Физика низких температур, 2005, т. 31, № 10, с. 1095–1099

Механизм «твердотельного» вращения сверхтекучей и нормальной компонент в процессе расслоения пересыщенного раствора ^{3}He–^{4}He

Э.А. Пашицкий

Институт физики, пр. Науки, 46, г. Киев, 03028, Украина
E-mail: pashitsk@iop.kiev.ua

В.Н. Мальнев, Р.А. Нарышкин

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, физический факультет, пр. Глушкова, 6, г. Киев, 03022, Украина
E-mail: malnev@i.com.ua;
naryshkin@univ.kiev.ua

Статья поступила в редакцию 18 февраля 2005 г., после переработки 11 марта 2005 г.

Показано, что в нормальной компоненте пересыщенного распадающегося раствора ^{3}He–^{4}He могут образовываться неустойчивые гидродинамические вихри внутри докритических доменов распада. Рассмотрен механизм увлечения сверхтекучей компоненты раствора ^{3}He–^{4}He нормальной компонентой в процесс «твердотельного» вихревого вращения благодаря силам Холла — Вайнена — Бекаревича — Халатникова в уравнениях двухжидкостной гидродинамики, что приводит к рождению квантованных вихрей. Возрастание средней плотности квантованных вихрей может увеличивать скорость гетерогенного распада раствора ^{3}He–^{4}He.

Показано, що в нормальній компоненті перенасиченого розчину ^{3}He–^{4}He, що розпадається, можуть утворюватися нестійкі гідродинамічні вихори всередині докритичних доменів розпаду. Розглянуто механізм захоплення надплинної компоненти розчину ^{3}He–^{4}He нормальною компонентою у процесі «твердотільного» вихорового обертання завдяки силам Хола — Вайнена — Бекаревича — Халатнікова у рівняннях дворідинної гідродинаміки, що приводить до нарождення квантованих вихорів. Зростання середньої густини квантованих вихорів може збільшувати швидкість гетерогенного розпаду розчину ^{3}He–^{4}He.

PACS: 67.40.Bz, 67.40.Vs

1. Введение

В работе [1] было показано, что в процессе распада пересыщенного сверхтекучего (СТ) раствора квантовых жидкостей ^{3}He–^{4}He внутри докритических зародышей (доменов распада) в нормальной компоненте могут зарождаться классические гидродинамические вихри с распределенной линейно по радиусу азимутальной скоростью $v_{n\varphi}(r,t) = \omega_n(t)\, r$, которая соответствует «твердотельному» вращению жидкости с нарастающей во времени угловой скоростью $\omega_n(t)$. Такие вихри развиваются под действием конвективной и кориолисовой сил, возникающих благодаря сходящимся радиальным потокам со скоростью $v_n(r,t) = -\beta_n(t)\, r$. Эти потоки компенсируют уход из объема (всплывание на поверхность в поле тяжести) легкой фракции распадающегося раствора (изотопа ^{3}He) в условиях химического и динамического равновесия доменов распада с окружающим пересыщенным (метастабильным) раствором ^{3}He–^{4}He. Процесс распада раствора может быть описан с помощью объемного стока $-q(t)$ и вертикального потока атомов ^{3}He со скоростью v_z. Поэтому внутри цилиндрического домена выполняется эффективное уравнение непрерывности с объемным стоком [1,2]:

$$\frac{\partial(\rho_n + \rho_s)}{\partial t} + \operatorname{div}\,(\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s) = -q(t). \quad (1)$$

Здесь ρ_n, ρ_s и $\mathbf{v}_n$, $\mathbf{v}_s$ — плотности и гидродинамические скорости нормальной и СТ компонент соответственно. В дальнейшем будем считать жидкость несжимаемой.

В работе [1] предполагалось, что имеет место полное увлечение СТ компоненты нормальной компонентой, т.е. гидродинамическая скорость СТ компоненты $\mathbf{v}_s = \mathbf{v}_n$ и, в частности, для «твердотельного» вращения жидкости $v_{s\varphi} = v_{n\varphi} = \omega_n r$.

