УДК 539.3:534.1

©2009. **В.И. Сторожев, Н.В. Щербак**

АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ АНГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ УПРУГИХ SH-ВОЛН, ЛОКАЛИЗОВАННЫХ В КРИСТАЛЛИЧЕСКОМ СЛОЕ МЕЖДУ АНИЗОТРОПНЫМИ ПОЛУПРОСТРАНСТВАМИ

На основе модели геометрически и физически нелинейного деформирования анизотропной упругой среды кубической системы, базирующейся на представлениях упругого потенциала с квадратичными и кубическими членами по деформациям, а также с использованием приема разложения функции волновых смещений в ряды по акустическому числу Маха, построены аналитические представления нелинейных вторых гармоник упругих SH-волн для волновода в виде монокристаллического слоя, заключенного между однотипными или разнотипными анизотропными полупространствами. Проведены численно-аналитические исследования нелинейных волновых эффектов для волновода в виде слоя монокристалла германия, расположенного между полупространствами из монокристалла кремния, а также для волновода в виде слоя хлорида натрия, заключенного между полупространствами из монокристаллов кремния и германия. Ближайшим исследованным аналогом по рассматриваемой проблеме является задача о нелинейных ангармонических эффектах при распространении обобщенных волн Лява в структуре "слой монокристалла кубической системы на анизотропном упругом полупространстве аналогичного класса симметрии". Отдельные результаты ее анализа отражены в публикациях [2–4].

Постановка задачи. Исследуемая волноводная структура отнесена к системе нормированных прямоугольных координат, в которой слой занимает область $V_1 = \{-\infty < x_1, x_2 < \infty, -h \le x_3 \le h\}$, а полупространства – области $V_2 = \{-\infty < x_1, x_2 < \infty, -\infty < x_3 < -h\}$ и $V_3 = \{-\infty < x_1, x_2 < \infty, h < x_3 < \infty\}$. Физико-механические свойства компоненты волновода V_p характеризуются матричными упругими постоянными второго порядка $c_{ij}^{(p)}$, третьего порядка $c_{ijk}^{(p)}$ и плотностью $\rho^{(p)}$. Кристаллографические направления материалов слоя и полупространств являются коллинеарными. В зонах контакта слоя V_1 с полупространствами V_2, V_3 выполняются условия идеального механического контакта.

Для анализа нелинейных ангармонических эффектов при распространении локализованных SH волн вдоль координатного направления Ox_1 используется модель физически и геометрически нелинейного динамического деформирования упругого монокристаллического материала класса m3m кубической системы, базирующаяся на представлении упругого потенциала U в форме

$$U = \frac{1}{2}c_{jqrk}\varepsilon_{jq}\varepsilon_{rk} + \frac{1}{6}c_{jqrklm}\varepsilon_{jq}\varepsilon_{rk}\varepsilon_{lm} \qquad (j,q,r,k,l,m = \overline{1,3}) \tag{1}$$

и нелинейных представлениях компонент тензора механических деформаций

$$\varepsilon_{jk} = \frac{1}{2}(u_{l,k} + u_{k,j} + u_{l,j}u_{l,k}), \tag{2}$$

в которых $u_{r,k} = \partial u_r / \partial x_k$, u_r компоненты вектора волновых упругих перемещений.

Соответствующие такому выбору упругого потенциала безразмерные нормированные компоненты тензора механических напряжений σ_{jd} представляются суммой линейных и нелинейных составляющих

$$\sigma_{jd} = \sigma_{jd}^{(l)} + \sigma_{jd}^{(n)}, \tag{3}$$

где

$$\sigma_{jd}^{(l)} = c_{jdrk} u_{r,k}, \quad \sigma_{jd}^{(n)} = \frac{1}{2} c_{jdrk} u_{l,r} u_{l,k} + c_{pdrk} u_{j,p} u_{r,k} + \frac{1}{2} c_{jdrklm} u_{r,k} u_{l,m}. \tag{4}$$

Уравнения движения для образующих рассматриваемую волноводную структуру упругих сред при отсутствии объемных сил можно представить в тензорном виде

$$\rho \ddot{u}_j^{(p)} - \sigma_{jd,d}^{(p,l)} = \sigma_{jd,d}^{(p,n)}, \quad (j = \overline{1,3}). \tag{5}$$

В представлениях (5) и последующих соотношениях верхний индекс p у характеристик напряженно-деформированного состояния указывает на то, что соответствующая характеристика относится к компоненте V_p рассматриваемого волновода. Используемый в данной работе распространенный подход заключается в отыскании нелинейных "добавок-возмущений" в представлениях функций волновых упругих смещений, которые пропорциональны малому параметру – акустическому числу Маха δ [1].

$$u_j = u_j^{(l)} + u_j^{(n)}. \tag{6}$$

Построение численно-аналитического решения. В рассматриваемой задаче о распространении обобщенных линейных сдвиговых волн в структуре "слой монокристалла класса m3m кубической системы между полупространствами из монокристаллов аналогичного класса кубической системы" комплексные вектор-функции линейных волновых перемещений $\vec{u}^{(p,l)}$ характеризуются единственной ненулевой компонентой $u_2^{(p,l)}$.

