

Влияние характера отражения электронов от поверхности на электрические свойства цилиндрической частицы

Э.В. Завитаев, А.А. Юшканов

*Московский государственный университет леса,
Мытищи-5, Московская область, 141005, Россия*

E-mail: zav.mgul@rambler.ru

Статья поступила в редакцию 5 апреля 2004 г., после переработки 20 июня 2005 г.

Проведено вычисление сечения поглощения электромагнитного излучения в цилиндрической частице из металла. В качестве граничных условий задачи принято условие зеркально-диффузного отражения электронов от внутренней поверхности частицы. Рассмотрены предельные случаи и проведено обсуждение полученных результатов.

Проведено обчислення перерізу поглинання електромагнітного випромінювання в циліндричній частинці з металу. Як граничні умови задачі прийнята умова дзеркально-дифузійного відбиття електронів від внутрішньої поверхні частинки. Розглянуто граничні випадки й проведено обговорення отриманих результатів.

PACS: 78.67.-n

1. Введение

Электромагнитные свойства малых металлических частиц обладают целым рядом особенностей [1]. Эти особенности связаны с тем, что длина свободного пробега электронов в таких частицах оказывается одного порядка с их линейными размерами (этот эффект наиболее выражен при низких температурах, когда электроны обладают большой длиной свободного пробега). При этом существенную роль начинают играть нелокальные эффекты. Классическая теория взаимодействия электромагнитного излучения с металлическими частицами [2] (теория Ми), основанная на локальных уравнениях макроскопической электродинамики, в этом случае неприменима.

В работах [3,4] рассмотрен вопрос о магнитном дипольном поглощении инфракрасного излучения цилиндрическими частицами. При этом для описания электромагнитного отклика частицы применялась стандартная кинетическая теория вырожденного ферми-газа электронов проводимости в металлах [5]. В работе [3] рассмотрение было ограничено случаем чисто диффузного отражения электронов проводимости от внутренней поверхности частицы, а в

работе [4] проведено подробное рассмотрение магнитного дипольного поглощения цилиндрической частицы при условии, что отражение электронов от поверхности частицы носит смешанный (зеркально-диффузный) характер [5].

Заметим, что предположение о возможном существенном влиянии зеркального отражения электронов от поверхности на электромагнитные свойства малых металлических частиц впервые высказывалось в работах [6–8].

В настоящей работе построена теория взаимодействия переменного электрического поля с цилиндрической частицей металла с учетом смешанного (зеркально-диффузного) характера отражения электронов внутри частицы.

2. Постановка задачи

Рассматривается металлический цилиндр длиной L и радиусом R , помещенный в поле плоской электромагнитной волны частотой ω , которая по порядку величины много меньше частоты плазменного резонанса ω_p в металлах ($\omega_p \sim 10^{16} \text{ с}^{-1}$). Частица считается малой, что означает $R \ll 2\pi c/\omega$ (c — скорость света в вакууме). Неоднородность внешнего поля

волны и скин-эффект не учитываются (предполагается, что R меньше глубины скин-слоя δ).

Рассмотрим общий случай взаимодействия линейно-поляризованного электромагнитного излучения с цилиндрической частицей, когда ось симметрии частицы ортогональна направлению распространения излучения.

Пусть направление вектора напряженности \mathbf{E} электрического поля волны составляет угол γ с осью цилиндрической частицы. Тогда величина проекции вектора напряженности электрического поля в направлении оси цилиндра $E_l = E \cos \gamma$, а величина проекции вектора напряженности электрического поля в направлении, перпендикулярном оси, $E_n = E \sin \gamma$.

Сечение поглощения частицы можно представить как

$$\sigma = \sigma_l \cos^2 \gamma + \sigma_n \sin^2 \gamma.$$

Величины σ_l и σ_n обусловлены соответственно проекциями вектора напряженности электрического поля E_l и E_n .

