

О нелинейном взаимодействии МГД волн с мелкомасштабными ионосферными неоднородностями

Н. Н. Герасимова, В. Г. Сеницын, Ю. М. Ямпольский

*Радиоастрономический институт НАН Украины,
Украина, 61002, г. Харьков, ул. Краснознаменная, 4*

Статья поступила в редакцию 28 августа 2002 г., после переработки 12 марта 2003 г.

Рассматривается трехволновой нелинейный процесс с участием поперечной альфвеновской и двух медленных магнитозвуковых мод в ионосферной плазме. Показано, что временные и пространственные характеристики вариаций электронной плотности, связанные с генерацией магнитного звука, отвечают особенностям экспериментов по КВ-диагностике неизотермичной ионосферы.

Розглянуто трихвильовий нелінійний процес за участю поперечної альфвенівської та двох повільних магнітозвуків мод в іоносферній плазмі. Показано, що часові і просторові характеристики варіацій електронної щільності, пов'язані з генерацією магнітного звуку, відповідають особливостям експериментів з КХ-діагностики неизотермічної іоносфери.

Введение

Динамика ионосферной плазмы на высотах $z \geq 150$ км во многом определяется вариациями магнитного поля Земли, поскольку электроны F-области замагничены (гирочастота Ω_e существенно превышает частоты соударений электронов). В частности, магнитные возмущения, распространяющиеся в ионосфере в форме магнитогидродинамических (МГД) волн, вызывают ряд непосредственно наблюдаемых эффектов. В многочисленных радарных экспериментах по когерентному зондированию в диапазонах КВ и УКВ магнитоориентированных плазменных неоднородностей (МОН) детектировались квазипериодические вариации их дрейфовых движений, коррелирующие с геомагнитными пульсациями [1-3]. Такое поведение естественных и искусственных плазменных образований легко объясняется в рамках линейной теории взаимодействия крупномасштабных волн с ионосферной турбулентностью [4, 5]: турбулизован-

ная область дрейфует как целое в квазистационарном внешнем поле МГД волны. В эхосигнале диагностического лоатора эти движения проявляются в виде квазипериодических вариаций доплеровского смещения частоты. Кроме этого эффекта, при исследовании искусственной ионосферной турбулентности методом ракурсного КВ (УКВ) рассеяния радиоволн в ряде случаев наблюдались также вариации интенсивности диагностического радиосигнала [6-9]. В режиме стационарного нагрева ионосферы регистрировались квазигармонические изменения уровня сигнала с периодом, совпадающим с вариациями доплеровского сдвига частоты – т. е. с периодом МГД волны [4, 5]. В других условиях, на стадии релаксации искусственной турбулентности (при выключенном “нагревном” передатчике), был зарегистрирован эффект “эхо-рассеяния” – повторяющиеся всплески уровня рассеянного радарного сигнала, возникающие с периодичностью собственных колебаний магнитной силовой трубки [9]. Попытки

объяснения таких вариаций интенсивности модуляцией частоты электронных соударений в плазме [6] и, следовательно, вариациями поглощения зондирующего излучения оказались несостоятельными [7]. Более правдоподобной выглядит гипотеза об изменении интенсивности рассеивателей – т. е. флуктуаций электронной плотности – за счет взаимодействия с МГД волной. Идея генерации плазменных неоднородностей МГД волнами неоднократно обсуждалась в литературе [10-12], в основном, применительно к высокоширотной внешней ионосфере, с учетом крупномасштабных градиентов параметров среды. Присутствие в приполярных областях ионосферы градиентов плотности, практически перпендикулярных геомагнитному полю, обеспечивает возможность существования дрейфовых волн, которые возбуждаются за счет взаимодействия с МГД возмущениями [11]. В условиях экспериментов [5, 7-9] этот механизм, по-видимому, неэффективен, так как на высотах F-области, в пределах сравнительно небольшого искусственно модифицированного объема плазмы горизонтальные градиенты малы. Взамен дрейфовых волн необходим другой агент, способный модулировать плотность плазмы синхронно с полем МГД волны. В плазме с резко различными температурами электронов и ионов, $T_e \gg T_i$, таким агентом может быть медленная магнитозвуковая волна.

В настоящей работе рассматривается трехволновое взаимодействие поперечной альфвеновской волны с медленным магнитным звуком. Нелинейный процесс с участием этих мод позволяет интерпретировать все основные особенности поведения МОН в описанных экспериментах.

Условия временного и пространственного синхронизма при трехволновом взаимодействии,

$$\omega_1 = \omega + \omega_2, \tag{1}$$

$$\vec{k}_1 = \vec{k} + \vec{k}_2,$$

могут выполняться для волн, принадлежащих всем трем ветвям МГД спектра: альфвеновской (a), быстрой (f) и медленной (s) магнитозвуковым [13, 14]. В принципе нас могли бы

интересовать процессы $a_1 \rightleftharpoons a_2 + s$, $a_1 \rightleftharpoons f + s$ и $a_1 \rightleftharpoons s + s_2$ (последний возможен лишь при учете поперечных компонент волнового вектора в законе дисперсии s -волн). Однако, сопоставляя (1) с законами дисперсии волн a , f и s , легко убедиться в том, что частоты “вторичных” альфвеновской и быстрой магнитозвуковой волн меняются незначительно в сравнении с частотой исходной альфвеновской. В то же время процесс $a_1 \rightleftharpoons s + s_2$, грубо говоря, представляет собой деление частоты первичной волны пополам, $\omega_1^a \approx 2\omega^s$. Эта ситуация как раз отвечает наблюдаемой: интенсивность рассеянного диагностического сигнала, пропорциональная спектральной плотности флуктуаций электронной концентрации, изменяется по закону $\cos(2\omega^s t) = \cos(\omega_1^a t)$.

