

## Поле радиального электрического диполя, расположенного на оси полубесконечного конуса с кольцевой щелью

Д. Б. Куриляк, З. Т. Назарчук

*Физико-механический институт НАН Украины,  
Украина, 79601, г. Львов, ул. Наукова, 5  
E-mail: kuryliak@ipm.lviv.ua; nazarch@ipm.lviv.ua*

*Статья поступила в редакцию 24 апреля 2001 г.*

На основе строгого решения методом “полуобращения” задачи дифракции на полубесконечном конусе с кольцевой щелью проведен анализ формирования поля, возбуждаемого радиальным электрическим диполем, расположенным на оси симметрии. Исследованы сопротивление излучения диполя, мощность его излучения в соединенные щелью конические области, а также диаграммы направленности.

На основі строгого розв'язку методом “напівобертання” задачі дифракції на напівнескінченному конусі з кільцевою щілиною проведено аналіз формування поля, збуджуваного радіальним електричним диполем, розміщеним на осі симетрії. Досліджено опір випромінювання диполя, потужність його випромінювання у сполучені щілиною конічні області, а також діаграми спрямованості.

### Введение

С физической точки зрения рассматриваемая структура является ключевой для анализа поля дифракционных решеток на конических поверхностях и создания частотно селективных рассеивающих поверхностей. Она играет важную роль при изучении процесса передачи электромагнитной энергии через элементы нерегулярных волноведущих трактов, в частности, для решения вопросов об их согласовании. Эта структура является хорошей моделью для исследования процессов взаимодействия полей с трещинами и определения признаков дефектности поверхностей переменной кривизны. Задача дифракции на конических поверхностях со щелями рассматривалась в [1], где использовался формализм метода рядов собственных функций. В связи с принципиальной важностью этой задачи как в теоретическом, так и в практическом аспек-

тах в настоящей статье предлагается ее строгое решение на основе разработанного ранее метода “полуобращения” [2, 3]. Основное внимание здесь уделено анализу малоизученных вопросов – исследованию влияния параметров задачи на проникновение потоков энергии электромагнитного поля в конические области, связанные щелью. Следует отметить, что даже в наиболее простой ситуации – при осесимметричном возбуждении – строгое решение этой задачи методом Винера-Хопфа получить не удастся.

### Формулировка и решение задачи

Пусть в сферической системе координат  $(r, \theta, \varphi)$  задана идеально проводящая коническая поверхность со щелью (рис. 1)

$$Q = \{r \in [0, c_1] \cup [c_2, \infty), \theta = \gamma, \varphi \in [0, 2\pi]\}. \quad (1)$$

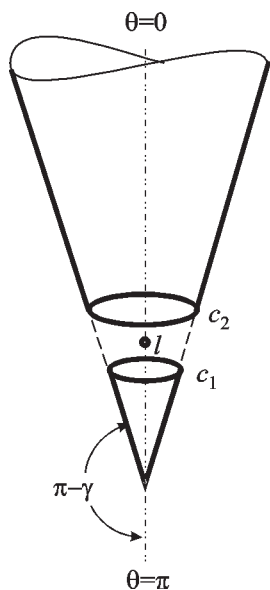


Рис. 1. Геометрия задачи

Рассмотрим дифракцию на поверхности (1) поля радиального электрического диполя, помещенного на оси симметрии конуса в точке с координатами  $r=l, \theta=0$ . Процессы дифракции описываются здесь одним скалярным потенциалом, удовлетворяющим уравнению Гельмгольца, граничным условиям, а также условиям излучения и Мейкснера на ребрах и вершине. Зависимость от времени задается множителем  $e^{-i\omega t}$ , который в дальнейшем опускается. Тогда решение рассматриваемой краевой задачи представим рядами собственных функций частичных областей:

$$U(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} P_{z_n-1/2}(\cos \theta) \left[ x_n^{(1)} \frac{K_{z_n}(\rho)}{K_{z_n}(\rho_1)} + x_n^{(2)} \frac{I_{z_n}(\rho)}{I_{z_n}(\rho_2)} \right], \quad (2)$$

$\rho, \theta \in D_2 : \{r \in (c_1, c_2), \theta \in [0, \pi]\};$

$$U(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} y_n^{(1,1)} P_{\nu_n-1/2}(\cos \theta) \frac{I_{\nu_n}(\rho)}{I_{\nu_n}(\rho_1)}, \quad (3a)$$

$\rho, \theta \in D_1^{(1)} : \{r \in [0, c_1), \theta \in [0, \gamma]\};$

$$U(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} y_n^{(1,2)} P_{\mu_n-1/2}(-\cos \theta) \frac{I_{\mu_n}(\rho)}{I_{\mu_n}(\rho_1)}, \quad (3b)$$

$\rho, \theta \in D_1^{(2)} : \{r \in [0, c_1), \theta \in [\gamma, \pi]\};$

$$U(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} y_n^{(3,1)} P_{\nu_n-1/2}(\cos \theta) \frac{K_{\nu_n}(\rho)}{K_{\nu_n}(\rho_2)}, \quad (4a)$$

$\rho, \theta \in D_3^{(1)} : \{r \in [c_2, \infty), \theta \in [0, \gamma]\};$

$$U(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} y_n^{(3,2)} P_{\mu_n-1/2}(-\cos \theta) \frac{K_{\mu_n}(\rho)}{K_{\mu_n}(\rho_2)}, \quad (4b)$$

$\rho, \theta \in D_3^{(2)} : \{r \in [c_2, \infty), \theta \in [\gamma, \pi]\};$

Здесь  $x_n^{(1)}, x_n^{(2)}, y_n^{(1,1)}, y_n^{(1,2)}, y_n^{(3,1)}, y_n^{(3,2)}$  – неизвестные коэффициенты разложения;  $\rho = sr$  ( $s = -ik$ ),  $k = k_1 + ik_2$  – волновое число,  $0 < k_2 \ll k_1$ ;  $\rho_1 = sc_1$ ;  $\rho_2 = sc_2$ ;  $I_{\nu}(\cdot), K_{\nu}(\cdot)$  – модифицированная функция Бесселя и функция Макдональда соответственно;  $z_n = n + 1/2$ ;  $P_{\nu-1/2}(\cdot)$  – функция Лежандра; индексы  $\nu_n, \mu_n$  – положительные корни трансцендентных уравнений  $P_{\nu-1/2}(\cos \gamma) = 0, P_{\mu-1/2}(-\cos \gamma) = 0$  соответственно.

