УДК 531.38

 А. В. Зыза

СЛУЧАЙ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ГИРОСТАТА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В работе исследуются условия существования нового класса полиномиальных решений дифференциальных уравнений задачи о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона. Построено одно частное решение рассматриваемой задачи, которое зависит от четырех независимых параметров и выражается в виде функций, полученных обращением эллиптических интегралов Лежандра третьего рода.

Ключевые слова: *полиномиальное решение, первые интегралы, гиростат, эффект Барнетта-Лондона, эллиптические интегралы Лежандра, уравнения класса Кирхгофа.*

Введение. Классическая задача о движении гиростата в поле силы тяжести [1] имеет многочисленные обобщения в динамике твердого тела [2]. Особый интерес представляет задача о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона [3-5], поскольку уравнения движения допускают только два первых интеграла и к ним не применима теория Якоби интегрирования уравнений динамики [1].

Так как правые части уравнений движения гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона при определенных условиях аналогичны правым частям уравнений Кирхгофа, то оказалось возможным построение частных решений различных классов и уравнений движения гиростата в магнитном поле [6-9] на основе свойств полиномиальных решений, рассмотренных в [10-12].

В данной статье начато изучение нового класса полиномиальных решений уравнений движений гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона. Отличие этого класса решений от решений [6-9] состоит в различных свойствах вспомогательных переменных от времени, что приводит к обращению различных типов эллиптических интегралов Лежандра.

1. Постановка задачи. Рассмотрим движение гиростата с неподвижной точкой в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона. Эффект Барнетта-Лондона состоит в том, что первоначально ненамагниченные и сверхпроводящие твердые тела при движении в магнитном поле намагничиваются вдоль оси вращения. Возникающая при вращении намагниченность линейно зависит от угловой скорости тела. Магнитный момент тела при взаимодействии с внешним магнитным полем будет стремиться к направлению вектора напряженности магнитного поля. При этом взаимодействие вызванной вращением тела намагниченности с внешним магнитным полем приводит к прецессии вектора кинетического момента тела вокруг вектора поля [5].

Уравнения движения гиростата запишем в векторном виде [3, 4], с учетом момента ньютоновских сил

$$A\dot{\boldsymbol{\omega}} = (A\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}) \times \boldsymbol{\omega} + B\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{\nu} \times (C\boldsymbol{\nu} - \mathbf{s}),$$
$$\dot{\boldsymbol{\nu}} = \boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{\omega}. \tag{1}$$

Эти уравнения допускают два первых интеграла

$$\boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{\nu} = 1, \quad (A\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}) \cdot \boldsymbol{\nu} = k_0. \tag{2}$$

Изменение полной энергии гиростата определяется соотношением

$$[(A\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\omega}) - 2(\boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{\nu}) + (C\boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{\nu})]^{\bullet} = 2(B\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\nu}) \cdot \boldsymbol{\omega}, \tag{3}$$

поэтому уравнения (1) не имеют интеграла энергии.

В уравнениях (1)-(3) обозначения таковы: A – тензор инерции гиростата в неподвижной точке; $\boldsymbol{\omega}$ – угловая скорость гиростата; $\boldsymbol{\nu}$ – единичный вектор, характеризующий направление магнитного поля; $\boldsymbol{\lambda}$ – гиростатический момент; $\boldsymbol{s}$ — вектор, коллинеарный вектору обобщенного центра масс; B и C – постоянные симметричные матрицы третьего порядка; k_0 – постоянная интеграла площадей; точка над переменными означает относительную производную.

Поскольку для уравнений (1) в общем случае допустимы только два первых интеграла (2), то для этих дифференциальных уравнений недостаточно построение дополнительного первого интеграла [1]. Если же для динамического уравнения из (1) имеет место равенство $B = \alpha E$ (E – единичная матрица, α – некоторый параметр), то из соотношения (3) вытекает интеграл энергии для уравнений (1). Тогда уравнения (1) по своей структуре будут совпадать с уравнениями задачи о движении гиростата в поле потенциальных и гироскопических сил и относиться к уравнениям класса Кирхгофа [13]. То есть в этом случае полученные для уравнений (1) результаты следует сопоставлять с результатами [2].