В настоящей работе проведено вычисление σ_l (индекс « l » в дальнейшем опускаем). В случае, когда вектор напряженности электрического поля волны \mathbf{E} перпендикулярен оси цилиндра, вектор напряженности магнитного поля волны \mathbf{H} направлен вдоль оси цилиндра. В этом случае доминирующий вклад в сечение поглощения вносит магнитное дипольное поглощение частицы, обусловленное вихревыми токами. Анализ этого поглощения проведен в работах [3,4].

Для достаточно длинного цилиндра электрическое поле волны в большей части объема цилиндра остается неэкранированным. Для оценки параметров, при которых осуществляется этот режим, рассмотрим известное решение для вытянутого эллипсоида в электрическом поле [9]. Исходим из того, что достаточно длинный цилиндр можно аппроксимировать вытянутым эллипсоидом. Из условия перехода локального поля вытянутого эллипсоида в незаэкранированное поле бесконечного цилиндра следует искомое предельное соотношение между радиусом и длиной частицы ($\Gamma = R/L$):

$$\Gamma \ll \sqrt{\frac{\omega}{2\pi\Sigma(0)}} \Big/ \sqrt{\ln \frac{4\pi\Sigma(0)}{\omega}}.$$

Здесь $\Sigma(0) = e^2 n \tau / m$ — статическая проводимость металла (e и m — заряд и эффективная масса электрона в металле, n — концентрация электронов проводимости, τ — электронное время релаксации).

Оценка по этой формуле для внешнего поля, частота которого, например, равна 10^{12} с^{-1} , показывает, что в этом случае длина частицы должна превосходить ее радиус примерно в четыре раза (в случае

более высоких частот внешнего поля экранировка практически отсутствует).

Электрическое поглощение такой однородной частицы обусловлено возникновением высокочастотных токов внутри ее. Электрическое поле, вызывающее появление этих токов, имеет вид

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t). \quad (1)$$

Средняя диссипируемая мощность \bar{Q} в частице находится по формуле [9]

$$\bar{Q} = \int \overline{(\text{Re } \mathbf{E})(\text{Re } \mathbf{j})} d^3r = \frac{1}{2} \text{Re} \int \mathbf{j} \mathbf{E}^* d^3r, \quad (2)$$

здесь чертой обозначено усреднение по времени, а звездочкой — комплексное сопряжение; \mathbf{j} — высокочастотный ток, \mathbf{r} — радиус-вектор (начало координат выбирается на оси частицы).

Связь между \mathbf{E} и \mathbf{j} в случае, когда радиус частицы R сравним с длиной свободного пробега электронов в металле Λ (или меньше ее), оказывается существенно нелокальной. Для описания этой связи применим кинетическое уравнение (в приближении времени релаксации) к вырожденному ферми-газу электронов проводимости, находящемуся внутри частицы.

Для достаточно слабых внешних полей это уравнение можно линеаризовать по внешнему полю \mathbf{E} и по малым отклонениям $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ от равновесной фермиевской функции распределения f_0 :

$$-i\omega f_1 + \mathbf{v} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} + e(\mathbf{v} \mathbf{E}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\frac{f_1}{\tau}, \quad (3)$$

где \mathbf{v} — скорость электронов проводимости.

Далее рассматривается квадратичная зависимость энергии электронов ε от скорости: $\varepsilon = m v^2 / 2$, и используется ступенчатая аппроксимация для равновесной функции распределения электронов по энергиям $f_0(\varepsilon)$ [10]:

$$f_0(\varepsilon) = \theta(\varepsilon_F - \varepsilon) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_F \\ 0, & \varepsilon_F < \varepsilon \end{cases},$$

где $\varepsilon_F = m v_F^2 / 2$ — энергия Ферми (v_F — скорость Ферми) (предполагается, что поверхность Ферми имеет сферическую форму).