1. Вариации плотности плазмы при возбуждении медленной магнитозвуковой волны

Взаимодействие МГД волн в ионосферном слое F будем рассматривать в рамках модели, где модифицированная (“нагретая”) область представляется в виде плоского плазменного слоя толщиной l , параллельного поверхности Земли. Внешнее магнитное поле направлено по оси Z вдоль местной вертикали, ось Y декартовой системы ориентирована на север, ось X дополняет систему до правой. На слой, внутри которого плазма неизотермична ($T_e \gg T_i$), наклонно падает интенсивная альфвеновская волна a_1 . Она порождает медленные магнитозвуковые волны, с которыми могут быть связаны мелкомасштабные вариации плотности δn (рис. 1). Чтобы получить выражение для δn , достаточно рассмотреть уравнения магнитной гидродинамики и уравнения Максвелла для электромагнитного поля:

$$\begin{cases} \rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\text{grad } P + [\text{rot } \vec{B}, \vec{B}], \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0, & \frac{d}{dt}(P\gamma^{-1}) = 0, \\ \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot}[\vec{v}, \vec{B}], & \text{div } \vec{B} = 0. \end{cases} \tag{2}$$

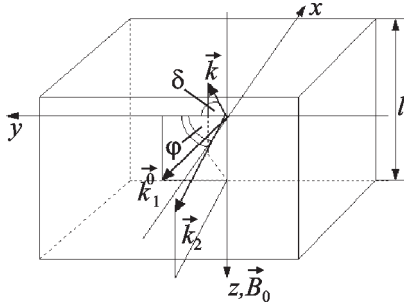


Рис. 1. Геометрия задачи:

\vec{B}_0 – магнитное поле Земли, направленное вдоль оси Z ; \vec{k}_1^0 – волновой вектор альфвеновской волны накачки, лежащий в плоскости ZOY ; \vec{k}_2 и \vec{k} – волновые векторы медленных магнитозвуковых волн, возбуждаемых в процессе взаимодействия; φ – угол между плоскостями, в которых лежат векторы \vec{k}_1^0 и \vec{k} ; l – толщина модифицированного слоя ионосферной плазмы

Здесь ρ – массовая плотность плазмы, \vec{v} – вектор гидродинамической скорости плазмы, P – парциальное давление заряженных частиц, \vec{B} – вектор магнитной индукции, γ – показатель адиабаты в уравнении состояния. Применяя к уравнениям (2) стандартную процедуру разложения по малым амплитудам возмущений, нетрудно получить выражение для фурье-компоненты вариаций электронной концентрации на частоте медленной магнитозвуковой волны. Эта величина квадратична по напряженности полей альфвеновской и второй магнитозвуковой волн, $\delta n^{(2)}(\omega, \vec{k}) = \delta \rho^{(2)} / m_i$, (m_i – масса иона, массой электрона пренебрегаем):

$$\begin{aligned} \frac{\delta n^{(2)}(\omega, \vec{k})}{n_0} = & \frac{V_a^2}{B_0^2} \frac{1}{\omega^2 - V_s^2 k^2} \left\{ \int d\lambda (\vec{k} \cdot [\vec{H}_2, [\vec{k}_1, \vec{H}_1]]) + \right. \\ & + \int d\lambda \frac{V_a^2}{\omega_1 \omega_2} (\vec{k}_2 \cdot [\vec{h}_0, [\vec{k}_1, \vec{H}_1]]) (\vec{k} \cdot [\vec{h}_0, [\vec{k}_2, \vec{H}_2]]) + \\ & + \int d\lambda \frac{V_a^2 V_s^2 (\vec{k} \vec{k}_2)}{\omega_1 \omega_2 (\omega^2 - V_s^2 k^2)} (\vec{k}_2 \cdot [\vec{h}_0, [\vec{k}_1, \vec{H}_1]]) \times \\ & \left. \times (\vec{k}_2 \cdot [\vec{h}_0, [\vec{k}_2, \vec{H}_2]]) \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

В выражении (3) использованы обозначения: $d\lambda = d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\omega_1 d\omega_2 \delta(\vec{k} - \vec{k}_1 + \vec{k}_2) \delta(\omega - \omega_1 + \omega_2)$; n_0 – равновесное значение концентрации заряженных частиц; $V_s = (\gamma P / n_0)^{1/2}$ – скорость звука в плазме; $V_a = \frac{B_0}{(4\pi m_i n_0)^{1/2}}$ – альфвеновская скорость; B_0 – величина магнитного поля Земли в области наблюдения; \vec{H}_1, \vec{H}_2 – фурье-компоненты магнитного поля альфвеновской и одной из магнитозвуковых волн соответственно; $\vec{H}_i = \vec{H}(\omega_i, \vec{k}_i)$, индекс i пробегает значения 1, 2; $\vec{h}_0 = \vec{B}_0 / B_0$ – единичный вектор, направленный вдоль магнитного поля Земли в области взаимодействия. Законы дисперсии в приближении плазмы низкого давления

в приближении плазмы низкого давления $\left(\beta = \frac{8\pi P}{B_0^2} \ll 1 \right)$ с учетом поперечной дисперсии для медленной магнитозвуковой волны имеют вид [13]:

$$\omega^a = |k_{\parallel}^a| V_a, \quad (4)$$

$$\omega^s = |k_{\parallel}^s| V_s \left(1 - \frac{k_{\perp}^2 V_s^2}{2 \Omega_i^2} \right),$$

где $k_{\parallel}^a, k_{\parallel}^s$ – продольные по отношению к внешнему магнитному полю компоненты волновых векторов; k_{\perp} – поперечная компонента волнового вектора медленной магнитозвуковой волны; $\Omega_i = \frac{eB_0}{m_i c}$ – ионная гирочастота; e – элементарный заряд. Интеграл в выражении (3) вычисляется при выполнении условий (1) с учетом законов дисперсии (4) для волн a_1, s и s_2 . Для упрощения дальнейших вычислений положим, что спектр исходных альфвеновских волн соответствует одной монохроматической волне с фиксированными значениями вектора \vec{k}_1 и частоты: $\vec{H}_1 = \vec{H}_1^0 \delta(\omega_1 - \omega_1^0) \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_1^0)$. Такой выбор соответствует условиям эксперимента: как правило, интересующие нас

