

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕШЕНИЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ АВТОРЕГРЕССИИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВИБРАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ УЗЛОВ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ

**В.Н. Зварич**, докт. техн. наук

Институт электродинамики НАН Украины,

пр. Победы, 56, Киев-57, 03080, Украина. e-mail: zvaritch@nas.gov.ua

*Рассматривается метод нахождения характеристической функции порождающего процесса для линейного процесса авторегрессии  $AR(2)$   $\xi_t$ , имеющего отрицательное биномиальное распределение. Для решения такой задачи, которую называют обратной задачей, используются свойства характеристической функции стационарного линейного случайного процесса авторегрессии, которую можно представить как в канонической форме Колмогорова, так и в форме линейного случайного процесса с дискретным временем, а также ядра преобразования для такого процесса. Представлен пример нахождения характеристической функции для линейного процесса авторегрессии второго порядка, имеющего отрицательное биномиальное распределение. Показано применение полученных результатов для нахождения характеристической функции вибросигнала ветрогенератора. Библ. 14, рис. 1.*

**Ключевые слова:** линейный процесс авторегрессии, характеристическая функция, ядро преобразования, порождающий процесс, безгранично-делимый закон распределения, отрицательное биномиальное распределение, вибродиагностика подшипников качения.

**Введение.** Вибромониторинг электротехнического оборудования – чрезвычайно важная задача повышения надежности работы такого оборудования [8,10,11]. Особенность такого мониторинга – не только отображение параметров, характеризующих работу электротехнического оборудования, но и их регистрация. Иногда необходимо регистрировать не только параметры, характеризующие реализации вибрационных процессов (вибросигналы), но и сами вибросигналы для последующего анализа, моделирования, построения соответствующих тренажеров обучения обслуживающего персонала и т.д. С такой задачей, в частности, столкнулась фирма Brüel&Kjær при разработке систем вибромониторинга турбогенераторов, которые требуют не только постоянного измерения оценки и отображения контролируемых параметров, но и их документирования. Наиболее простое решение этой задачи – это непосредственная регистрация вибросигналов. Например, разработчики системы (Brüel&Kjær) при создании системы VIBROCAM 5000, которая предназначена для диагностики турбоагрегата мощностью 500 МВт, подсчитали, что для регистрации в течение года такой информации необходимо использовать от 2000 до 100000 гигабайт памяти компьютера в зависимости от процедуры измерения. Если ограничиться 10 постоянно регистрируемыми параметрами, то необходимо только 20 гигабайт памяти. Если ограничиться регистрацией только «значимых» изменений таких 10 параметров, то достаточно в среднем 0.1 гигабайта памяти при 32 регистрируемых точках.

Развитие и широкое использование средств вычислительной техники в системах мониторинга, контроля и диагностики электротехнического оборудования предполагают для математического описания информационных сигналов [9-12,14] и построения алгоритмов мониторинга и диагностики применение случайных процессов с дискретным временем и дискретными распределениями. К таким случайным процессам относятся линейные процессы авторегрессии [1,2]. Важные результаты по теории линейных случайных процессов, а также их приложений получены в работах [4,6].

Применение процессов авторегрессии (AR), скользящего среднего (MA), авторегрессии скользящего среднего (ARMA) в качестве математических моделей вибросигналов имеет ряд преимуществ по сравнению с другими математическими моделями таких сигналов узлов электротехнического оборудования, поскольку такие модели дают возможность, при необходимости, быстро восстановить вибросигналы, если известны параметры AR, MA или ARMA, а функция распределения реализаций вибрационных процессов имеет нормальное распределение. Однако задача восстановления усложняется, если вибросигнал имеет отличное от нормального распределение. Применение линейных AR процессов в качестве математических моделей вибросигналов электротехнического оборудования да-

ет возможность найти характеристическую функцию таких процессов и, следовательно, использовать ее параметры для построения алгоритмов мониторинга и диагностики. Но иногда такой подход дает возможность найти и использовать для мониторинга и диагностики характеристическую функцию порождающего процесса линейного AR процесса. Это позволяет определить неисправность диагностируемого узла электротехнического оборудования на более ранних стадиях ее появления, чем это возможно при использовании таких часто применяемых методов мониторинга и диагностики как спектральный, корреляционный, статистический спектральный. Более того, представленные методы дают возможность использовать для построения алгоритмов мониторинга и диагностики параметры порождающего процесса.