Линейные составляющие исследуемого волнового поля определяются, таким образом, из однородной спектральной краевой задачи

$$\sigma_{2j,j}^{(p,l)} - \rho_p \ddot{u}_2^{(p)} = 0, \quad (p = 1,3), \tag{7}$$

$$(\sigma_{23}^{(1,l)})_{x_3=-h} = \sigma_{23}^{(2,l)})_{x_3=-h}, \quad (u_2^{(1,l)})_{x_3=-h} = u_2^{(2,l)})_{x_3=-h}, \tag{8}$$

$$(\sigma_{23}^{(1,l)})_{x_3=h} = \sigma_{23}^{(3,l)})_{x_3=h}, \quad (u_2^{(1,l)})_{x_3=h} = u_2^{(3,l)})_{x_3=h},$$

а нелинейные ангармонические возмущения – из неоднородной краевой задачи, имеющей вид

$$(\sigma_{ij.j}^{(p,l)})_{\vec{u}^{(p)}=\vec{u}^{(p,n)}} - \rho_p \ddot{u}_i^{(p,n)} = -(\sigma_{ij.j}^{(p,n)})_{\vec{u}^{(p)}=\vec{u}^{(p,l)}}, \tag{9}$$

$$u_1^{(2,n)} = u_1^{(1,n)}, \quad u_3^{(2,n)} = u_3^{(1,n)} \text{ при } x_3 = -h,$$

$$(\sigma_{3i}^{(1,l)})_{\vec{u}^{(1)}=\vec{u}^{(1,n)}} + (\sigma_{3i}^{(1,n)})_{\vec{u}^{(1)}=\vec{u}^{(1,l)}} = (\sigma_{3i}^{(2,l)})_{\vec{u}^{(2)}=\vec{u}^{(2,n)}} + (\sigma_{3i}^{(2,n)})_{\vec{u}^{(2)}=\vec{u}^{(2,l)}}; \qquad (10)$$

$$u_1^{(3,n)} = u_1^{(1,n)}, \quad u_3^{(3,n)} = u_3^{(1,n)} \text{ при } x_3 = h,$$

$$(\sigma_{3i}^{(1,l)})_{\vec{u}^{(1)}=\vec{u}^{(1,n)}} + (\sigma_{3i}^{(1,n)})_{\vec{u}^{(1)}=\vec{u}^{(1,l)}} = (\sigma_{3i}^{(3,l)})_{\vec{u}^{(2)}=\vec{u}^{(2,n)}} + (\sigma_{3i}^{(3,n)})_{\vec{u}^{(2)}=\vec{u}^{(2,l)}}.$$

Задача с рассматриваемой общей постановкой (7)–(10) имеет следующие частные случаи:

- случай распространения волн с симметричным распределением колебательных перемещений по толщине слоя, заключенного между полупространствами с одинаковыми физико-механическими характеристиками;
- случай распространения волн с антисимметричным распределением колебательных перемещений по толщине слоя, заключенного между полупространствами с одинаковыми физико-механическими характеристиками;
- случай распространения волн в слое, заключенном между полупространствами с отличающимися физико-механическими характеристиками.

В первом частном варианте постановки из решений спектральной задачи (7), (8) вытекают следующие, содержащие нормированный безразмерный амплитудный параметр $u_2^{(0)}$, представления для комплексных функций волновых перемещений $u_2^{(p,l)}$ в линейных локализованных SH волнах и соответствующие дисперсионные соотношения:

$$\begin{gathered}
\alpha^{(j)} = ((-c_{44}^{(j)}k^2 + \rho_j\omega^2)/c_{44}^{(j)})^{\frac{1}{2}},\\
u_2^{(1,l)} = e^{-i(\omega t - kx_1)} u_2^{(0)} e^{i\alpha^{(2)}h} cos(\alpha^{(1)}x_3)/cos(\alpha^{(1)}),\\
u_2^{(2,l)} = u_2^{(0)} e^{-i\alpha^{(2)}x_3} e^{-i(\omega t - kx_1)},\\
u_2^{(3,l)} = u_2^{(0)} e^{i\alpha^{(2)}x_3} e^{-i(\omega t - kx_1)},\\
tg(\alpha^{(1)}) = -(ic_{44}^{(2)}\alpha^{(2)})/(c_{44}^{(1)}\alpha^{(1)}),
\end{gathered} \qquad (11)$$

