

Алгоритм восстановления “освещенной” части выпуклой идеально проводящей поверхности

О. И. Сухаревский, А. В. Музыченко

*Харьковский военный университет,
61043, г. Харьков, пл. Свободы, 6*

Статья поступила в редакцию 12 августа 2000 г.

В статье описывается итерационная процедура восстановления формы объекта больших электрических размеров путем последовательного продвижения во времени. Процедура основана на сравнении в каждый момент времени расчетных значений переходной характеристики объекта со значениями переходной характеристики, полученной в результате эксперимента, и определении невязки между ними. На ее основе производится уточнение формы объекта.

С помощью описанного метода восстановлена форма “освещенных” частей сферы и трехосного эллипсоида при различных соотношениях между полуосями для случаев осевого зондирования.

У статті описується ітераційна процедура відновлення форми об'єкта великих електричних розмірів шляхом послідовного просування у часі. Процедура заснована на порівнянні в кожний момент часу розрахункових значень перехідної характеристики об'єкта зі значеннями перехідної характеристики, отриманої в результаті експерименту і визначенні різниці між ними. На її основі робиться уточнення форми об'єкта.

За допомогою описаного методу проведено відновлення форми “освітлених” частин сфери та тривісного еліпсоїда при різних співвідношеннях між півосями для випадків осевого зондування.

Введение

При рассмотрении ряда радиолокационных и электродинамических задач возникает необходимость определения геометрической формы рассеивателя по локационной информации. Для решения таких задач был предложен целый ряд подходов. К ним относятся, например, методы, основанные на связи импульсного отклика объекта со второй производной профильной функции его поверхности [1, 2]. В работах [3, 4] был развит подход, базирующийся на использовании поляризационной информации. В работе [5] описаны метод последовательного продвижения во времени и итеративный метод восстановления поверхности идеально проводящего выпуклого тела вращения, размеры которого находятся в резонансном диапазоне, на основе решения нестационарного интегрального уравнения для плотности поверхностного тока. Однако применимость упомянутых выше методов ограничена простыми геометрическими формами (тела вращения) и резонансными размерами объектов.

В настоящей статье предлагается методика восстановления “освещенной” части выпуклого идеально проводящего объекта, геометрические размеры и радиусы кривизны которого много больше длины зондирующей электромагнитной волны. Методика основана на связи геометрии поверхности рассеивателя с высокочастотной аппроксимацией его переходной характеристики (ПХ) [6]. Информация, полученная посредством полного поляризационного приема, позволяет определить главные кривизны поверхности объекта в “блестящей” точке, а также ориентацию главных направлений. Получение указанной информации основано на итерировании уравнения Фока относительно плотности тока на поверхности идеально проводящего рассеивателя и определении двух членов лучевой асимптотики для рассеянного поля в общем случае бистатической локации (разнесенного приема) [7]. Это позволяет построить для восстанавливаемой поверхности соприкасающийся параболоид с вершиной в точке стационарной фазы, который принимается за начальное приближение

восстанавливаемой поверхности вблизи этой точки. Далее производится ряд шагов во времени, на каждом из которых искомая поверхность сначала аппроксимируется линейчатой поверхностью, затем уточняется при помощи поправки, определяемой по разнице значений реальной ПХ объекта и рассчитанной по уже восстановленной поверхности. Реальную ПХ можно определить, зная зондирующий и отраженный сигналы, например, решая уравнение свертки:

$$\Omega(t) = \int_{-\infty}^t \Omega'_0(\tau) H(t-\tau) d\tau,$$

где $\Omega'_0(t)$ – производная по времени зондирующего сигнала, $\Omega(t)$ – отраженный сигнал, $H(t)$ – ПХ рассеивателя.

Процедура продолжается до момента достижения границы “освещенной” части объекта.

1. Определение главных кривизн в “блестящей” точке

Алгоритм получения главных кривизн и ориентации главных направлений в “блестящей” точке основан на итерировании уравнения Фока, полученного в предположении выпуклости поверхности объекта [7]. Методика, разработанная в [7], позволяет оценить два члена лучевого разложения в общем бистатистическом случае. В результате получим для вектора магнитной напряженности рассеянного поля:

$$\vec{H}(t) = \vec{A}_0 \Omega_0(t-t_3) + \vec{A}_1 \Omega_1(t-t_3),$$

где функция $\Omega_0(t)$ описывает временную структуру зондирующего сигнала; t_3 – время запаздывания отраженного сигнала; $\Omega_1(t) = \int_0^t \Omega_0(\tau) d\tau$; \vec{A}_0 ,