Не нарушая общности, примем, что  $c_1 < l < c_2$  и, следовательно, выражение (2) описывает потенциал вторичного поля, а выражения (3), (4) – полное поле в конических областях. Требуемое представление потенциала поля диполя, возбуждающего конус (1), приведено в [3].

Следуя далее [2, 3], методом “полуобращения” сводим задачу к бесконечным системам линейных алгебраических уравнений (БСЛАУ) второго рода. Эти системы запишем в виде:

$$Y^{(1)} = A^{-1}(A - A_{11})Y^{(1)} - A^{-1}A_{12}Y^{(2)} + A^{-1}F^{(1)},$$

$$Y^{(2)} = A^{-1}(A - A_{22})Y^{(2)} - A^{-1}A_{21}Y^{(1)} + A^{-1}F^{(2)}. \quad (5)$$

Здесь неизвестные векторы  $Y^{(1)} = \{y_p^{(1)}\}_{p=1}^\infty$ ,  $Y^{(2)} = \{y_p^{(2)}\}_{p=1}^\infty$  связаны с коэффициентами разложения в (2) соотношениями:

$$y_p^{(i)} = q(z_p, \gamma) x_p^{(i)}, \quad i=1,2;$$

$$q(z_p, \gamma) = (z_p^2 - 0,25) P_{z_p-1/2}(\cos \gamma);$$

где  $A_{ij}$  – бесконечные матрицы, элементы которых записываются формулами:

$$a_{kp}^{(11)} = \frac{\rho_1 W[K_{z_p} I_{\xi_k}]_{\rho_1}}{\Delta_{kp} K_{z_p}(\rho_1) I_{\xi_k}(\rho_1)}, \quad (6a)$$

$$a_{kp}^{(12)} = \frac{\rho_1 W[I_{z_p} I_{\xi_k}]_{\rho_1}}{\Delta_{kp} I_{z_p}(\rho_1) I_{\xi_k}(\rho_1)};$$

$$a_{kp}^{(21)} = \frac{\rho_2 W[K_{\xi_k} K_{z_p}]_{\rho_2}}{\Delta_{kp} K_{\xi_k}(\rho_1) K_{\xi_k}(\rho_2)}, \quad (6b)$$

$$a_{kp}^{(22)} = \frac{\rho_2 W[K_{\xi_k} I_{z_p}]_{\rho_2}}{\Delta_{kp} K_{\xi_k}(\rho_2) I_{z_p}(\rho_2)},$$

причем  $\{\xi_n\}_{n=1}^\infty = \{v_p\}_{p=1}^\infty \cup \{\mu_k\}_{k=1}^\infty$  – возрастающая последовательность;  $\Delta_{kp} = \xi_k^2 - z_p^2$ ;  $W[\cdot]_{\rho}$  – вронсиан, содержащий функции с аргументом  $\rho$ .

Выражения для матричных элементов регуляризирующей пары операторов  $A$ ,  $A^{-1}$  приведены в [2, 3]. Известные векторы  $F^{(1)} = \{f_k^{(1)}\}_{k=1}^\infty$ ,  $F^{(2)} = \{f_k^{(2)}\}_{k=1}^\infty$  системы (5) записываются следующим образом:

$$f_k^{(1)} = -\frac{1}{\sqrt{\rho_0}} \sum_{p=1}^\infty A_p^{(0)} q(z_p, \gamma) K_{z_p}(\rho_0) I_{z_p}(\rho_1) \times \frac{\rho_1 W[I_{z_p} I_{\xi_k}]_{\rho_1}}{\Delta_{kp} I_{z_p}(\rho_1) I_{\xi_k}(\rho_1)}, \quad (7a)$$

$$f_k^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{\rho_0}} \sum_{p=1}^\infty A_p^{(0)} q(z_p, \gamma) I_{z_p}(\rho_0) K_{z_p}(\rho_2) \times \frac{\rho_2 W[K_{z_p} K_{\xi_k}]_{\rho_2}}{\Delta_{kp} K_{z_p}(\rho_2) K_{\xi_k}(\rho_2)}. \quad (7b)$$

Здесь  $A_p^{(0)} = A_0 z_p$ ,  $A_0 = 2P_0 Z/l$ ,  $P_0$  – момент диполя,  $Z$  – волновое сопротивление среды,  $\rho_0 = sl$ .

На основе асимптотических оценок матричных операторов находим, что решение БСЛАУ (5) существует в классе последовательностей

$$b(\sigma) : \{\|Y\| = \sup_n |x_n n^\sigma|, \lim_{n \rightarrow \infty} |x_n n^\sigma| = 0\},$$

где  $0 \leq \sigma < 1/2$ , и, следовательно, удовлетворяет условию Мейкснера на ребре. Это решение находится с наперед заданной точностью для произвольных параметров задачи, за исключением счетного множества их значений, при которых определитель рассматриваемой БСЛАУ равен нулю.

Неизвестные коэффициенты в формулах (3), (4) выражаются через решения БСЛАУ (5) и, например, для конических областей  $D_3^{(1)}$  и  $D_3^{(2)}$  имеют вид:

$$y_n^{(3,1)} = \pm \eta_n \alpha^\pm(\eta_n, \gamma) \left[ \sum_{p=1}^\infty \frac{y_p^{(2)}}{\eta_n^2 - z_p^2} + \sum_{p=1}^\infty \frac{y_p^{(1)}}{\eta_n^2 - z_p^2} \times \frac{K_{z_p}(\rho_2)}{K_{z_p}(\rho_1)} + \frac{A_0}{\sqrt{\rho_0}} \sum_{p=1}^\infty \frac{z_p q(z_p, \gamma)}{\eta_n^2 - z_p^2} I_{z_p}(\rho_0) K_{z_p}(\rho_1) \right], \quad (8)$$

где множитель  $\alpha^\pm(\eta_n, \gamma)$  определен в [3], а выражение для  $H_\varphi$ -компоненты поля в этих областях записывается следующим образом:

$$H_\varphi(r, \theta) = \pm \frac{ikZ^{-1}}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^\infty \frac{y_n^{(3,2)} P_{\eta_n-1/2}^1(\pm \cos \theta) K_{\eta_n}(\rho)}{K_{\eta_n}(\rho_1)}, \quad (9)$$

$r > c_2.$

Здесь верхние знаки и  $\eta_n = \nu_n$  соответствуют области  $0 \leq \theta \leq \gamma$ , а нижние знаки и  $\eta_n = \mu_n$  соответствуют  $\gamma \leq \theta \leq \pi$ .