где ω и k – соответсвенно круговая частота и нормированное волновое число локализованной линейной SH-волны. При втором и третьем частных вариантах подстановки аналогичные представления имеют вид:

$$\begin{gathered}
u_2^{(1,l)} = e^{-i(\omega t - kx_1)} u_2^{(0)} e^{i\alpha^{(2)}h} sin(\alpha^{(1)}x_3)/cos(\alpha^{(1)}),\\
u_2^{(2,l)} = u_2^{(0)} e^{-i\alpha^{(2)}x_3} e^{-i(\omega t - kx_1)},\\
u_2^{(3,l)} = -u_2^{(0)} e^{i\alpha^{(2)}x_3} e^{-i(\omega t - kx_1)},\\
tg(\alpha^{(1)}) = -(ic_{44}^{(2)}\alpha^{(2)})/(c_{44}^{(1)}\alpha^{(1)});
\end{gathered} \qquad (12)$$

$$
\begin{gathered}
u_2^{(1,l)} = e^{-i(\omega t - kx_1)}(A_1 cos(\alpha^{(1)} x_3) + B_1 sin(\alpha^{(1)} x_3)),\\
u_2^{(2,l)} = u_2^{(0)} e^{-i\alpha^{(2)} x_3} e^{-i(\omega t - kx_1)},\\
u_2^{(3,l)} = B_3 e^{i\alpha^{(3)} x_3} e^{-i(\omega t - kx_1)}, \qquad (13)\\
A_1 = u_2^{(0)} e^{i\alpha^{(2)}} (\alpha^{(1)} c_{44}^{(1)} cos(\alpha^{(1)}) - i\alpha^{(2)} c_{44}^{(2)} sin(\alpha^{(1)}))/(\alpha^{(1)} c_{44}^{(1)}),\\
B_1 = -u_2^{(0)} e^{i\alpha^{(2)}} (i\alpha^{(2)} c_{44}^{(2)} cos(\alpha^{(1)}) + \alpha^{(1)} c_{44}^{(1)} sin(\alpha^{(1)}))/(\alpha^{(1)} c_{44}^{(1)}),\\
B_3 = u_2^{(0)} e^{i(\alpha^{(2)} - \alpha^{(3)})} (\alpha^{(1)} c_{44}^{(1)} cos(2\alpha^{(1)}) - i\alpha^{(2)} c_{44}^{(2)} sin(2\alpha^{(1)}))/(\alpha^{(1)} c_{44}^{(1)}),\\
tg(2\alpha^{(1)}) = -i c_{44}^{(1)} \alpha^{(1)} (c_{44}^{(2)} \alpha^{(2)} + c_{44}^{(3)} \alpha^{(3)})/((c_{44}^{(1)} \alpha^{(1)})^2 + c_{44}^{(2)} \alpha^{(2)} c_{44}^{(3)} \alpha^{(3)}).
\end{gathered}
$$

Представление (11)–(13) являются основой для детализированной формулировки задачи поиска соответствующих нелинейных ангармонических возмущений из неоднородной граничной задачи (9), (10), которая имеет вид:

$$
\begin{gathered}
\rho_p \ddot{u}_1^{(p,n)} - c_{11}^{(p)} u_{1,11}^{(p,n)} - c_{44}^{(p)} u_{1,33}^{(p,n)} - \Delta_8^{(p)} u_{3,31}^{(p,n)} = \Delta_3^{(p)} u_{2,1}^{(p,l)} u_{2,11}^{(p,l)} +\\
+ \Delta_6^{(p)} u_{2,1}^{(p,l)} u_{2,33}^{(p,l)} + \big(\Delta_6^{(p)} + \Delta_7^{(p)}\big) u_{2,3}^{(p,l)} u_{2,31}^{(p,l)},\\
\rho_p \ddot{u}_3^{(p,n)} - c_{11}^{(p)} u_{3,33}^{(p,n)} - c_{44}^{(p)} u_{3,11}^{(p,n)} - \Delta_8^{(p)} u_{1,13}^{(p,n)} = \Delta_3^{(p)} u_{2,3}^{(p,l)} u_{2,33}^{(p,l)} + \qquad (14)\\
+ \Delta_6^{(p)} u_{2,3}^{(p,l)} u_{2,11}^{(p,l)} + \big(\Delta_6^{(p)} + \Delta_7^{(p)}\big) u_{2,1}^{(p,l)} u_{2,13}^{(p,l)};
\end{gathered}
$$