Запишем уравнения (1) и первые интегралы (2) в скалярном виде, полагая $A = \mathrm{diag}(A_1, A_2, A_3)$, $B = \mathrm{diag}(B_1, B_2, B_3)$, $C = \mathrm{diag}(C_1, C_2, C_3)$, $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$, $\boldsymbol{\nu} = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)$, $\boldsymbol{s} = (s_1, s_2, 0)$, $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, 0)$:

$$\left.\begin{aligned}
A_1\dot{\omega}_1 &= (A_2 - A_3)\omega_2\omega_3 + \lambda_2\omega_3 + B_2\omega_2\nu_3 - B_3\omega_3\nu_2 + s_2\nu_3 + (C_3 - C_2)\nu_2\nu_3,\\
A_2\dot{\omega}_2 &= (A_3 - A_1)\omega_1\omega_3 - \lambda_1\omega_3 + B_3\omega_3\nu_1 - B_1\omega_1\nu_3 - s_1\nu_3 + (C_1 - C_3)\nu_1\nu_3,\\
A_3\dot{\omega}_3 &= (A_1 - A_2)\omega_1\omega_2 + \lambda_1\omega_2 - \lambda_2\omega_1 + B_1\omega_1\nu_2 - B_2\omega_2\nu_1 + s_1\nu_2 - s_2\nu_1 +\\
&\qquad + (C_2 - C_1)\nu_1\nu_2,
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

$$\dot{\nu}_1 = \omega_3\nu_2 - \omega_2\nu_3, \quad \dot{\nu}_2 = \omega_1\nu_3 - \omega_3\nu_1, \quad \dot{\nu}_3 = \omega_2\nu_1 - \omega_1\nu_2; \tag{5}$$

$$\nu_1^2 + \nu_2^2 + \nu_3^2 = 1, \quad (A_1\omega_1 + \lambda_1)\nu_1 + (A_2\omega_2 + \lambda_2)\nu_2 + A_3\omega_3\nu_3 = k_0. \tag{6}$$

Поставим задачу об исследовании условий существования у уравнений (4), (5) решений следующего вида

$$
\begin{gathered}
\omega_1 = \sigma^2, \quad \omega_2 = Q(\sigma) = \sum_{k=0}^{n} b_k \sigma^k, \quad \omega_3^2 = R(\sigma) = \sum_{i=0}^{m} c_i \sigma^i, \\
\nu_1 = \varphi(\sigma) = \sum_{j=0}^{l} a_j \sigma^j, \quad \nu_2 = \psi(\sigma) = \sum_{i=0}^{n_1} g_i \sigma^i, \\
\nu_3 = \frac{\varkappa(\sigma)}{\sigma} \omega_3, \quad \varkappa(\sigma) = \sum_{j=0}^{m_1} f_j \sigma^j,
\end{gathered} \tag{7}
$$

где n, m, l, n_1, m_1 – натуральные числа или нули; b_k, c_i, a_j, g_i, f_j – неизвестные постоянные, подлежащие определению.

Подставим выражения (7) в уравнения (4), (5) и интегралы (6)

$$
\dot{\sigma} = (\varphi'(\sigma))^{-1} \cdot (\psi(\sigma) - Q(\sigma)\varkappa(\sigma)\sigma^{-1})\sqrt{R(\sigma)}; \tag{8}
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&\psi'(\sigma)(\psi(\sigma)\sigma - Q(\sigma)\varkappa(\sigma)) = \varphi'(\sigma)\sigma\Phi(\sigma), \quad \Phi(\sigma) = \sigma\varkappa(\sigma) - \varphi(\sigma); \\
&(R(\sigma)(\varkappa(\sigma)\sigma^{-1})^2)'\sigma\Phi(\sigma) = 2\psi'(\sigma)\varkappa(\sigma)(Q(\sigma)\varphi(\sigma) - \psi(\sigma)\sigma^2);
\end{aligned}
\right\} \tag{9}
$$