На первый взгляд, это противоречит квантовомеханической природе СТ скорости, которая определяется градиентом фазы $\nabla\theta_s$ макроскопического СТ параметра порядка $\mathbf{v}_s = (\hbar/m_4)\,|\Psi_s|^2\,\nabla\theta_s$ (где m_4 — масса атома ^{4}He, $|\Psi_s|$ — модуль параметра порядка). В этом случае rot $\mathbf{v}_s \equiv 0$, так что «твердотельное» вращение СТ компоненты как целого невозможно. Однако если угловая скорость вращения СТ жидкости ω_s превышает минимальное критическое значение $\omega_{c1} = (\hbar/m^2R_0^2)\ln(R_0/a_0)$ (где R_0 — радиус сосуда, a_0 — радиус нормальной сердцевины квантованного вихря), то в ее объеме рождаются квантованные вихри, нормальные сердцевины которых имеют конечную завихренность rot $\mathbf{v}_s \neq 0$. Среднее значение этой завихренности при достаточно большом количестве квантованных вихрей равно $\omega_0 = 2\omega_s$. При этом квантованные вихри образуют правильную треугольную решетку со средней плотностью вихрей $n_v = \omega_0/\kappa$ (где $\kappa = 2\pi\hbar/m_4$ — квант циркуляции скорости).

В настоящей работе рассмотрен более детально механизм увлечения СТ компоненты вращающейся нормальной компонентой за счет тензорных сил Холла—Вайнена—Бекаревича—Халатникова (ХВБХ) при ненулевой начальной завихренности. Показано, что СТ компонента вовлекается в ускоренное «твердотельное» вращение, которое в свою очередь может приводить к возрастанию скорости распада пересыщенного раствора ^{3}He–^{4}He.

2. Силы увлечения сверхтекучей компоненты раствора ^{3}He–^{4}He

Рассмотрим уравнения двухжидкостной гидродинамики [3] с учетом вычисленных в [4–6] макроскопических сил сцепления, возникающих при наличии квантованных вихрей в СТ компоненте с некоторой средней пространственно однородной завихренностью $\omega_0 \neq 0$:

$$\frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + (\mathbf{v}_s\nabla)\mathbf{v}_s = -\frac{1}{\rho_s}\nabla p_s + \mathbf{g} + \frac{\rho_n}{2\rho}\nabla(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^2 - $$

$$ - \frac{1}{2}B'\frac{\rho_n}{\rho}[\boldsymbol{\omega}_0 \times (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)] - $$

$$ - \frac{1}{2}B\frac{\rho_n}{\rho}\left[\frac{\boldsymbol{\omega}_0}{|\boldsymbol{\omega}_0|}\times[\boldsymbol{\omega}_0\times(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)]\right], \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_n}{\partial t} + (\mathbf{v}_n\nabla)\mathbf{v}_n = -\frac{1}{\rho_n}\nabla p_n + \mathbf{g} - \frac{\rho_s}{2\rho}\nabla(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^2 + $$

$$ + \nu_n\Delta\mathbf{v}_n - \frac{1}{2}B'\frac{\rho_s}{\rho}[\boldsymbol{\omega}_0 \times (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)] - $$

$$ - \frac{1}{2}B\frac{\rho_s}{\rho}\left[\frac{\boldsymbol{\omega}_0}{|\boldsymbol{\omega}_0|}\times[\boldsymbol{\omega}_0\times(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)]\right]. \qquad (3)$$

Здесь B и B' — коэффициенты Вайнена—Холла, ρ_s и ρ_n — плотности СТ и нормальной компонент, $\rho = \rho_n + \rho_s$, $p_s = P\rho_s/\rho$ и $p_n = P\rho_n/\rho$ — парциальные давления, P — полное давление, $\mathbf{g}$ — ускорение силы тяжести, а ν_n — коэффициент кинематической вязкости нормальной компоненты.