Нормированные мощности излучения диполя в конических областях, ограниченных углами  $0 \leq \theta \leq \gamma$  и  $\gamma \leq \theta \leq \pi$ , определяются по формуле:

$$W_{\pm} = \frac{W(\gamma^{\pm})}{W_0} = \frac{3\pi Z^{-2}}{16P_0^2 k^2 \sin \gamma} \times \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{\left| y_n^{(3,1)} \right|^2 (\eta_n^2 - 1/4)}{\eta_n \left| K_{\eta_n}(\rho_2) \right|^2 P_{\eta_n - 1/2}^1(\pm \cos \gamma)} \times \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ P_{\eta - 1/2}(\pm \cos \gamma) \right]_{\eta = \eta_n} \right], \quad (10)$$

где  $W_0 = \frac{4}{3} \pi P_0^2 k^2 Z$  – мощность излучения диполя в свободном пространстве;  $\gamma^+ = \gamma$ ,  $\gamma^- = \pi - \gamma$ .

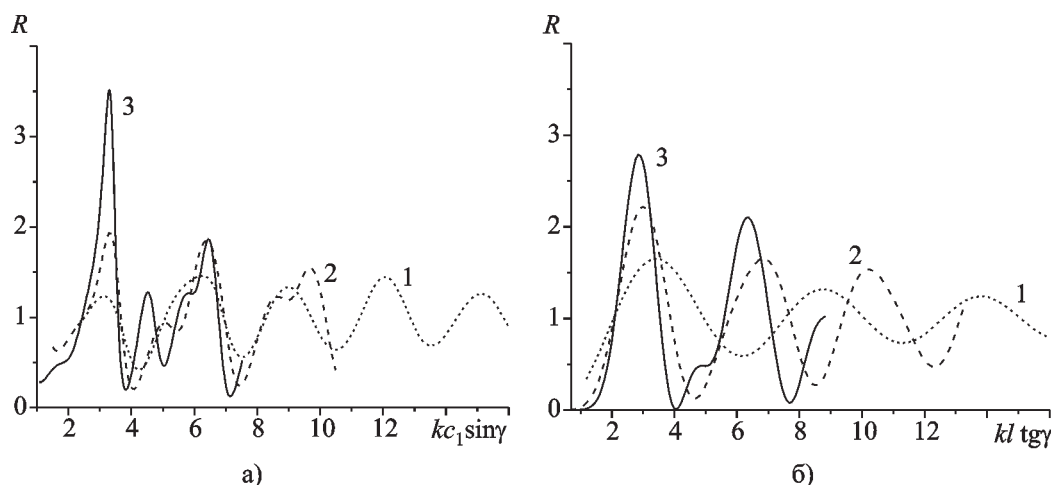
Тогда нормированное сопротивление излучения диполя в присутствии конуса со

щелью (1) записывается в виде:

$$R = W_+ + W_-. \quad (11)$$

### Численное моделирование

Для выяснения особенностей взаимодействия поля диполя с краями щели на конической поверхности определим вначале роль ее отдельных ребер на процесс рассеяния. При вычислениях принималось, что  $P_0 k = 0.25/\pi$  А,  $Z = 1$  Ом. Рассмотрим ситуацию, когда разность между радиальной координатой диполя и ребра конечного конуса, являющегося элементом структуры (1), фиксирована и намного меньше ширины щели. На рис. 2, а показана зависимость нормированного сопротивления излучения диполя от радиуса апертуры конечного конуса ( $kc_1 \sin \gamma$ ). Принимаем, что угол раскрытия  $\gamma$  и параметр  $kc_2$  в (1) – постоянные величины, а изменение радиуса апертуры происходит из-за изменения длины образующей при фиксированном значении  $(l - c_1) = \text{const}$ . В рамках этих ограничений увеличение параметра  $kc_1 \sin \gamma$  влечет за собой уменьшение ширины щели. При этом ее минимальная ширина составляет  $k(c_2 - c_1) = 3$ , а диполь расположен вне условной сферы, на



**Рис. 2.** Нормированное сопротивление излучения диполя  $R$  в присутствии конуса:

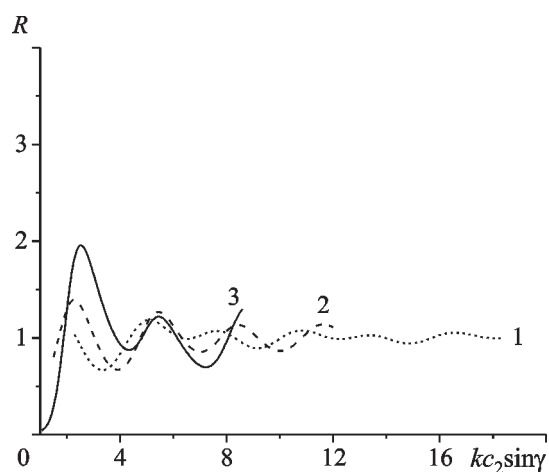
1 –  $\gamma = 50^\circ$ ; 2 –  $\gamma = 30^\circ$ ; 3 –  $\gamma = 21^\circ$ ; а) конус со щелью при  $kc_2 = 24$ ,  $k(l - c_1) = 0.05$ ; б) полубесконечный конус