Функция распределения электронов

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}), \quad \varepsilon = \frac{m \mathbf{v}^2}{2}.$$

Отклонение $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ функции распределения электронов $f(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ от равновесного значения $f_0(\varepsilon)$, возникающее под действием электрического поля, приводит к появлению внутри частицы высокочастотного тока

$$\mathbf{j} = en \langle \mathbf{v} \rangle = en \left[\int f_0 d^3v \right]^{-1} \int f_1 \mathbf{v} d^3v. \quad (4)$$

Концентрация электронов n в частице определяется по стандартной формуле, согласно которой

$$n = 2 \left(\frac{m}{h} \right)^3 \int f_0 d^3v = 2 \left(\frac{m}{h} \right)^3 \frac{4\pi v_F^3}{3}, \quad (5)$$

где h — постоянная Планка.

Взяв в уравнении (3) поле \mathbf{E} в виде (1), найдем $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ как решение этого уравнения. Затем, используя выражения (4) и (2), определим ток и сечение поглощения энергии внешнего электрического поля частицы:

$$\sigma = \frac{8\pi\bar{Q}}{cE_0^2}. \quad (6)$$

Однозначное решение поставленной задачи возможно при выборе граничного условия для неизвестной функции $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ на цилиндрической поверхности металлической частицы. В качестве такого принимаем условия зеркально-диффузного отражения электронов от поверхности [4]:

$$f_1(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp, \mathbf{v}_z) = qf_1(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}'_\perp, \mathbf{v}_z) \text{ при } \begin{cases} |\mathbf{r}_\perp| = R \\ \mathbf{r}_\perp \mathbf{v}_\perp < 0 \end{cases}, \quad (7)$$

где \mathbf{v}_\perp и \mathbf{r}_\perp — соответственно компоненты радиуса-вектора электрона \mathbf{r} и его скорости \mathbf{v} в плоскости, перпендикулярной оси однородного цилиндра;

$$\mathbf{v}'_\perp = \mathbf{v}_\perp - \frac{2\mathbf{r}_\perp(\mathbf{r}_\perp \mathbf{v}_\perp)}{R^2} -$$

вектор скорости, который при зеркальном отражении от внутренней поверхности частицы в точке \mathbf{r}_\perp ($|\mathbf{r}_\perp| = R$) переходит в вектор \mathbf{v}_\perp ; \mathbf{v}_z — составляющая скорости электрона вдоль оси частицы; q — коэффициент зеркальности (вероятность зеркального отражения): $0 \leq q \leq 1$.

При $q = 0$ получаем условие диффузного отражения электронов проводимости от внутренней поверхности металлической частицы, а при $q = 1$ условие чисто зеркального отражения. При значениях $q \neq 0$ и $q \neq 1$ получаем различные варианты смешанного (зеркально-диффузного) отражения электронов.

3. Функция распределения

Кинетическое уравнение (3) решается методом характеристик [11]. Изменение f_1 вдоль траектории (характеристики)

$$d\mathbf{r} = \mathbf{v}dt$$

определяется уравнением

$$df_1 = - \left[v f_1 + e(\mathbf{vE}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right] dt, \quad (8)$$

где $v = (1/\tau) - i\omega$ — комплексная частота рассеяния.

Граничное условие (7) позволяет проследить за изменением функции $f_1(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp, \mathbf{v}_z)$ вдоль зеркально отражающейся траектории. В точке отражения $t = t_n$ функция $f_1(t)$ испытывает скачок:

$$f_1(t_n + 0) = qf_1(t_n - 0). \quad (9)$$

Знак $+/-$ обозначает предел функции $f_1(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp, \mathbf{v}_z)$ в точке отражения t_n справа или слева по времени пролета.

При зеркальном отражении сохраняется проекция скорости электрона на ось Z (см. ниже). Поэтому величина $\mathbf{vE} = v_z E$ постоянна вдоль траектории.

Разность $t_n - t_{n-1}$ не зависит от номера n точки отражения:

$$t_n = nT + \text{const}, \quad n \in Z$$

где T — время пролета электрона со скоростью \mathbf{v}_\perp от точки $\mathbf{r}_{n-1,\perp}$ до точки $\mathbf{r}_{n,\perp}$:

$$T = - \frac{2(\mathbf{v}_{n\perp} \mathbf{r}_{n\perp})}{v_\perp^2}.$$

Решением уравнения (8) является функция

$$f_1 = C \exp(-vt) + A, \quad (10)$$

где $A = - \frac{e(\mathbf{vE})}{v} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}$.