Заметим, что система уравнений (2) и (3) была получена для описания движения нормальной и СТ компонент квантовой жидкости ^{4}He. Мы рассматриваем область температур, когда нормальная компонента в основном состоит из примеси ^{3}He, а сверхтекучая — исключительно из ^{4}He (см. [1]) и предполагаем возможность применения уравнений ХВБХ.

В пересыщенном метастабильном растворе ^{3}He–^{4}He начинается процесс спонтанного зарождения доменов распада с образованием микрокапель ^{3}He, которые всплывают на поверхность раствора в поле тяжести. Таким образом, наличие примеси ^{3}He обеспечивает появление объемного стока (см. уравнение непрерывности (1)) и вертикальных восходящих потоков в домене распада, благодаря которым и возможна гидродинамическая неустойчивость «твердотельного» вращения внутри доменов распада.

Рассмотрим процесс распада раствора ^{3}He–^{4}He внутри докритического зародыша (домена распада) цилиндрической формы радиуса R_0. Для аксиально-симметричного течения при условии, что $\boldsymbol{\omega}_0$ параллельна оси z, в цилиндрической системе координат уравнения (2) и (3) принимают следующий вид:

$$\frac{\partial v_{sr}}{\partial t} + v_{sr}\frac{\partial v_{sr}}{\partial r} - \frac{v_{s\varphi}^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\rho_n}{2\rho}\frac{\partial}{\partial r}(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^2 + $$

$$ + \frac{1}{2}B'\frac{\rho_n}{\rho}\,\omega_0(v_{n\varphi} - v_{s\varphi}) + \frac{1}{2}B\frac{\rho_n}{\rho}\,\omega_0(v_{nr} - v_{sr}), \qquad (4)$$

$$\frac{\partial v_{s\varphi}}{\partial t} + v_{sr}\frac{\partial v_{s\varphi}}{\partial r} + \frac{v_{sr}v_{s\varphi}}{r} = $$

$$ = -\frac{1}{2}B'\frac{\rho_n}{\rho}\,\omega_0(v_{nr} - v_{sr}) + \frac{1}{2}B\frac{\rho_n}{\rho}\,\omega_0(v_{n\varphi} - v_{s\varphi}), \qquad (5)$$

$$\frac{\partial v_{sz}}{\partial t} + v_{sz}\frac{\partial v_{sz}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} - g + \frac{\rho_n}{2\rho}\frac{\partial}{\partial z}(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^2, \tag{6}$$

$$\frac{\partial v_{nr}}{\partial t} + v_{nr}\frac{\partial v_{nr}}{\partial r} - \frac{v_{n\varphi}^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} + \nu_n\left(\frac{\partial^2 v_{nr}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_{nr}}{\partial r} - \frac{v_{nr}}{r^2}\right) - \frac{\rho_s}{2\rho}\frac{\partial}{\partial r}(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^2 + \frac{1}{2}B'\frac{\rho_s}{\rho}\omega_0(v_{n\varphi} - v_{s\varphi}) + \frac{1}{2}B\frac{\rho_s}{\rho}\omega_0(v_{nr} - v_{sr}), \tag{7}$$

$$\frac{\partial v_{n\varphi}}{\partial t} + v_{nr}\frac{\partial v_{n\varphi}}{\partial r} + \frac{v_{nr}v_{n\varphi}}{r} = \nu_n\left(\frac{\partial^2 v_{n\varphi}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_{n\varphi}}{\partial r} - \frac{v_{n\varphi}}{r^2}\right) - \frac{1}{2}B'\frac{\rho_s}{\rho}\omega_0(v_{nr} - v_{sr}) + \frac{1}{2}B\frac{\rho_s}{\rho}\omega_0(v_{n\varphi} - v_{s\varphi}), \tag{8}$$

$$\frac{\partial v_{nz}}{\partial t} + v_{nz}\frac{\partial v_{nz}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} - g + \nu_n\frac{\partial^2 v_{nz}}{\partial z^2} - \frac{\rho_s}{2\rho}\frac{\partial}{\partial z}(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^2. \tag{9}$$

Здесь предполагается, что внутри домена распада можно пренебречь зависимостями азимутальных и радиальных скоростей от z и аксиальных скоростей от r. При этом учитывается действие конвективных и кориолисовых сил, обусловленных существованием радиальных потоков нормальной и СТ компонент, а также направленной вниз силы тяжести.

