ISSN 1683-4720 Труды ИПММ НАН Украины. 2010. Том 21

УДК 517.9

©2010. **Ю.С. Горбань**

О НЕВЕСОВОМ УСЛОВИИ СУММИРУЕМОСТИ T-РЕШЕНИЙ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ АНИЗОТРОПНЫХ ВАРИАЦИОННЫХ НЕРАВЕНСТВ

Рассмотрено вариационное неравенство, соответствующее нелинейному вырождающемуся анизотропному эллиптическому оператору, множеству ограничений достаточно широкого класса и правой части класса L^1. Установлено условие относительно повышения интегрируемости правой части, при котором решение рассматриваемого вариационного неравенства принадлежит L^1.

Ключевые слова: *вариационное неравенство, T-решение, суммируемость решения.*

1. Введение. В статье рассматривается вариационное неравенство, соответствующее нелинейному вырождающемуся анизотропному эллиптическому оператору $\mathcal{A}$, множеству ограничений V достаточно широкого класса и правой части f класса L^1. Анизотропия и вырождение оператора $\mathcal{A}$ характеризуются присутствием в условиях роста и коэрцитивности относительно его коэффициентов наборов показателей $q = \{q_1, \dots, q_n\}$ и весовых функций $\nu = \{\nu_1, \dots, \nu_n\}$, а сам оператор определен на соответствующем соболевском пространстве $\overset{\circ}{W}{}^{1,q}(\nu, \Omega)$. Предполагается, что множество ограничений $V \subset \overset{\circ}{W}{}^{1,q}(\nu, \Omega)$ содержит ограниченные функции и удовлетворяет следующему условию: если $u, v \in V$ и $k > 0$, то $u - T_k(u - v) \in V$, где T_k – стандартная срезающая функция. Этому условию удовлетворяют, например, множества функций, определяемые односторонними и двусторонними ограничениями. Понятие T-решения рассматриваемого вариационного неравенства введено в работах [1–3]. Там же установлены теоремы существования и единственности такого решения и описаны его свойства суммируемости. В частности, установлены условия на показатели q_i и показатели суммируемости функций $1/\nu_i$, при которых T-решение принадлежит пространству L^1 (см., например, [3, следствие 6.2]). Цель данной работы – получение такой же суммируемости T-решения без использования указанных условий, но в предположении несколько повышенной суммируемости функции f.

Среди других работ, относящихся к исследованию вариационных неравенств с L^1-правыми частями, отметим, например, статьи [4–7], посвященные односторонним задачам Дирихле.

2. Предварительные сведения. В этом пункте приведем ряд результатов из работы [3], необходимых для дальнейшего изложения.

Пусть $n \in \mathbb{N}$, $n \geqslant 2$, Ω – ограниченное открытое множество в $\mathbb{R}^n$, и пусть для любого $i \in \{1, \dots, n\}$ имеем $q_i \in (1, n)$.

Положим $q = \{q_i : i = 1, \dots, n\}$,

$$\overline{q} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{q_i} \right)^{-1}.$$

Пусть для любого $i \in \{1, \dots, n\}$ ν_i – неотрицательная функция на Ω такая, что $\nu_i > 0$ почти всюду на Ω,

$$\nu_i \in L^1_{\mathrm{loc}}(\Omega), \quad (1/\nu_i)^{1/(q_i-1)} \in L^1(\Omega). \tag{1}$$

Положим $\nu = \{\nu_i : i = 1, \dots, n\}$. Через $W^{1,q}(\nu, \Omega)$ обозначим множество всех функций $u \in L^1(\Omega)$, таких, что для любого $i \in \{1, \dots, n\}$ существует обобщенная производная $D_i u$ и $\nu_i |\, D_i u\,|^{q_i} \in L^1(\Omega)$.

Пусть $\| \cdot \|_{1,q,\nu}$ – отображение из $W^{1,q}(\nu, \Omega)$ в $\mathbb{R}$ такое, что для любой функции $u \in W^{1,q}(\nu, \Omega)$

$$\|u\|_{1,q,\nu} = \int_\Omega |u| dx + \sum_{i=1}^{n} \left(\int_\Omega \nu_i |D_i u|^{q_i} dx \right)^{1/q_i}.$$

Отображение $\| \cdot \|_{1,q,\nu}$ есть норма в $W^{1,q}(\nu, \Omega)$ и ввиду второго из включений (1) множество $W^{1,q}(\nu, \Omega)$ есть банахово пространство относительно нормы $\| \cdot \|_{1,q,\nu}$. Кроме того, в силу первого из включений (1) имеем $C_0^\infty(\Omega) \subset W^{1,q}(\nu, \Omega)$.