эффекты наблюдаются при прохождении геомагнитных возмущений в виде продолжительных квазимонохроматических цугов поперечных МГД волн (пульсаций классов Рс3 – Рс4). При этом из (1) и (4) следует жесткая связь между частотой и продольной компонентой волнового вектора медленной магнитозвуковой волны и характеристиками первичной волны a_1 . Если $k_{||}^0 > 0$, $k_{||} > 0$ и $|k_{||}| > |k_{||}^0|$, то в результате взаимодействия будут рождаться две квазипродольные волны. Их волновые векторы будут направлены почти противоположно друг другу и с точностью до малых величин, зависящих от поперечных компонент этих же векторов, будут равны друг другу. Величина $k_{||}$ определяется соотношением:

$$k_{||} = \frac{V_a k_{||}^0}{2V_s} \left(1 - \frac{k_{\perp}^2 V_s^2}{2 \Omega_i^2} \right)^{-1}. \quad (5)$$

При этом частоты медленных магнитозвуковых волн, очевидно, также будут приблизительно равны друг другу и половине частоты исходной альфвеновской волны, $\omega \approx \omega_2 \approx \omega_1/2$. В результате в модифицированной области ионосферы такие квазипродольные противоположно направленные волны могут сформировать систему стоячих волн плотности плазмы.

Поперечный размер плазменных неоднородностей, генерируемых в процессе взаимодействия $a_1 \rightarrow s + s_2$, можно оценить из выражения для величины k_{\perp} , при котором закон дисперсии становится отличным от линейного: $k_{\perp} = \frac{\sqrt{\Omega_i^2 - k_{||}^2 V_s^2}}{V_s}$. Забегая вперед, отметим, что искомый поперечный размер формируемых волной неоднородностей ($L_{\perp} \approx 2\pi k_{\perp}^{-1}$) в зависимости от электронной температуры будет находиться в пределах $5 \div 30$ м. Для выбранного спектра первичных волн (одна волна в направлении \vec{k}_1^0) интеграл в (3) выражается в конечном виде и спектр вариаций плотности упрощается:

$$\begin{aligned} \frac{\delta n_k^{(2)}}{n_0} = & \frac{c^2}{B_0^2(\omega^2 - V_s^2 k^2)} \left\{ (\vec{k}(\vec{k}_1^0 - \vec{k}))(\vec{E}_{1\perp}^0 \vec{E}_{2\perp}) - \right. \\ & - (\vec{k} \vec{E}_2) \left((\vec{k}_{1\perp} - \vec{k}_{\perp}) \vec{E}_{1\perp}^0 \right) + \left(\vec{E}_{1\perp}^0 \left[(\vec{k}_{1\perp} - \vec{k}_{\perp}), \vec{h}_0 \right] \right) \times \\ & \times \left(\vec{E}_{2\perp} \left[\vec{k}_{\perp}, \vec{h}_0 \right] \right) + \frac{V_s^2 (\vec{k}(\vec{k}_1^0 - \vec{k}))}{\omega^2 - V_s^2 k^2} \times \\ & \left. \times \left(\vec{E}_{1\perp}^0 \left[(\vec{k}_{1\perp} - \vec{k}_{\perp}), \vec{h}_0 \right] \right) \left(\vec{E}_{2\perp} \left[(\vec{k}_{1\perp} - \vec{k}_{\perp}), \vec{h}_0 \right] \right) \right\}. \quad (6) \end{aligned}$$

Величина $\delta n_k^{(2)}$ выражена через фурье-амплитуды падающей альфвеновской и одной из магнитозвуковых волн, представленные в виде медленно меняющихся функций времени. Процедура получения укороченных уравнений для медленно меняющихся амплитуд взаимодействующих волн хорошо известна (см., например, [15]).

2. Распадная неустойчивость альфвеновской волны. Оценка порога

Считая альфвеновскую волну достаточно мощной, пренебрежем изменением ее характеристик при взаимодействии с двумя другими волнами – т. е. рассмотрим распадную неустойчивость как параметрическую. Это позволяет существенно упростить систему динамических уравнений для амплитуд: рассматривать два уравнения вместо трех и не учитывать обратные процессы. Кроме того, поскольку в процессе взаимодействия может образовываться система стоячих волн, как указывалось выше, нет необходимости учитывать пространственные производные, а достаточно следить только за изменением амплитуд во времени. Система уравнений для медленно меняющихся фурье-амплитуд волн s и s_2 примет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial A_2(t)}{\partial t} - \gamma_s A_2(t) = -\alpha_s A_1^0 A^*(t), \\ \frac{\partial A(t)}{\partial t} - \gamma_s A(t) = -\alpha_s A_1^0 A_2^*(t), \end{cases} \quad (7)$$

где A и A_2 – так называемые истинные амплитуды взаимодействующих волн [15], связанные с электрическими компонентами следующим образом: $\vec{E}(t)\vec{e}(k)e^{-|\gamma_s|t} = A(t)$, $\vec{E}_2(t)\vec{e}(k_2)e^{-|\gamma_s|t} = A_2(t)$; γ_s – линейный декремент ($\gamma_s < 0$) медленной магнитозвуковой волны; $A_1^0 = E_1^0 = \text{const}$ – амплитуда первичной альфвеновской волны, которую рассматриваем как волну накачки (поскольку декремент γ_a альфвеновской волны в данной задаче на три порядка меньше γ_s , ее можно считать незатухающей); $\vec{e}(\vec{k})$ и $\vec{e}(\vec{k}_2)$ – векторы поляризации первой и второй медленных магнитозвуковых волн соответственно; α_s – коэффициент взаимодействия волн, пропорциональный матричному элементу S_{ijm} в нелинейном законе Ома:

$$j_i(\omega, \vec{k}) = \sigma_{ij} E_j(\omega, \vec{k}) + \int S_{ijm} E_j(k') E_m(k - k') d\lambda + \dots \quad (8)$$

Коэффициент α_s для данной задачи оценен в Приложении.