Если координатные зависимости гидродинамических скоростей нормальной компоненты выбрать в виде линейных по r и z функций

$$v_{nr}(r,t) = -\beta_n(t)\,r, \qquad v_{n\varphi}(r,t) = \omega_n(t)r, \qquad v_{nz}(z,t) = \alpha_n(t)z, \tag{10}$$

то содержащиеся в правых частях уравнений (7), (8) и (9) члены при коэффициенте ν_n, которые описывают эффект объемной вязкости (при условии несжимаемости жидкости), тождественно обращаются в нуль.

Радиальную, азимутальную и аксиальную скорости СТ компоненты будем также искать в виде

$$v_{sr}(r,t) = -\beta_s(t)\,r, \qquad v_{s\varphi}(r,t) = \omega_s(t)r, \qquad v_{sz}(z,t) = \alpha_s(t)z. \tag{11}$$

При этом, как отмечалось выше, параметр ω_0 имеет смысл средней завихренности СТ компоненты $\overline{\mathrm{rot}\,\mathbf{v}_s}$, которая равна удвоенной угловой скорости ω_s. Последняя связана со средней плотностью вихрей n_v в правильной треугольной вихревой решетке соотношением $n_v = 2\omega_s/\kappa$.

В результате с учетом соотношений (10) и (11) получаем следующую систему нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка для определения функций $\alpha_{n,s}(t)$, $\beta_{n,s}(t)$, $\omega_{n,s}(t)$, а также давления $P(r,z,t)$:

$$(\dot\alpha_s + \alpha_s^2)z = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} - g + \frac{\rho_n}{\rho}(\alpha_n - \alpha_s)^2 z, \tag{12}$$

$$(\dot\alpha_n + \alpha_n^2)z = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} - g - \frac{\rho_s}{\rho}(\alpha_n - \alpha_s)^2 z, \tag{13}$$

$$-\dot\beta_s + \beta_s^2 - \omega_s^2 = -\frac{1}{\rho r}\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\rho_n}{\rho}[(\beta_n - \beta_s)^2 + (\omega_n - \omega_s)^2] - \frac{\rho_n}{\rho}\omega_s[B(\beta_n - \beta_s) - B'(\omega_n - \omega_s)], \tag{14}$$

$$-\dot\beta_n + \beta_n^2 - \omega_n^2 = -\frac{1}{\rho r}\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{\rho_s}{\rho}[(\beta_n - \beta_s)^2 + (\omega_n - \omega_s)^2] - \frac{\rho_s}{\rho}\omega_s[B(\beta_n - \beta_s) - B'(\omega_n - \omega_s)], \tag{15}$$

$$\dot\omega_s - 2\beta_s\omega_s = \frac{\rho_n}{\rho}\omega_s[B(\omega_n - \omega_s) + B'(\beta_n - \beta_s)], \tag{16}$$

$$\dot\omega_n - 2\beta_n\omega_n = \frac{\rho_s}{\rho}\omega_s[B(\omega_n - \omega_s) + B'(\beta_n - \beta_s)]. \tag{17}$$

В уравнениях (14)–(17) вместо средней начальной завихренности ω_0 в выражениях для сил ХВБХ используется зависящая от времени средняя макроскопическая угловая скорость СТ компоненты $\omega_s(t)$. Кроме этого, должно выполняться уравнение непрерывности (1), которое для данных профилей скоростей записывается в виде

$$\rho_n(\alpha_n - 2\beta_n) + \rho_s(\alpha_s - 2\beta_s) = -q. \tag{18}$$

Зная зависимости $\alpha_{n,s}$, $\beta_{n,s}$, $\omega_{n,s}$, q от времени, из уравнений (13) и (14) можем найти зависимость давления P от координат r, z и времени t. Имея это в виду, исключим давление из системы уравнений (12)–(18), после чего она примет следующий вид:

$$\dot\alpha_s = \dot\alpha_n + 2\alpha_n(\alpha_n - \alpha_s), \tag{19}$$

$$\dot{\beta}_n - \dot{\beta}_s = \omega_s(\omega_n - \omega_s)\left[B'\frac{\rho_n - \rho_s}{\rho} - 2\right] + \\ + (\beta_n - \beta_s)\left[2\beta_n - B\frac{\rho_n - \rho_s}{\rho}\omega_s\right], \quad (20)$$

$$\dot{\omega}_s = 2\beta_s\omega_s + \frac{\rho_n}{\rho}\omega_s[B(\omega_n - \omega_s) + B'(\beta_n - \beta_s)], \quad (21)$$

$$\dot{\omega}_n = 2\beta_n\omega_n + \frac{\rho_s}{\rho}\omega_s[B(\omega_n - \omega_s) + B'(\beta_n - \beta_s)], \quad (22)$$

$$\rho_n\alpha_n + \rho_s\alpha_s + q = 2\rho_n\beta_n + 2\rho_s\beta_s. \quad (23)$$

3. Ускорение «твердотельного» вращения сверхтекучей и нормальной компонент в режиме «взрывной» неустойчивости

Покажем, что система уравнений (12)–(18) при $q = 0$ имеет точное самосогласованное решение типа нелинейной «взрывной» неустойчивости, когда все компоненты скоростей меняются во времени по закону $\sim (t_0 - t)^{-1}$ и за конечный промежуток времени достигают формально бесконечных значений.

Будем искать временные зависимости параметров, определяющих профили гидродинамических скоростей нормальной и СТ компонент с учетом уравнения непрерывности, в следующем виде:

$$\alpha_{n,s} = 2\beta_{n,s} = \frac{2b_{n,s}}{t_0 - t}, \quad \omega_{n,s} = \frac{a_{n,s}}{t_0 - t}. \quad (24)$$

В результате получим систему алгебраических нелинейных уравнений для нахождения неизвестных постоянных $b_{n,s}$, $a_{n,s}$, а также давления $P(r,z,t)$:

$$-b_s + b_s^2 - a_s^2 = \\ = -\frac{1}{\rho r}\frac{\partial P}{\partial r}(t_0 - t)^2 + \frac{\rho_n}{\rho}[(b_n - b_s)^2 + (a_n - a_s)^2] + \\ + \frac{\rho_n B' a_s}{\rho}(a_n - a_s) - \frac{\rho_n B a_s}{\rho}(b_n - b_s), \quad (25)$$

$$a_s(1 - 2b_s) = \frac{\rho_n B' a_s}{\rho}(b_n - b_s) + \frac{\rho_n B a_s}{\rho}(a_n - a_s), \quad (26)$$

$$2b_s(2b_s + 1) = -\frac{1}{\rho z}\frac{\partial P}{\partial z}(t_0 - t)^2 - \\ -\frac{g}{z}(t_0 - t)^2 + \frac{4\rho_n}{\rho}(b_n - b_s)^2, \quad (27)$$

$$-b_n + b_n^2 - a_n^2 = \\ = -\frac{1}{\rho r}\frac{\partial P}{\partial r}(t_0 - t)^2 - \frac{\rho_s}{\rho}[(b_n - b_s)^2 + (a_n - a_s)^2] + \\ + \frac{\rho_s B' a_s}{\rho}(a_n - a_s) - \frac{\rho_s B a_s}{\rho}(b_n - b_s), \quad (28)$$

$$a_n(1 - 2b_n) = \frac{\rho_s B' a_s}{\rho}(b_n - b_s) - \frac{\rho_s B a_s}{\rho}(a_n - a_s), \quad (29)$$

$$2b_n(2b_n + 1) = \\ = -\frac{1}{\rho z}\frac{\partial P}{\partial z}(t_0 - t)^2 - \frac{g}{z}(t_0 - t)^2 + \frac{4\rho_s}{\rho}(b_n - b_s)^2. \quad (30)$$