Через $\overset{\circ}{W}{}^{1,q}(\nu, \Omega)$ обозначим замыкание множества функций $C_0^\infty(\Omega)$ в пространстве $W^{1,q}(\nu, \Omega)$. Очевидно, что множество $\overset{\circ}{W}{}^{1,q}(\nu, \Omega)$ является банаховым пространством относительно нормы, индуцированной нормой $\| \cdot \|_{1,q,\nu}$. Заметим еще, что пространство $\overset{\circ}{W}{}^{1,q}(\nu, \Omega)$ рефлексивно. Подробное доказательство этого утверждения дано в [1].

Далее, пусть для любого $k > 0$ T_k – функция на $\mathbb{R}$ такая, что

$$T_k(s) = \begin{cases} s, & \text{если } |s| \leqslant k, \\ k \operatorname{sign} s, & \text{если } |s| > k. \end{cases}$$

Через $\overset{\circ}{\mathcal{T}}{}^{1,q}(\nu, \Omega)$ обозначим множество всех функций $u : \Omega \to \mathbb{R}$ таких, что для любого $k > 0$ имеем $T_k(u) \in \overset{\circ}{W}{}^{1,q}(\nu, \Omega)$.

Заметим, что $\overset{\circ}{W}{}^{1,q}(\nu, \Omega) \subset \overset{\circ}{\mathcal{T}}{}^{1,q}(\nu, \Omega)$.

Для произвольных $u : \Omega \to \mathbb{R}$ и $x \in \Omega$ положим

$$k(u, x) = \min\{l \in \mathbb{N} : |u(x)| \leqslant l\}.$$

Определение 2.1. Пусть $u \in \overset{\circ}{\mathcal{T}}{}^{1,q}(\nu, \Omega)$ и $i \in \{1, \dots, n\}$. Тогда $\delta_i u$ – функция на Ω такая, что для любого $x \in \Omega$

$$\delta_i u(x) = D_i T_{k(u,x)}(u)(x).$$

Предложение 2.1. *Пусть* $u \in \overset{\circ}{\mathcal{T}}{}^{1,q}(\nu,\Omega)$ *и* $i \in \{1,\dots,n\}$*. Тогда для любого* $k > 0$ *имеем* $D_i T_k(u) = \delta_i u \cdot 1_{\{|u|<k\}}$ *п.в. на* Ω.

Заметим, что если $u \in \overset{\circ}{W}{}^{1,q}(\nu,\Omega)$, то для любого $i \in \{1,\dots,n\}$ имеем $\delta_i u = D_i u$ п.в. на Ω.

Предложение 2.2. *Пусть* $u \in \overset{\circ}{\mathcal{T}}{}^{1,q}(\nu,\Omega)$*,* $v \in \overset{\circ}{W}{}^{1,q}(\nu,\Omega) \cap L^\infty(\Omega)$*. Тогда* $u - v \in \overset{\circ}{\mathcal{T}}{}^{1,q}(\nu,\Omega)$ *и для любых* $i \in \{1,\dots,n\}$ *и* $k > 0$ *имеем*

$$D_i T_k(u-v) = \delta_i u - D_i v \quad \text{п.в. на } \{|u-v| < k\}.$$

Предложение 2.3. *Существует положительная постоянная* c_0*, зависящая только от* n*,* q *и* $\|1/\nu_i\|_{L^{1/(q_i-1)}(\Omega)}$*,* $i = 1,\dots,n$*, такая, что для любой функции* $u \in \overset{\circ}{W}{}^{1,q}(\nu,\Omega)$ *имеем*

$$\left(\int_\Omega |u|^{n/(n-1)} dx \right)^{(n-1)/n} \leqslant c_0 \prod_{i=1}^n \left(\int_\Omega \nu_i |D_i u|^{q_i} dx \right)^{1/nq_i}.$$

3. Определение и существование T-решений вариационных неравенств с L^1-данными. Материал, излагаемый в этом пункте, взят из работы [3].