\vec{A}_1 – векторные коэффициенты лучевого разложения, направления которых зависят от ориентации главных направлений в “блестящей” точке $\vec{\tau}_1$, $\vec{\tau}_2$ и от поляризации вектора магнитной напряженности рассеянной волны $\vec{p}_{\text{отр}}^0$:

$$\vec{A}_0 = \frac{1}{2d\sqrt{\kappa_1\kappa_2}} \vec{p}_{\text{отр}}^0,$$

$$\vec{A}_1 = \frac{1}{4d\sqrt{\kappa_1\kappa_2} \cos \theta} \left[-\vec{\tau}_1 V_{12}(\theta) \cos \theta + \vec{\tau}_2 V_{11}(\theta) \cos \theta - \vec{n}_0 (V_{11}(\theta) \sin \alpha - V_{12}(\theta) \cos \alpha) \sin \theta - \frac{\vec{p}_{\text{отр}}^0}{2} (\kappa_1 + \kappa_2) \right].$$

Здесь θ – половина угла разноса; κ_1, κ_2 – главные кривизны в точке стационарной фазы поверхности рассеивателя; α – угол между ортом $\vec{\tau}_1$ и проекцией орта \vec{R}_0 направления зондирования на плоскость, проходящую через орты $\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2$ главных направлений в точке стационарной фазы; \vec{n}_0 – орт внешней нормали к поверхности рассеивателя в “блестящей” точке; d – расстояние от точки приема до объекта;

$$V_{11}(\theta) = \Phi_0(\theta) \left[\frac{p_1^0 \kappa_2}{2} \sin 2\alpha - \frac{p_2^0 (\kappa_1 + \kappa_2)}{4} \cos 2\alpha \right] + \frac{p_2^0}{4} (\kappa_2 - \kappa_1) \Phi_1(\theta);$$

$$V_{12}(\theta) = \Phi_0(\theta) \left[-\frac{p_2^0 \kappa_1}{2} \sin 2\alpha - \frac{p_1^0 (\kappa_1 + \kappa_2)}{4} \cos 2\alpha \right] + \frac{p_1^0}{4} (\kappa_2 - \kappa_1) \Phi_1(\theta),$$

$$\Phi_0(\theta) = 2 \left[\frac{\text{tg}^2 \theta / 2}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \left(2 + \frac{3 \sin^2 \theta - 2}{\cos^3 \theta} \right) \right];$$

$$\Phi_0(0) = 0; \quad \Phi_1(\theta) = 2 \frac{1 + \cos^2 \theta}{\cos^3 \theta}.$$

Рассмотрим частный случай совмещенного приема, когда $\theta = 0^\circ$. Учитывая, что в этом случае $\vec{p}_{\text{отр}}^0 = \vec{p}^0$, где \vec{p}^0 – орт поляризации, соответствующий направлению вектора магнитной напряжен-

ности зондирующей волны, получим:

$$\vec{A}_0 = \frac{1}{2d\sqrt{\kappa_1\kappa_2}} \vec{p}^0,$$

$$\vec{A}_1 = \frac{1}{4d\sqrt{\kappa_1\kappa_2}} \left[-\bar{\tau}_1(\kappa_2 - \kappa_1) \cos \beta + \bar{\tau}_2(\kappa_2 - \kappa_1) \sin \beta - \frac{\vec{p}^0}{2}(\kappa_2 + \kappa_1) \right],$$

где β – угол между ортами \vec{p}^0 и $\bar{\tau}_1$ ($0 \leq \beta \leq \pi$).

Таким образом, получены выражения для векторных коэффициентов \vec{A}_0 и \vec{A}_1 , которые дают решение задачи рассеяния электромагнитной волны гладким выпуклым идеально проводящим телом больших электрических размеров и содержат искомые величины κ_1 , κ_2 и β .

Перейдем теперь к решению обратной задачи – будем искать геометрические параметры поверхности рассеивателя κ_1 , κ_2 и β в точке стационарной фазы.