Целью работы является разработка метода нахождения характеристической функции порождающих процессов линейных AR процессов, который часто называют методом решения обратной задачи, для случая, когда вибрационный сигнал имеет отрицательное биномиальное распределение, а также использование такого метода для нахождения характеристической функции порождающего процесса вибросигналов подшипника качения ветрогенератора для последующего применения в алгоритмах мониторинга и диагностики.

**Метод нахождения характеристической функции порождающего процесса для линейного случайного процесса с дискретным временем.** Рассмотрим линейный случайный процесс с дискретным временем  $\xi_t$ , т.е. процесс, который задают следующим образом [2]:

$$\xi_t = \sum_{\tau=0}^{\infty} \varphi(\tau) \zeta_{t-\tau}, \quad (1)$$

где  $\{\zeta_t, t \in Z\}$  – однородный случайный процесс с дискретным временем и независимыми значениями, о котором известно, что он имеет безгранично делимый закон распределения  $P\{\zeta_0 = 0\} = 1$ , (этот процесс часто называют порождающим процессом для  $\xi_t$ );  $Z$  – множество целых чисел;  $\{\varphi(\tau), \tau \in Z\}$  – некоторая числовая последовательность действительных чисел, которую называют импульсной реакцией, или ядром линейного случайного процесса  $\xi_t$  и  $\sum_{\tau=0}^{\infty} \varphi^2(\tau) < \infty$ ,  $\varphi(\tau) \equiv 0$  при  $\tau < 0$ .

К линейным случайным процессам с дискретным временем относятся и линейные случайные процессы авторегрессии. Свойства ядра чрезвычайно важны для решения обратной задачи, т.е. задачи определения характеристической функции порождающего процесса  $\zeta_t$ , если известна характеристическая функция наблюдаемого процесса  $\xi_t$  и ядро наблюдаемого процесса  $\varphi(\tau)$ . Некоторые результаты исследований возможности решения обратной задачи для линейных случайных процессов с непрерывным временем приведены в [4], а для стационарных процессов авторегрессии AR(1), имеющих Гамма и отрицательное биномиальное распределение, представлены в [13].

Для решения обратной задачи воспользуемся подходом, изложенным в [2], который позволяет определить характеристическую функцию порождающего процесса и использовать статистические характеристики порождающего процесса для построения алгоритмов мониторинга, контроля и диагностики энергетического оборудования.

Известно, что логарифм одномерной характеристической функции для линейного стационарного процесса с дискретным временем в канонической форме Колмогорова определяют следующим образом:

$$\ln f_{\xi}(u, t) = \ln f_{\xi}(u, 1) = im_{\xi}u + \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ e^{iux} - 1 - iux \right\} \frac{dK_{\xi}(x)}{x^2}, \quad (2)$$

в которой параметр  $m_{\xi}$  и спектральная функция скачков А.Н. Колмогорова  $K_{\xi}(x)$  однозначно определяют характеристическую функцию [5,6].

Но логарифм характеристической функции линейного процесса с дискретным временем также записывают и в такой форме:

$$\ln f_{\xi}(u, t) = \ln f_{\xi}(u, t) = im_{\xi}u + \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi(\tau) + \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( e^{iux\varphi(\tau)} - 1 - iux\varphi(\tau) \right) \frac{dK_{\xi}(x)}{x^2}, \quad (3)$$

где параметры  $m_\zeta$ ,  $K_\zeta(x)$  определяют характеристическую функцию порождающего процесса  $\zeta_t$ , а  $\varphi(\tau)$  – ядро линейного случайного процесса  $\xi_t$ . В соотношениях (3) и (4)  $K_\xi(x), K_\zeta(x)$  – неубывающие ограниченные функции такие, что  $K_\xi(-\infty)=0$ ,  $K_\zeta(-\infty)=0$ .

Параметры  $m_\xi$  и  $m_\zeta$  и Пуассоновские спектры скачков  $K_\xi(x)$  и  $K_\zeta(x)$  связаны между собой следующим образом (в предположении, что процесс  $\xi_t$  – стационарный а  $\zeta_t$  – однородный):

$$m_\xi = m_\zeta \sum_{\tau=0}^{\infty} \varphi(\tau), \quad K_\xi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} R_\varphi(x, y) dK_\zeta(y), \quad (4)$$

где  $R_\varphi(x, y)$  – ядро преобразования, которое для стационарных линейных процессов с дискретным временем равно  $R_\varphi(x, y) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi^2(\tau) U[x - y\varphi(\tau)]$ ,  $U[\cdot]$  – функция Хевисайда.