которой лежит ребро конечного конуса ( $l > c_1$ ). Кривые на рис. 2, а с графической точностью совпадают с аналогичными зависимостями для конечного конуса. Следовательно, ребро усеченного конуса, содержащееся в (1), не влияет в этом случае на формирование сопротивления излучения  $R$ . Как видно из этого рисунка, нормированное сопротивление излучения диполя имеет осциллирующую зависимость от радиуса апертуры конечного конуса, а экстремумы осцилляций практически не зависят от угла раскрыва конуса. Максимумы на кривых образуются вблизи значений радиусов апертуры конечного конуса, кратных половине длины волны  $\lambda/2$ . Закономерность их появления хорошо видна на кривых 1 и 2. Кривая 3 на рис. 2, а свидетельствует о резком увеличении  $R$  в случае узкого конуса с радиусом апертуры, близким к  $\lambda/2$  ( $kc_1 \sin \gamma \sim 3.3$ ). Кроме этого, наблюдается появление глубоких минимумов, когда  $kc_1 \sin \gamma \sim 4.0$  и  $kc_1 \sin \gamma \sim 7.0$ . Более подробный анализ показал, что почти трехкратное увеличение нормированного сопротивления излучения диполя достигается в достаточно узком диапазоне углов раскрыва конуса  $19^\circ < \gamma < 23^\circ$  при  $(l - c_1) \sim 0.01\lambda$ . Размах осцилляций  $R$  уменьшается с увеличением  $\gamma$ , что видно из сопоставления кривых на рис. 2, а. В граничном случае  $\gamma \rightarrow 90^\circ$  нормированное сопротивление излучения диполя слабо осциллирует относительно  $R = 1$ ; осцилляции практически полностью исчезают при  $kc_1 \sin \gamma > 14$ . Ярко выраженные экстремумы  $R$  на рис. 2, а наблюдаются только при малых величинах разности параметров  $(l - c_1)$ . При  $(l - c_1) > \lambda/4$  их значения быстро убывают и  $R \rightarrow 1$ .

Для объяснения особенностей поведения  $R$  рассмотрим зависимость нормированного сопротивления излучения диполя, размещенного на оси полубесконечного конуса, от радиуса нормального к ней плоского сечения, проходящего через источник. В этом случае задача решается точно и определение характеристик поля сводится к табулированию функций. Соответствующие графики при фиксированных углах раскрыва полубесконечного конуса приведены на рис. 2, б. Сравнивая кривые на рис. 2, а, б, находим, что точки

экстремумов их осцилляций близки для узких конусов, т. е. в случае, когда радиус сечения полубесконечного конуса приближается к радиусу апертуры конечного конуса в структуре (1). Кроме того, главные максимумы значений  $R$  в обоих случаях наблюдаем при  $\gamma = 21^\circ$ . Суммируя эти результаты, можно утверждать, что осцилляции  $R$  как функции радиуса апертуры конечного конуса при  $(l - c_1) \rightarrow 0$  определяются в основном дифракционным взаимодействием диполя с освещенной поверхностью конечного конуса. Наличие края приводит к возрастанию главного максимума  $R$  приблизительно на 20 %, а также к появлению дополнительных лепестков осцилляций (см. кривые 3 на рис. 2, а, б).

Для изучения влияния усеченного конуса, содержащегося в (1), на нормированное сопротивление излучения диполя рассмотрим ситуацию, когда источник размещен вблизи апертуры, образованной срезом вершины ( $l < c_2$ ). Зависимости  $R$  от радиуса апертуры ( $kc_2 \sin \gamma$ ) приведены рис. 3. Изменение этого радиуса при фиксированном угле раскрыва конуса обеспечивается изменением координаты ребра при  $k(c_2 - l) = \text{const}$ . Здесь также считаем, что  $kc_1 = \text{const}$ , и в рамках сделанных ограничений увеличение параметра  $kc_2 \sin \gamma$  влечет за собой расширение щели.



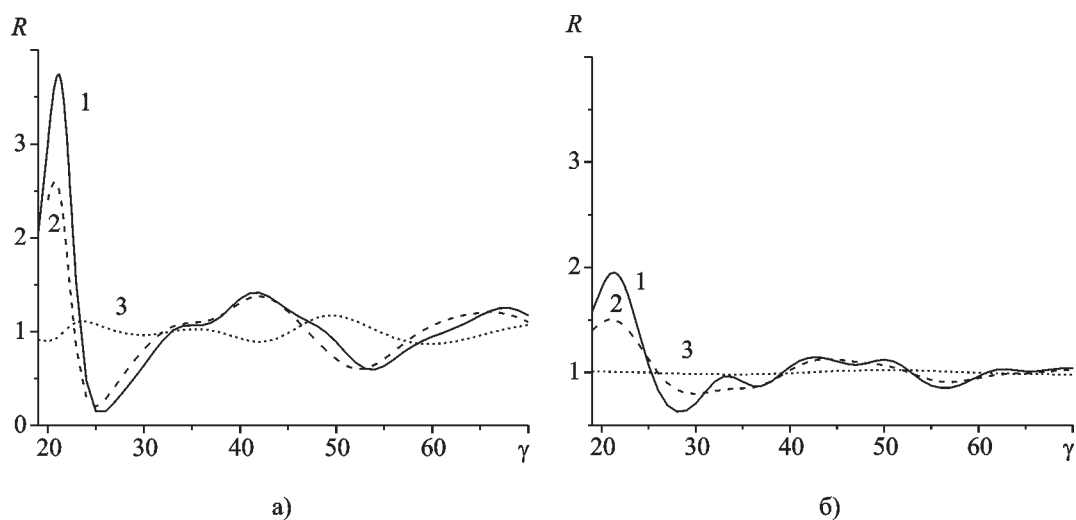
**Рис. 3.** Нормированное сопротивление излучения диполя в присутствии конуса со щелью при  $kc_1 = 0.3$ ,  $k(c_2 - l) = 0.05$ :  
1 –  $\gamma = 50^\circ$ ; 2 –  $\gamma = 30^\circ$ ; 3 –  $\gamma = 21^\circ$

(Ее минимальная ширина  $k(c_2 - c_1)$  не превышает 2.7). Кривые на рис. 3 с графической точностью совпадают с аналогичными зависимостями для полубесконечного конуса со срезанной вершиной. Следовательно, в рассматриваемом примере исключается влияние конечного конуса. В отличие от случая, когда диполь находится вблизи конечного конуса, здесь наблюдаем существенно меньшую амплитуду осцилляций  $R$ . Это, в частности, дополнительно подтверждает вывод о доминирующей роли освещенной поверхности конечного конуса в формировании нормированного сопротивления излучения диполя при  $(l - c_1) \rightarrow 0$ .