Решение системы (7) ищем в виде:

$$A(t) = A_s^0 \exp(\gamma_d t), \quad (9)$$

причем из (7) следует

$$\gamma_d = \gamma_s \pm |\alpha_s| |A_1^0|. \quad (10)$$

Поскольку $\gamma_s < 0$, условием нарастания будет очевидное неравенство $|\alpha_s| |A_1^0| > |\gamma_s|$ и выбор решения со знаком плюс. Подставив решение (9) в (6), получим спектральную плотность вариаций электронной концентрации на частоте ω^s как функцию времени. Выражение (6) существенно упрощается в той области значений \vec{k} , которая представляет интерес для интерпретации эксперимента: $|\vec{k}_1^0|/|\vec{k}| \ll 1$ и $|k_{||}/k_{\perp}| \ll 1$. Первое неравенство отражает соотношение пространственных масштабов альфвеновской и медленной магнитозвуковой волн в области их взаимодействия. Второе должно выполняться для волн плотности,

пространственный период которых поперек внешнего магнитного поля соизмерим с длиной диагностической радиоволны: $k_{\perp}^{-1} \sim \lambda/2 \sim 10$ м. Соответствующие значения k_{\perp} лежат внутри интервала $0 < k_{\perp} < \frac{\sqrt{\Omega_i^2 - k_{||}^2 V_s^2}}{V_s}$, определенного выше для волновых векторов магнитного звука. Выражение (6) можно при этом записать в следующем виде:

$$\frac{\delta n_k^{(2)}}{n_0} = \left(\frac{E_1^0}{B_0} \right)^2 \left(\frac{c}{V_s} \right)^2 \frac{E_s}{E_1^0} f(\theta_s, \delta, \varphi) \exp\{\gamma_{\text{нел}} t\}, \quad (11)$$

где E_s^0 – величина “затравочных” флуктуаций электрического поля на частоте магнитного звука, угловая функция $|f| < 2$. Пренебрегая обратной реакцией магнитозвуковых волн на интенсивную альфвеновскую, мы получили решения (9) и (11), которые описывают лишь начальный этап взаимодействия $a \rightarrow s + s'$.

Рассмотрим подробнее неравенство, соответствующее возникновению неустойчивости:

$$\gamma_{\text{нел}} \equiv |\alpha_s A_1^0| > |\gamma_s|. \quad (12)$$

С учетом выражения (П.7), определяющего α_s (см. Приложение), $\gamma_{\text{нел}}$ запишется так:

$$\gamma_{\text{нел}} \approx \frac{c^2 m_i k_{\perp} \omega E_1^0}{2 B_0^2 e \cos^2 \theta_s} \left\{ \sin \delta - 2 \sin(\delta + \varphi) \text{ctg} \varphi \frac{k_{||}}{k_{\perp}} \right\}, \quad (13)$$

где φ – угол между плоскостями, в которых лежат волновые векторы \vec{k}_1^0 и \vec{k}_2 ; δ – угол между плоскостями векторов \vec{k}_1^0 и \vec{k} (см. рис. 1); θ_s – угол между волновым вектором \vec{k} и внешним магнитным полем \vec{B}_0 ; $k_{||}/k_{\perp} \ll 1$. Линейный декремент медленных магнитозвуковых волн [16]:

$$\gamma_s \approx - \left(\frac{\pi m_e}{8 m_i} \right)^{1/2} \frac{\omega_s^2}{|k_{||}| V_{Te}}. \quad (14)$$

Подставив (13) и (14) в (12), оценим величину порога неустойчивости по амплитуде волны накачки, т. е. амплитуде, с которой начинается раскачка магнитозвуковых колебаний:

$$E_1^0 \geq \left(\frac{\pi}{8}\right)^{1/2} \frac{2B_0^2 e m_e \cos^2 \theta_s}{c^2 m_i^2 k_{\perp} \sin \delta}. \quad (15)$$

Кроме амплитуды накачки, для начала генерации магнитного звука существенным параметром является угол θ относительно внешнего магнитного поля, под которым альфвеновская волна падает на модифицированную область ионосферы (углы δ и θ_s зависят от θ). Этот угол и законы сохранения (1) определяют всю геометрию задачи. Так

$\cos^2 \theta_s = \left(\frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}}\right)^2 \left(1 + \frac{k_{\parallel}^2}{k_{\perp}^2}\right)^{-1}$, углы δ и φ ограничены неравенством $0 < \delta + \varphi < \pi$, причем $0 < \delta < \pi/2$. Кроме того, пороговое значение $E_{1\text{пор}}^0$ слабо зависит от величины электронной температуры в области наблюдения ($\sim \sqrt{T_e}$). Заметим, что значение электрической компоненты в волне накачки может быть выражено через амплитуду массовой гидродинамической скорости, которая измерялась в эксперименте по доплеровскому сдвигу частоты отраженного радиолокационного сигнала:

$$\delta \vec{V} = \frac{c [\vec{E}_k^0, \vec{B}_0]}{B_0^2}. \quad (16)$$

При рассмотрении условий возникновения неустойчивости не учитывалась неоднородность плазмы, обусловленная гравитационным полем Земли.

3. Сравнение результатов с экспериментальными данными

Используем полученные оценки для интерпретации экспериментальных данных по ракурсной КВ диагностике искусственной турбулентности, в ходе которой наблюдались эффекты

модуляции интенсивности МОН при прохождении МГД волны. Схема и методика экспериментов подробно описаны в работах [4, 5, 7, 8]. Здесь же ограничимся, в качестве иллюстрации, рис. 2, на котором показаны запись скорости дрейфа искусственных неоднородностей в поле МГД волны (доплеровское смещение частоты, рис. 2, а) и вариации интенсивности обратно рассеянных пробных КВ сигналов, записанные в трех пространственно разнесенных лучах приемной антенной решетки (радиотелескоп УТР-2, рис. 2, б, в, г). Сопоставление динамики поведения скорости дрейфа неоднородностей и интенсивности рассеянного сигнала показывают их синхронность и коррелированность.