$$
\begin{gathered}
c_{44}^{(1)} \big(u_{1,3}^{(1,n)} + u_{3,1}^{(1,n)}\big)_{x_3=-h} - c_{44}^{(2)} \big(u_{1,3}^{(2,n)} + u_{3,1}^{(2,n)}\big)_{x_3=-h} = \big(u_{2,1}^{(2,l)} u_{2,3}^{(2,l)}\big)_{x_3=-h} - \big(u_{2,1}^{(1,l)} u_{2,3}^{(1,l)}\big)_{x_3=-h},\\
\big(c_{12}^{(1)} u_{1,1}^{(1,n)} + c_{11}^{(1)} u_{3,3}^{(1,n)}\big)_{x_3=-h} - \big(c_{12}^{(2)} u_{1,1}^{(2,n)} + c_{11}^{(2)} u_{3,3}^{(2,n)}\big)_{x_3=-h} =\\
= \frac{1}{2}\big(\Delta_7^{(2)} (u_{2,1}^{(2,l)})^2 + \Delta_3^{(2)} (u_{2,3}^{(2,l)})^2\big)_{x_3=-h} - \frac{1}{2}\big(\Delta_7^{(1)} (u_{2,1}^{(1,l)})^2 + \Delta_3^{(1)} (u_{2,3}^{(1,l)})^2\big)_{x_3=-h},\\
\big(u_j^{(1,n)}\big)_{x_3=-h} - \big(u_j^{(2,n)}\big)_{x_3=-h} = 0 \qquad (j = \overline{1,3}), \qquad (15)\\
c_{44}^{(1)} \big(u_{1,3}^{(1,n)} + u_{3,1}^{(1,n)}\big)_{x_3=h} - c_{44}^{(3)} \big(u_{1,3}^{(3,n)} + u_{3,1}^{(3,n)}\big)_{x_3=h} = \big(u_{2,1}^{(3,l)} u_{2,3}^{(3,l)}\big)_{x_3=h} - \big(u_{2,1}^{(1,l)} u_{2,3}^{(1,l)}\big)_{x_3=h},\\
\big(c_{12}^{(1)} u_{1,1}^{(1,n)} + c_{11}^{(1)} u_{3,3}^{(1,n)}\big)_{x_3=h} - \big(c_{12}^{(3)} u_{1,1}^{(3,n)} + c_{11}^{(3)} u_{3,3}^{(3,n)}\big)_{x_3=h} =\\
= \frac{1}{2}\big(\Delta_7^{(3)} (u_{2,1}^{(3,l)})^2 + \Delta_3^{(3)} (u_{2,3}^{(3,l)})^2\big)_{x_3=h} - \frac{1}{2}\big(\Delta_7^{(1)} (u_{2,1}^{(1,l)})^2 + \Delta_3^{(1)} (u_{2,3}^{(1,l)})^2\big)_{x_3=h},\\
\big(u_j^{(1,n)}\big)_{x_3=h} - \big(u_j^{(3,n)}\big)_{x_3=h} = 0 \qquad (j = \overline{1,3}).
\end{gathered}
$$

В соотношениях (14), (15) использованы обозначения:

$$
\begin{gathered}
\Delta_1^{(p)} = 3c_{11}^(p) + c_{111}^{(p)}, \Delta_2^{(p)} = c_{12}^{(p)} + 2c_{44}^{(p)} + c_{155}^{(p)}, \Delta_3^{(p)} = c_{11}^{(p)} + c_{155}^{(p)}, \Delta_4^{(p)} = c_{44}^{(p)} + c_{155}^{(p)},\\
\Delta_5^{(p)} = c_{12}^{(p)} + c_{112}^{(p)}, \Delta_6^{(p)} = c_{44}^{(p)} + c_{456}^{(p)}, \Delta_7^{(p)} = c_{12}^{(p)} + c_{144}^{(p)}, \Delta_8^{(p)} = c_{12}^{(p)} + c_{44}^{(p)}.
\end{gathered}
$$

Из (14), (15) априори следует, что вторыми гармониками исследуемых линейных локализованных SH волн будут волны P-SV типа. Компоненты $u_j^{(p,n)} \quad (j=1), \quad (j=3)$ комплексного вектора напряженности вторых гармоник для данных линейных волн определяются из соотношений краевой задачи (14), (15) в аналитической форме методами компьютерной алгебры. Они задаются суммой общего решения однородной задачи (14), (15) и ее частного решения и структурно могут быть представлены в форме:

$$u_1^{(1,n)} = (u_2^{(0)})^2(\tilde{\lambda}_{11} cos(\zeta_1^{(1)}x_3) + \tilde{\lambda}_{12} cos(\zeta_2^{(1)}x_3)) + \tilde{\mu}_{11}\sin(\zeta_1^{(1)}x_3) + \tilde{\mu}_{12}\sin(\zeta_2^{(1)}x_3) +$$

$$+\tilde{\nu}_1 + \tilde{\chi}_1\cos(2\alpha^{(1)}x_3) + \tilde{\xi}_1\sin(2\alpha^{(1)}x_3))exp(-2i(\omega t - kx_1)),$$

$$u_3^{(1,n)} = (u_2^{(0)})^2(\tilde{\lambda}_{31}\sin(\zeta_1^{(1)}x_3) + \tilde{\lambda}_{32}\sin(\zeta_2^{(1)}x_3) + \tilde{\mu}_{31}\cos(\zeta_1^{(1)}x_3) + \tilde{\mu}_{32}\cos(\zeta_2^{(1)}x_3) +$$

$$+\tilde{\nu}_3 + \tilde{\chi}_3\sin(2\alpha^{(1)}x_3) + \tilde{\xi}_3\cos(2\alpha^{(1)}x_3))exp(-2i(\omega t - kx_1)), \qquad (16)$$

$$u_1^{(2,n)} = (u_2^{(0)})^2(\tilde{\beta}_{11}^{(2)}exp(\zeta_1^{(2)}x_3) + \tilde{\beta}_{12}^{(2)}exp(\zeta_2^{(2)}x_3) + \tilde{\gamma}_1^{(2)}exp(2i\alpha^{(2)}x_3))exp(-2i(\omega t - kx_1)),$$