Зависимости нормированного сопротивления излучения диполя от угла раскрыва конуса со щелью для двух граничных случаев (диполь расположен вблизи апертуры конечного и усеченного конусов) показаны на рис. 4, а, б. Кривые 1 на этих рисунках вычислялись для таких значений параметров щели и источника, которые при углах раскрыва конуса  $\gamma = 21^\circ$  обеспечивают значения  $R$ , соответствующие главным максимумам кривых 3 на рис. 2, а и рис. 3. В двух рассматриваемых случаях (см. рис. 4, а, б) наблюдаются осциллирующие зависимости нормированного сопротив-

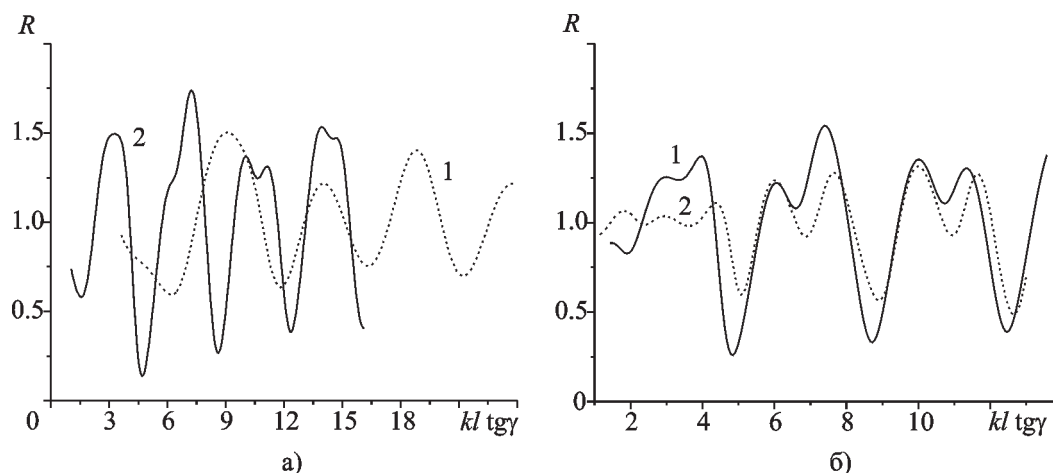
ления излучения диполя от угла раскрыва конуса. Амплитуды осцилляций быстро убывают при удалении диполя от апертуры, когда  $k(l - c_1) > \lambda/2$ ,  $k(c_2 - l) > \lambda/2$ .

Пусть теперь ширина щели на конусе (1) фиксирована ( $k(c_2 - c_1) = \text{const}$ ), а диполь расположен на оси симметрии конуса в центре среднего сечения щели (точка с радиальной координатой  $l = (c_1 + c_2)/2$ ,  $c_2 > c_1$ ). На рис. 5, а показана зависимость нормированного сопротивления излучения диполя от радиуса сечения ( $kl \text{tg} \gamma$ ) для узких щелей ( $k(c_2 - c_1) \sim 0.015\lambda$ ). Из-за малой ширины щели радиусы апертур конечного и усеченного конусов, содержащихся в (1), близки к радиусу среднего сечения щели. Сопоставляя кривые 1 и 2 на рис. 5, а с кривыми 1 и 2 на рис. 2, а и рис. 3, можем оценить совместное влияние конечного и усеченного полубесконечного конусов на формирование  $R$ . В результате находим, что образование узкой круговой щели на конической поверхности приводит к возмущению нормированного сопротивления излучения диполя на оси конечного конуса и влечет за собой уменьшение размаха осцилляций  $R$  и смещение положений экстремумов. Наиболее сильному влиянию подвергается величина  $R$  в слу-



**Рис. 4.** Зависимость нормированного сопротивления излучения диполя от угла раскрыва конуса со щелью: а)  $kc_2 = 24$ ,  $kc_1 = 9.2$  (1 –  $k(l - c_1) = 0.01$ ; 2 –  $k(l - c_1) = 0.3$ ; 3 –  $k(l - c_1) = 3.3$ ); б)  $kc_1 = 0.3$ ,  $kc_2 = 7.3$  (1 –  $k(c_2 - l) = 0.01$ ; 2 –  $k(c_2 - l) = 0.3$ ; 3 –  $k(c_2 - l) = 3.3$ )





**Рис. 5.** Зависимость нормированного сопротивления излучения диполя от размещения щели на конусе:  
 а)  $k(c_2 - c_1) = 0.1$ ;  $k(c_2 - l) = 0.05$  ( $1 - \gamma = 50^\circ$ ;  $2 - \gamma = 30^\circ$ );  
 б)  $\gamma = 30^\circ$  ( $1 - k(c_2 - c_1) = 1$ ,  $k(c_2 - l) = 0.5$ ;  $2 - k(c_2 - c_1) = 3$ ;  $k(c_2 - l) = 1.5$ )

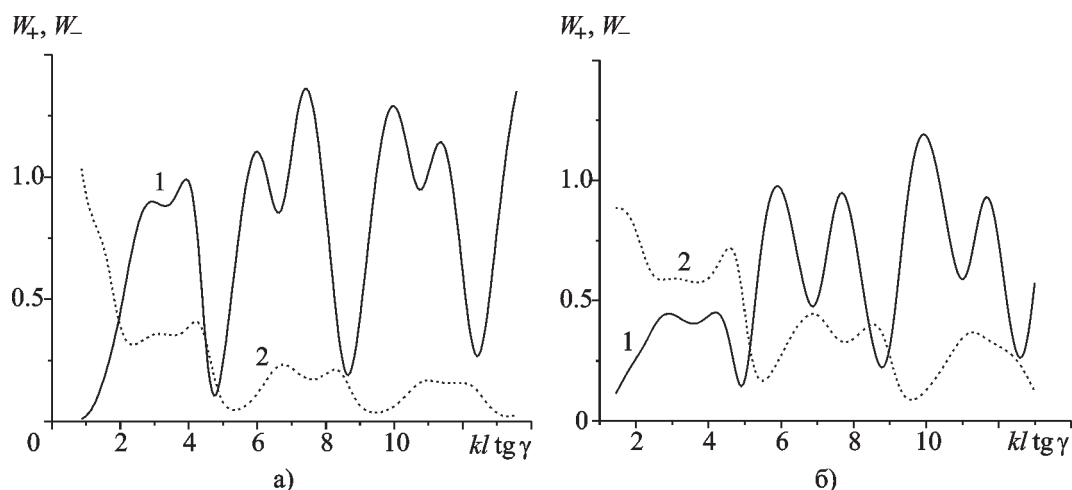
чае малых радиусов апертуры элементов структуры (1). Такое поведение нормированного сопротивления излучения диполя связано с тем, что именно при малых радиусах апертуры усеченный конус имеет наиболее сильное влияние на  $R$  (см. рис. 3).

