УДК 517.9

©2010. **С.М. Чуйко, Ан.С. Чуйко**

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ С ИМПУЛЬСНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ НА ГРАНИЦЕ ДВУХ СРЕД ДЛЯ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Получены конструктивные условия разрешимости и построен обобщенный оператор Грина нетеровой краевой задачи с импульсным воздействием типа "interface conditions"для систем дифференциальных уравнений с сосредоточенным запаздыванием.

Ключевые слова: *краевые задачи, импульсное воздействие, сосредоточенное запаздывание.*

1. Постановка задачи. Исследована задача о построении $T-$ периодических решений [1–6]

$$z(t) \in C^1\Big\{[0;T] \setminus \{\tau_i\}_I\Big\},\ i = 1,\ 2,\ \dots\ ,\ p$$

системы [7–10]

$$dz(t)/dt = A(t)z(t) + B(t)z(t-\Delta) + f(t),\ t \neq \tau_i,\ \Delta \in \mathbb{R}^1 \tag{1}$$

с импульсным воздействием типа "interface conditions"

$$\ell_i z(\cdot) = a_i,\ a_i \in \mathbb{R}^k. \tag{2}$$

Здесь $A(t),\ B(t)-$ непрерывные $T-$ периодические $(n \times n)$-мерные матрицы, $f(t)-$ непрерывная $T-$ периодическая вектор-функция, $\ell_i z(\cdot)-$ линейные ограниченные векторные функционалы

$$\ell_i z(\cdot) : C\Big\{\ [0,\tau_{i+1}\ [\setminus\ \{\tau_1,\ \dots\ ,\tau_i\}_I\Big\} \to \mathbb{R}^k$$

вида

$$\ell_i z(\cdot) = \sum_{j=0}^{i} \ell_i^{(j)} z(\cdot),\ i = 1,\ 2,\ \dots\ ,\ p,$$

где

$$\ell_i^{(0)} z(\cdot) : C[0,\tau_1[\to \mathbb{R}^k,\ \dots\ ,\ \ell_i^{(i)} z(\cdot) : C[\tau_i,\tau_{i+1}\ [\ \to \mathbb{R}^k, i = 1,\ \dots\ ,\ p-1,\ \dots\ ,$$

$$\ell_p^{(0)} z(\cdot) : C\ [a,\tau_1\ [\to \mathbb{R}^k,\ \dots\ ,\ \ell_p^{(p)} z(\cdot) : C[\tau_p,T] \to \mathbb{R}^k -$$

линейные функционалы. Предположим, что однородная часть

$$dz_0(t)/dt = A(t)z_0(t) + B(t)z_0(t-\Delta),\ t \neq \tau_i \tag{3}$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда фундаментальных исследований Германии (DFG; номер регистрации GZ:436UKR 13/103/0-1) и Государственного Фонда фундаментальных исследований Украины (номер государственной регистрации 0109U000381).

системы дифференциальных уравнений с запаздыванием (1) имеет $T-$ периодическое решение

$$z_0(t, c_r) = X_0(t)c_r, \; c_r \in \mathbb{R}^r,$$

где $X_0(t)-$ $(n \times r)-$ матрица, составленная из $r-$ линейно-независимых $T-$ периодических решений системы (3). В случае постоянных матриц $A(t) \equiv A$ и $B(t) \equiv B$, это возможно при наличии чисто мнимых корней характеристического уравнения

$$\det\left[A + Be^{-\lambda\Delta} - \lambda I_n\right] = 0.$$

Существенным отличием системы дифференциальных уравнений с запаздыванием (1) является тот факт, что матрица $X_0(t)$, представляющая фундаментальную систему $T-$ периодических решений системы (3), имеет число r линейно-независимых столбцов, вообще говоря, не совпадающее с порядком $n \neq r$ этой системы. Заметим, что в случае постоянных матриц $A(t) \equiv A$ и $B(t) \equiv B$ число $r \leq 2n$ [11].