Ядро преобразования  $R_\varphi(x, y)$  однозначно связано с ядром линейного случайного процесса  $\varphi(\tau)$ . Интеграл (4) есть интеграл Лебега-Стилтьеса. Для решения обратной задачи предполагается существование формулы обращения для интеграла (4) [2].

**Характеристическая функция порождающего процесса для линейного процесса авторегрессии с отрицательным биномиальным распределением.** Линейный стационарный в строгом смысле процесс авторегрессии  $\xi_t$  задают следующим уравнением:

$$\xi_t + \sum_{j=1}^p a_j \xi_{t-j} = \zeta_t, \quad t \in Z, \quad (5)$$

где  $\{a_j, a_j \neq 0, j = \overline{1, p}\}$  – параметры авторегрессии, представляющие собой действительные числа;  $Z$  – множество целых чисел;  $p$  – порядок авторегрессии;  $\{\zeta_t, t \in Z\}$  – порождающий процесс для  $\xi_t$ .

Наблюдаемый случайный процесс  $\xi_t$  имеет отрицательное биномиальное распределение с одномерной характеристической функцией

$$f_\xi(u, t) = t \left( \frac{p}{1 - q \exp(i \sum_{k=1}^n u_k)} \right)^r \quad \forall t \in Z; p > 0; r > 0; q = 1 - p > 0. \quad (6)$$

Случайный процесс  $\xi_t$  является строго стационарным, и выполняется эргодическая теорема [8].

Поскольку отрицательное биномиальное распределение относится к классу безгранично делимых распределений, логарифм одномерной характеристической функции процесса  $\xi_t$  представлен в канонической форме Колмогорова (2), справедливо и соотношение (3).

Если известна характеристическая функция наблюдаемого стационарного линейного процесса авторегрессии  $\xi_t$  в канонической форме (2) и ядро  $\varphi(\tau)$ , то, определив параметры  $m_\zeta, K_\zeta(x)$ , находят характеристическую функцию порождающего процесса  $\zeta_t$  в канонической форме Колмогорова.

Пуассоновский спектр скачков процесса в формуле Колмогорова для отрицательного биномиального распределения определяется следующим образом [5]:

$$K_\xi(x) = \begin{cases} r \sum_{k=0}^{\infty} k q^k U(x-k), & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \quad (7)$$

тогда

$$dK_\xi(x) = \begin{cases} r \sum_{k=0}^{\infty} k q^k \delta(x-k), & x = k, \quad (x \geq 0), \\ 0, & x < 0, \quad x \neq k. \end{cases} \quad (8)$$

Если функция  $\varphi(\tau)$  убывает, оставаясь положительной, то ядро преобразования  $R_\varphi(x, y)$  и обратное ядро преобразования  $R_\varphi^{-1}(x, y)$  определяются из соотношений, приведенных в [2].

Из соотношения (8) [2] пуассоновский спектр скачков порождающего процесса  $\zeta_t$  для рассматриваемого случая определяют следующим образом:

$$K_\zeta(y) = \begin{cases} r \left| \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi^2(\tau) \right|^{-1} \sum_{k=0}^{\infty} kq^k \int_0^y \delta(x-k) dx, & y > 0; y = k, \\ 0, & y \leq 0. \end{cases} \quad (9)$$

Проинтегрировав, получим

$$K_\zeta(y) = \begin{cases} r \left| \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi^2(\tau) \right|^{-1} \sum_{k=0}^{\infty} kq^k U(y-k), & y > 0; y = k, \\ 0, & y \leq 0, y \neq k. \end{cases} \quad (10)$$

Тогда

$$dK_\zeta(y) = r \left| \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi^2(\tau) \right|^{-1} \sum_{k=0}^{\infty} kq^k \delta(y-k), \quad y > 0, y = k. \quad (11)$$

Параметр  $m_\zeta$  характеристической функции порождающего процесса

$$m_\zeta = m_\xi \left( \sum_{\tau=0}^{\infty} \varphi(\tau) \right)^{-1} = \frac{rq}{p} \left( \sum_{\tau=0}^{\infty} \varphi(\tau) \right)^{-1}, \quad (12)$$