Параметр t в выражении (10) имеет смысл времени движения электрона вдоль траектории от границы, на которой происходит отражение, до точки \mathbf{r}_\perp со скоростью \mathbf{v}_\perp .

Приведем решение этого уравнения на интервале (t_{n-1}, t_n) для случая зеркального отражения электронов от внутренней поверхности частицы.

В момент начала отсчета времени ($t = 0$)

$$f_1(t_{n-1} + 0) = C + A,$$

откуда находим значение постоянной C :

$$C = f_1(t_{n-1} + 0) - A.$$

Теперь получим связь между начальными значениями функции f_1 на двух соседних звеньях траектории. Поскольку $t_n - 0 = t_{n-1} + T$, то

$$\begin{aligned} f_1(t_n - 0) &= [f_1(t_{n-1} + 0) - A] \exp(-vT) + A = \\ &= A[1 - \exp(-vT)] + f_1(t_{n-1} + 0) \exp(-vT). \end{aligned}$$

Применяя условие (9), получаем

$$\begin{aligned} f_1(t_n + 0) &= q\{A[1 - \exp(-vT)] + \\ &+ f_1(t_{n-1} + 0) \exp(-vT)\}. \end{aligned}$$

Затем с помощью этого рекуррентного соотношения, выражая $f_1(t_{n-1} + 0)$ через $f_1(t_{n-2} + 0)$ и т.д., приходим к выражению для $f_1(t_n + 0)$ через сумму бесконечной геометрической прогрессии со знаменателем $q_2 \exp(-vT)$. Суммируя ее, имеем

$$f_1(t_n + 0) = \frac{qA[1 - \exp(-vT)]}{1 - q \exp(-vT)}. \quad (11)$$

Чтобы найти конкретный вид решения уравнения (8), воспользуемся формулой (10) и начальным условием (11). Когда $t = 0$,

$$\frac{qA[1 - \exp(-vT)]}{1 - q \exp(-vT)} = C + A,$$

откуда

$$C = A \left\{ \frac{q[1 - \exp(-vT)]}{1 - q \exp(-vT)} - 1 \right\} = A \left\{ \frac{q - 1}{1 - q \exp(-vT)} \right\}.$$

Поэтому

$$\begin{aligned} f_1(t) &= A \left\{ \frac{q - 1}{1 - q \exp(-vT)} \right\} \exp(-vt) + A = \\ &= A \left\{ \frac{(q - 1) \exp(-vt)}{1 - q \exp(-vT)} + 1 \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Параметры t и T можно связать с координатами точки $(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp)$ в фазовом пространстве (при $n = 0$, $\mathbf{v}_{0\perp} = \mathbf{v}_\perp$) условиями

$$\mathbf{r}_\perp = \mathbf{r}_{0\perp} + \mathbf{v}_\perp t; \quad \mathbf{v}_\perp \mathbf{r}_{0\perp} < 0; \quad r_{0\perp}^2 = R^2;$$

$$T = -\frac{2(\mathbf{v}_\perp \mathbf{r}_{0\perp})}{v_\perp^2},$$

где $\mathbf{r}_{0\perp}$ — компонента радиуса-вектора электрона в плоскости, перпендикулярной оси цилиндра, в момент отражения от цилиндрической границы частицы.

Исключая отсюда $\mathbf{r}_{0\perp}$, получаем

$$t = \frac{1}{v_\perp^2} \{ \mathbf{r}_\perp \mathbf{v}_\perp + [(\mathbf{r}_\perp \mathbf{v}_\perp)^2 + (R^2 - r_\perp^2)v_\perp^2]^{1/2} \}, \quad (13)$$

$$T = \frac{2}{v_\perp^2} [(\mathbf{r}_\perp \mathbf{v}_\perp)^2 + (R^2 - r_\perp^2)v_\perp^2]^{1/2}. \quad (14)$$

Соотношения (12)–(14) полностью определяют функцию $f_1(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp, \mathbf{v}_z)$ в случае зеркально-диффузного отражения электронов от внутренней поверхности цилиндрической частицы.