Учитывая вид векторной зависимости коэффициентов \vec{A}_0 и \vec{A}_1 , целесообразно проводить прием двух ортогональных поляризаций: \vec{p}^0 и \vec{p}_\perp^0 . В результате получим выражения для соответствующих проекций:

$$\begin{aligned} (\vec{H} \cdot \vec{p}^0) &= \frac{1}{2d\sqrt{\kappa_1\kappa_2}} \Omega_0(t-t_3) + \\ &+ \frac{(\kappa_1 - \kappa_2) \cos 2\beta - (\kappa_1 + \kappa_2)/2}{4d\sqrt{\kappa_1\kappa_2}} \Omega_1(t-t_3), \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$(\vec{H} \cdot \vec{p}_\perp^0) = \frac{\sin 2\beta}{4d\sqrt{\kappa_1\kappa_2}} (\kappa_2 - \kappa_1) \Omega_1(t-t_3). \quad (1.2)$$

Введем следующие обозначения:

$$B = \frac{1}{2d\sqrt{\kappa_1\kappa_2}}, \quad C = \frac{(\kappa_1 - \kappa_2) \cos 2\beta - (\kappa_1 + \kappa_2)/2}{4d\sqrt{\kappa_1\kappa_2}},$$

$$D = \frac{\sin 2\beta}{4d\sqrt{\kappa_1\kappa_2}} (\kappa_2 - \kappa_1).$$

Таким образом, введенные константы зависят от трех подлежащих нахождению параметров задачи – главных кривизн κ_1 , κ_2 и угла β .

С учетом введенных обозначений равенства (1.1), (1.2) примут вид:

$$\Omega_{np}(t-t_3) = B\Omega_0(t-t_3) + C\Omega_1(t-t_3), \quad (1.3)$$

$$\Omega_{np1}(t-t_3) = D\Omega_1(t-t_3), \quad (1.4)$$

где $\Omega_{np}(t)$ описывает временную структуру принятого сигнала с поляризацией \vec{p}^0 , а $\Omega_{np1}(t)$ – с поляризацией \vec{p}_\perp^0 .

Из соотношений (1.3), (1.4), дискретизируя их по времени, можно получить две переопределенные системы линейных алгебраических уравнений: первую – для определения B и C , вторую – для определения D . Тогда i -е уравнение первой системы имеет вид

$$B\Omega_0(\tau_i) + C\Omega_1(\tau_i) = \Omega_{np}(\tau_i),$$

а i -е уравнение второй системы –

$$D\Omega_1(\tau_i) = \Omega_{np1}(\tau_i),$$

где $\tau_i = t_i - t_3$ ($1 \leq i \leq n$) – соответствующие временные отсчеты значений $\Omega_{np}(\tau_i)$, $\Omega_{np1}(\tau_i)$, $\Omega_1(\tau_i)$, $\Omega_0(\tau_i)$.

Решения полученных систем уравнений найдем из условия минимизации среднеквадратичной ошибки:

$$D = \frac{m}{k}, \quad C = \frac{af - bl}{ak - b^2}, \quad B = \frac{l - bC}{a},$$

$$\text{где } a = \sum_{i=1}^n \Omega_0^2(\tau_i), \quad b = \sum_{i=1}^n \Omega_0(\tau_i)\Omega_1(\tau_i),$$

$$l = \sum_{i=1}^n \Omega_{np}(\tau_i) \Omega_0(\tau_i), \quad f = \sum_{i=1}^n \Omega_{np}(\tau_i) \Omega_1(\tau_i),$$

$$m = \sum_{i=1}^n \Omega_{np1}(\tau_i) \Omega_1(\tau_i), \quad k = \sum_{i=1}^n \Omega_1^2(\tau_i).$$

После того, как определены приближенные значения B , C и D , можно попытаться найти величины κ_1 , κ_2 и β из соотношений:

$$\frac{1}{2d\sqrt{\kappa_1\kappa_2}} = B,$$

$$\frac{(\kappa_1 - \kappa_2) \cos 2\beta - \frac{1}{2}(\kappa_1 + \kappa_2)}{4d\sqrt{\kappa_1\kappa_2}} = C, \quad (1.5)$$

$$\frac{(\kappa_2 - \kappa_1) \sin 2\beta}{4d\sqrt{\kappa_1\kappa_2}} = D,$$

в совокупности составляющих систему из трех уравнений относительно трех неизвестных параметров. Введем обозначение: $w = \kappa_1 + \kappa_2$. Решая систему (1.5), получим:

$$\kappa_1 = \frac{w}{2} + \frac{1}{dB} \sqrt{w^2 d^2 B^2 - 1},$$

$$\kappa_2 = \frac{w}{2} - \frac{1}{dB} \sqrt{w^2 d^2 B^2 - 1},$$

$$\cos 2\beta = \frac{4dC\sqrt{\kappa_1\kappa_2} + \frac{1}{2}(\kappa_1 + \kappa_2)}{\kappa_1 - \kappa_2} \quad (\kappa_1 \neq \kappa_2),$$

$$\beta = \begin{cases} \frac{1}{2} \arcsin \frac{4dD\sqrt{\kappa_1\kappa_2}}{\kappa_2 - \kappa_1}, & \text{при } \cos 2\beta \geq 0, \\ \pi - \frac{1}{2} \arcsin \frac{4dD\sqrt{\kappa_1\kappa_2}}{\kappa_2 - \kappa_1}, & \text{при } \cos 2\beta < 0, \end{cases}$$

где $w = \frac{4}{3B} \left[C + \sqrt{4C^2 + 3 \left(D^2 + \frac{1}{4d^2} \right)} \right]$.