Решая систему уравнений (25)–(30), найдем решение, которое соответствует режиму полного увлечения СТ компоненты нормальной компонентой:

$$b_s = b_n = \frac{1}{2}, \ a_n = a_s = 1, \ t_0 = \omega^{-1}(0), \quad (31)$$

$$P(r,z,t) = P(0,0,t) - \rho g z - \frac{\rho z^2}{(t_0 - t)^2} + \frac{5}{8}\frac{\rho r^2}{(t_0 - t)^2}. \quad (32)$$

Таким образом, развитие гидродинамических классических вихрей внутри докритических доменов распадающегося раствора ^{3}He–^{4}He приводит к полному увлечению СТ компоненты нормальной компонентой за счет возрастания плотности квантованных вихрей, которые обеспечивают сцепление этих компонент. Однако такой режим «взрывного» ускорения «твердотельного» вращения реализуется только при одинаковой начальной завихренности СТ и нормальной компонент.

В том случае, когда в начальный момент времени СТ компонента неподвижна и не содержит квантованных вихрей, так что $\omega_s(0) = \beta_s(0) = 0$, система уравнений (12)–(17) в отсутствие вертикальных потоков ($\alpha_n = \alpha_s = 0$) при $q = 2\rho_n\beta_n \neq 0$ сводится к

$$-\frac{1}{\rho r}\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\rho_n}{\rho}(\beta_n^2 + \omega_n^2) = 0, \quad (33)$$

$$-\frac{d\beta_n}{dt} + \beta_n^2 - \omega_n^2 = -\frac{1}{\rho r}\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{\rho_s}{\rho}(\beta_n^2 + \omega_n^2), \quad (34)$$

$$\frac{d\omega_n}{dt} - 2\beta_n\omega_n = 0. \quad (35)$$

Уравнение (34) с учетом (33) и при условии $\rho = \rho_n + \rho_s$ принимает вид

$$\frac{d\beta_n(t)}{dt} - 2\beta_n^2(t) = 0 \quad (36)$$

и совпадает с (35), если положить $\beta_n(t) = \omega_n(t)$. При этом решение нелинейных уравнений (35) и (36) имеет вид

$$\beta_n(t) = \omega_n(t) = \frac{\omega_n(0)}{1 - 2\omega_n(0)t}\,, \tag{37}$$

что соответствует «взрывной» неустойчивости с сингулярностью во времени при $t = [2\omega_n(0)]^{-1}$ при условии, что мощность объемного стока $q(t) = 2\rho_n\beta_n(t)$ также нарастает по закону $\sim [1 - 2\omega_n(0)t]^{-1}$.

Однако в некоторый момент времени $t = t_1$, где t_1 определяется условием

$$\omega_n(t_1) = \frac{\omega_n(0)}{1 - 2\omega_n(0)t_1} = \omega_{c1}\,, \tag{38}$$

в СТ компоненте начинают рождаться квантованные вихри. В результате этого возникает сцепление СТ и нормальной компонент за счет сил ХВБХ, так что в линейном по ω_s и β_s приближении уравнения (20) и (21) принимают вид

$$\frac{d\beta_s}{dt} = \left[\frac{\rho_n - \rho_s}{\rho}(B - B') + 2\right]\beta_n\omega_s + 2\beta_n\beta_s\,, \tag{39}$$

$$\frac{d\omega_s}{dt} = \frac{\rho_n}{\rho}(B + B')\beta_n\omega_s\,. \tag{40}$$

Из уравнения (40) находим усредненную временную зависимость угловой скорости СТ компоненты

$$\omega_s(t) = \omega_{c1}\left(\frac{1 - 2\omega_n(0)t_1}{1 - 2\omega_n(0)t}\right)^{(B+B')\rho_n/2\rho}. \tag{41}$$