4. Сечение поглощения

Найденная функция распределения позволяет рассчитать ток (4), среднюю диссипируемую мощ-

ность (2), а также сечение поглощения (6) энергии внешнего электромагнитного поля.

При вычислении интегралов (4), (2) удобно перейти к цилиндрическим координатам как в пространстве координат $(\mathbf{r}_\perp, \varphi, z;$ полярная ось — ось Z ; вектор \mathbf{E}_0 параллелен оси Z), так и в пространстве скоростей $(\mathbf{v}_\perp, \alpha, v_z;$ полярная ось — ось v_z). Ось цилиндра совпадает с осью Z .

Поле (1) в цилиндрических координатах имеет лишь z -компоненту:

$$\mathbf{E} = E_z \mathbf{e}_z; \quad E_z = E_0 \exp(-i\omega t). \quad (15)$$

Соответственно, и ток (4) обладает лишь z -компонентой (линии тока являются прямыми, параллельными оси Z) и вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} j_z &= E_z 2e^2 \left(\frac{m}{h} \right)^3 \frac{1}{v} \times \\ &\times \int v_z^2 \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) \left\{ \frac{(q - 1) \exp(-vt)}{1 - q \exp(-vT)} + 1 \right\} d^3v. \end{aligned}$$

Воспользовавшись свойствами δ -функции, имеем

$$\begin{aligned} \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) &= \frac{2}{m} \delta(\mathbf{v}_z^2 + \mathbf{v}_\perp^2 - \mathbf{v}_F^2) = \\ &= \frac{2}{m} \delta[\mathbf{v}_z^2 - (\mathbf{v}_F^2 - \mathbf{v}_\perp^2)] = \\ &= \frac{2}{m} \delta \left[\left(\mathbf{v}_z - \sqrt{\mathbf{v}_F^2 - \mathbf{v}_\perp^2} \right) \left(\mathbf{v}_z + \sqrt{\mathbf{v}_F^2 - \mathbf{v}_\perp^2} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{m\sqrt{\mathbf{v}_F^2 - \mathbf{v}_\perp^2}} \left[\delta \left(\mathbf{v}_z - \sqrt{\mathbf{v}_F^2 - \mathbf{v}_\perp^2} \right) + \delta \left(\mathbf{v}_z + \sqrt{\mathbf{v}_F^2 - \mathbf{v}_\perp^2} \right) \right]. \end{aligned}$$

В силу симметрии задачи интегрирование по всему диапазону скоростей v_z заменяется интегрированием по положительному диапазону, и результат удваивается, поэтому, подставляя пределы интегрирования, приходим к выражению

$$\begin{aligned} j_z &= E_z 2e^2 \left(\frac{m}{h} \right)^3 \frac{2}{v} \frac{2}{m} \int_0^{v_F} \int_0^\pi \int_0^\infty v_z^2 \frac{\delta \left(v_z - \sqrt{v_F^2 - v_\perp^2} \right)}{\sqrt{v_F^2 - v_\perp^2}} \times \\ &\times \left\{ \frac{(q - 1) \exp(-vt)}{1 - q \exp(-vT)} + 1 \right\} v_\perp dv_\perp d\alpha dv_z \end{aligned}$$

(движение электронов симметрично относительно любой диаметральной плоскости, в которой лежит точка их положения на траектории, поэтому можно считать, что угол α в пространстве скоростей

изменяется от 0 до π , и удваивать результат интегрирования по этой переменной).

Проинтегрировав по переменной v_z , имеем

$$j_z = \frac{3nE_z e^2}{\pi v_F^3 m v} \int_0^{v_F} \int_0^\pi \sqrt{v_F^2 - v_\perp^2} \times \left\{ \frac{(q-1) \exp(-vt)}{1-q \exp(-vT)} + 1 \right\} v_\perp dv_\perp d\alpha. \quad (16)$$

Здесь мы учли, что концентрация электронов проводимости в металлах определяется по формуле (5).