Пусть c_1, $c_2 > 0$, g_1, $g_2 \in L^1(\Omega)$, g_1, $g_2 \geqslant 0$ на Ω, и пусть для любого $i \in \{1,\dots,n\}$ a_i – функция Каратеодори на $\Omega \times \mathbb{R}^n$. Будем считать, что для почти всех $x \in \Omega$ и любых $\xi \in \mathbb{R}^n$ справедливы неравенства

$$\sum_{i=1}^n (1/\nu_i)^{1/(q_i-1)}(x) |a_i(x,\xi)|^{q_i/(q_i-1)} \leqslant c_1 \sum_{i=1}^n \nu_i(x)|\xi_i|^{q_i} + g_1(x), \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^n a_i(x,\xi)\xi_i \geqslant c_2 \sum_{i=1}^n \nu_i(x)|\xi_i|^{q_i} - g_2(x). \tag{3}$$

Кроме того, будем предполагать, что для почти всех $x \in \Omega$ и любых $\xi, \eta \in \mathbb{R}^n$, $\xi \neq \eta$, справедливо неравенство

$$\sum_{i=1}^n [a_i(x,\xi) - a_i(x,\eta)]\,(\xi_i - \eta_i) > 0. \tag{4}$$

Заметим, что в силу (2) для любых u, $v \in \overset{\circ}{W}{}^{1,q}(\nu,\Omega)$ и $i \in \{1,\dots,n\}$ функция $a_i(x,\nabla u)D_i v$ суммируема на Ω.

Пусть $\mathcal{A}$ – оператор из $\overset{\circ}{W}{}^{1,q}(\nu,\Omega)$ в $\big(\overset{\circ}{W}{}^{1,q}(\nu,\Omega)\big)^*$ такой, что для любых функций u, $v \in \overset{\circ}{W}{}^{1,q}(\nu,\Omega)$

$$\langle \mathcal{A}u, v \rangle = \int_\Omega \left\{ \sum_{i=1}^n a_i(x,\nabla u) D_i v \right\} dx.$$

Пусть V – замкнутое выпуклое множество в $\overset{\circ}{W}{}^{1,q}(\nu,\Omega)$, удовлетворяющее условиям:

$$V \cap L^\infty(\Omega) \neq \varnothing, \tag{5}$$

$$\text{если } u, v \in V \text{ и } k > 0, \text{ то } u - T_k(u-v) \in V. \tag{6}$$

Определение 3.1. Пусть $f \in L^1(\Omega)$. T-решением вариационного неравенства, соответствующего тройке $(\mathcal{A}, V, f)$, будем называть функцию $u \in \overset{\circ}{\mathcal{T}}{}^{1,q}(\nu,\Omega)$ такую, что:

(i) для любых $v \in V \cap L^\infty(\Omega)$ и $k \geqslant 1$ имеем $v - T_k(v-u) \in V$;

(ii) если $v \in V \cap L^\infty(\Omega)$, $k \geqslant 1$ и $k_1 = k + ||v||_{L^\infty(\Omega)}$, то

$$\langle \mathcal{A}T_{k_1}(u), T_k(u-v)\rangle \leqslant \int_\Omega f T_k(u-v)dx.$$

Теорема 3.1. *Пусть $f \in L^1(\Omega)$. Тогда существует T-решение вариационного неравенства, соответствующего тройке $(\mathcal{A}, V, f)$.*

Подробное доказательство теоремы 3.1 дано в [3]. Отметим, что неравенства (3) и (4) и условие (6) играют существенную роль в этом доказательстве. В [3] также установлено, что для любой функции $f \in L^1(\Omega)$ T-решение вариационного неравенства, соответствующего тройке $(\mathcal{A}, V, f)$, единственно. При этом неравенство (4) тоже существенно использовалось.

4. О принадлежности T-решений вариационных неравенств пространству $L^1(\Omega)$. В работе [3] доказан следующий результат.

Предложение 4.1. *Пусть $m \in \mathbb{R}^n$ и выполняются условия:*

$$i \in \{1, \dots, n\} \Rightarrow m_i \geqslant 1/(q_i - 1), 1/\nu_i \in L^{m_i}(\Omega), \tag{7}$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1 + 2m_i}{m_i q_i} < n + 1. \tag{8}$$

Пусть $f \in L^1(\Omega)$, и пусть u – T-решение вариационного неравенства, соответствующего тройке $(\mathcal{A}, V, f)$. Тогда $u \in L^1(\Omega)$.