$$
\begin{gathered}
2A_1\sigma^2\Phi(\sigma) = \psi'(\sigma)(\varkappa(\sigma)\{(C_3 - C_2)\psi(\sigma) + B_2 Q(\sigma) + s_2\} + \\
+ \{(A_2 - A_3)Q(\sigma) - B_3\psi(\sigma) + \lambda_2\}\sigma);
\end{gathered} \tag{10}
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
A_2 Q'(\sigma)\sigma\Phi(\sigma) &= \psi'(\sigma)(\varkappa(\sigma)\{(C_1 - C_3)\varphi(\sigma) - B_1\sigma^2 - s_1\} + \\
&\quad + \{(A_3 - A_1)\sigma^2 + B_3\varphi(\sigma) - \lambda_1\}\sigma); \\
A_3 R'(\sigma)\Phi(\sigma) &= 2\psi'(\sigma)(\psi(\sigma)\{(C_2 - C_1)\varphi(\sigma) + B_1\sigma^2 + s_1\} + \\
&\quad + Q(\sigma)\{(A_1 - A_2)\sigma^2 - B_2\varphi(\sigma) + \lambda_1\} - \lambda_2\sigma^2 - s_2\varphi(\sigma));
\end{aligned}
\right\} \tag{11}
$$

$$
(\varphi^2(\sigma) + \psi^2(\sigma) - 1)\sigma^2 + R(\sigma)\varkappa^2(\sigma) = 0; \tag{12}
$$

$$
(A_1\sigma^2 + \lambda_1)\varphi(\sigma)\sigma + (A_2 Q(\sigma) + \lambda_2)\psi(\sigma)\sigma + A_3 R(\sigma)\varkappa(\sigma) = k_0\sigma. \tag{13}
$$

В уравнениях (8)-(11) штрихом обозначена производная по вспомогательной переменной σ. После интегрирования уравнений (9)-(11) зависимость σ от времени t находим из уравнения (8).

2. Новое частное решение. Рассмотрим случай, когда максимальные степени полиномов из (7) таковы: $n = 3, m = 6, l = 2, n_1 = 3, m_1 = 1$. Тогда

$$
\begin{aligned}
&\omega_1 = \sigma^2, \quad \omega_2 = Q(\sigma) = b_3\sigma^3 + b_2\sigma^2 + b_1\sigma + b_0, \\
&\omega_3^2 = R(\sigma) = c_6\sigma^6 + c_5\sigma^5 + c_4\sigma^4 + c_3\sigma^3 + c_2\sigma^2 + c_1\sigma + c_0, \\
&\nu_1 = \varphi(\sigma) = a_2\sigma^2 + a_1\sigma + a_0, \quad \nu_2 = \psi(\sigma) = g_3\sigma^3 + g_2\sigma^2 + g_1\sigma + g_0, \\
&\nu_3 = \varkappa(\sigma)\sigma^{-1}\sqrt{R(\sigma)}, \quad \varkappa(\sigma) = f_1\sigma + f_0.
\end{aligned} \tag{14}
$$

Подставим полиномы из (14) в первое кинематическое уравнение из (9), динамическое уравнение (10), интегралы (12), (13) и потребуем выполнения полученных равенств при всех σ. В результате получим систему условий на параметры, существование решения которой при $g_2 \neq 0$, $g_1 \neq 0$ дает дополнительные ограничения. Запишем некоторые из них

$$\begin{gathered} A_3 = A_2, \quad B_3 = B_2, \quad C_3 - C_2 = 0, \\ (B_2 b_0 + s_2) f_0 = 0, \quad (B_2 b_0 + s_2) f_1 + B_2(b_1 f_0 - g_0) + \lambda_2 = 0. \end{gathered} \tag{15}$$

Тогда в силу (15) динамическое уравнение (10) упрощается

$$\Phi(\sigma) = \psi'(\sigma)(2A_1)^{-1}\mu, \quad \mu = B_2(b_2 f_0 + b_1 f_1 - g_1). \tag{16}$$