Из полученных формул видно, что необходимым условием для определения главных кривизн κ_1 , κ_2 является неотрицательное значение выражения, стоящего под знаком радикала в формуле для w . Это условие будет выполняться при $L/\lambda \gg 1$, где L – характерный размер объекта, т. к. B , C и D получены из коротковолновой асимптотики рассеянного поля. Если ошибки измерений приводят к отрицательному значению выражения под радикалом, решение системы (1.5) следует искать приближенно, минимизируя сумму квадратов невязок левых и правых частей уравнений системы при условии неотрицательности κ_1 , κ_2 .

Таким образом, при совмещенном приеме двух ортогональных поляризаций можно получить величины главных кривизн и ориентацию главных направлений в “блестящей” точке поверхности рассеивателя.

2. Алгоритм восстановления “освещенной” части поверхности объекта

Восстановление поверхности производится в системе координат, связанной с объектом. Центр ее находится в точке стационарной фазы, ось z совпадает с направлением зондирования. Вдоль этой оси отсчитывается текущее время распространения волны и продольная координата. Оси x и y образуют с осью z правую тройку ортогональных векторов и направлены вдоль главных осей поверхности в “блестящей” точке. Восстанавливаемая поверхность будет задаваться в каждом временном сечении $z = t$ полярными координатами ρ , φ :

$$\rho = \rho(\varphi, t) \quad (0 \leq \varphi < 2\pi).$$

Будем считать, что вблизи точки стационарной фазы искомая поверхность достаточно хорошо аппроксимируется соприкасающимся параболоидом, который задается уравнением

$$z = ax^2 + by^2,$$

где a и b – главные кривизны поверхности в “блестящей” точке (алгоритм их определения описан выше). Выберем такое значение t_0 , чтобы при $z \leq t_0$ имела место указанная аппроксимация.

В каждом конкретном случае величину t_0 нужно выбирать исходя из абсолютных значений кривизн и соотношения между ними. Анализ результатов показал, что если кривизны одинаковы или отличаются незначительно (единицы процентов), то величину t_0 можно взять достаточно малой для повышения точности вычислений. Фактически, в этом случае величины t_0 и Δt определяются имеющимися вычислительными ресурсами. Если же значения кривизн отличаются сильно, то величину t_0 нельзя выбирать очень малой: в этой ситуации главные сечения поверхности объекта различаются достаточно значительно, а разница главных сечений параболоида убывает с уменьшением высоты. Это приводит к ухудшению начального приближения искомой поверхности, что снижает точность процедуры восстановления в целом. Анализ показал, что приемлемая точность обеспечивается при $t_0 = 0.1\kappa_{\max}^{-1} \div 0.3\kappa_{\max}^{-1}$, где κ_{\max} – наибольшее значение главной кривизны в “блестящей” точке.

Обозначим контур, ограничивающий параболоид при $z = t_0$, через Γ_{t_0} . В каждой точке этого контура определяются орт нормали к поверхности параболоида $\vec{n}_0(\varphi)$ и орт касательной к контуру $\vec{\tau}_0(\varphi)$, по которым строится вектор $\vec{p} = \vec{n}_0 \times \vec{\tau}_0$. Этот вектор, ориентированный перпендикулярно контуру, будет лежать в плоскости, касательной к поверхности объекта. Далее, через каждую точку рассматриваемого контура проводятся прямые с направляющими векторами \vec{p} до пересечения с плоскостью $z = t_0 + \Delta t$. Каждая из этих прямых лежит в плоскости, касательной к параболоиду. Совокупность точек пересечения прямых с плоскостью $z = t_0 + \Delta t$ образует контур, который обозначим $\Gamma_{t_0+\Delta t}$, а отрезки этих прямых, заключенные между Γ_{t_0} и $\Gamma_{t_0+\Delta t}$ образуют линейчатую поверхность. Координаты точек контура $\Gamma_{t_0+\Delta t}$ могут быть найдены по координатам точек контура Γ_{t_0} :

$$x = x_0 + \frac{p_x}{p_z} \Delta t, \quad y = y_0 + \frac{p_y}{p_z} \Delta t, \quad z = t_0 + \Delta t,$$