Как известно [17], интенсивность электромагнитного поля, рассеянного на резонансных неоднородностях диэлектрической проницаемости среды, $\epsilon(\vec{r}, \omega)$, пропорциональна спектральной плотности $\Phi_{\epsilon}(\vec{K})$ вариаций ϵ с пространственным периодом $\Lambda = \frac{2\pi}{|\vec{K}|} = \frac{\lambda}{2 \sin \vartheta/2}$,

где λ – длина электромагнитной волны, ϑ – угол рассеяния (в радиолокационном случае $\vartheta \approx \pi$, т. е. $\Lambda = \lambda/2$), $\vec{K} = \frac{2\pi}{\lambda}(\vec{m} - \vec{m}')$ – вектор рассеяния (\vec{m} и \vec{m}' – единичные векторы направления электромагнитной волны до и после рассеяния соответственно) [17]:

$$I(\vec{r}, t) = \frac{\kappa_0^4 A_0^2}{(4\pi)^2} \int_V \frac{\vec{q}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \Phi_{\epsilon}(\vec{K}(\vec{r}', t)) \sin^2 \chi(\vec{r}') dV'. \quad (17)$$

Здесь A_0 и $\vec{k}_0 = 2\pi\vec{m}/\lambda$ – амплитуда и волновой вектор диагностической электромагнитной волны; χ – угол между вектором поляризации волны и направлением рассеяния; $\vec{q}(\vec{r}')$ – единичный вектор, определяющий направление рассеяния из точки \vec{r}' в \vec{r} . Диэлектрическая проницаемость ионосферной плазмы для высокочастотных электромагнитных волн есть

$$\epsilon(\vec{r}, \omega) \approx 1 - \frac{4\pi e^2 n(\vec{r}, \omega)}{\omega^2 m_e}, \quad \text{следовательно,}$$

$$\delta \epsilon(\vec{r}, t) \approx \delta n(\vec{r}, t) = \int \delta n^{(2)}(\vec{k}, \omega^s(\vec{k})) \exp\{-i\omega^s t + i\vec{k}\vec{r}\} d\vec{k}.$$

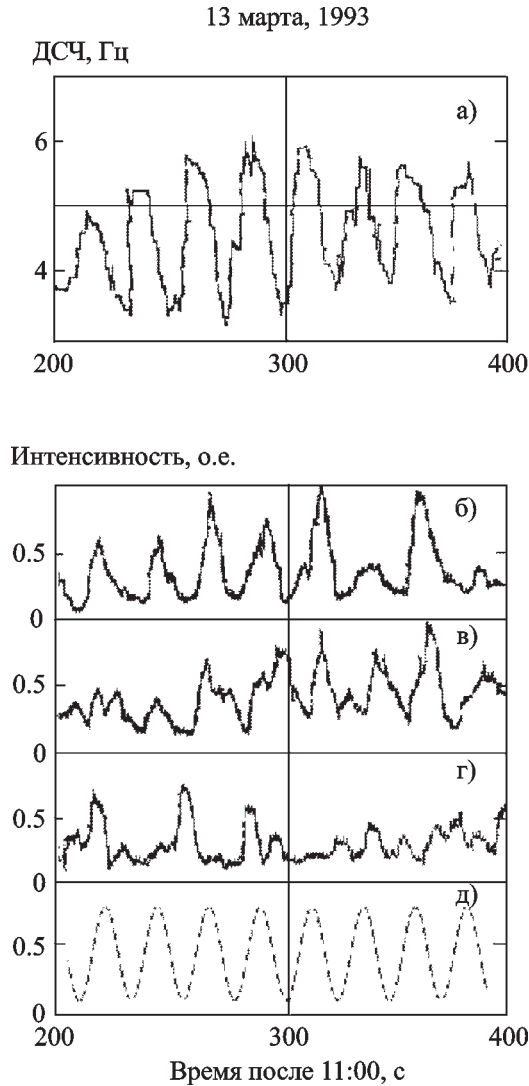


Рис. 2. а) – доплеровское смещение частоты сигнала диагностического радиолокатора как функция времени; б), в), г) – вариации интенсивности рассеянного диагностического сигнала в трех лучах диаграммы приемной антенны УТР-2 в зависимости от времени (относительные единицы); д) – относительные вариации интенсивности рассеянного диагностического сигнала (теоретическая модель при $\delta n^{(2)} = \text{const}$, $\omega^s = 0.13 \text{ c}^{-1}$; $|\vec{K} + \vec{k}^s| = 0.0133 \text{ м}^{-1}$; $|\vec{K} - \vec{k}^s| = 0.0127 \text{ м}^{-1}$)

Флуктуация плотности $\delta n^{(2)}(\vec{k}, \omega^s(\vec{k}))$, обусловленная магнитозвуковыми волнами, задается выражением (11), выделяющим одну гармонику с частотой $\omega^s \approx \omega_a^0/2$ и волновым век-

тором $(k_{\parallel}, \vec{k}_{\perp})$ при $k_{\parallel} \approx \frac{V_a}{2V_s} k_{\parallel}^0$. Интегрируя (17) в сферических координатах, после несложных преобразований получим:

$$I(\vec{r}, t) = \frac{\kappa_0^4 A_0^2 \sin^2 \chi \left(\frac{4\pi e^2}{m_e \omega_0^2} \right)^4 (\delta n^{(2)}(k^s, \omega^s))^2 \times \left[2 \cos(2\omega^s t) \frac{f(k_p R) f(k_m R)}{k_p^3 k_m^3} + \frac{f^2(k_p R)}{k_p^6} + \frac{f^2(k_m R)}{k_m^6} \right], \quad (18)$$