2. Однородная периодическая импульсная краевая задача с запаздывающим аргументом. Фундаментальную матрицу $T-$ периодических решений системы (3) с импульсным воздействием

$$\ell_i z(\cdot) = 0 \tag{4}$$

ищем в виде

$$X_r(t) = \begin{cases} X_0(t)Y_0, & t \in [0; \tau_1[, \\ X_0(t)Y_1, & t \in [\tau_1; \tau_2[, \\ \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots, \\ X_0(t)Y_p, & t \in [\tau_p; T], \end{cases}$$

где $Y_0, \; \ldots, Y_p-$ неизвестные постоянные $(r \times r)-$ матрицы. Для нахождения матрицы Y_1 приходим к уравнению

$$Q_1 Y_1 = \ell_1^{(0)} X_0(\cdot) Y_0, \; Q_1 := -\ell_1^{(1)} X_0(\cdot) \in \mathbb{R}^{k \times r},$$

разрешимому тогда и только тогда, когда

$$P_{Q_1^*} \ell_1^{(0)} X_0(\cdot) Y_0 = 0;$$

в этом случае существует, по меньшей мере, одна фундаментальная матрица $T-$ периодических решений задачи (3), (4) вида

$$X_r(t) = X_0(t) Q_1^+ \ell_1^{(0)} X_0(\cdot) Y_0, \; t \in [\tau_1, \tau_2[.$$

Для нахождения матрицы Y_2 приходим к уравнению

$$Q_2 Y_2 = \ell_2^{(0)} X_0(\cdot) + \ell_2^{(1)} X_0(\cdot) Y_1, \; Q_2 := -\ell_2^{(2)} X_0(\cdot) \in \mathbb{R}^{k \times r},$$

разрешимому тогда и только тогда, когда

$$P_{Q_2^*}\left\{\ell_2^{(0)}X_0(\cdot)+\ell_2^{(1)}X_0(\cdot)Y_1\right\}=0;$$

в этом случае существует, по меньшей мере, одна фундаментальная матрица $T-$ периодических решений задачи (3), (4) вида

$$X_r(t)=X_0(t)Q_2^+\left\{\ell_2^{(0)}X_0(\cdot)+\ell_2^{(1)}X_0(\cdot)Y_1\right\},\ t\in[\tau_2,\tau_3[.$$

Продолжая рассуждения, для нахождения матрицы Y_p приходим к уравнению

$$Q_pY_p=\sum_{j=0}^{p-1}\ell_p^{(j)}X_0(\cdot)Y_j,\ Q_p:=-\ell_p^{(p)}X_0(\cdot)\in\mathbb{R}^{k\times r},$$

разрешимому тогда и только тогда, когда

$$P_{Q_p^*}\sum_{j=0}^{p-1}\ell_p^{(j)}X_0(\cdot)Y_j=0;$$

в этом случае существует, по меньшей мере, одна фундаментальная матрица $T-$ периодических решений задачи (3), (4) вида

$$X_r(t)=X_0(t)Q_p^+\sum_{j=1}^{p-1}\ell_p^{(j)}X_0(\cdot)Y_j,\ t\in[\tau_p;T].$$

Предположим, что $Y_0:=I_r$; если при этом выполнены условия

$$P_{Q_1^*}\ell_1^{(0)}X_0(\cdot)=0,\ P_{Q_2^*}\left\{\ell_2^{(0)}X_0(\cdot)+\ell_2^{(1)}X_0(\cdot)Y_1\right\}=0,\ \ldots,P_{Q_p^*}\sum_{j=0}^{p-1}\ell_p^{(j)}X_0(\cdot)Y_j=0,\quad(5)$$

то существует $T-$ периодическое решение однородной задачи с импульсным воздействием (3), (4), представимое матрицей $X_r(t)$. Если, по меньшей мере, одно из условий (5) не выполнено, то $Y_0:=0$, при этом существует единственное $T-$ периодическое решение однородной задачи с импульсным воздействием (3), (4) является тривиальным. Таким образом, доказана следующая лемма.

Лемма. *При условиях (5) существует $T-$ периодическое решение однородной задачи с импульсным воздействием (3), (4) вида*

$$z_0(t,c_r)=X_r(t)c_r,\ c_r\in\mathbb{R}^r,$$

где

$$X_r(t) = \begin{cases} X_0(t), & Y_0 = I_r, & t \in [0; \tau_1[, \\ X_0(t)Y_1, & Y_1 = Q_1^+ \ell_1^{(0)} X_0(\cdot), & t \in [\tau_1; \tau_2[, \\ X_0(t)Y_2, & Y_2 = Q_2^+ \Big\{ \ell_2^{(0)} X_0(\cdot) + \ell_2^{(1)} X_0(\cdot) Y_1 \Big\}, & t \in [\tau_2; \tau_3[, \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots \\ X_0(t)Y_p, & Y_p = Q_p^+ \sum\limits_{j=1}^{p-1} \ell_p^{(j)} X_0(\cdot) Y_j, & t \in [\tau_p; T] \end{cases}$$