где x_0, y_0, z_0 – координаты точек контура Γ_{t_0} ; p_x, p_y, p_z – соответствующие компоненты вектора \vec{p} . При этом уравнение контура $\Gamma_{t_0+\Delta t}$ имеет вид:

$$\rho = \rho(\varphi, t_0 + \Delta t) = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (2.1)$$

Однако реальные значения функции $\rho(\varphi, t_0 + \Delta t)$ будут отличаться от вычисленных по формуле (2.1). Для учета соответствующих поправок вводится функция $\alpha(\varphi)$ ($\alpha(\varphi) \ll 1$), которая изменяет вектор \vec{p} следующим образом:

$$\vec{p}_1 = \vec{p} + \alpha(\varphi)(\vec{p} \times \vec{\tau}_0).$$

В [8] показано, что проекция ПХ идеально проводящего рассеивателя на направление, перпендикулярное направлению распространения волны, в приближении физической оптики (ФО) может быть представлена в виде контурного интеграла:

$$\Psi(t) = \vec{R}^0 \int_{\Gamma_i} \vec{f}(\vec{n}) dl,$$

где \vec{R}^0 – орт направления зондирования,

$$\vec{f}(\vec{n}) = \frac{\vec{n}}{\sqrt{1 - (\vec{R}^0 \cdot \vec{n})^2}}, \quad \vec{n} - \text{орт внешней нормали}$$

к поверхности рассеивателя в точках контура Γ_i .

С учетом поправки $\alpha(\varphi)$ выражение для значений ПХ в момент времени $t_0 + \Delta t$ можно записать в виде:

$$\Psi_i(t_0 + \Delta t) = \int_0^{2\pi} \alpha(\varphi)(\Phi_1(\varphi) + \Phi_2(\varphi)) d\varphi + \Psi^0(t_0 + \Delta t), \quad (2.2)$$

где $\Psi_i(t_0 + \Delta t)$ – значение проекции ПХ рассеивателя на направление вектора i -й поляризации приемной антенны $i = (1, 2)$,

$$\Phi_1(\varphi) = \left[(\vec{R}^0 \cdot \vec{p}) \left(1 + \frac{(\vec{R}^0 \cdot \vec{n}_0)^2}{1 - (\vec{R}^0 \cdot \vec{n}_0)^2} \right) \sqrt{\rho^2 + \rho_\varphi^2} + \right. \\ \left. + (\vec{R}^0 \cdot \vec{n}_0) \Delta t (Q(\varphi) \cos \chi + Q'(\varphi) \sin \chi) \right] \times \\ \times \left(1 - (\vec{R}^0 \cdot \vec{n}_0)^2 \right)^{-1/2},$$

$$\Phi_2(\varphi) = -\Delta t \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{(\vec{R}^0 \cdot \vec{n}_0)}{\sqrt{1 - (\vec{R}^0 \cdot \vec{n}_0)^2}} Q(\varphi) \sin \chi \right),$$

$$Q(\varphi) = q_x \cos \varphi + q_y \sin \varphi, \quad Q'(\varphi) = \frac{\partial Q(\varphi)}{\partial \varphi},$$

$$\cos \chi = \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + \rho_\varphi^2}}, \quad \sin \chi = \frac{\rho_\varphi}{\sqrt{\rho^2 + \rho_\varphi^2}},$$

$$q_x(\varphi) = \frac{(\vec{p}(\varphi) \times \vec{\tau}_0(\varphi))_x}{p_z(\varphi)} - \frac{p_x(\varphi)(\vec{p}(\varphi) \times \vec{\tau}_0(\varphi))_z}{p_z^2(\varphi)},$$

$$q_y(\varphi) = \frac{(\vec{p}(\varphi) \times \vec{\tau}_0(\varphi))_y}{p_z(\varphi)} - \frac{p_y(\varphi)(\vec{p}(\varphi) \times \vec{\tau}_0(\varphi))_z}{p_z^2(\varphi)},$$

$$\Psi^0(t_0 + \Delta t) = \vec{R}^0 \int_0^{2\pi} \frac{\vec{n}_0(\varphi, t_0 + \Delta t)}{\sqrt{1 - (\vec{R}^0 \cdot \vec{n}_0(\varphi, t_0 + \Delta t))^2}} \times \\ \times \sqrt{\rho^2(\varphi, t_0 + \Delta t) + \rho_\varphi^2(\varphi, t_0 + \Delta t)} d\varphi -$$

значение ПХ, рассчитанное по уже восстановленной части поверхности рассеивателя, ρ_φ – производная радиус-вектора ρ по углу φ . Поскольку вдоль образующей линейчатой поверхности орг нормали к этой поверхности не меняется, $\vec{n}_0(\varphi, t_0 + \Delta t) = \vec{n}_0(\varphi, t_0) = \vec{n}_0(\varphi)$.