Сечение поглощения электромагнитного излучения неоднородной частицы

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{8\pi}{c E_0^2} \operatorname{Re} \left\{ \int j_z E_z^* d^3 r \right\},$$

или, учитывая (15) и (16), после несложных преобразований получаем

$$\sigma = \frac{24ne^2\pi L}{v_F^3 mc} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^R r_\perp dr_\perp \times \int_0^{v_F} \int_0^\pi \sqrt{v_F^2 - v_\perp^2} \left[\frac{(q-1) \exp(-vt)}{v(1-q \exp(-vT))} + \frac{1}{v} \right] v_\perp dv_\perp d\alpha \right\}. \quad (17)$$

Для дальнейших вычислений и анализа результатов введем новые переменные

$$\xi = \frac{r_\perp}{R}, \quad \rho = \frac{v_\perp}{v_F}, \quad (18)$$

$$z = v \frac{R}{v_F} = \left(\frac{1}{\tau} - i\omega \right) \frac{R}{v_F} = x - iy$$

и преобразуем выражения (13) и (14):

$$t = \frac{R}{v_\perp} \left(\xi \cos \alpha + \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \alpha} \right) = \frac{R}{v_\perp} \eta,$$

$$T = \frac{R}{v_\perp} 2\sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \alpha} = \frac{R}{v_\perp} \eta_0.$$

Здесь мы учли, что $\mathbf{r}_\perp \mathbf{v}_\perp = r_\perp v_\perp \cos \alpha$ (все электроны на поверхности Ферми внутри частицы движутся со скоростью v_F).

Сечение поглощения (17), с учетом формул (18), удобно представить в виде

$$\sigma = \sigma_0 F(x, y, q),$$

где

$$\sigma_0 = \frac{24\pi n e^2 R^3 L}{m c v_F}, \quad (19)$$

$$F(x, y, q) = \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{z} \int_0^1 \xi d\xi \int_0^\pi \rho \sqrt{1 - \rho^2} \times \left[\frac{(q-1) \exp(-z\eta/\rho)}{1-q \exp(-z\eta_0/\rho)} + 1 \right] d\rho d\alpha \right\}. \quad (20)$$

Когда $q = 0$ (диффузное отражение электронов), из (20) следует, что безразмерное сечение поглощения частицы

$$F(x, y) = \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{z} \int_0^1 \xi d\xi \times \int_0^\pi \rho \sqrt{1 - \rho^2} [1 - \exp(-z\eta/\rho)] d\rho d\alpha \right\}. \quad (21)$$

На рис. 1–3 представлен численный расчет $F(x, y, q)$.

5. Обсуждение результатов

В пределе чисто зеркального отражения электронов на границе частицы ($q = 1$) для безразмерного сечения поглощения $F(x, y)$ получаем выражение

$$F(x, y) = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\pi}{6} \frac{1}{z(x, y)} \right\}.$$

В результате сечение поглощения цилиндра принимает вид

$$\sigma(x, y) = \sigma_0 \operatorname{Re} \left\{ \frac{\pi}{6} \frac{1}{z(x, y)} \right\} = \sigma_0 \frac{\pi}{6} \frac{x}{x^2 + y^2}. \quad (22)$$

Выражение (22) соответствует классическому результату для цилиндрической частицы (т.е. результату, при получении которого используется классическая формула Друде для проводимости металла) [10]. Это связано с тем, что при $q = 1$ граница частицы не оказывает влияния на функцию распределения электронов $f(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp, \mathbf{v}_z)$. Высокочастотный ток внутри зеркально отражающего металлического цилиндра (см. (16)) удовлетворяет локальному закону Ома при любом соотношении между радиусом цилиндра R и длиной свободного пробега электронов Λ . Таким образом, при зеркальном отражении отсутствуют нелокальные (поверхностные) эффекты.

Независимо от характера отражения электронов на границе (при любых q) с ростом размера частицы (при $x \gg 1$) (в этом случае в формуле (20) можно пренебречь членом с экспонентами ввиду их быстрого затухания) также имеет место макроскопическая асимптотика (22).