где $f(k_m) = \sin(k_m R) - k_m R \cos(k_m R)$; $f(k_p) = \sin(k_p R) - k_p R \cos(k_p R)$; $k_p = |\vec{K} + \vec{k}^s|$ и $k_m = |\vec{K} - \vec{k}^s|$. Как видно из (18), интенсивность рассеянного сигнала содержит “постоянный” пьедестал и гармоническую составляющую с частотой $2\omega^s \approx \omega_a^0$, умноженные на огибающую $\delta n^{(2)}(k^s, \omega^s; t)$. Если в ходе развития неустойчивости достигнута стабилизация и квазистационарное состояние, при котором $\delta n^{(2)} = \text{const}$, то вариации доплеровского смещения частоты и интенсивности диагностического радиосигнала будут характеризоваться одной и той же частотой, равной частоте исходной альфвеновской волны (рис. 2, а, д). Это и наблюдалось в эксперименте [7, 8], проведенном в условиях непрерывного нагрева ионосферы (рис. 2). МОН, которые формируются в результате распадного процесса $a_1 \rightarrow s + s_2$ на высотах 200 ÷ 400 км, характеризуются следующими параметрами: $L_{\parallel} \sim k_{\parallel}^{-1} \sim 10^3 \text{ м}$ (согласно формуле (5)); $L_{\perp} \sim k_{\perp}^{-1} \sim 5 \div 10 \text{ м}$ (см. предыдущий раздел). Чтобы сделать окончательный вывод о реальности рассмотренного механизма взаимодействия МГД волн с плазменными неоднородностями, следует сравнить амплитуды первичных альфвеновских волн, регистрируемые в эксперименте, с порогом развития неустойчивости (15). Гидродинамическая скорость смещения плазмы на частоте ω^a , измеренная по доплеровскому сдвигу частоты, состав-

ляла $\delta V = 8 \div 9.5$ м/с, что соответствует, согласно (16), электрической амплитуде $E_1^0 \approx 400 \div 500$ мкВ/м. Величину порога (15) при возможных значениях параметров в модифицированной области ионосферы для $h \approx 200 \div 500$ км ($\Omega_i \approx 2 \cdot 10^2$ с⁻¹) можно оценить, полагая для простоты $\cos^2 \theta_s / \sin \delta \sim 1$, как

$$E_{1\text{пор}}^0 \geq 8 \cdot 10^{-6} \text{ В/м.}$$

Соответствующее значение амплитуды скорости в “волне накачки” должно быть $\delta V^{\text{пор}} \geq 1$ м/с. Столь большой “запас прочности” по порогам развития неустойчивости позволяет в рамках этого же нелинейного механизма объяснить и эффект “эхо-рассеяния” [9]. В момент выключения нагревного стенда в модифицированной области ионосферы генерируется искусственный альфвеновский импульс, который уходит вдоль магнитной силовой линии в другое полушарие. Отразившись от сопряженной ионосферы, он возвращается примерно через 40 с к точке наблюдения и возбуждает новые мелкомасштабные МОН взамен успевших частично релаксировать (см. рис. 3, [9]). Для повторения процесса необходимы два условия: превышение альфвеновской волной порога неустойчивости и сохранение неизотермичности в бывшей “нагретой” области. Характерное время выравнивания температур в ионосфере, по-видимому, можно определить как интервал от выключения нагревного стенда до появления последнего всплеска рассеянного сигнала. Время развития неустойчивости (нарастание амплитуды флуктуаций δn , определяемое нелинейным инкрементом $\gamma_{\text{нел}}$), очевидно, существенно меньше. Его оценим из формулы (13), полагая $E_1^0 \sim 10^{-5}$ В/м, $k_{\perp} \sim 10^{-1}$ м⁻¹, $\sin \delta \sim 10^{-1}$, $\cos^2 \theta_s \sim 10^{-4}$:

$$\gamma_{\text{нел}} \sim 3 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}.$$

При такой скорости развития рассматриваемой неустойчивости величина $\delta n^{(2)}/n_0$ согласно (11) может вырасти с уровня $\sim 1\%$ (обычно наблюдаемый уровень тепловых флуктуаций электрон-

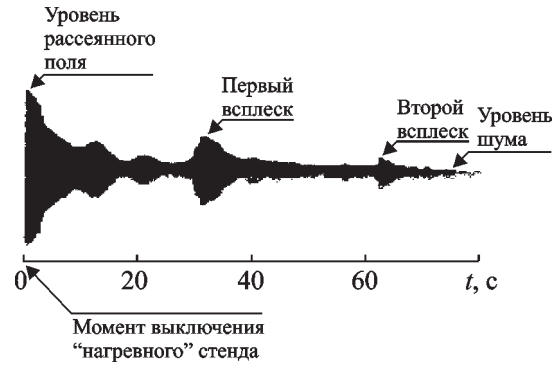


Рис. 3. Повторяющиеся всплески уровня рассеянного диагностического сигнала на стадии релаксации искусственной ионосферной турбулентности [9]

ной концентрации) до $\sim 10\%$ за 2 секунды.

4. Выводы

1. Рассмотренный трехволновой процесс способен создать в неизотермической плазме ионосферы неоднородности концентрации с амплитудой в несколько процентов. Временные и пространственные характеристики этих флуктуаций объясняют все особенности рассеяния радиолокационного сигнала в экспериментах по диагностике модифицированной ионосферы, в том числе вариации интенсивности диагностического излучения на частоте МГД волны.

2. Нелинейное взаимодействие альфвеновских и медленных магнитозвуковых волн в ионосфере обеспечивает эффективную передачу энергии от крупномасштабных возмущений в коротковолновую область и может рассматриваться как один из механизмов турбулизации ионосферы.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке EOARD в рамках партнерского проекта НТЦУ Р-072.

Приложение

Коэффициент α_s в системе (7) имеет вид:

$$\alpha_s = \frac{4\pi |S|}{\omega^s} \left(\frac{\partial \epsilon_{\parallel}}{\partial \omega} \right)^{-1}, \quad (\text{П.1})$$

где частота медленных магнитозвуковых волн ω^s определяется из дисперсионного уравнения

$$\epsilon_{\parallel} = 1 + \frac{1}{k^2 d^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{(\omega^s)^2} \cos^2 \theta_s = 0. \quad \text{Далее,}$$

$S = \frac{1}{2} [S_{ijm} + S_{imj}] e_i^*(\vec{k}) e_j(\vec{k}_2) e_m(\vec{k}_1)$ – свертка по векторам поляризации симметризованного матричного элемента для рассматриваемого трехволнового процесса. Нелинейный ток, пропорциональный квадратичным компонентам векторов электрического поля, можно найти из исходной системы уравнений (2) как

$$\vec{j}_k^{(2)} = \sum_{\beta} e_{\beta} \left(n_0 \vec{v}_k^{(2)} + \int n_{\beta k}^{(1)} \vec{v}_{\beta k}^{(1)} d\lambda + \dots \right) \quad (\text{П.2})$$