Отметим, что при вычислениях производных могут возникать значительные ошибки, обусловленные погрешностью определения реальной ПХ объекта. Поэтому для численного дифференцирования применялась формула со сглаживанием:

$$\bar{f}'(x_0) = \frac{1}{10\Delta x} \left[2(f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0 - 2\Delta x)) + \right. \\ \left. + (f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)) \right].$$

Выражение (2.2) получено в предположении, что контур $\Gamma_{t_0 + \Delta t}$ лежит на поверхности искомого рассеивателя. Определив функцию $\alpha(\varphi)$ из соотношения (2.2), мы уточним контур $\Gamma_{t_0 + \Delta t}$, то есть линию пересечения искомой поверхности с плоскостью $z = t_0 + \Delta t$.

Таким образом, для определения поправки $\alpha(\varphi)$ имеется следующее уравнение:

$$\int_0^{2\pi} \alpha(\varphi) \Phi(\varphi) \varphi = \Delta \Psi_i, \quad (2.3)$$

где $\Delta \Psi_i = \Psi_i - \Psi^0$, $\Phi(\varphi) = \Phi_1(\varphi) + \Phi_2(\varphi)$. Учитывая малость $\alpha(\varphi)$ и достаточно плавный характер зависимости этой функции от угла φ , будем отыскивать (из бесконечного множества решений уравнения (2.3)) решение с минимальной нормой, по аналогии с тем, как это было сделано в [9]. Минимальную норму будем выбирать в метрике C либо в метрике L_2 . Тогда решение уравнения (2.3) можно выписать в явном виде:

в случае метрики C –

$$\alpha_0(\varphi) = \Delta \Psi_i \operatorname{sgn} \Phi(\varphi) / \int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)| d\varphi,$$

в случае L_2 -метрики –

$$\alpha_0(\varphi) = \Delta \Psi_i \Phi(\varphi) / \int_0^{2\pi} \Phi^2(\varphi) d\varphi,$$

причем из двух значений $\alpha_0(\varphi)$ выбирается то, для которого $|\Delta \Psi_i|$ меньше.

Уточнив таким образом направление вектора \vec{p} , строим новую линейчатую поверхность с образующими, параллельными вектору \vec{p} , и находим точки пересечения этой поверхности с плоскостью $z = t_0 + \Delta t$. Таким образом, контур $\Gamma_{t_0 + \Delta t}$ корректируется. После этого проводится следующая итерация уточнения контура $\Gamma_{t_0 + \Delta t}$. Для определения невязки $\Delta \Psi(t_0 + \Delta t)$ используются уточненные значения вектора \vec{p} , радиус-вектора ρ и нормали \vec{n}_0 к уточненной линейчатой поверхности. Итераци-

онная процедура уточнения контура $\Gamma_{t_0+\Delta t}$ проводится до тех пор, пока значение рассогласования $\Delta\Psi(t_0 + \Delta t)$ не станет меньшим какого-то наперед заданного малого ε . После этого производится следующий шаг во времени, для чего определяются орт нормали к последней уточненной линейчатой поверхности \vec{n}_0 и орт касательной к последнему уточненному контуру $\vec{\tau}_0$, по которым рассчитывается вектор \vec{p} . Далее определяется контур $\Gamma_{t_0+2\Delta t}$, который затем корректируется, как описано выше.

Процедура восстановления поверхности производится до момента достижения границы “светить” на поверхности объекта.

3. Результаты численного моделирования

Для проверки работоспособности описанного выше алгоритма было проведено восстановление “освещенных” частей следующих поверхностей:

- 1) сферы радиуса 3 м (рис. 1);
- 2) эллипсоида вращения с полуосями 3, 3 и 1 м (рис. 2) (зондирование проводилось вдоль меньшей полуоси);
- 3) трехосного эллипсоида с полуосями 3, 2 и 1 м (рис. 3) (зондирование проводилось вдоль меньшей полуоси);
- 4) трехосного эллипсоида с полуосями 1, 2 и 3 м (рис. 4) (зондирование проводилось вдоль большей полуоси).

Для всех указанных случаев на рисунке а) изображена истинная поверхность объекта, на рисунке б) – результат восстановления “освещенной” части поверхности соответствующего объекта.

В качестве реальной ПХ использовалась ее высокочастотная аппроксимация, рассчитанная в приближении ФО для соответствующих размеров объектов и направлений зондирования.