а логарифм характеристической функции порождающего процесса  $\zeta_t$  определяется соотношением

$$\ln f_\zeta(u; t) = |t| \ln f_\zeta(u; 1) = ir |t| \left\{ \frac{q}{p} \left| \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi(\tau) \right|^{-1} u + \left[ \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi^2(\tau) \right]^{-1} \sum_{k=0}^{\infty} kq^k \int_0^{\infty} \frac{\{\exp(iyu) - 1 - iuy\}}{y^2} \delta(y-k) dy \right\}. \quad (13)$$

После математических преобразований соотношение (13) можно представить в виде

$$\ln f_\zeta(u; t) = |t| \ln f_\zeta(u; 1) = ir |t| \left\{ \frac{q}{p} \left| \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi(\tau) \right|^{-1} u + \left[ \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi^2(\tau) \right]^{-1} \sum_{k=0}^{\infty} q^k \frac{1}{k} (\exp iuk - 1 - iuk) \right\}. \quad (14)$$

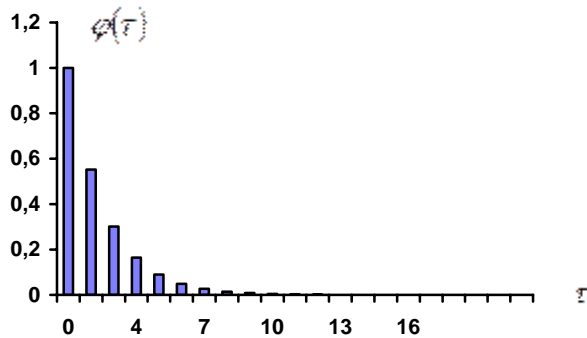
Характеристическая функция порождающего процесса и метод интегральных преобразований [5] позволяют определить функцию распределения порождающего процесса и, следовательно, построить алгоритмы мониторинга и диагностики энергетического оборудования, применив методы отношения правдоподобия для порождающих процессов линейных процессов авторегрессии для случаев, когда наблюдаемый процесс имеет отличное от нормального, но относится к безгранично делимым распределениям. Это является одним из основных преимуществ применения линейных случайных процессов для моделирования информационных сигналов и построения на их основе алгоритмов контроля и диагностики энергетического оборудования на ранних стадиях появления неисправностей, поскольку в качестве диагностических признаков используются не только параметры авторегрессии, но и характеристики распределений таких линейных случайных процессов с дискретным временем.

Полученный результат актуален для решения задач моделирования прохождения линейных случайных процессов с дискретным временем через стационарные и нестационарные линейные системы, что важно для создания тренажерных систем, на которых моделируются неисправности энергетического оборудования. Некоторые особенности моделирования линейных случайных процессов и их прохождения через линейные системы изложены в [7].

**Характеристическая функция порождающего процесса вибросигнала ветрогенератора USW 56-100.** В качестве примера использования предложенного подхода рассмотрим вибросигнал  $\xi_t$  вращающего узла подшипника качения ветрогенератора USW 56-100 со стороны корпуса главного вала, установленного на стенде для испытаний ветрогенераторов [3]. Скорость вращения главного вала 72 об/мин. Отметим, что процесс авторегрессии – это один из немногих случайных процессов, которые целесообразно использовать для моделирования вибраций и построения систем диагностики подшипников качения, работающих в таких системах.

Для исследований вибросигналов использовался разработанный в ИЭД НАН Украины прототип системы вибродиагностики ветрогенератора, с помощью которого были получены оценки параметров авторегрессии сигналов виброускорений, а также параметры их распределений. При анализе вибросигналов для получения параметров авторегрессии применялся метод уравнений Юла-Уокера с использованием рекурсивных алгоритмов Левинсона-Дарбина [1,3,7], оценка порядка авторегрессий проводилась по критерию Куина, оценка распределения реализаций вибрационных процессов – по критерию Орда. Исследования показали, что со стороны корпуса главного вала сигнал виброускорений моделируется линейным процессом авторегрессии второго порядка с коэффициентами авторегрессии  $a_1 = 0.552$  и  $a_2 = -0.0036$ , т.е.