(суммирование по сортам частиц). Вторая поправка к фурье-компоненте гидродинамической скорости находится из (2):

$$\begin{aligned} \vec{v}_k^{(2)} = & \frac{V_a^4}{c^2 B_0^2 \omega} \left\{ \frac{c^2}{V_a^2} \int d\lambda \frac{\omega_1}{\omega_2} \left\{ \vec{k}_2 (\hat{\epsilon}(k_1) \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \vec{E}_2 (\hat{\epsilon}(k_1) \vec{E}_1 \cdot \vec{k}_2) \right\} + \frac{c^2}{V_a^2} \frac{V_s^2 \vec{k}}{\omega^2 - V_s^2 k^2} \times \right. \\ & \times \int d\lambda \frac{\omega_1}{\omega_2} \left\{ (k\vec{k}_2) (\hat{\epsilon}(k_1) \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2) - (k\vec{E}_2) (\hat{\epsilon}(k_1) \vec{E}_1 \cdot \vec{k}_2) \right\} + \\ & + \int d\lambda (\hat{\epsilon}(k_1) \vec{E}_1 \cdot [\vec{k}_{2\perp}, \vec{h}_0]) [\vec{h}_0, \hat{\epsilon}(k_2) \vec{E}_2] + \\ & + \int d\lambda \frac{V_s^2 \vec{k}_2}{\omega_2^2 - V_s^2 k_2^2} (\hat{\epsilon}(k_1) \vec{E}_1 \cdot [\vec{k}_{2\perp}, \vec{h}_0]) (\hat{\epsilon}(k_2) \vec{E}_2 \cdot [\vec{k}_{2\perp}, \vec{h}_0]) + \\ & + \frac{V_s^2 \vec{k}}{\omega^2 - V_s^2 k^2} \int d\lambda (\hat{\epsilon}(k_1) \vec{E}_1 \cdot [\vec{k}_{2\perp}, \vec{h}_0]) (\hat{\epsilon}(k_2) \vec{E}_2 \cdot [\vec{k}_1, \vec{h}_0]) + \\ & + \frac{V_s^2 \vec{k}}{\omega^2 - V_s^2 k^2} \int d\lambda \frac{V_s^2 (k\vec{k}_2)}{\omega_2^2 - V_s^2 k_2^2} (\hat{\epsilon}(k_1) \vec{E}_1 \cdot [\vec{k}_{2\perp}, \vec{h}_0]) \times \\ & \left. \times (\hat{\epsilon}(k_2) \vec{E}_2 \cdot [\vec{k}_{2\perp}, \vec{h}_0]) \right\}. \quad (\text{П.3}) \end{aligned}$$

Здесь $\hat{\epsilon}(k_i)$ – тензор диэлектрической проницаемости плазмы; индекс i пробегает значения 1, 2. Сравнивая (П.2) и (8) и учитывая (П.3), получим выражение для матричного элемента:

$$\begin{aligned} S_{ijm}(k, k_1, k_2) = & \frac{en_0 V_a^4}{c^2 B_0^2 \omega} \left\{ \frac{c^2}{V_a^2} \frac{\omega_1}{\omega_2} \left\{ k_{2l} \epsilon_{jm}(k_1) - \delta_{jl} \epsilon_{im}(k_1) k_{2l} \right\} + \right. \\ & + \frac{c^2}{V_a^2} \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{V_s^2 k_i}{\omega^2 - V_s^2 k^2} \left\{ (k_1 \vec{k}_2) \epsilon_{jm}(k_1) - k_j \epsilon_{lm}(k_1) k_{2l} \right\} + \\ & + (\epsilon_{lm}(k_1) \cdot [\vec{k}_{2\perp}, \vec{h}_0]) \delta_{i\mu s} h_{0\mu} \epsilon_{sj}(k_2) + \\ & + \frac{V_s^2 k_{2i}}{\omega_2^2 - V_s^2 k_2^2} (\epsilon_{lm}(k_1) \cdot [\vec{k}_{2\perp}, \vec{h}_0]) (\epsilon_{sj}(k_2) \cdot [\vec{k}_{\perp}, \vec{h}_0]) + \\ & + \frac{V_s^4 k_i (k\vec{k}_2)}{(\omega^2 - V_s^2 k^2) (\omega_2^2 - V_s^2 k_2^2)} \times \\ & \left. \times (\epsilon_{lm}(k_1) \cdot [\vec{k}_{2\perp}, \vec{h}_0]) (\epsilon_{sj}(k_2) \cdot [\vec{k}_{\perp}, \vec{h}_0]) \right\}. \quad (\text{П.4}) \end{aligned}$$

Векторы поляризации участвующих в процессе волн таковы [14]: для альфвеновских

$$\text{волн } \vec{e}(\vec{k}_1) = \frac{[\vec{k}_1, \vec{h}_0]}{\kappa_{1\perp}},$$

$$\text{нитозвуковых } - \vec{e}^s(\vec{k}) = \frac{\alpha \vec{k}_{\perp}}{\kappa_{\perp}} - \beta \vec{h}_0,$$

$$\vec{e}^s(\vec{k}_2) = \frac{\alpha_2 \vec{k}_{2\perp}}{\kappa_{2\perp}} - \beta_2 \vec{h}_0, \quad \text{где } \vec{k}_i = \frac{\vec{k}_i}{k_i},$$