Таким образом, предложение 4.1 дает условия на показатели q_i и показатели m_i суммируемости функций $1/\nu_i$, при которых T-решения рассматриваемых вариационных неравенств с L^1-правыми частями принадлежат пространству $L^1(\Omega)$.

Основной результат настоящей работы, подробно излагаемый ниже, показывает, что вместо условий (7) и (8) принадлежность изучаемых T-решений пространству $L^1(\Omega)$ обеспечивается некоторой повышенной суммируемостью правой части неравенства.

Предложение 4.2. *Пусть $\sigma > n/\overline{q}$ и $f \in L^\sigma(\Omega)$. Пусть u – T-решение вариационного неравенства, соответствующего тройке $(\mathcal{A}, V, f)$. Тогда существует $\lambda_0 > 1$, зависящее только от n, $\overline{q}$ и σ, такое, что для любого $\lambda \in [1, \lambda_0)$ имеем $u \in L^\lambda(\Omega)$.*

Доказательство. Положим

$$\sigma_1 = \frac{n}{2\overline{q}} + \frac{1}{2}\min(\sigma, n).$$

Имеем $n/\overline{q} < \sigma_1 < n$, $\sigma_1 < \sigma$. Следовательно, $f \in L^{\sigma_1}(\Omega)$.

Положим

$$\sigma_2 = \frac{n-\sigma_1}{\sigma_1(n-1)}, \quad \sigma_3 = \frac{1-\sigma_2}{\overline{q}}.$$

Легко видеть, что $\sigma_2 \in (0,1)$. Следовательно, $\sigma_3 \in (0,1)$.

Положим

$$\sigma_4 = \frac{\sigma_2}{\overline{q}(1-\sigma_3)}, \quad \lambda_0 = \frac{n(1-\sigma_4)}{n-1}.$$

Поскольку $\sigma_1 > n/\overline{q}$, имеем $\lambda_0 > 1$.

Теперь, учитывая условие (5), зафиксируем функцию $\psi \in V \cap L^\infty(\Omega)$ и положим

$$M = \int_\Omega \left\{ \sum_{i=1}^n \nu_i |D_i\psi|^{q_i} \right\} dx.$$

Через c_i, $i = 3, 4, \ldots$, будем обозначать положительные постоянные, зависящие только от n, $\overline{q}$, c_0, c_1, c_2, σ, M, $\|g_1\|_{L^1(\Omega)}$, $\|g_2\|_{L^1(\Omega)}$, $\|f\|_{L^{\sigma_1}(\Omega)}$ и $\|\psi\|_{L^\infty(\Omega)}$.

Зафиксируем $k \geqslant 1$ и положим

$$k_1 = k + \|\psi\|_{L^\infty(\Omega)}, \quad k_2 = k_1 + \|\psi\|_{L^\infty(\Omega)},$$

$$I = \int_{\{|u-\psi|<k_1\}} \left\{ \sum_{i=1}^n \nu_i |D_i T_{k_2}(u)|^{q_i} \right\} dx, \quad I_1 = \int_\Omega \left\{ \sum_{i=1}^n \nu_i |D_i T_{k_1}(u-\psi)|^{q_i} \right\} dx,$$

$$J = \int_{\{|u-\psi|<k_1\}} \left\{ \sum_{i=1}^n a_i(x, \nabla T_{k_2}(u)) D_i\psi \right\} dx.$$

В силу определения 3.1 имеем

$$\langle \mathcal{A}T_{k_2}(u), T_{k_1}(u-\psi)\rangle \leqslant \int_\Omega f T_{k_1}(u-\psi) dx. \tag{9}$$

При этом из определения оператора $\mathcal{A}$ и предложений 2.1 и 2.2 следует, что

$$\langle \mathcal{A}T_{k_2}(u), T_{k_1}(u-\psi)\rangle = \int_{\{|u-\psi|<k_1\}} \left\{ \sum_{i=1}^n a_i(x, \nabla T_{k_2}(u)) D_i T_{k_2}(u) \right\} dx - J. \tag{10}$$

В свою очередь, ввиду (3) имеем

$$\int_{\{|u-\psi|<k_1\}} \left\{ \sum_{i=1}^n a_i(x, \nabla T_{k_2}(u)) D_i T_{k_2}(u) \right\} dx \geqslant c_2 I - \|g_2\|_{L^1(\Omega)}. \tag{11}$$