$$u_3^{(2,n)} = (u_2^{(0)})^2(\tilde{\beta}_{31}^{(2)}exp(\zeta_1^{(2)}x_3) + \tilde{\beta}_{32}^{(2)}exp(\zeta_2^{(2)}x_3) + \tilde{\gamma}_3^{(2)}exp(2i\alpha^{(2)}x_3))exp(-2i(\omega t - kx_1)),$$

$$u_1^{(2,n)} = (u_2^{(0)})^2(\tilde{\beta}_{11}^{(3)}exp(\zeta_1^{(3)}x_3) + \tilde{\beta}_{12}^{(3)}exp(\zeta_2^{(3)}x_3) + \tilde{\gamma}_1^{(3)}exp(2i\alpha^{(3)}x_3))exp(-2i(\omega t - kx_1)),$$

$$u_3^{(2,n)} = (u_2^{(0)})^2(\tilde{\beta}_{31}^{(3)}exp(\zeta_1^{(3)}x_3) + \tilde{\beta}_{32}^{(3)}exp(\zeta_2^{(3)}x_3) + \tilde{\gamma}_3^{(3)}exp(2i\alpha^{(3)}x_3))exp(-2i(\omega t - kx_1)).$$

Коэффициенты $\tilde{\lambda}_{ij}, \quad \tilde{\mu}_{ij}, \quad \tilde{\beta}_{ij}^{(p)}$ в представлении общего решения и коэффициенты $\nu_i, \quad \chi_i, \quad \xi_i, \quad \gamma_i^{(p)}$ в представлении частного решения получены в аналитической форме методами компьютерной алгебры и имеют крайне громоздкие выражения.

Результаты численных исследований. С использованием построенного численно-аналитического решения проведен анализ некоторых кинематических и энергетических характеристик для исследуемых нелинейных вторых гармоник локализованных сдвиговых волн. Представляемые рассчеты проведены применительно к

- задаче о распространении волн с симметричным распределением волновых перемещений по толщине слоя V_1 из монокристалла германия, заключенного между полупространствами V_2 и V_3 из монокристалла кремния;
- задаче о распространении волн с антисимметричным распределением волновых перемещений по толщине слоя V_1 из монокристалла германия, заключенного между полупространствами V_2 и V_3 из монокристалла кремния;
- задаче о распространении волн в слое V_1 из монокристалла соли (NaCl), заключенном между полупространством V_2 из монокристалла кремния и полупространством V_3 из монокристалла германия.

Компоненты рассматриваемых составных волноводов характеризуются следующими независимыми физико-механическими постоянными:

монокристалл NaCl – $c_{11}^{(1)} = 4,958c_*$, $c_{12}^{(1)} = 1,306c_*$, $c_{44}^{(1)} = 1,279c_*$, $c_{111}^{(1)} = -86,36c_*$, $c_{112}^{(1)} = -4,96c_*$, $c_{123}^{(1)} = 0,93c_*$, $c_{144}^{(1)} = 1,32c_*$, $c_{456}^{(1)} = 0,71c_*$, $c_{155}^{(1)} = -5,87c_*$, $\rho_1 = 2,1678\rho_*$;

монокристалл кремния – $c_{11}^{(2)} = 16,7c_*$, $c_{12}^{(2)} = 7,9_*$, $c_{44}^{(2)} = 6,5c_*$, $c_{111}^{(2)} = -82,5c_*$, $c_{112}^{(2)} = -45,1c_*$, $c_{123}^{(2)} = -6,4c_*$, $c_{144}^{(2)} = 1,2c_*$, $c_{456}^{(2)} = -6,4c_*$, $c_{155}^{(2)} = -31,0c_*$, $\rho_2 = 2,33\rho_*$;

монокристалл германия – $c_{11}^{(3)} = 12,92c_*$, $c_{12}^{(3)} = 4,79c_*$, $c_{44}^{(3)} = 6,7c_*$, $c_{111}^{(3)} = -71,0c_*$, $c_{112}^{(3)} = -38,9c_*$, $c_{123}^{(3)} = -1,8c_*$, $c_{144}^{(3)} = -2,3c_*$, $c_{456}^{(3)} = -5,3c_*$, $c_{155}^{(3)} = -29,2c_*$, $\rho_3 = 5,32\rho_*$.

Величины параметров c_*, ρ_* составляют $c_* = 10^{10}$ (N/m^2), $\rho_* = 10^3$ (kg/m^3).

Для сопоставительного анализа нелинейных волновых эффектов в зоне, включающей область слоя $x_3/h \in [-1;1]$ и подобласти $x_3/h \in [-5;-1) \cup (1;5]$ в полупространствах, рассчитаны распределения по толщинной координате волновода x_3 безразмерных нормированных амплитуд упругих поперечных смещений $|u_2^{(l)}|/u_2^{(0)}$ в линейных локализованных SH волнах и распределения безразмерных характеристик $|u_1^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ и $|u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ в их вторых гармониках при значениях относительной длины λ/h линейной волны. При $\lambda/h = 1$ и $\lambda/h = 2$ в случае задачи первого типа указанные распределения представлены на рис.1–2; для задачи второго типа на рис.3–4; для задачи третьего типа на рис.5–6.