Соотношения (16) позволяют упростить другие уравнения исследуемой системы. В начале исключим функцию $\Phi(\sigma)$ из уравнений (9), (11). Затем подставим в полученные уравнения и уравнения (12), (16) полиномы из (14). Требование того, чтобы полученные равенства при условиях (15) были тождествами по σ, приводит к следующей системе уравнений на параметры задачи и коэффициенты решения (14):

$$\begin{gathered} g_3 - b_3 f_1 = 0, \quad g_2 - (b_3 f_0 + b_2 f_1) = 0, \quad b_0 = 0, \quad s_2 = 0, \\ 3g_3\mu + 2A_1(a_2 - f_1) = 0, \quad g_2\mu + A_1(a_1 - f_0) = 0, \quad g_1\mu + 2A_1 a_0 = 0, \\ g_1 - b_2 f_0 - b_1 f_1 - \mu a_2 A_1^{-1} = 0, \quad g_0 - b_1 f_0 - \mu a_1 (2A_1)^{-1} = 0 \\ 3c_6 f_1 \mu (2A_1)^{-1} - b_3 a_2 + g_3 = 0, \quad c_0 = 0, \quad c_1 = 0, \\ (5c_5 f_1 + 4c_6 f_0)\mu(2A_1)^{-1} - 2(b_3 a_1 + b_2 a_2 - g_2) = 0, \\ (4c_4 f_1 + 3c_5 f_0)\mu(2A_1)^{-1} - 2(b_3 a_0 + b_2 a_1 + b_1 a_2 - g_1) = 0, \\ (3c_3 f_1 + 2c_4 f_0)\mu(2A_1)^{-1} - 2(b_2 a_0 + b_1 a_1 - g_0) = 0, \\ (2c_2 f_1 + c_3 f_0)\mu(2A_1)^{-1} - 2b_1 a_0 = 0, \quad C_1 - C_2 = \beta, \\ 3A_2 b_3 \mu (2A_1)^{-1} - (\beta a_2 - B_1) f_1 - B_2 a_2 + (A_1 - A_2) = 0, \\ A_2 b_2 \mu A_1^{-1} - (\beta a_2 - B_1) f_0 - \beta a_1 f_1 - B_2 a_1 = 0, \\ A_2 b_1 \mu (2A_1)^{-1} - (\beta a_0 - s_1) f_1 - \beta a_1 f_0 - B_2 a_0 + \lambda_1 = 0, \\ \beta a_0 - s_1 = 0, \quad 3A_2 \mu c_6 (2A_1)^{-1} - (B_1 - \beta a_2) g_3 + (B_2 a_2 + A_2 - A_1) b_3 = 0, \\ 5A_2 \mu c_5 (4A_1)^{-1} + (\beta a_2 - B_1) g_2 + \beta a_1 g_3 + (B_2 a_2 + A_2 - A_1) b_2 + B_2 a_1 b_3 = 0, \\ A_2 \mu c_4 A_1^{-1} + (\beta a_2 - B_1) g_1 + \beta a_1 g_2 + (B_2 a_2 + A_2 - A_1) b_1 + \\ + B_2 a_1 b_2 + (B_2 a_0 - \lambda_1) b_3 = 0, \\ 3A_2 \mu c_3 (4A_1)^{-1} + (\beta a_2 - B_1) g_0 + \beta a_1 g_1 + B_2 a_1 b_1 + (B_2 a_0 - \lambda_1) b_2 + \lambda_2 = 0, \\ A_2 \mu c_2 (2A_1)^{-1} + \beta a_1 g_0 + (B_2 a_0 - \lambda_1) b_1 = 0, \\ a_0^2 + g_0^2 - 1 + c_2 f_0^2 = 0. \end{gathered} \tag{17}$$