Из (9)–(11) выводим неравенство

$$c_2 I \leqslant \int_\Omega f T_{k_1}(u-\psi)dx + \|g_2\|_{L^1(\Omega)} + J. \tag{12}$$

Используя (2) и неравенство Юнга, для последнего слагаемого в правой части (12) получаем следующую оценку:

$$J \leqslant \frac{c_2}{2} I + c_3.$$

Отсюда и из (12) вытекает, что

$$I \leqslant \frac{2}{c_2} \int_\Omega f T_{k_1}(u-\psi)dx + c_4. \tag{13}$$

Теперь оценим интеграл в правой части неравенства (13). Имеем

$$\int_\Omega f T_{k_1}(u-\psi)dx \leqslant \int_\Omega |f||T_{k_1}(u-\psi)|^{\sigma_2}|T_{k_1}(u-\psi)|^{1-\sigma_2}dx$$

$$\leqslant {k_1}^{\sigma_2} \int_\Omega |f||T_{k_1}(u-\psi)|^{1-\sigma_2}dx. \tag{14}$$

Поскольку $f \in L^{\sigma_1}(\Omega)$, используя неравенство Гельдера и учитывая определение числа σ_2, получаем

$$\int_\Omega |f||T_{k_1}(u-\psi)|^{1-\sigma_2}dx \leqslant \|f\|_{L^{\sigma_1}(\Omega)} \left(\int_\Omega |T_{k_1}(u-\psi)|^{n/(n-1)}dx \right)^{(\sigma_1-1)/\sigma_1}. \tag{15}$$

Так как $T_{k_1}(u-\psi) \in \mathring{W}^{1,q}(\nu,\Omega)$, из предложения 2.3 выводим, что

$$\left(\int_\Omega |T_{k_1}(u-\psi)|^{n/(n-1)}dx \right)^{(n-1)/n} \leqslant c_0 {I_1}^{1/\overline{q}}. \tag{16}$$

Из (14)–(16) следует неравенство

$$\int_\Omega f T_{k_1}(u-\psi)dx \leqslant c_5 {k_1}^{\sigma_2} {I_1}^{\sigma_3}.$$

Отсюда и из (13) получаем, что

$$I \leqslant c_6 k^{\sigma_2} {I_1}^{\sigma_3} + c_4. \tag{17}$$

Используя неравенство Юнга с показателями $1/(1-\sigma_3)$ и $1/\sigma_3$, устанавливаем

$$c_6 k^{\sigma_2} {I_1}^{\sigma_3} = 2^{n\sigma_3} c_6 k^{\sigma_2} \cdot 2^{-n\sigma_3} {I_1}^{\sigma_3} \leqslant c_7 k^{\sigma_2/(1-\sigma_3)} + 2^{-n} I_1. \tag{18}$$

В свою очередь, используя предложения 2.1 и 2.2, находим, что

$$I_1 \leqslant 2^{n-1} I + 2^{n-1} M. \tag{19}$$

Из (17)–(19) вытекает неравенство

$$I \leqslant c_8 k^{\sigma_2/(1-\sigma_3)}. \tag{20}$$

Легко видеть, что

$$\int_{\{|u|<k\}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} \nu_i |D_i T_{k_2}(u)|^{q_i} \right\} dx \leqslant I. \tag{21}$$

Кроме того, используя предложение 2.1, устанавливаем, что

$$\sum_{i=1}^{n} \int_{\Omega} \nu_i |D_i T_k(u)|^{q_i} dx = \int_{\{|u|<k\}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} \nu_i |D_i T_{k_2}(u)|^{q_i} \right\} dx. \tag{22}$$

Из (20)–(22) получаем неравенство

$$\sum_{i=1}^{n} \int_{\Omega} \nu_i |D_i T_k(u)|^{q_i} dx \leqslant c_8 k^{\sigma_2/(1-\sigma_3)}, \tag{23}$$

а поскольку $T_k(u) \in \overset{\circ}{W}{}^{1,q}(\nu, \Omega)$, в силу предложения 2.3 имеем

$$\left(\int_{\Omega} |T_k(u)|^{n/(n-1)} dx \right)^{(n-1)/n} \leqslant c_0 \prod_{i=1}^{n} \left(\int_{\Omega} \nu_i |D_i T_k(u)|^{q_i} dx \right)^{1/nq_i}.$$