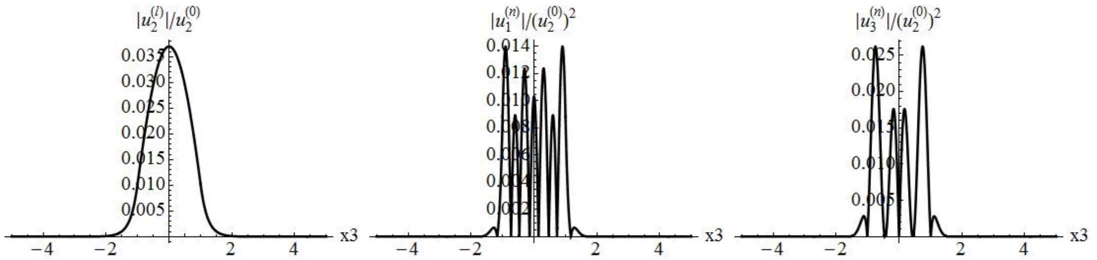

Рис. 1. Распределение нормированных значений $|u_2^{(l)}|/u_2^{(0)}$, $|u_1^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$, $|u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ при $\lambda/h = 1$

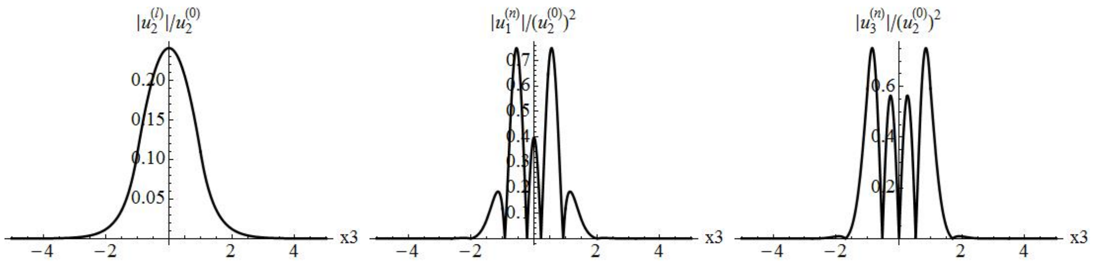

Рис. 2. Распределение нормированных значений $|u_2^{(l)}|/u_2^{(0)}$, $|u_1^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$, $|u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ при $\lambda/h = 2$

Анализ представленных распределений позволяет, в частности, сделать вывод, что для нелинейной второй гармоники локальные максимумы характеристики $u_1^{(n)}/(u_2^{(0)})^2$ находятся в слое V_1 и около границ его контакта с полупространствами. Максимальная интенсивность характеристики $|u_1^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ в рассмотренных

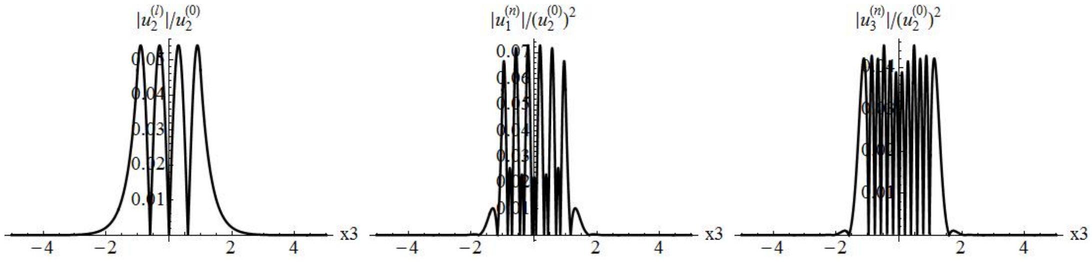

Рис. 3. Распределение нормированных значений $|u_2^{(l)}|/u_2^{(0)}$, $u_1^{(n)}/(u_2^{(0)})^2$, $u_3^{(n)}/(u_2^{(0)})^2$ *при* $\lambda/h = 1$

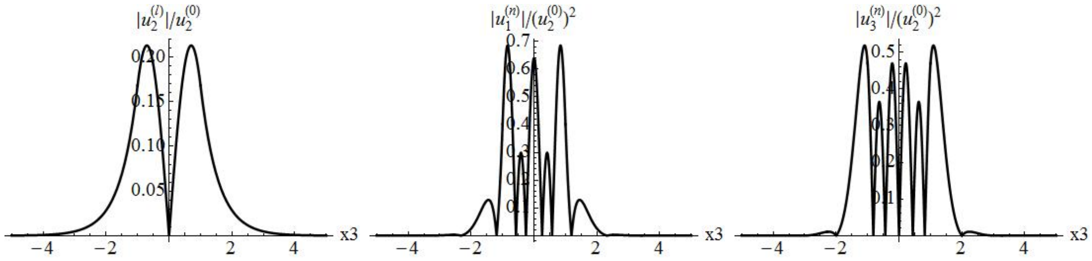

Рис. 4. Распределение нормированных значений $|u_2^{(l)}|/u_2^{(0)}$, $|u_1^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$, $|u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ *при* $\lambda/h = 2$