Система алгебраических уравнений (17) разрешима относительно A_1, A_2, a_1, λ_2. Считая $\xi = A_1 - A_2 \neq 0$ и $\gamma = 3A_1 - 2A_2 \neq 0$, запишем соотношения (15) и решение системы (17) в виде:

$$C_3 = C_2, \quad A_3 = A_2, \quad B_3 = B_2, \quad B_1 = \tilde{k} B_2,$$
$$\tilde{k} = -\frac{3A_1^2 - 10A_1A_2 + 6A_2^2}{A_1A_2}, \quad \beta = -\frac{2\xi B_2^2}{A_1^2},$$
$$f_1 = -\frac{A_1A_2}{\gamma B_2}, \quad f_0 = \frac{2\xi A_2 a_1}{\gamma^2},$$
$$b_3 = -\frac{\xi a_1 B_2}{\lambda_2 A_2}, \quad b_2 = \frac{(a_1B_2)^2(5A_1^2 - 6A_1A_2 + 2A_2^2)}{2\gamma\lambda_2 A_1A_2},$$
$$b_1 = -\frac{\xi(a_1B_2)^3(A_1^2 + 2A_1A_2 - 2A_2^2)}{\gamma^2\lambda_2 A_1^2 A_2}, \quad b_0 = 0,$$
$$a_2 = -\frac{A_1}{B_2}, \quad a_0 = \frac{2((\gamma\lambda_2)^2 A_1 - \xi(a_1B_2)^4)}{(\gamma a_1)^2 B_2^3},$$
$$c_6 = -\left(\frac{\xi a_1 B_2}{\lambda_2 A_2}\right)^2, \quad c_5 = \frac{\xi(a_1B_2)^3(5A_1^2 - 6A_1A_2 + 2A_2^2)}{\gamma\lambda_2^2 A_1 A_2^2},$$
$$c_4 = \frac{4\gamma^3(\lambda_2A_1)^2(A_1 - 2A_2) - (a_1B_2)^4(3A_1^3(11A_1 - 20A_2) + 4A_2^2(4A_1^2 + 6A_1A_2 - 3A_2^2))}{(2\gamma\lambda_2A_1A_2)^2},$$
$$c_3 = -\frac{\xi a_1 B_2(2\gamma^3\lambda_2^2A_1^3 - (a_1B_2)^4(A_1^3(5A_1 + 4A_2) - 4A_2^2(5A_1^2 - 4A_1A_2 + A_2^2)))}{\gamma^3\lambda_2^2A_1^3A_2^2},$$
$$c_2 = \frac{\xi(a_1B_2)^2(2(\gamma^2\lambda_2A_1)^2A_2 - \xi(a_1B_2)^4(A_1^3(A_1 + 4A_2) - 4A_2^3(2A_1 - A_2)))}{(\gamma^2\lambda_2A_1^2A_2)^2},$$

$$c_1 = 0, \quad c_0 = 0,$$
$$g_3 = \frac{\xi a_1 A_1}{\gamma\lambda_2}, \quad g_2 = -\frac{a_1^2 B_2(9A_1^2 - 14A_1A_2 + 6A_2^2)}{2\gamma^2\lambda_2},$$
$$g_1 = -\frac{2((\gamma\lambda_2)^2A_1 - \xi(a_1B_2)^4)}{\gamma^2\lambda_2 a_1 B_2^2},$$
$$g_0 = \frac{(\gamma^2\lambda_2A_1)^2 - 2\xi^2(a_1B_2)^4(A_1^2 + 2A_1A_2 - 2A_2^2)}{\gamma^4\lambda_2A_1^2B_2}, \tag{18}$$
$$\lambda_1 = \frac{2(\gamma\lambda_2)^2A_1^3 - \xi(a_1B_2)^4(A_1^2 + 2A_1A_2 - 2A_2^2)}{(\gamma A_1 a_1 B_2)^2},$$
$$s_1 = -\frac{4\xi((\gamma\lambda_2)^2A_1 - \xi(a_1B_2)^4)}{(\gamma A_1 a_1)^2 B_2}, \quad s_2 = 0.$$

Здесь B_2 – отличный от нуля действительный корень уравнения

$$(a_1^2\gamma)^2 B_2^6 - (a_1^2\lambda_2(A_1 - 2A_2))^2 B_2^4 - (2\lambda_2^2 A_1 \gamma)^2 = 0.$$

