

УДК 539.3

©2011. В.П. Шевченко, О.С. Ветров

ДИНАМИКА ОРТОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЛОКАЛЬНЫХ ВНЕЗАПНО ПРИЛОЖЕННЫХ НАГРУЗОК

Рассмотрена задача о действии на тонкую ортотропную пластину локальной динамической нагрузки, распределенной по произвольной области. Построено фундаментальное решение динамического уравнения ортотропной пластины. Решение получено в виде рядов по специальной функции гипергеометрического вида. Получено аналитическое решение и численно исследовано поведение прогиба пластины при действии внезапно приложенной динамической нагрузки степенного вида, распределенной по круговой площадке.

Ключевые слова: фундаментальное решение, локальные нагрузки, ортотропная пластина.

1. Введение. На практике являются актуальными задачи о действии динамических нагрузок, распределенных локально по области срединной плоскости пластины. Такие конструкции часто изготавливаются из композитных материалов, имеющих сложную анизотропию упругих свойств. Анализ данной проблемы посвящен ряд современных исследований [1, 2].

Случай действия на ортотропную пластину статической локальной нагрузки хорошо известен [3]. Подобная задача для случая динамического нагружения исследована недостаточно. Полученные результаты [1, 4, 5] касаются лишь частных случаев, когда нагрузка, действующая на пластину, представляется в заданной форме, и искомое решение аппроксимируется под ее конкретный вид. Общее решение в случае локальной динамической нагрузки, распределенной по произвольной области, отсутствует. Это связано главным образом с тем, что на данный момент отсутствует фундаментальное решение динамики ортотропных тонких пластин, приемлемое для использования в подобных задачах.

Переходные динамические процессы в пластинах подробно проанализированы лишь для изотропных случаев [6-8]. Наиболее эффективный метод построения фундаментальных решений динамики изотропных оболочек был реализован в [9]. Была разработана оригинальная методика, основанная на введении новой специальной функции гипергеометрического типа, что позволило решить ряд практически важных задач [9, 10]. Усовершенствование данного метода и расширение его на случай ортотропии материала представляется наиболее целесообразным.

Целью исследования является нахождение фундаментального решения динамического уравнения изгиба тонкой ортотропной пластинки и решение на его основании задачи о действии на пластину локальных внезапно приложенных нагрузок. Данная работа является продолжением исследований, начатых авторами в [11, 12].

2. Постановка задачи. Рассмотрим бесконечную тонкую ортотропную пластину с постоянной толщиной h . Оси координат (x', y') совместим с главными осями ортотропии. Исследуем процесс распространения упругих волн в направлении, нор-

мальном к срединной плоскости пластины. Инерционные нагрузки, отвечающие перемещениям u и v в срединной плоскости, учитывать не будем. Начальные условия считаем нулевыми.

Тогда динамическое уравнение изгиба тонкой ортотропной пластины в классических предположениях будет иметь вид

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x'^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x'^2 \partial y'^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y'^4} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} = q(x', y', \tau), \quad (1)$$

$$D_1 = \kappa^2 D, \quad D_2 = \kappa^{-2} D, \quad D_3 = D(1 - \mu + \nu\mu),$$

$$\kappa^4 = E_1/E_2 = \nu_2/\nu_1, \quad \nu = \sqrt{\nu_1 \nu_2}, \quad E = \sqrt{E_1 E_2},$$

$$\mu = \frac{E - 2G_{12}(1 + \nu)}{E}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)},$$

где w – прогиб пластины; τ – координата времени; G_{12} – модуль сдвига; E_1, E_2 – модули Юнга; ν_1, ν_2 – коэффициенты Пуассона в главных направлениях ортотропии; ρh – масса единицы поверхности; $q(x', y', \tau)$ – интенсивность распределенной динамической нагрузки, нормальной к срединной плоскости пластинки.