В работе [12] тоже рассматривалось электрическое поглощение вытянутого эллипсоида вращения (фактически бесконечного цилиндра) с диффузным граничным условием отражения электронов от внутренней поверхности эллипсоида. В случае низкочастотного поверхностного рассеяния электронов, когда $x \ll 1$, $y \ll 1$ (свободно-электронный режим), выражение для сечения поглощения, найденное с использованием формулы (21) (экспоненту, входящую в выражение (21), можно в этом случае разложить по формуле Тейлора до второго члена), совпадает с результатом

$$\sigma_{el} = \frac{8\pi ne^2 R}{mcv_F} V$$

(V — объем эллипсоида), полученным в работе [12], если рассчитать удельные (на единицу объема) сечения поглощения цилиндра и эллипсоида. Однако если поверхностное рассеяние электронов высокочастотное ($x < 1$, $y \gg 1$, $x \ll y$), то результат, полученный в [12],

$$\sigma_{el} = \frac{9}{16} \frac{\pi^2 ne^2 R}{mcv_F y^2} V \quad (23)$$

заметно отличается от точного кинетического расчета.

Для сравнения результатов в случае высокочастотного поверхностного рассеяния найдем макроскопическую асимптотику сечения поглощения бесконечного цилиндра, используя выражение (21) и прием, предложенный в работе [3]. После проведения необходимых вычислений имеем

$$\begin{aligned} \sigma(z) &= \sigma_0 \frac{\pi}{6} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{z} - \frac{3}{8z^2} \right] = \\ &= \sigma_0 \frac{\pi}{6} \left[\frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{3(x^2 - y^2)}{8(x^2 + y^2)^2} \right]. \quad (24) \end{aligned}$$

Найдем отношение удельных (на единицу объема) сечений поглощения (23) и (24) в высокочастотном пределе (при указанных выше условиях в (24) доминирует второй член, пропорциональный $-1/y^2$): $\sigma_{el}/\sigma(z) = 9/4 = 2,25$.

Таким образом, результат, полученный в работе [12] в случае высокочастотного поверхностного рассеяния, значительно завышен по сравнению с результатом точного кинетического расчета для электрического поглощения вытянутой цилиндрической частицы.

На рис. 1,а показаны зависимости безразмерного сечения поглощения F от безразмерной частоты внешнего поля y . Рисунок выполнен для частиц небольшого (по сравнению с длиной свободного пробега электронов Λ) радиуса, одинакового для всех

кривых. Каждая кривая построена при различных значениях коэффициента отражения q . Как видно на рисунке, в области низких безразмерных частот y (когда $y < 0,5$) безразмерное сечение поглощения F больше для частиц, в которых происходит чисто зеркальное отражение электронов проводимости. В другой области безразмерных частот ($y > 0,5$) безразмерное сечение поглощения больше для частиц, в которых отражение электронов проводимости на поверхности частицы чисто диффузное.

На рис. 1,б приведены зависимости безразмерного сечения поглощения F от безразмерной обратной длины свободного пробега x . Рисунок выполнен при заданной безразмерной частоте y и различных значениях коэффициента отражения q . Каждая кривая имеет максимум, величина которого зависит от безразмерной частоты внешнего поля y . Причем кривые 1 и 2 выходят не из начала координат, что объясняется влиянием на безразмерное сечение поглощения F поверхностных эффектов, наиболее существенных, когда радиус частицы мал по сравнению с длиной свободного пробега электронов Λ . С увеличением радиуса частицы все кривые сливаются и результат