$\alpha_i \approx \frac{V_s^2}{V_a^2} \kappa_{i\perp} \kappa_{i\parallel}$, $\beta_i \approx 1 - \frac{V_s^2}{V_a^2} \kappa_{i\perp} \kappa_{i\parallel}$, индекс i пробегает значения “немой индекс” и 2. Далее, симметризуя выражение (П.4) по двум последним индексам и произведя свертку по векторам поляризации, получим:

$$\begin{aligned} S(k, k_1, k_2) = & \frac{n_0 e c^2}{2 B_0^2 \omega} \left\{ \frac{\omega_1}{\omega_2} (\vec{h}_0 \cdot [\vec{k}_{2\perp}, \vec{k}_{1\perp}]) k_{2\perp} - \right. \\ & - (\vec{h}_0 \cdot [\vec{k}_{2\perp}, \vec{k}_{\perp}]) (\vec{k}_{2\perp}, \vec{k}_{1\perp}) \frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} k_{2\perp} - \\ & - \frac{V_s^2}{V_a^2} \frac{\omega_1}{\omega_2} \left\{ (\vec{h}_0 \cdot [\vec{k}_{2\perp}, \vec{k}_{1\perp}]) k_{\parallel} + (\vec{h}_0 \cdot [\vec{k}_{\perp}, \vec{k}_{1\perp}]) \right\} \times \\ & \times \left(\frac{V_s^2}{V_a^2} \frac{k_{2\perp}}{k_{1\perp}} k_{2\perp} - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_1^2} \frac{V_a^2}{c^2} k_{2\parallel} \right) + \\ & + (\vec{h}_0 \cdot [\vec{k}_{2\perp}, \vec{k}_{1\perp}]) \frac{(k\vec{k}_2)}{k_{\perp}^2} k_{\parallel} - \\ & \left. - (\vec{h}_0 \cdot [\vec{k}_{\perp}, \vec{k}_{1\perp}]) \left(k_{\parallel} + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_1^2} \frac{V_a^4}{V_s^2 c^2} \frac{k_{2\parallel}}{k_{\perp}} k_{\parallel} \right) \right\}. \quad (\text{П.5}) \end{aligned}$$

Основной вклад в выражение (П.5) дают первые два слагаемых с учетом величин параметров волн и соотношения скоростей ($V_a \gg V_s$). Принимая во внимание геометрию задачи (см. рис. 1), можно записать:

$$S(k, k_1, k_2) \approx \frac{n_0 e c^2 k_{2\perp}}{B_0^2 \omega} \left\{ \sin \varphi - 2 \sin(\delta + \varphi) \cos \varphi \frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \right\}. \quad (\text{П.6})$$

Перпендикулярные компоненты векторов $k_{2\perp}$ и k_{\perp} не являются независимыми. Связь между ними устанавливается соотношениями (1):

$$\frac{k_{\perp}}{\sin \varphi} = \frac{k_{2\perp}}{\sin \delta}.$$

Подставляя (П.6) в (П.1) и учитывая взаимосвязь $k_{2\perp}$ и k_{\perp} , получим окончательно:

$$\alpha_s \approx \frac{c^2 m_e k_{\perp} \omega}{2 B_0^2 e \cos^2 \theta_s} \left\{ \sin \delta - 2 \sin(\delta + \varphi) \operatorname{ctg} \varphi \frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \right\}. \quad (\text{П.7})$$

Литература

1. A. Bourdillon, J. Delloue, and J. Parent. *Radio Sci.* 1989, **24**, pp. 183-185.
2. M. J. Jarvis. *Planet. Space Sci.* 1988, **36**, pp. 733-745.
3. Н. Ф. Благовещенская, В. Я. Вовк, В. А. Корниенко, И. В. Москвин. *Геомагнетизм и аэрономия.* 1997, **37**, с. 70-78.
4. А. Ф. Беленов, П. В. Пономаренко, В. Г. Сеницын, Ю. М. Ямпольский. *Изв. вузов. Радиофизика.* 1993, **36**, с. 1089-1095.
5. A. F. Belenov, L. M. Erukhimov, P. V. Ponomarenko and Yu. M. Yampolski. *Journ. Atm. Terr. Phys.* 1997, **59**, pp. 2367-2372.

6. T. K. Yeoman, M. Lester, D. Orr and H. Lühr. *Planet. Space Sci.* 1990, **30**, pp. 1315-1325.
7. А. В. Зализовский, П. В. Пономаренко, Ю. М. Ямпольский. *Радиофизика и радиоастрономия.* 1997, **2**, с. 457-462.
8. P. Ponomarenko, Y. Yampolski, A. V. Zalizovski, D. L. Hysell, and O. Turnov. *J. Geophys. Res.* 2000, **105**, pp. 171-181.
9. Ю. М. Ямпольский. *Изв. вузов. Радиофизика.* 1989, **32**, с. 519-521.
10. В. Ю. Трахтенгерц, А. Я. Фельдштейн. В кн.: *Межпланетная среда и магнитосфера Земли.* Москва, Наука, 1982, 116 с.
11. М. Г. Гельберг. *Изв. вузов. Радиофизика.* 1987, **30**, с. 1301-1304.
12. В. А. Липеровский, М. Хакимова. *Изв. вузов. Радиофизика.* 1975, **18**, с. 833-839.
13. В. Ф. Алексин, В. Д. Ходусов. *УФЖ.* 1970, **15**, с. 1021-1028; *УФЖ,* 1971, **16**, с. 603-608; *УФЖ.* 1973, **18**, с. 1707-1715.
14. Ю. А. Сеницын. *Дисс. ... канд. физ.-мат. наук.* Москва, МФТИ, 1976.
15. В. Н. Цытович. *Нелинейные эффекты в плазме.* Москва, Наука, 1967.
16. А. В. Михайловский. *Теория плазменных неустойчивостей.* Т. 2. Москва, Атомиздат, 1976.
17. С. М. Рытов, Ю. А. Кравцов, В. И. Татарский. *Введение в статистическую радиофизику.* Ч. II. Москва, Физматгиз, 1976.

On a Non-Linear Interaction of MHD Waves with Small-Scale Ionospheric Irregularities

N. N. Gerasimova, V. G. Sinitin, and Yu. M. Yampolski

Discussed in the paper is a three – wave nonlinear process involving a transverse Alfvén wave and two slow magnetoacoustic modes. As has been shown, the temporal and spatial variations in electron density associated with the magnetic sound generated can be responsible for all features of HF diagnostic experiments in the non – isothermal plasma.