При этом уравнение (39) имеет общее решение вида (при $t > t_1$)

$$\beta_s(t) = \omega_{c1}\frac{(\rho_n - \rho_s)(B - B') + 2\rho}{\rho_n(B + B') - 2\rho}\times$$

$$\times\left[\left(\frac{1 - 2\omega_n(0)t_1}{1 - 2\omega_n(0)t}\right)^{(B+B')\rho_n/2\rho} - \frac{1 - 2\omega_n(0)t_1}{1 - 2\omega_n(0)t}\right]. \tag{42}$$

Как видим, $\beta_s(t_1) = 0$, и при $t \to [2\omega_n(0)]^{-1}$ обе компоненты СТ скорости (41) и (42) также являются нарастающими в режиме «взрывной» неустойчивости. Отсюда следует, что СТ компонента увлекается в ускоренное «твердотельное» вращение нормальной компонентой. При этом происходит резкое возрастание средней плотности квантованных вихрей, что должно приводить к возрастанию скорости гетерогенного распада пересыщенного раствора ^{3}He–^{4}He в результате захвата атомов ^{3}He нормальными корами квантованных вихрей [7].

В соответствии с изложенным выше, характерное время развития «взрывной» неустойчивости по порядку величины равно $[\omega_n(0)]^{-1}$, где $\omega_n(0)$ — начальная угловая скорость вращения. Таким образом, должна существовать зависимость между скоростью гетерогенного распада раствора и угловой скоростью вращения сосуда, в котором он находится. Подчеркнем, что мощность объемного стока $q(t) = 2\rho_n\beta_n(t)$ должна зависеть от времени «взрывным» образом, что соответствует увеличению скорости образования микрокапель ^{3}He и, следовательно, ускорению распада раствора.

Оценки показывают, что для практически мгновенного достижения ($t_1 = 0$, см. (38)) критической угловой скорости $\omega_{c1} = (\hbar/m_4R_0^2)\ln(R_0/a_0)$ будет достаточно и сравнительно слабого вращения Земли ($\omega \sim 10^{-4}$ рад/с) при радиусе сосуда $R_0 \sim 1$–5 см. Проведение же количественного анализа для определения характерных скоростей гетерогенного распада пересыщенного раствора ^{3}He–^{4}He в общем случае требует численных значений коэффициентов B, B' и начальной завихренности $2\omega_n(0)$.

В заключение авторы выражают благодарность Э.Я. Рудавскому за полезные дискуссии.

1. Э.А. Пашицкий, В.Н. Мальнев, Р.А. Нарышкин, *ФНТ* **31**, 141 (2005).
2. Э.А. Пашицкий, *Прикладная гидродинамика* **4 (76)**, 50 (2002).
3. И.М. Халатников, *Теория сверхтекучести*, Физматгиз, Москва (1971).
4. H.E. Hall, *Proc. Roy. Soc.* **245**, 546 (1958); *Adv. in Phys.* **9**, 89 (1960).
5. W.F. Vinen, *Proc. Roy. Soc.* **A260**, 218 (1961).
6. И.Л. Бекаревич, И.М. Халатников, *ЖЭТФ* **40**, 920 (1961).
7. В.А. Михеев, Э.Я. Рудавский, В.К. Чаговец, Г.А. Шешин, *ФНТ* **17**, 444 (1991).

The mechanism of «solid-body» rotation of superfluid and normal components in the process of separation into layers of the oversaturated ^{3}He–^{4}He solution

E.A. Pashitskii, V.N. Mal'nev, and R.A. Naryshkin

It is shown that unstable hydrodynamic vortices may be formed inside subcritical nuclei of separation in the normal component of the decaying oversaturated ^{3}He–^{4}He solution. We consider the mechanism of drag of the superfluid component of the ^{3}He–^{4}He solution by the normal component into the «solid-body» rotation due to the Hall — Vinen — Bekarevich — Khalatnikov forces in the equations of two-fluid hydrodynamics, resulting in the formation of quantized vortices. An increase in the average density of the quantized vortices may accelerate the process of heterogeneous decomposition of the ^{3}He–^{4}He solution.