Для упрощения рассуждений в дальнейшем перейдем к безразмерной системе координат (x, y, t) , которая определяется соотношениями $x' = \kappa h x$, $y' = h y$, $\tau = \kappa t \sqrt{\rho h^5 D^{-1}}$.

Физические соотношения теории упругости, связанные с динамическим прогибом, в новых координатах запишутся:

$$M_1 = -Dh^{-2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right],$$

$$M_2 = -\frac{Dh^{-2}}{\kappa^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right],$$

$$H = -Dh^{-2} \frac{(1 - \nu)(1 - \mu)}{\kappa} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \quad (2)$$

$$Q_1 = -\frac{aDh^{-3}}{\kappa} \frac{\partial}{\partial x} [\nabla^2 w + \bar{\mu} \nabla_1^2 w],$$

$$Q_2 = -\frac{aDh^{-3}}{\kappa^2} \frac{\partial}{\partial y} [\nabla^2 w - \bar{\mu} \nabla_1^2 w],$$

где $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$; $\nabla_1^2 = \partial^2/\partial x^2 - \partial^2/\partial y^2$; $2a = 2 - \mu + \nu$, $\bar{\mu} = \mu(1 - \nu)(2a)^{-1}$; M_1, M_2, H – изгибные и крутящий моменты; Q_1, Q_2 – перерезывающие силы.

Определение напряженно-деформированного состояния ортотропной пластинки для малых моментов времени под действием внезапно приложенной силы сводится к использованию формулы свертки фундаментального решения уравнения изгиба пластины с внешней нагрузкой. Формула представления решения нормального прогиба пластины w будет иметь вид

$$w(x, y, t) = \iint_S E(x - x_1, y - y_1, t) F(x_1, y_1) dx_1 dy_1,$$

где $E(x - x_1, y - y_1, t)$ – фундаментальное решение уравнения изгиба пластины, $F(x_1, y_1)$ – произвольная внешняя нагрузка, нормальная к срединной плоскости пластины, распределенная по некоторой области S . Предполагается, что границы пластинки значительно удалены от зоны приложения нагрузки.

Таким образом, необходимо построить фундаментальное решение уравнения динамического изгиба ортотропной пластины. Рассмотрим случай, когда к пластинке приложен мгновенный импульс единичной интенсивности. Для ее описания используется обобщенная дельта-функция Дирака.

Тогда исходное уравнение (1) перепишется

$$\nabla^2 \nabla^2 w - 4(1 - a) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\kappa^2 h^4}{D} \delta(\kappa h x, h y, \kappa \sqrt{\rho h^5 D^{-1}} t). \quad (3)$$

Используя метод интегральных преобразований Фурье-Лапласа, в [9] были построены фундаментальные решения динамики пологих изотропных оболочек, полученные в форме рядов по новой функции гипергеометрического типа. Расширим данную методику на случай тонкой ортотропной пластинки.

3. Аналитическое решение. В задачах динамики пластин и оболочек наиболее эффективным методом построения фундаментальных решений является метод интегральных преобразований [6, 7, 9]. Применим к уравнению (3) сначала двумерное интегральное преобразование Фурье по геометрическим координатам, затем преобразование Лапласа по времени. В результате, получим выражение трансформанты прогиба тонкой пластинки в виде

$$\bar{w}(\xi, \eta, s) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\rho h D}} \frac{1}{(\xi^2 + \eta^2)^2 - 4(1 - a)\xi^2\eta^2 + s^2}. \quad (4)$$

Наиболее сложным этапом при использовании метода интегральных преобразований является обращение оригиналов. Для получения функции прогиба применим к выражению (4) формулы обращения преобразований Фурье и Лапласа

$$w(x, y, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} \left[\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \bar{w}(\xi, \eta, s) \cos(x\xi) \cos(y\eta) d\xi d\eta \right] e^{st} ds.$$

В подынтегральном выражении перейдем к полярным координатам в пространстве трансформант $\xi = R \cos \theta$, $\eta = R \sin \theta$ и в пространстве оригиналов $x = r \cos \phi$, $y = r \sin \phi$. Далее с целью разделения переменных воспользуемся разложением, основанным на формуле Якоби-Ангера [13]

$$\cos(Rr \cos \theta \cos \phi) \cos(Rr \sin \theta \sin \phi) = J_0(Rr) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(rR) \cos 2n\theta \cos 2n\phi,$$

где $J_n()$ – функция Бесселя 1-го рода.