фундаментальная матрица $T-$ *периодических решений задачи (3), (4). Если, по меньшей мере, одно из условий (5) не выполнено, то единственное* $T-$ *периодическое решение однородной задачи с импульсным воздействием (3), (4) является тривиальным.*

Пример. *Исследуем задачу о построении* $2\pi-$ *периодических решений*

$$z(t) \in C^1\Big\{ [0; 2\pi] \setminus \{\tau_i\}_I \Big\}, \ i = 1, \ 2, \ \tau_1 = \frac{2\pi}{3}, \ \tau_2 = \frac{4\pi}{3}$$

системы с импульсным воздействием

$$dz(t)/dt + z\left(t - \frac{\pi}{2}\right) = 0, \ z\left(\frac{2\pi}{3} + 0\right) - z\left(\frac{4\pi}{3} - 0\right) = 0, \ z(0) + 2z\left(\frac{4\pi}{3} + 0\right) = 0. \quad (6)$$

Фундаментальная матрица $X_0(t) = \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \end{pmatrix}$, составленная из двух линейно-независимых решений $2\pi-$ периодической задачи для дифференциального уравнения (6), определяет матрицы

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{3} \end{pmatrix}, \ Q_2 = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

и проекторы

$$P_{Q_1^*} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \ P_{Q_2^*} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Условия (5) в случае $2\pi-$ периодической задачи для системы с импульсным воздействием (6) выполнены, при этом матрица

$$X_r(t) = \begin{cases} \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \end{pmatrix}, \ t \in [0; \frac{2\pi}{3}[, \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}, \ t \in [\frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}[, \\ \begin{pmatrix} \frac{1}{4}\cos t + \sqrt{3}\sin t & 0 \end{pmatrix}, \ t \in [\frac{4\pi}{3}; 2\pi] \end{cases}$$

определяет фундаментальную систему решений $2\pi-$ периодической задачи (6).

3. Неоднородная импульсная периодическая краевая задача типа "interface conditions"с запаздывающим аргументом. Как известно, в критическом случае [8], а именно — при наличии $T-$ периодических решений

$$z_0(t, c_r) = X_0(t)c_r, \ c_r \in \mathbb{R}^r$$

однородной части (3) системы (1), а в случае постоянных матриц $A(t) \equiv A$ и $B(t) \equiv B$, — при наличии чисто мнимых корней $\lambda_j = \pm i k_j T, \ i = \sqrt{-1}, \ j \in \mathbb{Z}$ характеристического уравнения

$$\det \left[A + Be^{-\lambda\Delta} - \lambda I_n \right] = 0,$$

периодическая задача для уравнения (1) разрешима не для всех вектор-функций $f(t)$. В критическом случае сопряженная система

$$dy(t)/dt = -A^*(t)y(t) - B^*(t)y(t + \Delta)$$

имеет семейство $T-$ периодических решений вида

$$y(t, c_r) = H_0(t)c_r, \ c_r \in \mathbb{R}^r.$$

Периодическая задача для уравнения (1) при этом разрешима при условии [8]

$$\int_0^T H_0^*(s)f(s). \tag{7}$$

Здесь $H_0(t)-$ $(n \times r)-$ матрица, составленная из $r-$ линейно-независимых $T-$ периодических решений сопряженной системы. При условии (7) общее решение $T-$ периодической задачи для уравнения (1) имеет вид

$$z_0(t, c_r) = X_0(t)c_r + \mathcal{I}(t), \ c_r \in \mathbb{R}^r,$$

где $\mathcal{I}(t)-$ некоторое частное решение $T-$ периодической задачи для уравнения (1). В силу непрерывности на промежутке $[0, \tau_1[$ решение $T-$ периодической задачи (1), (2) при условии (7) имеет вид

$$z_0(t, c_r) = X_r(t)c_r + \mathcal{I}(t), \ c_r \in \mathbb{R}^r.$$

Решение $T-$ периодической задачи (1), (2) на промежутке $[\tau_1, \tau_2[$ ищем в виде

$$z(t, \gamma_1) = X_0(t)\gamma_1 + \mathcal{I}(t), \ \gamma_1 \in \mathbb{R}^r.$$