Отсюда и из (23) вытекает, что

$$\int_{\Omega} |T_k(u)|^{n/(n-1)} dx \leqslant c_9 k^{n\sigma_4/(n-1)}. \tag{24}$$

В свою очередь, учитывая, что для любого $s \in \mathbb{R}$, $|s| \geqslant k$, справедливо равенство $|T_k(s)| = k$, получаем неравенство

$$k^{n/(n-1)} \mathrm{meas}\{|u| \geqslant k\} \leqslant \int_{\Omega} |T_k(u)|^{n/(n-1)} dx. \tag{25}$$

Из (24) и (25) следует, что

$$\mathrm{meas}\{|u| \geq k\} \leqslant c_9 k^{-\lambda_0}.$$

Поскольку полученное неравенство верно для любого $k \geqslant 1$, применяя лемму 2.6 из [8], заключаем, что для любого $\lambda \in [1, \lambda_0)$ справедливо включение $u \in L^{\lambda}(\Omega)$. Предложение доказано. □

Отметим, что в доказательстве предложения 4.2 при оценке интеграла I использованы приемы, аналогичные предложенным в лемме 6 из работы [9].

1. *Ковалевский А.А., Горбань Ю.С.* Вырождающиеся анизотропные вариационные неравенства с L^1-данными. – Донецк, 2007. – 92 с. – (Препринт / НАН Украины. Ин-т прикл. математики и механики; 2007.01).

2. *Kovalevsky A.A., Gorban Y.S.* Degenerate anisotropic variational inequalities with L^1-data // C. R. Math. Acad. Sci. Paris. – 2007. – **345**, №8. – P. 441-444.
3. *Ковалевский А.А., Горбань Ю.С.* О T-решениях вырождающихся анизотропных эллиптических вариационных неравенств с L^1-данными // Известия Российской АН. Сер. матем. – 2011. – **75**, №1. – С. 101-160.
4. *Boccardo L., Cirmi G.R.* Existense and uniqueness of solution of unilateral problems with L^1 data // J. Convex Analysis. – 1999. – **6**, №1. – P. 195-206.
5. *Oppezzi P., Rossi A.M.* Renormalized solutions for divergence problems with L^1-data // Atti. Sem. Mat. Fis. Univ. Modena. – 1998. – **46**, suppl. – P. 889-914.
6. *Brandolini B., Randazzo L.* An existense result for a class of variational inequalities with L^1-data // Ricerche Mat. – 2001. – **50**, №2. – P. 195-207.
7. *Aharouch L., Akdim Y., Azroul E.* Quasilinear degenerate elliptic unilateral problems // Abstract and Applied Analysis. – 2005. – **1**. – P. 11-31.
8. *Ковалевский А.А.* Энтропийные решения задачи Дирихле для одного класса нелинейных эллиптических уравнений четвертого порядка с L^1 правыми частями // Известия Российской АН. Сер. матем. – 2001. – **65**, №2. – С. 27-80.
9. *Ковалевский А.А.* О суммируемости решений нелинейных эллиптических уравнений с правыми частями из классов, близких к L^1 // Матем. заметки. – 2001. – **70**, №3. – С. 375-385.

Yu.S. Gorban

On a nonweighted condition of summability of T-solutions of degenerate anisotropic variational inequalities.

A variational inequality corresponding to a nonlinear degenerate anisotropic elliptic operator, a set of constraints of a sufficiently large class and an L^1-right-hand side is considered. A condition on the improvement of integrability of the right-hand side under which the solution of the variational inequality belongs to L^1 is established.

Keywords: *variational inequality, T-solution, summability of solution.*

Ю.С. Горбань

Про невагову умову сумовності T-розв'язків виродних анізотропних варіаційних нерівностей.

Розглянуто варіаційну нерівність, яка відповідає нелінійному виродному анізотропному еліптичному оператору множині обмежень досить широкого класу і правій частині класу L^1. Встановлено умову відносно підвищення інтегровності правої частини, при якій розв'язок варіаційної нерівності належить L^1.

Ключові слова: *варіаційна нерівність, T-розв'язок, сумовність розв'язку.*

Донецкий национальный ун-т
`yuliya_gorban@mail.ru`

Получено 29.12.10