Полученные результаты показали, что точность восстановления зависит от соотношения параметров процедуры восстановления (высоты соприкасающегося параболоида t_0 и величины шага во времени Δt) и размера “освещенной” части объекта l вдоль направления зондирования. Погрешность алгоритма восстановления δ определялась по формуле:

$$\delta(\varphi, t) = \frac{\rho(\varphi, t) - \bar{\rho}(\varphi, t)}{\rho(\varphi, t)} \cdot 100\%,$$

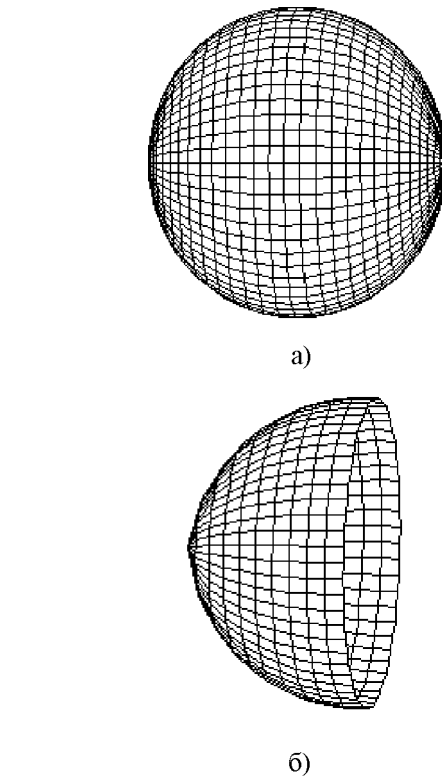


Рис. 1. Истинная поверхность сферы радиуса 3 м (а) и результат восстановления ее “освещенной” части (б)

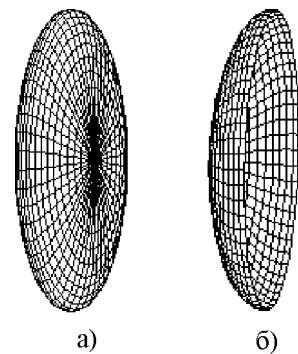


Рис. 2. Истинная поверхность эллипсоида с полуосями 3, 3 и 1 м (а) и результат восстановления ее “освещенной” части (б)

где $\rho(\varphi, t)$ – истинные значения радиус-вектора в точке $M(\varphi, t)$, $\bar{\rho}(\varphi, t)$ – восстановленные значения радиус-вектора в точке $M(\varphi, t)$.

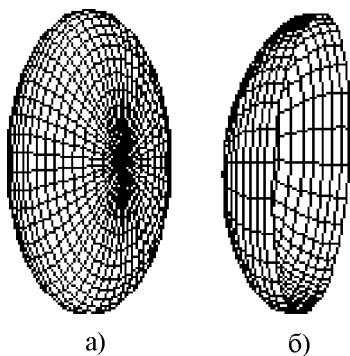


Рис. 3. Истинная поверхность эллипсоида с полуосями 3, 2 и 1 м (а) и результат восстановления ее освещенной части (б)

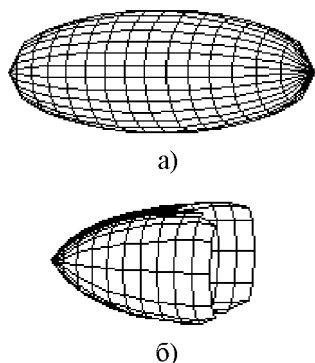


Рис. 4. Истинная поверхность эллипсоида с полуосями 1, 2 и 3 м (а) и результат восстановления ее освещенной части (б)

Средняя величина погрешности алгоритма восстановления освещенной части поверхности рассматриваемых объектов приведена в таблице.

Таблица

Объект	$l/t_0 = l/\Delta t$	$\delta, \%$
Сфера 1) и эллипсоид вращения 2)	10	13.4
	20	9.1
	100	2.7
Трехосный эллипсоид 3)	10	17.0
	20	13.0
	100	8.6
Трехосный эллипсоид 4)	10	25.8
	20	23.4
	100	14.6

Полученные результаты можно объяснить тем, что с уменьшением высоты t_0 соприкасающийся параболоид точнее аппроксимирует восстанавливаемую поверхность, то есть улучшается начальное приближение, используемое в процедуре восстановления.