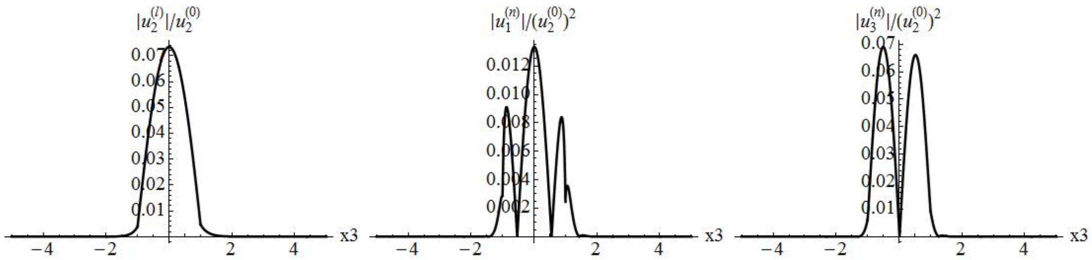

Рис. 5. Распределение нормированных значений $|u_2^{(l)}|/u_2^{(0)}$, $|u_1^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$, $|u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ *при* $\lambda/h = 1$

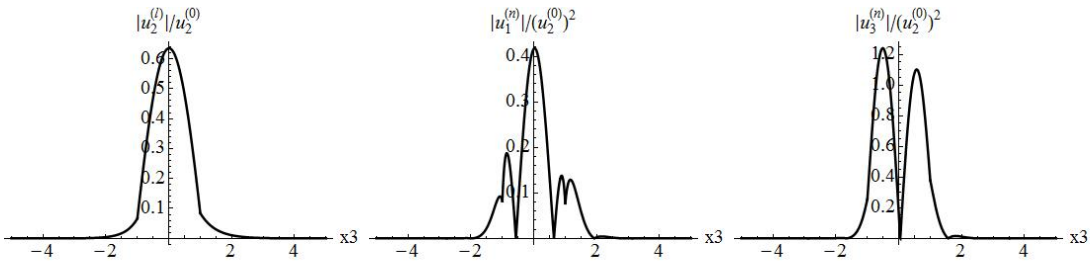

Рис. 6. Распределение нормированных значений $|u_2^{(l)}|/u_2^{(0)}$, $|u_1^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$, $|u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ *при* $\lambda/h = 2$

случаях немного меньше интенсивности характеристики $|u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$. Максимальное значение $|u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ достигается в зонах контакта слоя и полупространств при $x_3 = \pm h$. Для волноводов всех рассматриваемых типов наблюдается явление высокой степени осцилляции в распределениях интенсивностей $|u_1^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ и $|u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ в зоне слоя V_1.

Энергетические эффекты для исследуемых волновых движений охарактеризованы распределениями компонент вектора плотности среднего за период потока мощности

$$P_k = -\frac{i\omega}{4}(\sigma_{jk}\bar{u}_j - \bar{\sigma}_{jk}u_j) \quad (k, j = \overline{1,3}).$$

Результаты проведенных расчетов нормированных распределений среднего за период потока мощности $P_1^{(l)}$ в линейных локализованных SH волнах относительной длины λ/h и компоненты потока мощности $P_1^{(n)}$ для вторых гармоник, соответственно представлены в случаях соотношений $\lambda/h = 1$, $\lambda/h = 2$ для первой задачи на рис.7–8; для второй задачи на рис.9–10; для третьей задачи на рис.11–12.

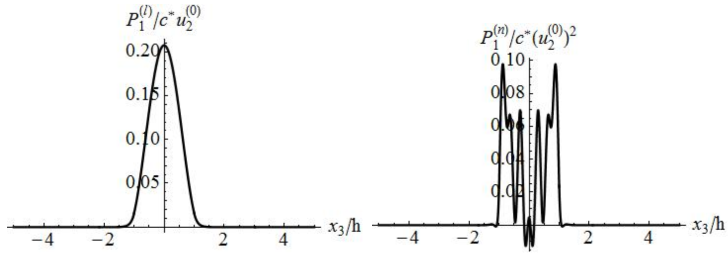

Рис. 7. Распределение нормированных значений $P_1^{(l)}$, $P_1^{(n)}$ при $\lambda/h = 1$

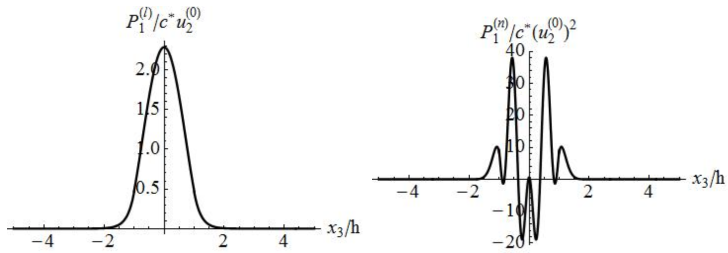

Рис. 8. Распределение нормированных значений $P_1^{(l)}$, $P_1^{(n)}$ при $\lambda/h = 2$