Решение (14) при условиях (18) будет действительным, например, если

$$\lambda_2 = B_2, \quad A_1 > A_2, \quad c_2 > 0. \tag{19}$$

Зависимость σ от времени находим из (8):

$$\dot{\sigma} = a_1^{-1}\sigma\sqrt{c_6\sigma^4 + c_5\sigma^3 + c_4\sigma^2 + c_3\sigma + c_2}. \tag{20}$$

Приведем численный пример решения (14), (18)-(20) уравнений (4), (5). Пусть

$$\begin{gathered} A_1 = \frac{3}{2}A_2, \quad A_3 = A_2 = a, \quad B_1 = \frac{3}{2}B_2, \quad \lambda_2 = B_2, \\ B_3 = B_2 = -\frac{5a\sqrt{6}}{4a_1^2}, \quad (a > 0, a_1 \neq 0). \end{gathered} \tag{21}$$

Тогда из (18), (20) получим:

$$\begin{gathered} C_3 = C_2, \quad C_1 - C_2 = -\frac{25a}{6a_1^4}, \\ \boldsymbol{s} = \frac{a}{a_1^4}\left(\frac{5\sqrt{6}}{6}, 0, 0\right), \quad \boldsymbol{\lambda} = \frac{a}{a_1^2}\left(\frac{23}{12}, -\frac{5\sqrt{6}}{4}, 0\right); \end{gathered} \tag{22}$$

$$\begin{gathered} \omega_1 = \sigma^2, \quad \omega_2 = -\frac{\sigma}{2}\left(a_1\sigma^2 + \frac{17\sqrt{6}}{12}\sigma + \frac{13}{6a_1}\right), \\ \omega_3^2 = \frac{\sigma^2}{4}R^*(\sigma), \quad R^*(\sigma) = -a_1^2\sigma^4 - \frac{17\sqrt{6}}{6}a_1\sigma^3 - \frac{171}{8}\sigma^2 - \frac{41\sqrt{6}}{36a_1}\sigma + \frac{431}{36a_1^2}, \\ \nu_1 = \frac{\sqrt{6}}{5}a_1^2\sigma^2 + a_1\sigma - \frac{\sqrt{6}}{5}, \\ \nu_2 = \frac{1}{5}\left(-\frac{\sqrt{6}}{5}a_1^3\sigma^3 - \frac{21}{10}a_1^2\sigma^2 + \sqrt{6}a_1\sigma + \frac{62}{15}\right), \\ \nu_3 = \frac{a_1(\sqrt{6}a_1\sigma + 2)}{25}\sqrt{R^*(\sigma)}. \end{gathered} \tag{23}$$

Так как функция $\sigma = \sigma(t)$ находится из уравнения

$$\dot{\sigma} = \frac{\sigma}{2a_1}\sqrt{R^*(\sigma)}, \tag{24}$$

то действительность решения (21)-(24) вытекает из условия, что подкоренная функция в (24) при $\sigma = 0$ – положительная. При этом $\sigma(t)$ – функция, полученная в результате обращения эллиптического интеграла третьего рода.

Приведенный пример (23), (24) характеризуется одним произвольным параметром a_1. Зависимость всех переменных задачи от времени находим подстановкой $\sigma = \sigma(t)$ в равенства (23).

Решение (23), (24) обладает одним примечательным свойством. Если начальное значение σ_0 выбрать в окрестности $\sigma = 0$ (например $\sigma_0 < 0$), то при $a_1 < 0$ в силу (24) $\dot{\sigma}\big|_{\sigma_0} > 0$, то есть переменная σ возрастает и стремится к нулевому значению.

Это значение переменная σ достигает за бесконечный промежуток времени, так как интеграл в левой части соотношения

$$\int_{\sigma_0}^{\sigma} \frac{du}{u\sqrt{R^*(u)}} = \frac{1}{2a_1}t$$

стремится к бесконечности при $\sigma \to 0$. Это значит, что в силу формул (23) движение гиростата асимптотически стремится к состоянию покоя. К аналогичному свойству приходим и при $\sigma_0 > 0$.