При условии (7) для нахождения неизвестной γ_1 получаем уравнение

$$Q_1\gamma_1 = \ell_1^{(0)} \ X_0(\cdot)c + \ell_1\mathcal{I}(\cdot) - a_1 \ ,$$

для разрешимости которого необходимо и достаточно, чтобы

$$P_{Q_1^*}\Big\{\ \ell_1^{(0)}\ X_0(\cdot)c+\ell_1\mathcal{I}(\cdot)-a_1\Big\}=0.$$

С учетом равенств (5) последнее условие упрощается

$$P_{Q_1^*}\Big\{\ell_1\mathcal{I}(\cdot)-a_1\Big\}=0. \tag{8}$$

При условии (8) находим

$$\gamma_1=Y_1c+\bar\gamma_1,\ \ \bar\gamma_1=Q_1^+\Big\{\ell_1\mathcal{I}(\cdot)-a_1\ \Big\}.$$

Таким образом, при условии (7) и (8) решение $T-$ периодической задачи (1), (2) на промежутке $[\tau_1,\tau_2[$ имеет вид

$$z(t,c_r)=X_r(t)c_r+G\Big[f(s);a_1\Big](t),$$

где

$$G\Big[f(s);a_1\Big](t)=X_0(t)\bar\gamma_1+\mathcal{I}(t)$$

— обобщенный оператор Грина $T-$ периодической задачи с импульсным воздействием (1), (2). Решение $T-$ периодической задачи (1), (2) на промежутке $[\tau_2,\tau_3[$ ищем в виде

$$z(t,\gamma_2)=X_0(t)\gamma_2+\mathcal{I}(t),\ \ \gamma_2\in\mathbb{R}^r.$$

При условии (7) для нахождения неизвестной γ_2 получаем уравнение

$$Q_2\gamma_2=\ell_2^{(0)}\ X_0(\cdot)c+\ell_2^{(1)}X_0(\cdot)Y_1c+\ell_2^{(1)}X_0(\cdot)\gamma_1+\ell_2\mathcal{I}(\cdot)-a_2,$$

для разрешимости которого, с учетом равенств (5), необходимо и достаточно, чтобы

$$P_{Q_2^*}\Big\{\ell_2^{(1)}X_0(\cdot)\gamma_1+\ell_2\mathcal{I}(\cdot)-a_2\Big\}=0. \tag{9}$$

При условии (9) находим

$$\gamma_2=Y_2c+\bar\gamma_2,\ \ \bar\gamma_2=Q_2^+\Big\{\ell_2^{(1)}X_0(\cdot)\gamma_1+\ell_2\mathcal{I}(\cdot)-a_2\Big\}.$$

Таким образом, при условии (7), (8) и (9) решение $T-$ периодической задачи (1), (2) на промежутке $[\tau_2,\tau_3[$ имеет вид

$$z(t,c_r)=X_r(t)c_r+G\Big[f(s);a_2\Big](t),$$

где

$$G\Big[f(s);a_2\Big](t) = X_0(t)\bar{\gamma}_2 + \mathcal{I}(t)$$

— обобщенный оператор Грина $T-$ периодической задачи с импульсным воздействием (1), (2). Продолжая рассуждения, решение $T-$ периодической задачи (1), (2) на отрезке $[\tau_p, T]$ ищем в виде

$$z(t,\gamma_p) = X_0(t)\gamma_p + \mathcal{I}(t),\ \gamma_p \in \mathbb{R}^r.$$

При условиях (7), (8), (9), ... для нахождения неизвестной γ_p получаем уравнение

$$Q_p\gamma_p = \Big\{\ \sum_{j=0}^{p-1} \ell_p^{(j)}\ X_0(\cdot)Y_j\ \Big\}c + \sum_{j=1}^{p-1} \ell_p^{(j)}\ X_0(\cdot)\bar{\gamma}_j + \ell_p\mathcal{I}(\cdot) - a_p,$$

для разрешимости которого, с учетом равенств (5), необходимо и достаточно, чтобы

$$P_{Q_p^*}\Big\{\sum_{j=1}^{p-1} \ell_p^{(j)}\ X_0(\cdot)\bar{\gamma}_j + \ell_p\mathcal{I}(\cdot) - a_p\Big\} = 0. \tag{10}$$