$$\xi_t + 0.552\xi_{t-1} - 0.0036\xi_{t-2} = \zeta_t. \quad (15)$$



Процесс  $\xi_t$  имеет отрицательное биномиальное распределение с параметрами  $\forall t \in Z; p = 0.95; r = 2; q = 1 - p = 0.05$ , одномерная характеристическая функция которого задана соотношением (6). Ядро линейного случайного процесса авторегрессии  $\varphi(\tau)$  является убывающей положительной функцией. Результаты моделирования ядра процесса авторегрессии (15) представлены на рисунке. Методами математического моделирования определялись значения параметров

логарифма характеристической функции (14)  $\left[ \sum_{\tau=0}^n \varphi(\tau) \right]^{-1} = 0.452$  и  $\left[ \sum_{\tau=0}^n \varphi(\tau)^2 \right]^{-1} = 0.694$ . Тогда логарифм характеристической функции порождающего процесса  $\zeta_t$  процесса авторегрессии (15) определяется следующим образом:

$$\ln f_{\zeta}(u; t) = |t| \ln f_{\zeta}(u; 1) = 2i|t| \left\{ 0.024u + 0.694 \sum_{k=0}^{\infty} (0.05)^k \frac{1}{k} (\exp iuk - 1 - iuk) \right\}. \quad (16)$$

**Заключение.** Предложенный метод позволяет построить характеристическую функцию порождающих процессов для линейных стационарных процессов авторегрессии не только второго порядка, имеющих отрицательное биномиальное распределение. Такой метод целесообразно использовать и для находений порождающих процессов для линейных процессов авторегрессии более высоких порядков, а также для вибрационных сигналов, имеющих другие безгранично делимые распределения, предварительно исследовав свойства ядра  $\varphi(\tau)$ , которое должно быть убывающей положительной функцией.

Если исследования показали, что для линейного процесса авторегрессии, имеющего безгранично делимое распределение, с помощью которого моделируется вибрационный процесс, решается обратная задача, то с наперед заданной вероятностью (с которой оцениваются параметры авторегрессии и параметры распределения процесса) можно, используя соответствующие датчики случайных чисел с известными характеристиками распределения, восстановить реализацию вибрационного процесса для последующего использования [7].

1. Зварич В.Н., Марченко Б.Г. Линейные процессы авторегрессии в задачах вибродиагностики // Проблемы прочности и надежности машин. – 1994. – № 3. – С. 96-106.
2. Зварич В.Н., Марченко Б.Г. Характеристическая функция порождающего процесса в модели стационарного линейного AR-гамма процесса // Изв. Вузов. Радиоэлектроника. – 2012. – Т. 45. – №8. – С. 12-18.
3. Зварич В.Н. Применение методов авторегрессии для построения систем вибродиагностики ветроагрегатов // Відновлювана енергетика. – 2005. – №1. – С. 49-54.
4. Красильников А.И. Модели шумовых сигналов в системах диагностики теплоэнергетического оборудования. – Киев: ООО «Полиграф-сервис», 2014. – 112 с.
5. Лукач Е. Характеристические функции. – М.: Наука, 1979. – 432 с.

6. Марченко Б.Г. Метод статистических интегральных представлений и его приложения в радиотехнике. – Киев: Наукова думка, 1973. – 191 с.
7. Марченко Б.Г., Зварич В.Н., Бедный Н.С. Линейные случайные процессы в некоторых задачах моделирования информационных сигналов // Электронное моделирование. – 2001. – Т. 23. – №1. – С. 62-69.
8. Стогний Б.С., Сопель М.Ф. Основы мониторингу в електроенергетиці // Технічна електродинаміка. – 2013. – №1. – С. 62-69.
9. Antoni J., Bonnardot F., Raad A., Badaoui M. Cyclostationary modeling of rotating machine vibration signals // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2004. – Vol. 18. – Pp. 1285-1314.
10. Babak V., Filonenko S., Kornienko-Miftakhova I., Ponomarenko A. Optimization of Signal Features under Object's Dynamic Test // Aviation. – 2008. – Vol. 12. – No 1. – Pp. 10-17.
11. Gorodzha K.A., Myslovich M.V., Sysak R. Analysis of Spectral Diagnostic Parameters based on mathematical Model of electrical equipment's responses due to impact excitation // Przegląd Elektrotechniczny. – 2010. – Vol. P.86. – No 1. – Pp. 38-40.
12. Javorskyj I., Isaev I., Majewski J., Yuzefovych R. Component covariance analysis for periodically correlated random processes // Signal Processing. – 2010. – Vol. 90. – No 1. – Pp. 1083-1102.
13. McKenzie Ed. Innovation Distributions for Gamma and Negative Binomial Autoregressions // Scandinavian Journal of Statistics. Theory and Applications. – 1987. – Vol. 14. – Pp. 79-85.
14. Worden K., Staszewski W.J., Hensman J.J. Natural Computing for mechanical Systems Research: A Tutorial Overview // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2011. – Vol. 25. – Pp. 4-111.