Сравнивая кривую 2 на рис. 5, а с кривыми 1 и 2 на рис. 5, б, видим, что расширение щели приводит к расщеплению максимумов осцилляций  $R$ . Для объяснения этого эффекта рассмотрим нормированные мощности излучения диполя в отдельные конические области, связанные щелью. Графики, иллюстрирующие зависимость этих характеристик от радиуса среднего сечения щели, приведены на рис. 6. Здесь кривые 1 и 2 описывают нормированные мощности излучения  $W_+$  и  $W_-$  соответственно. (Сумма кривых, изображенных на рис. 6, а, определяет кривую 1 на рис. 5, б, а сумма кривых, изображенных на рис. 6, б, — кривую 2 на рис. 5, б). Сопоставляя кривые 1 с кривыми 2 на рис. 6 видим, что расщепление максимумов нормированного сопротивления излучения диполя, обусловленное расширением щели, формируется за счет того, что в точках расщепления падение нормированной мощности излучения, поступающего в круговое отверстие усеченного конуса, лишь частично компенсируется увеличением мощности излучения, проходящего в щель, т. е. в уг-

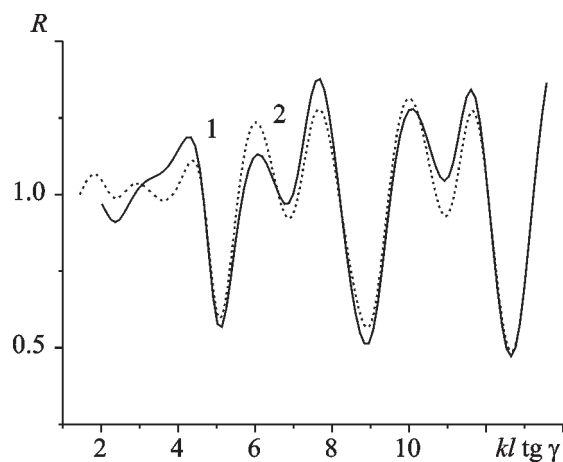
ловую область  $\gamma < \theta < \pi$ . Этот эффект можно интерпретировать как “конкуренцию” мощностей излучения диполя в круговое отверстие усеченного полубесконечного конуса и в щель на боковой поверхности.

Сравнение кривых 1 и 2 на рис. 6, а и 6, б, показывает также, что расширение щели приводит к увеличению нормированной энергии, излучаемой через щель, и уменьшению энергии, проникающей в круговое отверстие среза вершины. Из-за осцилляций  $W_+$ ,  $W_-$  возникают области значений радиусов среднего сечения щели, при которых нормированная мощность излучения диполя через щель преобладает над мощностью излучения через отверстие среза вершины полубесконечного конуса (области, где кривые 2 проходят выше кривых 1).

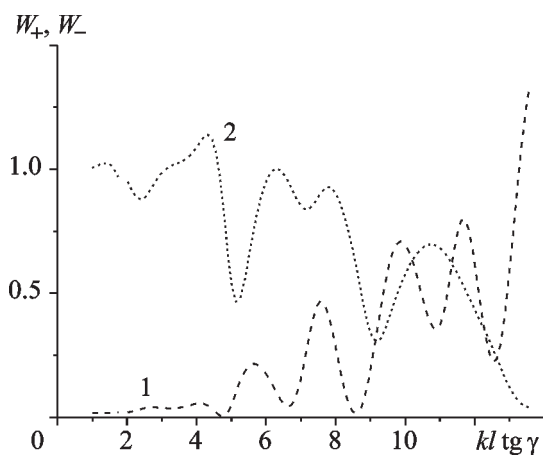
Такую же закономерность наблюдаем в случае, когда диполь смещен вдоль оси симметрии конуса (1) относительно среднего сечения щели. Это подтверждается данными, приведенными на рис. 7, 8. Кривая 1 на рис. 7 описывает зависимость нормированного сопротивления излучения диполя от радиуса сечения щели в точке размещения источника при фиксированных значениях параметров  $\gamma$ ,  $kc_2$  и  $k(l - c_1) = \text{const} < \lambda/4$ . Следовательно, увеличение параметра  $kl \text{tg} \gamma$  влечет за собой сужение щели. Кривая 2 на этом рисунке опи-



**Рис. 6.** Сравнение нормированной мощности излучения, проникающего в отверстие усеченного конуса, и нормированной мощности излучения, проходящего в щель, при  $\gamma = 30^\circ$ :  
 а)  $k(c_2 - l) = 0.5$ ;  $k(c_2 - c_1) = 1$ ; б)  $k(c_2 - l) = 1.5$ ;  $k(c_2 - c_1) = 3$ ; 1 –  $W_+$ , 2 –  $W_-$



**Рис. 7.** Нормированные сопротивления излучения диполя при  $\gamma = 30^\circ$ ,  $k(l - c_1) = 1.5$ :  
 1 –  $kc_2 = 24$ ; 2 –  $k(c_2 - c_1) = 3$



**Рис. 8.** Нормированные мощности излучения диполя в конические области при  $\gamma = 30^\circ$ ,  $kc_2 = 24$ ,  $k(l - c_1) = 1.5$ : 1 –  $W_+$ , 2 –  $W_-$

сывает аналогичную зависимость, но при фиксированной ширине щели. Сравнивая кривые 1 и 2 на рис. 7, находим, что нормированное сопротивление излучения диполя при  $k(l - c_1) < \lambda/4$  и ширине щели  $k(c_2 - c_1) \sim \lambda/2$  практически определяется электродинамической системой “конечный конус – диполь”. При этом ширина щели существенно влияет только на перераспределение излучаемой энергии в конические области, связанные