После выполнения обратного преобразования Лапласа, оригинал прогиба переписывается следующим образом:

$$w(r, \phi, t) = \frac{1}{\pi^2 \sqrt{\rho h D}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \varepsilon_n \cos 2n\phi \int_0^{\pi/2} \frac{\cos 2n\theta}{N(\theta)} d\theta \int_0^{\infty} \frac{\sin(tR^2 N(\theta)) J_{2n}(rR)}{R} dR,$$

$$N(\theta) = \sqrt{1 - (1-a) \sin^2 2\theta}, \quad \varepsilon_n = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 2, n = 1, 2, \dots \end{cases}$$

Для большинства анизотропных материалов коэффициент μ неотрицательный. Тогда справедливо $|N(\theta)| \leq 1$. Воспользовавшись известным разложением в ряд Неймана [13]

$$\sin(z \sin \theta) = 2 \sum_{m=1}^{\infty} J_{2m-1}(z) \sin(2m-1)\theta,$$

выражение для прогиба срединной плоскости запишем

$$w(r, \phi, t) = \frac{2}{\pi^2 \sqrt{\rho h D}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^n \varepsilon_n W_n^m \cos 2n\phi \int_0^{\infty} \frac{J_{2m-1}(tp^2) J_{2n}(rp)}{p} dp, \quad (5)$$

$$W_n^m = \int_0^{\pi/2} \cos 2n\theta \sin((2m-1) \arcsin N(\theta)) N^{-1}(\theta) d\theta. \quad (6)$$

Введем в рассмотрение специальную функцию $G_{\alpha, \beta}^{\gamma}(z)$ [10]. Используя ее интегральное представление, окончательно выражение для прогиба пластинки запишем в виде

$$w(r, \phi, t) = \frac{1}{2\pi^2 \sqrt{\rho h D}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^n \varepsilon_n W_n^m G_{2m-1, 2n}^{1-2m} \left(\frac{r^4}{64t^2} \right) \cos 2n\phi, \quad (7)$$

где функция $G_{\alpha, \beta}^{\gamma}(z)$ имеет вид

$$\begin{aligned} G_{\alpha, \beta}^{\gamma}(z) &= 2^{\beta} (\sqrt{z})^{-\alpha-\gamma+\beta/2} \Gamma \left[\begin{matrix} -\frac{\gamma}{2} + \frac{\beta}{4} \\ \frac{2\alpha+\gamma}{2} - \frac{\beta}{4} + 1 \quad \beta + 1 \end{matrix} \right] \times \\ &\times {}_2F_3 \left[\left(-\frac{2\alpha+\gamma}{2} + \frac{\beta}{4}, \frac{-2\gamma+\beta}{4} \right), \left(\frac{1}{2}, \frac{\beta+1}{2}, \frac{\beta}{2} + 1 \right), -z \right] - \\ &- 2^{\beta+2} (\sqrt{z})^{-\alpha-\gamma+\beta/2+1} \Gamma \left[\begin{matrix} -\frac{\gamma+1}{2} + \frac{\beta}{4} \\ \frac{2\alpha+\gamma+1}{2} - \frac{\beta}{4} \quad \beta + 2 \end{matrix} \right] \times \\ &\times {}_2F_3 \left[\left(\frac{1-2\alpha-\gamma}{2} + \frac{\beta}{4}, \frac{-\gamma+1}{2} + \frac{\beta}{4} \right), \left(\frac{3}{2}, \frac{\beta}{2} + 1, \frac{\beta+3}{2} \right), -z \right]. \end{aligned}$$

Здесь $\Gamma \left[\begin{matrix} a \\ b \quad c \end{matrix} \right] = \Gamma(a) \Gamma^{-1}(b) \Gamma^{-1}(c)$, $\Gamma()$ – гамма-функция; ${}_2F_3((a), (b), -z)$ – обобщенная гипергеометрическая функция.