УДК 004.891.3; 621.327; 519.2; 534.8

## ВИКОРИСТАННЯ РІШЕНЬ ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНИХ ПРОЦЕСІВ АВТОРЕГРЕСІЇ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ВІБРАЦІЙНИХ СИГНАЛІВ ВУЗЛІВ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНОГО ОБЛАДНАННЯ

**В.Н. Зварич**, докт.техн.наук

**Інститут електродинаміки НАН України,**

**пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03080, Україна. e-mail: zvaritch@nas.gov.ua**

*Розглянуто метод знаходження характеристичної функції породжуючого процесу для лінійного процесу авторегресії  $AR(2)$   $\xi_t$ , що має  $i$  від'ємний біноміальний розподіл. Для рішення такої задачі, яку часто називають оберненою, використовуються властивості характеристичної функції стаціонарного лінійного випадкового процесу авторегресії, яку можна представити як у канонічному вигляді Колмогорова, так і у вигляді лінійного випадкового процесу з дискретним часом, а також ядра перетворення для такого процесу. Подано приклади знаходження характеристичної функції для лінійного процесу авторегресії другого порядку, що має від'ємний біноміальний розподіл. Представлено деякі особливості використання отриманих результатів для моделювання вібраційних сигналів енергетичного обладнання, зокрема, вібро сигналів вітрогенератора. Бібл. 14, рис. 1.*

**Ключові слова:** лінійний процес авторегресії, характеристична функція, ядро перетворення, породжуючий процес, безмежно-подільний закон розподілу, від'ємний біноміальний розподіл, вібродіагностика підшипників кочення.

## APPLICATION OF INVERS PROBLEM SOLUTIONS OF THE LINEAR AUTOREGRESSIVE PROCESSES FOR POWER EQUIPMENT VIBROMONITORING

**Zvarich V.**

**Institute of electrodynamic Academy of Science of Ukraine,**

**Peremohy av., 56, Kyiv-057, 03680, Ukraine. e-mail: zvaritch@nas.gov.ua**

*A method is suggested for definition the characteristic function of the generative process  $\{\zeta_t, t \in Z\}$  for linear autoregressive  $AR(2)$  processes with negative binomial distribution, namely, autoregressive process  $AR(2)$   $\xi_t + a_1 \xi_{t-1} + a_2 \xi_{t-2} = \zeta_t$ ,  $t \in Z$ , where  $\{a_1, a_2 \neq 0\}$  are autoregressive parameters;  $Z = \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$  is a set of integers;  $\{\zeta_t, t \in Z\}$  is the random process with discrete time and independent values having an infinitely divisible distribution. This process is often called the generating process. A method of Negative Binomial  $AR(2)$  generative process characteristic function determination is discussed. Sometimes the problem is called inverse problem. The logarithm of the one-dimensional characteristic function of the linear stationary autoregressive process may be*

*determined in Kolmogorov canonical representation  $\ln f_\xi(u, t) = \ln f_\xi(u, 1) = im_\xi u + \int_{-\infty}^{\infty} \{e^{iux} - 1 - iux\} \frac{dK_\xi(x)}{x^2}$ , in*

which the parameter  $m_\xi$  and spectral functions of jumps  $K_\xi(x)$  define unequivocally the characteristic function. The logarithm of the characteristic function of the linear stationary autoregressive process may be written down also in the following form  $\ln f_\xi(u, t) = \ln f_\xi(u, 1) = im_\xi u \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi(\tau) + \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( e^{iux\varphi(\tau)} - 1 - iux\varphi(\tau) \right) \frac{dK_\xi(x)}{x^2}$  where the parameters  $m_\xi$  and  $K_\xi(x)$  define the characteristic function of the generative process  $\zeta_t$  while  $\varphi(\tau)$  is the kernel of the linear random process  $\xi_t$ . The parameters  $m_\xi$  and  $m_\zeta$ , and Poisson spectra of jumps  $K_\xi(x)$ ,  $K_\zeta(x)$  are interrelated as follows  $m_\xi = m_\zeta \sum_{\tau=0}^{\infty} \varphi(\tau)$ ,  $K_\xi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} R_\varphi(x, y) dK_\zeta(y)$  where  $R_\varphi(x, y)$  is so-called transform kernel, which is invariant with generative process  $\zeta_t$  and uniquely defined by the coefficients  $\{a_1, a_2 \neq 0\}$ . Properties of  $R_\varphi(x, y)$  are used for the inverse problem solution. Examples the peculiar features of determination of Poisson spectra of jump and characteristic function for the autoregressive AR(2) process are considered. Logarithm of characteristic function for linear AR(2) process with negative binomial distribution was calculate. It is equaled to