между собой щелью. Это хорошо видно из поведения кривых на рис. 8. Кривая 1 на этом рисунке иллюстрирует зависимость нормированной энергии, поступающей в круговое отверстие среза вершины полубесконечного конуса, при фиксированном радиусе, от параметра  $kl \operatorname{tg} \gamma$  при  $\gamma = \operatorname{const}$  и  $k(l - c_1) = \operatorname{const}$ . Следовательно, увеличение  $kl \operatorname{tg} \gamma$  в этих условиях ведет к приближению источника к отверстию срезанного конуса и сужению щели. Как



видно из поведения кривой 1 на рис. 8, поступление нормированной энергии в круговое отверстие среза вершины при этом имеет нарастающий осциллирующий характер. Важно отметить, что существуют такие размеры ширины щели и положения источника, при которых нормированная энергия излучения диполя практически не поступает в отверстие среза. Кривая 2 на рис. 8 имеет, как и следовало ожидать, противоположную тенденцию, т. е. сужение щели приводит к падению мощности излучения, проходящего в щель.

Влияние угла раскрыва конуса на нормированные мощности излучения в круговое отверстие усеченного полубесконечного конуса и в щель при различных размерах щели показано на рис. 9, а, б. В случае узких щелей (см. рис. 9, а) нормированная энергия, излучаемая диполем, практически полностью уходит в круговое отверстие усеченного конуса (кривая 1 во всем диапазоне изменения параметра  $\gamma$  лежит выше кривой 2). С увеличением  $\gamma$  величина  $W_+$  осциллирует и убывает, достигая минимума при  $\gamma \approx 38^\circ$ . При дальнейшем увеличении  $\gamma$  она медленно возрастает и переходит в слабые осцилляции относительно  $W_+ = 1$  ( $W_- \rightarrow 0$ ).

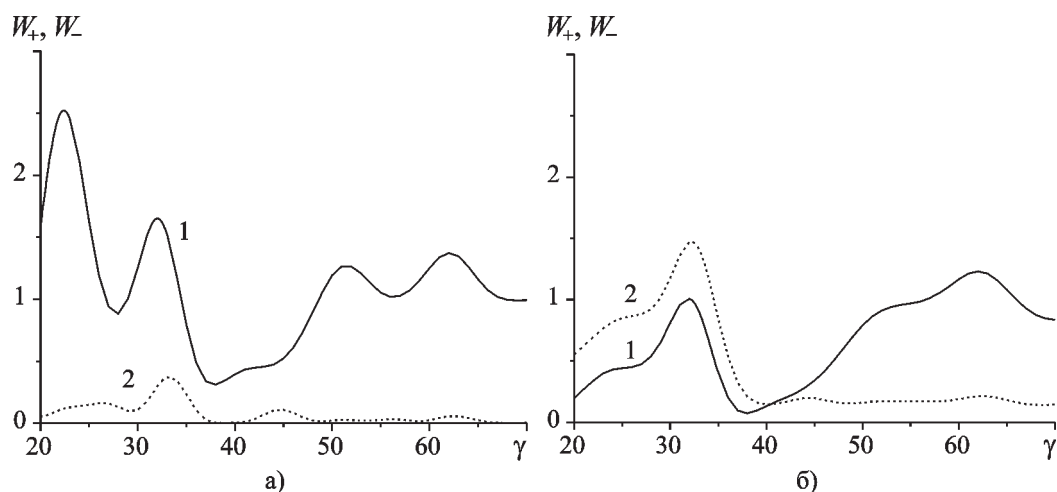
Кривые, приведенные на рис. 9, иллюстрируют ситуацию, в которой при помощи изме-

нения параметра  $\gamma$  можно регулировать величину нормированной мощности излучения в конечных областях. Сравнивая поведение кривых 1 и 2 на рис. 9, б, видим, что при фиксированной ширине щели и  $\gamma < 40^\circ$  нормированная мощность излучения в щель (кривая 2) превосходит нормированную мощность излучения, поступающего в круговое отверстие усеченного конуса. При  $\gamma > 40^\circ$  наблюдаем противоположный эффект. При этом величина  $W_-$  близка к нулю (несмотря на достаточно широкую щель,  $k(c_2 - c_1) = 3.1$ ), и практически весь поток энергии направляется в круговое отверстие усеченного конуса.

Анализ приведенных выше зависимостей энергетических характеристик излучения диполя в присутствии конуса (1) позволяет выявить особенности распределения поля в зоне излучения. В качестве примера на рис. 10 приведены диаграммы направленности конуса с кольцевой щелью, которые вычислялись по формуле

$$D(\theta) = \lim_{r \rightarrow \infty} |rH_\varphi(r, \theta)e^{-ikr}|. \quad (12)$$

Кривые 1 и 2 на рис. 10, а рассчитывались для случаев, когда параметры конуса и ис-

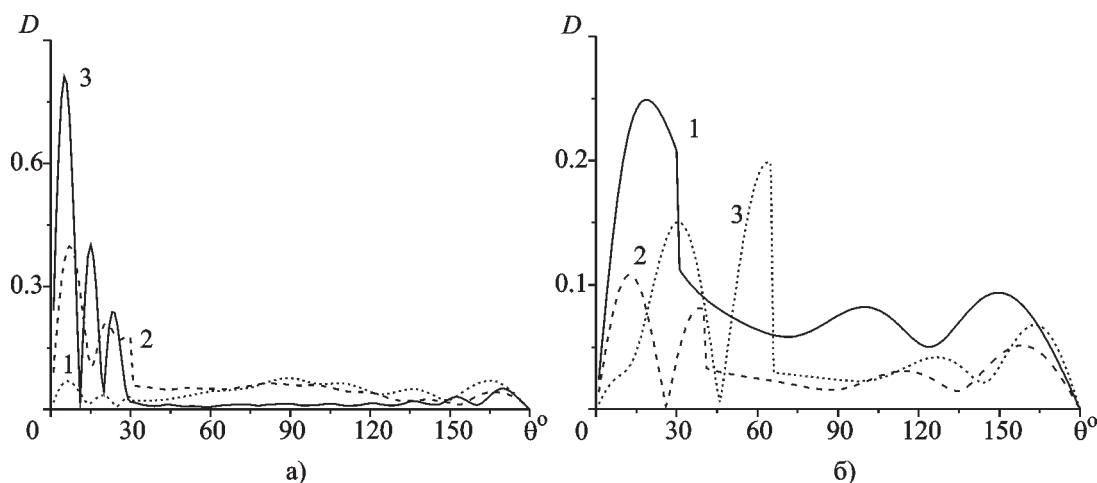


**Рис. 9.** Зависимость нормированных мощностей излучения, проходящего в отверстие усеченного конуса и боковую щель, от угла раскрыва конуса при  $kc_1 = 6.6$ ;  $k(l - c_1) = 0.01$  :  
 а)  $k(c_2 - c_1) = 0.1$ ; б)  $k(c_2 - c_1) = 3.1$ ; 1 –  $W_+$ , 2 –  $W_-$