Интеграл (6) вычисляется аналитически и имеет вид

$$W_n^m(a) = \frac{2m-1}{2} \pi \sum_{k=0}^{m-1} (-1)^k \binom{m+k-1}{2k} \frac{4^k a^{\frac{k}{2}}}{2k+1} \frac{\Gamma(k+1)}{\Gamma(k+l+1)} P_k^l \left(\frac{1+a}{2\sqrt{a}} \right), \quad (8)$$

где $n = 2l$, $P_k^l()$ – присоединенные функции Лежандра I рода.

Полученные аналитические формулы (7) и (8) выражают фундаментальное решение уравнения динамического прогиба тонкой ортотропной пластины.

Подставив выражения (7) и (8) в формулы (2), получим соотношения: для изгибных моментов

$$M_j = \frac{8r^{-2}\kappa^2}{\pi^2 h^2 \kappa^{2j}} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^n \varepsilon_n M_{jn}^m G_{2m-1,2n}^{-2m} \left(\frac{r^4}{64t^2} \right) \cos 2n\phi, \quad (9)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{1n}^m \\ M_{2n}^m \end{Bmatrix} = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos 2n\theta \sin((2m-1) \arcsin N(\theta))}{N(\theta)} \begin{Bmatrix} \cos^2 \theta + \nu \sin^2 \theta \\ \sin^2 \theta + \nu \cos^2 \theta \end{Bmatrix} d\theta;$$

для крутящего момента

$$H = \frac{8r^{-2}(1-\nu)(1-\mu)}{\pi^2 h^2 \kappa} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^n H_n^m G_{2m-1,2n}^{-2m} \left(\frac{r^4}{64t^2} \right) \sin 2n\phi, \quad (10)$$

$$H_n^m = \int_0^{\pi/2} \sin 2n\theta \sin 2\theta \sin((2m-1) \arcsin N(\theta)) N^{-1}(\theta) d\theta;$$

для перерезывающих сил

$$Q_j = -\frac{64ar^{-3}}{\pi^2 h^3 \kappa^j} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^n Q_{jn}^m G_{2m-1,2n+1}^{-2m-1/2} \left(\frac{r^4}{64t^2} \right) \begin{Bmatrix} \cos(2n+1)\phi \\ \sin(2n+1)\phi \end{Bmatrix}, \quad (11)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_{1n}^m \\ Q_{2n}^m \end{Bmatrix} = \int_0^{\pi/2} \frac{(1 \pm \bar{\mu} \cos 2\theta) \sin((2m-1) \arcsin N(\theta))}{N(\theta)} \begin{Bmatrix} \cos(2n+1)\theta \cos \theta \\ \sin(2n+1)\theta \sin \theta \end{Bmatrix} d\theta,$$

где $j = \overline{1, 2}$.

Для проверки полученных результатов перейдем к предельному случаю изотропии материала. Для этого необходимо в формулах (7)-(11) положить значения упругих параметров равными $\kappa = 1$, $\mu = 0$. Выражение (7) в данном случае совпадают с известным результатом для изотропной пластины [6]. Таким образом, можно сделать вывод о корректности полученных формул фундаментального решения для ортотропной пластины.