В линейных локализованных SH волнах энергетические потоки характеризуются ненулевой компонентой $P_1^{(l)}$, которая достигает максимальных значений в слое V_1 и монотонно затухает при отходе вглубь волновода. Потоки мощности для вторых гармоник локализованной SH волны в рассматриваемом волноводе характеризуется единственной ненулевой компонентой $P_1^{(n)}$. Расчеты показывают, что амплитуда $P_1^{(n)}$ во вторых гармониках анализируемых волн достигает максимальных значений

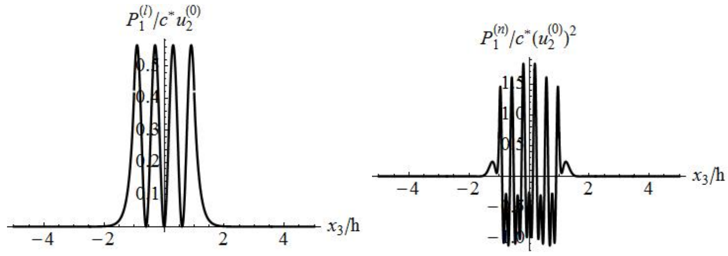

Рис. 9. Распределение нормированных значений $P_1^{(l)}$, $P_1^{(n)}$ при $\lambda/h = 1$

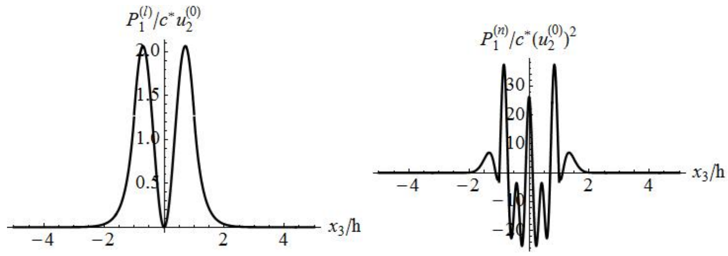

Рис. 10. Распределение нормированных значений $P_1^{(l)}$, $P_1^{(n)}$ при $\lambda/h = 2$

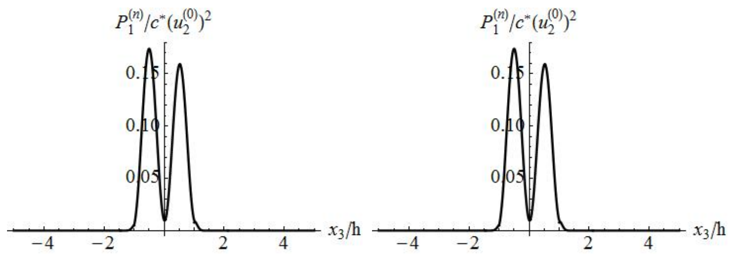

Рис. 11. Распределение нормированных значений $P_1^{(l)}$, $P_1^{(n)}$ при $\lambda/h = 1$

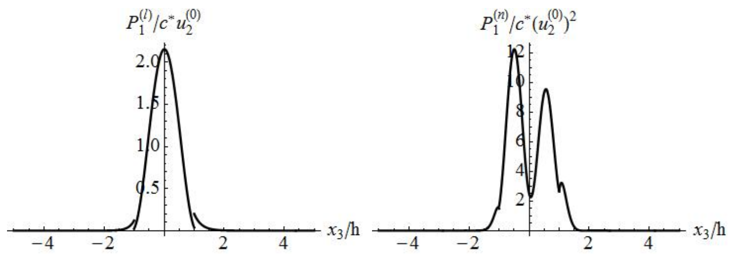

Рис. 12. Распределение нормированных значений $P_1^{(l)}$, $P_1^{(n)}$ при $\lambda/h = 2$

в слое V_1, а также на границе контакта с полупространствами, и увеличивается с ростом относительной длины волны.

1. *Зарембо Л.К., Красильников В.А.* Нелинейные явления при распространении упругих волн в твердых телах. – УФН. – 1970. – Т.102, вып.4. – С.549-586.
2. *Сторожев В.I., Щербак Н.В.* Нелінійні другі гармоніки узагальнених хвиль Лява в анізотропному шарі на анізотропному півпросторі // Вісник Донецького університету, Сер.А: Природничі науки. – 2008. – Вип.2 – С.75-80.
3. *Сторожев В.I., Щербак Н.В.* Энергетические характеристики нелинейных вторых гармоник поверхностных волн Лява в волноводе с кристаллическими компонентами кубической системы. Труды XI Международной конференции "Современные проблемы механики сплошной среды" (Ростов-на-Дону, 26-29 ноября 2007г.) Ростов-на-Дону, 2007. – Т.2. – С.173-177.
4. *Storozhev V.I., Shcherbak N.V.* Nonlinear anharmonic effects for Love waves in structure "anisotropic layer on the anisotropic halfspace". Works of the second international conference "Nonlinear Dynamics – 2007 Kharkov. – P.283-288.

Ин-т прикл. математики и механики НАН Украины, Донецк
Донецкий национальный ун-т
nadinescherbak@gmail.com
stvi@i.ua

Получено 02.11.09