Из приведенных рисунков видно, что наибольшим значениям погрешности восстановления соответствует случай эллипсоида, вытянутого вдоль направления зондирования (рис. 4). Кроме этого, в данном случае с большой погрешностью определяется граница освещенной области. Анализ промежуточных результатов процедуры восстановления поверхности показал, что ухудшение точности связано с тем, что погрешность определения расчетной ПХ становится сравнимой с погрешностью вычислений. Это приводит к тому, что невязка $\Delta\Psi$ определяется неверно. Из-за этого вычисляемая по ней функция $\alpha_0(\varphi)$, с помощью которой происходит уточнение поверхности, в некоторых точках становится отрицательной, чего не может быть при восстановлении рассматриваемой поверхности. Очевидно, что в данной ситуации можно говорить о границе применимости предлагаемого алгоритма.

На рис. 5 приведены типичные графики зависимости величины погрешности, усредненной в каждом временном сечении, от координаты z вдоль направления зондирования. Рис. 5, а соответствует

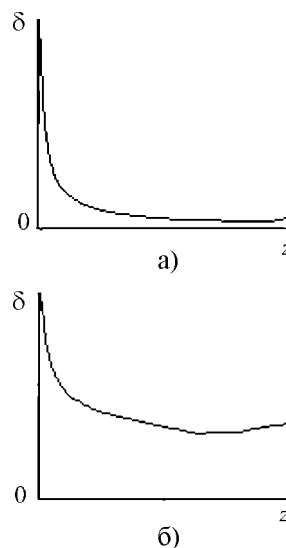


Рис. 5. Зависимость усредненной в каждом сечении погрешности δ от координаты z вдоль направления зондирования

ет объектам 1), 2), 3), рис. 5, б – объекту 4). Анализ этих зависимостей показывает, что наибольшие значения погрешности принимает в начальные моменты времени. Это можно объяснить значительным отличием соприкасающегося параболоида и реальной поверхности. Очевидно, можно ожидать, что, задавая точнее начальное приближение (например, по информации о близко расположенных “блестящих” точках, полученной при нескольких зондированиях), можно значительно улучшить качество восстановления поверхности объекта. С продвижением вдоль направления зондирования погрешность восстановления быстро уменьшается, что говорит о правильном построении алгоритма восстановления.

При восстановлении эллипсоида, вытянутого вдоль направления зондирования (рис. 5, б), средняя погрешность убывает до определенного момента, после чего несколько увеличивается. Анализ показал, что это происходит из-за неправильного определения границы “освещенной” области в этом случае по причинам, описанным выше.

Таким образом, в настоящей статье предложен алгоритм восстановления “освещенной” части гладкой выпуклой идеально проводящей поверхности, находящейся в свободном пространстве, по полному поляризационному приему. В качестве примеров приведены результаты восстановления “освещенных” частей сферы и трехосных эллипсоидов при зондировании вдоль одной из осей.

Литература

1. N. N. Bojarski. Three-dimensional electromagnetic short pulse inverse scattering. Syracuse Univ. Res. Corp., Syracuse, Feb. 1967.
2. R. M. Lewis. IEEE Trans. Antennas Propag. 1969, **AP-17**, pp. 308-314.
3. S. K. Chaudhuri and W. M. Boerner. A monostatic inverse scattering model based on polarization utilization. Applied Physics. New York, Springer, 1976.
4. S. K. Chaudhuri and W. M. Boerner. IEEE Trans. Antennas Propag. 1977, **AP-25**, pp. 505-511.
5. C. L. Bennet. IEEE Trans. Antennas Propag. 1981, **AP-29**, pp. 213-219.
6. Радиолокационные характеристики летательных аппаратов. М. Е. Варганов, Ю. С. Зиновьев, Л. Ю. Астанин и др. Под ред. Л. Т. Тучкова. Москва, Радио и связь, 1985, с. 88-94.
7. А. Я. Повзнер, И. В. Сухаревский. Журнал вычислительной математики и математической физики. 1961, **1**, №2, с. 224-245.
8. O. I. Sukharevsky, V. A. Vasilets. Journal of electromagnetic waves and applications. Cambridge, USA, 1996, **10**, pp. 1613-1622.
9. К. А. Дайнс, Р. Дж. Лайтл. ТИИЭР, **67**, №7, с. 103-112.

Algorithm of Imaging of “Illuminated” Part of Convex Perfectly Conducting Surface

O. I. Sukharevsky, A. V. Muzychenko

The aim of the paper is to develop the procedure of object shape imaging using sequential motion in time. This procedure is based on determining the difference between calculated values of the transient characteristics and that obtained from experiment at every moment. Then, the validating of the object shape is performed using this difference.

The imaging of “illuminated” parts of a sphere and three-axial ellipsoid (for different ratios of the semi-axes) for the cases of axial sounding scheme was carried out using the algorithm developed.