4. Локальные динамические нагрузки. Рассмотрим случай, когда на пластину действует внезапно приложенная внешняя нагрузка, нормальная к срединной плоскости и распределенная по круговой площадке радиуса R_0 по закону

$$F(x, y, t) = \begin{cases} -\frac{1+\alpha}{\pi R_0^2} \left(1 - \frac{x^2+y^2}{R_0^2}\right)^\alpha \delta(t), & x^2 + y^2 \leq R_0^2 \\ 0, & x^2 + y^2 > R_0^2. \end{cases}$$

Для упрощения записи в дальнейшем будем пользоваться выражениями $w^*(x, y, t)$ и $F_\alpha(x, y)$, что будем определять по формулам

$$w(x, y, t) = \frac{1}{\pi^2 \sqrt{\rho h D}} w^*(x, y, t), \quad F(x, y, t) = F_\alpha(x, y) \delta(t).$$

Нормальный прогиб пластины при локальном воздействии по формуле свертки имеет вид

$$w(x, y, t) = \iint_S w^*(x - x_1, y - y_1, t) F_\alpha(x_1, y_1) dx_1 dy_1, \quad (12)$$

где область S – круг радиусом R_0 .

В подынтегральном выражении перейдем к полярным координатам. Формула (12) позволяет вычислять динамический прогиб в любой точке срединной плоскости пластинки. Однако наибольший интерес представляет значение нормального прогиба в центре площадки нагружения. В этом случае выражение (12) запишется

$$w(0, t) = -\frac{\Gamma(\alpha + 2)}{2^{\alpha+2}} \sum_{m=1}^{\infty} W_0^m(a) G_{2m-1, \alpha+1}^{3/2-2m+\alpha/2} \left(\frac{R_0^4}{64t^2} \right). \quad (13)$$

Изменение параметра α позволяет моделировать многочисленные нагружения степенного вида.

При расчете пластин на прочность, необходимо вычислить местные изгибные напряжения $\sigma_{1,2}^u$, которые определяются по формуле

$$\sigma_{1,2}^u = \mp \frac{6M_{1,2}}{h^2} = \mp f_{1,2}^u \frac{P}{h^2},$$

где P – главный вектор сил, распределенных по области.

Тогда для приведенных коэффициентов $f_{1,2}^u$ из (9) получим следующее выражение

$$f_{1,2}^u = -\frac{\Gamma(\alpha + 2)}{2^\alpha R_0^2} \sum_{m=1}^{\infty} M_{j0}^m(a) G_{2m-1, \alpha+1}^{1/2-2m+\alpha/2} \left(\frac{R_0^4}{64t^2} \right), \quad (14)$$

где $j = \overline{1, 2}$.

5. Анализ численных данных. Численно исследуем поведение нормального прогиба (13) для трех случаев нагружения: равномерно распределенная по кругу ($\alpha = 0$) и нагрузки, распределенные по кругу при $\alpha = \pm 1/2$. Также исследуем поведение коэффициента f_1^u (14) в зависимости от типа нагружения и влияния ортотропии материала.

Выделим два случая материалов – с "слабым" и "сильным" показателями анизотропии: I – $E_1 = 2$ МПа, $E_2 = 1.42$ МПа, $G_{12} = 0.72$ МПа, $\nu = 0.15$, $\mu = 0.05$, II – $E_1 = 2.1$ МПа, $E_2 = 1.6$ МПа, $G_{12} = 0.41$ МПа, $\nu = 0.07$, $\mu = 0.52$. Предполагаем $R_0 = 2$. Будем изучать поведение прогиба пластинки в моменты времени, близкие к начальному.

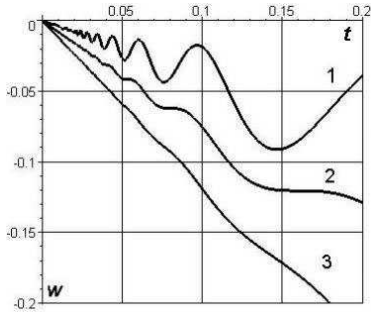


Рис. 1.