При условии (10) находим

$$\gamma_p = Y_p c + \bar{\gamma}_p,\ \bar{\gamma}_p = Q_p^+\Big\{\ \sum_{j=1}^{p-1} \ell_p^{(j)}\ X_0(\cdot)\bar{\gamma}_j + \ell_p\mathcal{I}(\cdot) - a_p\ \Big\}.$$

Таким образом, при условии (7), (8), (9), ... , (10) решение $T-$ периодической задачи (1), (2) на промежутке $[\tau_p, b]$ имеет вид

$$z(t,c_r) = X_r(t)c_r + G\Big[f(s);a_p\Big](t),$$

где

$$G\Big[f(s);a_p\Big](t) = X_0(t)\bar{\gamma}_p + \mathcal{I}(t)$$

— обобщенный оператор Грина $T-$ периодической задачи с импульсным воздействием (1), (2). Таким образом, доказана следующая теорема.

Теорема. *Предположим выполненными требования леммы. При условиях (7), (8), (9), ... , (10) существует, по меньшей мере, одно $T-$ периодическое решение неоднородной задачи с импульсным воздействием типа "interface conditions" и запаздыванием (1), (2) вида*

$$z(t,c_r) = X_r(t)c_r + G\Big[f(s);a_i\Big](t),$$

где

$$G\Big[f(s);a_i\Big](t)=\begin{cases}\mathcal{I}(t), & t\in[0,\tau_1[,\\ X_0(t)Q_1^+\big\{\ell_1\mathcal{I}(\cdot)-a_1\big\}+\mathcal{I}(t), & t\in[\tau_1,\tau_2[,\\ X_0(t)Q_2^+\big\{\ell_2^{(1)}X_0(\cdot)\gamma_1+\ell_2\mathcal{I}(\cdot)-a_2\big\}+\mathcal{I}(t), & t\in[\tau_2,\tau_3[,\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ,& \ldots\ldots\ldots\\ X_0(t)Q_p^+\Big\{\sum\limits_{j=1}^{p-1}\ell_p^{(j)}X_0(\cdot)\bar\gamma_j+\ell_p\mathcal{I}(\cdot)-a_p\Big\}+\mathcal{I}(t), & t\in[\tau_p,T]\end{cases}$$

— обобщенный оператор Грина $T-$ периодической задачи с импульсным воздействием (1), (2).

Доказанная теорема обобщает аналогичные утверждения для различных гибридных задач для систем с толчками в заданные моменты времени, исследованных А.Д. Мышкисом, А.М. Самойленко и Н.А. Перестюком [2], а также соответствующие утверждения для задач с краевыми условиями типа "interface conditions"[3], на случай периодических задач с запаздыванием.

Пример. *Условия теоремы выполнены для задачи о построении 2π-периодических решений*

$$z(t)\in C^1\Big\{[0;2\pi]\setminus\{\tau_i\}_I\Big\},\ i=1,\ 2,\ \tau_1=\frac{2\pi}{3},\ \tau_2=\frac{4\pi}{3}$$

системы

$$dz(t)/dt+z\left(t-\frac{\pi}{2}\right)=\sin 3t,\ t\neq\tau_i \tag{11}$$

с импульсным воздействием

$$z\left(\frac{2\pi}{3}+0\right)-z\left(\frac{4\pi}{3}-0\right)=0,\ z(0)+2z\left(\frac{4\pi}{3}+0\right)=\frac{1}{4}. \tag{12}$$

Заметим, что однородная часть системы с импульсным воздействием (11), (12) совпадает с системой (6), при этом условие (7) разрешимости задачи о построении $2\pi-$ периодических решений системы (11), (12) выполнено. Определим функцию

$$\mathcal{I}(t)=-\frac{1}{4}\cos 3t,\ t\in[0;2\pi].$$

Поскольку

$$\ell_1^{(1)}\mathcal{I}(\cdot)=\ell_1\mathcal{I}(\cdot)=\mathcal{I}\left(\frac{2\pi}{3}+0\right)-\mathcal{I}\left(\frac{4\pi}{3}-0\right)=0,$$