Заключение. Найдено частное решение полиномиального вида дифференциальных уравнений задачи о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона. Полученное решение зависит от четырех свободных параметров и описывает асимптотическое к покою движение гиростата.

По своей структуре оно отличается от ранее полученных решений [6-9].

1. *Харламов П.В.* Лекции по динамике твердого тела. – Новосибирск: Изд-во НГУ, 1965. – 221 с.
2. *Горр Г.В., Мазнев А.В.* Динамика гиростата, имеющего неподвижную точку. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2010. – 364 с.
3. *Самсонов В.А.* О вращении твердого тела в магнитном поле // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 1984. – № 4. – С. 32-34.
4. *Козлов В.В.* К задаче о вращении твердого тела в магнитном поле // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 1985. – № 6. – С. 28-33.
5. *Урман Ю.Н.* Динамические эффекты, обусловленные вращательным движением сверхпроводника в магнитном подвесе // Докл. АН СССР. – 1984. – Т. 276, №6. – С. 1402-1404.
6. *Миронова Е.Н.* О решении уравнений движения тела в магнитном поле на основе полиномиальных решений // Прикл. механика. – 2001. – Т. 37, вып. 2. – С. 105-113.
7. *Зыза А.В.* О полиномиальных решениях уравнений движения гиростата в магнитном поле // Механика твердого тела. – 2003. – Вып. 33. – С. 61-70.
8. *Зыза А.В.* Об одном классе полиномиальных решений уравнений движения гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона // Вісник Донецького університету. Сер. А: Природничі науки. – 2010. – № 1. – С. 52-56.
9. *Зыза А.В.* Об одном классе полиномиальных решений движения тела в магнитном поле // Вісник Донецького університету. Сер. А: Природничі науки. – 2010. – № 2. – С. 19-23.
10. *Горр Г.В., Зыза А.В.* Полиномиальные решения в одной задаче о движении гиростата с неподвижной точкой // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 1998. – № 6. – С. 12-21.
11. *Зыза А.В.* Об одном классе полиномиальных решений уравнений Кирхгофа // Вісник Донецького університету. Сер. А: Природничі науки. – 2006. – № 1. – С. 40-46.
12. *Зыза А.В.* Один случай полиномиальных решений уравнений Кирхгофа // Механика твердого тела. – 2010. – Вып. 40. – С. 103-109.
13. *Харламов П.В., Мозалевская Г.В., Лесина М.Е.* О различных представлениях уравнений Кирхгофа // Механика твердого тела. – 2001. – Вып. 31. – С. 3-17.

A. V. Zyza

The case of integrability of gyrostat motion equation in magnetic field.

In this paper we investigate the existence conditions for a new class of polynomial solutions of a differential equation related of the problem a gyrostat motion in magnetic field accounting for the Bernett-London effect. One particular solution of this problem depending on four independent parameters is constructed. This solution is represented in a form of functions obtained by the inversion of elliptic Legandre integrals of the third kind.

Keywords: *polynomial solution, first integrals, gyrostat, Barnett-London effect, Legandre integrals of the third kind, Kirchoff equations.*

О. В. Зиза

Випадок інтегровності рівнянь руху гіростата в магнітному полі.

У роботі досліджуються умов існування нового класу поліноміальних розв'язків диференціальних рівнянь задачі про рух гіростата в магнітному полі з урахуванням ефекту Барнета-Лондона. Побудовано один частинний розв'язок цієї задачі, який залежить від чотирьох незалежних параметрів і виражається у вигляді функцій, отриманих оберненням еліптичних інтегралів Лежандра третього роду.

Ключові слова: *поліноміальний розв'язок, перші інтеграли, гіростат, ефект Барнетта-Лондона, еліптичні інтеграли Лежандра, рівняння класу Кірхгофа.*

Донецкий национальный ун-т
`3bl3a@mail.ru`

Получено 27.03.12