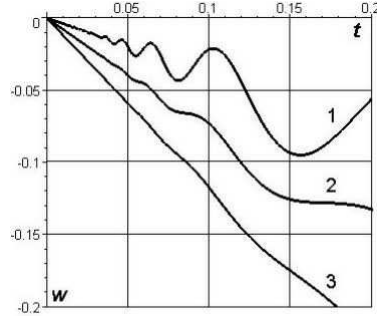


Рис. 2.

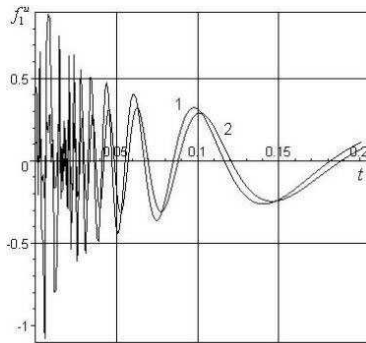


Рис. 3.

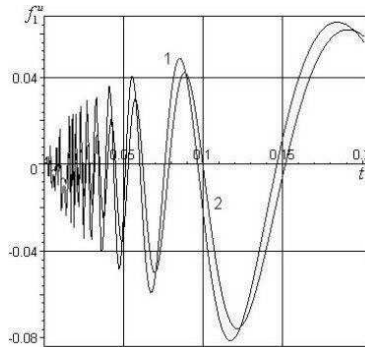


Рис. 4.

На рис. 1 представлено поведение нормального прогиба в случае материала I. Кривой 1 соответствует рассматриваемый случай $\alpha = -1/2$, кривым 2 и 3 – случаи $\alpha = 0$ и $\alpha = 1/2$, соответственно. Из анализа полученных данных можно сделать вывод, что с ростом параметра α значение динамического прогиба увеличивается, причем существенно. Также видно, что тип нагружения качественно влияет на поведение прогиба.

Результаты, представленные на рис. 2, соответствуют случаю материала с "сильной" анизотропией (считая по параметру μ). Как видим, при значительном увеличении μ вид зависимости прогиба от выбора значения α остается тем же. Следует также отметить, что при сравнении полученных данных для одинаковых α , но различных материалов, видно существенное влияние ортотропии материала, из которого изготовлена пластинка, на величину прогиба в случае $\alpha = -1/2$. При значении параметров $\alpha = 0$ и $\alpha = 1/2$ указанное влияние не столь велико.

Далее исследуем поведение коэффициента f_1^u в зависимости от анизотропных свойств материала. Полученные данные представлены на рис. 3 ($\alpha = -1/2$) и рис. 4 ($\alpha = 1/2$). Кривая 1 соответствует материалу I, кривая 2 – материалу с "сильной" анизотропией II. Как видно из анализа данных, влияние ортотропии более существенно, чем в случае нормального прогиба.

6. Заключение. В работе было построено фундаментальное решение динамического уравнений теории ортотропных пластин. Найдены соответствующие компоненты тензора Грина. Полученные выражения представляют собой основу решения многих начально-краевых задач динамической теории упругости.

Используя формулу свертки фундаментального решения и внешней нагрузки методом граничных интегральных уравнений может быть решена задача об определении нормального прогиба тонкой ортотропной пластины при действии внезапно приложенных локальных нагрузок, распределенных по произвольным областям и любому закону.

Подробно рассмотрен случай действия на ортотропную пластинку внезапно приложенной динамической нагрузки степенного вида, распределенной по круговой площадке. Проведено численное исследование поведения нормального прогиба для этого случая в зависимости от степенного параметра и изменения значений упругих параметров пластины.