$$\ln f_\zeta(u; t) = |t| \ln f_\zeta(u; 1) = ir |t| \left\{ \frac{q}{p} \left[ \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi(\tau) \right]^{-1} u + \left[ \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi^2(\tau) \right]^{-1} \sum_{k=0}^{\infty} q^k \frac{1}{k} (\exp iuk - 1 - iuk) \right\}. \text{ An example of}$$

application of vibration signal simulation of wind power generator is considered. References 14, figure 1.

**Key words:** linear autoregressive process, characteristic function, kernel of transformation, generative process, infinitely-divisible distributions, negative binomial distribution, vibration diagnosis of rolling bearings.

1. Zvarich V.N., Marchenko B.G. Linear processes of autoregression in vibrodiagnostics problems // Problemy Prochnosti i Nadezhnosti Mashin. – 1994. – No 3. – Pp. 96-106. (Rus)
2. Zvarich V.N., Marchenko B.G. Generating process characteristic function in the model of stationary linear AR-gamma process // Izvestiia VUZov/ Radioelektronika. – 2002. – Vol. 45. – No 8. – Pp. 12-18. (Rus)
3. Zvarich V. Application of autoregressive methods for wind power generators vibrodiagnostics systems // Vidnovliuvana enerhetyka. – 2005. – No 1. – Pp. 49-54. (Rus)
4. Krasilnikov A.I. Models of Noise-type Signals at the Heat-and-Power Equipment Diagnostic Systems. – Kiev: OOO Poligraf-service, 2014. – 112 p. (Rus)
5. Lukach E. Characteristic function. – Moskva: Nauka, 1979. – 432 p.
6. Marchenko B. Method of Stochastic Integral Representations and their Applications in Radio-Engineering. – Kiev: Naukova Dumka, 1973. – 191 p. (Rus)
7. Marchenko B.G., Zvarich V., Bednyi N. Linear random processes in some problems of information signal simulation // Elektronnoe Modelirovanie. – 2001. – Vol. 23. – No 1. – Pp. 62-69. (Rus)
8. Stognii B., Sopol M. Fundamentals of monitoring process in electroenergy. About the concept of monitoring process // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2013. – No 1. – Pp. 62-69. (Ukr)
9. Antoni J., Bonnardot F., Raad A., Badaoui M. Cyclostationary modeling of rotating machine vibration signals // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2004. – Vol. 18. – Pp. 1285-1314.
10. Babak V., Filonenko S., Kornienko-Miftakhova I., Ponomarenko A. Optimization of Signal Features under Object's Dynamic Test // Aviation. – 2008. – Vol. 12. – No 1. – Pp. 10-17.
11. Gorodzha K.A., Myslovich M.V., Sysak R. Analysis of Spectral Diagnostic Parameters based on mathematical Model of electrical equipment's responses due to impact excitation // Pzegląd Electrotechniczny. – 2010. – Vol. P.86. – No 1. – Pp. 38-40.
12. Javorskyj I., Isaev I., Majewski J., Yuzefovych R. Component covariance analysis for periodically correlated random processes // Signal Processing, – 2010. – Vol. 90. – No 1. – Pp. 1083-1102
13. McKenzie Ed. Innovation Distributions for Gamma and Negative Binomial Autoregressions // Scandinavian Journal of Statistics. Theory and Applications. – 1987. – Vol. 14. – Pp. 79-85.
14. Worden K., Staszewski W.J., Hensman J.J. Natural Computing for mechanical Systems Research: A Tutorial Overview // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2011. – Vol. 25. – Pp. 4-111.

Надійшла 12.12.2014  
Остаточний варіант 16.02.2016