точника обеспечивают достижение локальных экстремумов нормированной мощности излучения в круговое отверстие среза вершины полубесконечного конуса, а именно, минимума и максимума кривой 1 на рис. 8 при  $kl \operatorname{tg} \gamma = 8.6$  и  $kl \operatorname{tg} \gamma = 9.9$ . Как видно из этого рисунка, амплитуды лепестков кривой 2 превышают амплитуды лепестков кривой 1 в области  $0 \leq \theta \leq 30^\circ$ , что объясняется прохождением в эту область излучения с большей нормированной мощностью. При этом в угловой области  $30^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  кривые 1 и 2 на рис. 10, а практически совпадают, хотя соответствуют конусам с различной шириной щели. Это объясняется тем, что мощности излучения, прошедшего через щель в угловую область  $30^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ , для двух рассматриваемых случаев приблизительно равны, что подтверждается близкими значениями величины  $W_-$  при  $kl \operatorname{tg} \gamma = 8.6$  и  $kl \operatorname{tg} \gamma = 9.9$  (см. кривую 2 на рис. 8). Кривая 3 на рис. 10, а соответствует диаграмме направленности конуса (1), параметры которого обеспечивают распределение излучаемой мощности по коническим областям, связанным щелью, в том виде, как показано на рис. 8 в точке  $kl \operatorname{tg} \gamma = 13.5$ . Данный случай характеризуется существенным ростом мощности излучения, поступающего в отверстие усеченного конуса, и уменьшением мощности излучения в щель на боковой поверхности конуса. Это подтверждает ха-

рактер поведения кривой 3 на рис. 10, а, а именно, наблюдается рост лепестков диаграммы направленности в освещенной области  $0 \leq \theta \leq 30^\circ$  и очень слабое проникновение поля через кольцевую щель в область  $\gamma \leq \theta \leq \pi$  (кривая 3 проходит существенно ниже кривых 1 и 2 почти во всем угловом диапазоне этой области).

На рис. 10, б приведены диаграммы направленности конуса (1), параметры которого при фиксированных углах раскрытия  $\gamma$  обеспечивают распределение излучаемой диполем нормированной мощности, приведенное на рис. 9, б. Кривые 1 и 3 на рис. 10, б соответствуют случаям, когда значение мощности излучения в круговое отверстие среза вершины полубесконечного конуса близко к локальным максимумам кривой 1 на рис. 9, б. Эти особенности отражаются в диаграммах направленности, а именно, в обоих случаях наблюдаем высокий уровень лепестков в освещенной области  $0 < \theta < \gamma$ . При  $\theta > 65^\circ$  кривая 1 проходит выше кривой 3, что обусловлено увеличением нормированной мощности излучения в кольцевую щель на боковой поверхности конуса. Кривая 2 на рис. 10, б соответствует случаю, когда нормированные мощности излучения диполя в кольцевую щель и в отверстие среза полубесконечного конуса принимают минимальные значения. В этом случае



**Рис. 10.** Диаграммы направленности конуса с круговой щелью при возбуждении полем диполя:  
 а)  $\gamma = 30^\circ$ ,  $kc_2 = 24$ ,  $k(l - c_1) = 1.5$  (1 –  $kc_1 = 13.4$ ; 2 –  $kc_1 = 15.6$ ; 3 –  $kc_1 = 21.9$ );  
 б)  $kc_1 = 6.6$ ;  $k(c_2 - c_1) = 3.1$  (1 –  $\gamma = 30^\circ$ , 2 –  $\gamma = 40^\circ$ , 3 –  $\gamma = 65^\circ$ )

наблюдается существенное понижение уровня поля во всей области.

### Заключение

Обнаружен эффект резкого (более чем в 3 раза) увеличения нормированной мощности излучения радиального электрического диполя вне узкого ( $19^\circ < \gamma < 23^\circ$ ) конечного конического рупора с радиусом апертуры порядка  $\lambda/2$ . Выявлен также эффект расщепления максимумов осцилляций нормированного сопротивления излучения диполя при увеличении ширины круговой щели, обусловленный “конкуренцией” мощностей излучения в отдельные конические области, связанные щелью. При фиксированной ширине щели на конической поверхности переключение доминантного потока энергии, излучаемой диполем в щель и в усеченный конус, можно осуществить, изменяя раскрыв конуса. В частности, таким способом можно практически “закрыть” щель в боковой поверхности конуса.

Полученные закономерности поведения энергетических характеристик позволяют обоснованно подойти к выбору параметров конуса при формировании диаграмм направленно-

сти, в частности, регулировать формирование поля в отдельных конических областях, связанных щелью.

### Литература

1. Антенные решетки. Под. ред. С. С. Чавдарова. Ростов, Изд-во Ростовского университета, 1977, 184 с.
2. Д. Б. Куриляк, З. Т. Назарчук. Радиофизика и Радиоастрономия. 2000, 5, №1, с. 29-37.
3. Д. Б. Куриляк. Радиофизика и Радиоастрономия. 1999, 4, №2, с. 121-128.

### Axially-Symmetric Excitation of Semi-Infinite Cone with Ring Slot by Vertical Electric Dipole

D. B. Kuryliak, Z. T. Nazarchuk

The problem of the axially-symmetric diffraction on a perfectly conducting semi-infinite cone with a ring slot is considered using the semi-inversion technique for rigorous solution. The numerical analysis is applied for the investigation of the electrical dipole power radiation through the slot.