1. Горшков А.Г., Старовойтов А.Г., Яровая А.В. Механика слоистых вязкоупругопластических элементов конструкций. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 576 с.
2. Khov H., Li W.L., Gibson R.F. An accurate solution method for the static and dynamic deflections of orthotropic plates with general boundary conditions // Composite Structures. – 2009. – V. 90, № 4. – P. 474-481.
3. Артюхин Ю.П. Действие локальной нагрузки на ортотропную пластинку // Исслед. по теор. пластин и оболочек. – 1966. – № 4. – С. 110-114.
4. Грицак В.З., Ганилова О.А. К решению проблемы динамического деформирования пьезоэлектрических многослойных пластин на основе гибридного ВКБ-Галеркин метода // Доп. НАН України. – 2008. – № 5. – С. 13-20.
5. Грицак В.З., Ганилова О.А., Грицак Д.В. Поведінка тришарової пластини зі змінними за часом масою та коефіцієнтом демпфування при динамічному навантаженні // Проблеми обчисл. мех. і міцн. конструкцій. – 2010. – Вип. 14. – С. 116-122.
6. Жигалко Ю.П., Садыкова М.М. Динамика тонкой круглой пластинки при нестационарном локальном нагружении // Исслед. по теор. пластин и оболочек. – 1990. – № 20. – С. 184-191.
7. Слепян Л.И. Нестационарные упругие волны. – Л.: Судостроение, 1972. – 373 с.
8. Шувалова Ю.С. Численное исследование сходимости метода дискретных особенностей в задачах динамики тонких упругих пластин // Вісник Харк. нац. ун-ту. Серія "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління". – 2009. – № 847. – С. 345-349.
9. Нагорная Р.М., Цванг В.А., Шевченко В.П. Фундаментальные решения динамических уравнений теории пологих оболочек // Изв. АН СССР. МТТ. – 1994. – № 3. – С. 173-180.
10. Нагорная Р.М., Цванг В.А. Действие внезапно приложенных нагрузок, распределенных по малым круговым площадкам, на тонкие оболочки // Труды вузівської конференції проф.-викладацького складу за підсумками науково-дослідницької роботи: математика, фізика, екологія. – Донецьк: ДонДУ. – 1997. – С. 86-88.
11. Шевченко В.П., Ветров О.С. Динамика тонкой ортотропной пластинки при импульсном нагружении // Актуальные проблемы механики деформируемого твердого тела: Материалы VI

международной научной конференции. – Донецк : Юго-Восток, 2010. – С. 215-219.

12. *Ветров О.С.* Фундаментальное решение уравнения динамического изгиба тонкой ортотропной пластинки // XXIII Международная научная конференция. Математические методы в технике и технологиях: Сборник трудов. – 2010. – Т. 5. – С. 25-26.
13. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Специальные функции. – М.: Наука, 1983. – 750 с.

V.P. Shevchenko, O.S. Vetrov

The dynamics of an orthotropic plate under the action of local suddenly applied loads.

The problem of the local dynamic loads distributed over an arbitrary domain action into a thin plate is considered. The fundamental solution of the dynamic equation of an orthotropic plate is constructed. The solution is obtained in the form of series by the special hypergeometric function. The problem of the action on the plate suddenly applied dynamic load, distributed on a circular platform is analytically and numerically investigated.

Keywords: *fundamental solution, local loads, orthotropic plate.*

В.П. Шевченко, О.С. Ветров

Динаміка ортотропної пластини під дією локальних раптово прикладених навантажень.

Розглянуто задачу про дію на тонку ортотропну пластину локального динамічного навантаження, розподіленого за довільною областю. Побудовано фундаментальний розв'язок динамічного рівняння ортотропної пластини. Розв'язок отриманий у вигляді рядів за спеціальною функцією гіпергеометричного виду. Отримано аналітичний розв'язок та чисельно досліджено поведінку прогину пластини під дією раптово прикладеного динамічного навантаження степеневого виду, розподіленого за круговою площиною.

Ключові слова: *фундаментальний розв'язок, локальні навантаження, ортотропна пластинка.*

Донецкий национальный ун-т
o.s.vetrov@gmail.com

Получено 16.05.11