постольку условие (8) выполнено, при этом $\bar\gamma_1=0$. Условие (9) также выполнено в силу равенства $P_{Q_2^*}=0$. Вычисляя вектор

$$\bar\gamma_2=Q_2^+\left[\mathcal{I}\Big(+0\Big)+2\mathcal{I}\left(\frac{4\pi}{3}+0\right)-a_2\right]=-Q_2^+=-\frac{1}{4}\begin{pmatrix}1\\ \sqrt{3}\end{pmatrix},$$

определяем обобщенный оператор Грина 2π-периодической задачи с импульсным воздействием (11), (12)

$$G\Big[f(s); a_i\Big](t) = \begin{cases} -\frac{1}{4}\cos 3t, & t \in [0, \frac{4\pi}{3}[, \\ -\frac{1}{4}\cos t - \frac{\sqrt{3}}{4}\sin t - \frac{1}{4}\cos 3t, & t \in [\frac{4\pi}{3}, 2\pi]. \end{cases}$$

Таким образом, найдено общее решение

$$z(t, c_r) = X_r(t)c_r + G\Big[f(s); a_i\Big](t)$$

задачи о построении 2π-периодических решений системы с импульсным воздействием (11), (12).

Полученные в статье результаты могут быть перенесены на нелинейные нетеровы краевые задачи с импульсным воздействием типа "interface conditions" для систем дифференциальных уравнений с сосредоточенным запаздыванием в некритическом и критических случаях аналогично[12] .

1. *Boichuk A.A., Samoilenko A.M.* Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems.— Utrecht; Boston: VSP, 2004. — XIV + 317 pp.
2. *Самойленко А.М., Перестюк Н.А.* Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием. — Киев: Вища шк., 1987. — 287 с.
3. *Чуйко С.М.* Оператор Грина краевой задачи с импульсным воздействием // Дифференц. уравнения. — 2001. — **37**. № 8. — С. 1132 — 1135.
4. *Чуйко С.М.* Оператор Грина краевой задачи с импульсным воздействием // Доклады Академии Наук. Июль 2001. — **379**. — № 2. — С. 170 — 172.
5. *Бойчук А.А., Чуйко Е.В., Чуйко С.М.* Обобщенный оператор Грина краевой задачи с вырожденным импульсным воздействием // Укр. мат. журн. — 1996. — **48**, № 5. — С. 588 — 594.
6. *Бойчук А.А., Чуйко С.М.* Обобщенный оператор Грина импульсной краевой задачи с переключениями // Нелінійні коливання. — 2007. — **10**, № 1. — С. 51 — 65.
7. *Мышкис А.Д.* Линейные дифференциальные уравнения с запаздыванием. — М.: Гостехиздат, 1951. — 256 с.
8. *Митропольский Ю.А., Мартынюк Д.И.* Лекции по теории колебаний систем с запаздыванием. — К.: Изд-во Киев. ун-та, 1969. — 309 с.
9. *Хейл Дж.* Теория функционально-дифференциальных уравнений. — М. Мир., 1984. — 424 с.
10. *Беллман Р., Кук К.Л.* Дифференциально-разностные уравнения. — М. Мир., 1967. — 548 с.
11. *Эльсгольц Л.Э.* Некоторые свойства периодических решений линейных и квазилинейных дифференциальных уравнений с отклоняющимися аргументами // Вестник Московского ун-та. — 1959. — № 5. — С. 229 — 233.
12. *Чуйко С.М., Чуйко Ан.С.* О приближенном решении периодических краевых задач с запаздыванием методом наименьших квадратов // Динамические системы. — 2009. — **28**, С. 131 — 138.

S.M. Chuiko, An.S. Chuiko

Boundary value problems with delay and impulse action on the interface of two media.

Constructive conditions for the existence of solutions have been found and Green's operator for the Noetherian problem for linear system of the differential equation with delay and impulse perturbation of "interface conditions"type has been constructed.

Keywords: *boundary value problems, impulse action, concentrated delay .*

С.М. Чуйко, Ан.С. Чуйко

Крайові задачі з імпульсним впливом на межі двох середовищ для систем із запізненням.

Знайдено конструктивні умови існування розв'язків та побудовано узагальнений оператор Гріна нетерової крайової задачі для лінійної системи диференціальних рівнянь із запізненням та імпульсним впливом типу "interface conditions".

Ключові слова: *крайові задачі, імпульсний вплив, зосереджене запізнення.*

Славянский государственный педагогический университет
chujko-slav@inbox.ru

Получено 7.11.10