenko_n_s@mail.ru,
a.s.goltsev@mail.ru

Получено 10.09.16