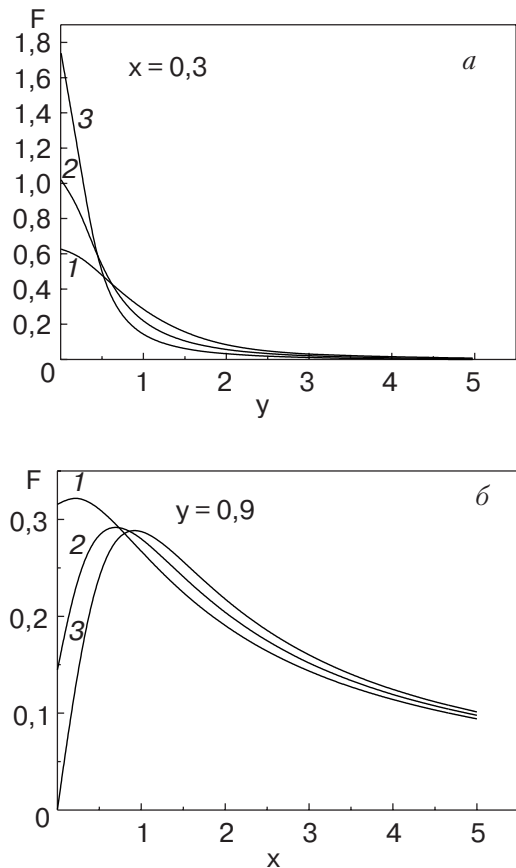


Рис. 1. Зависимости безразмерного сечения поглощения F от безразмерной частоты $y = R\omega/v$ (а) и от размерной обратной длины свободного пробега электронов $x = R/v\tau$ (б) при различных значениях коэффициента отражения q : 0 (1); 0,5 (2); 1 (3).

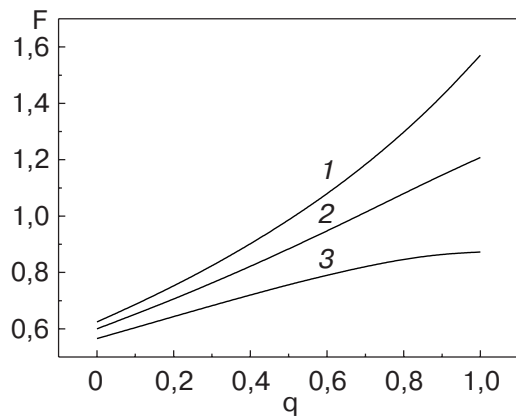


Рис. 2. Зависимость безразмерного сечения поглощения F от коэффициента отражения электронов q при $x = 0,3$ и различных значениях y : 0,1(1); 0,2 (2); 0,3 (3).

переходит в классический, которому соответствует кривая 3 (при зеркальном отражении электронов поверхностные эффекты отсутствуют).

По рис. 2 выясняется влияние на безразмерное сечение поглощения F коэффициента отражения электронов q . При любых значениях коэффициента отражения q сечение поглощения больше для частиц, которые находятся в поле меньшей частоты (радиус частиц одинаков и мал по сравнению с длиной свободного пробега электронов Λ).

1. Ю.И. Петров, *Физика малых частиц*, Наука, Москва (1984).
2. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1973).

3. Э.В. Завитаев, А.А. Юшканов, Ю.И. Яламов, *Оптика и спектроскопия* **92**, 851 (2002).
4. Э.В. Завитаев, А.А. Юшканов, Ю.И. Яламов, *ЖТФ* **72**, 16 (2003).
5. Дж. Займан, *Электроны и фононы*, Изд-во иностр. лит., Москва (1962).
6. R.V. Dingle, *Proc. Roy. Soc.* **A201**, 545 (1950).
7. A.G. Mal'shukov, *Solid State Commun.* **44**, 1257 (1982).
8. А.Г. Мальшуков, *ЖЭТФ* **85**, 700 (1983).
9. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1992).
10. У. Харрисон, *Теория твердого тела*, Мир, Москва (1972).
11. Р. Курант, *Уравнения с частными производными*, Мир, Москва (1964).

Influence of the behavior of electrons reflection from the surface on electric properties of a cylindrical particle

E.V. Zavitaev and A.A. Yushkanov

The absorption cross-section of electromagnetic radiation in a metal cylindrical particle is calculated. The specular-diffuse reflection of electrons from the partial internal surface is taken as boundary conditions of the problem. Limiting cases are considered, and the results obtained are discussed.