

## Высокочастотные поляритонные волны на границе металл–вакуум

С.Н. Смирнов<sup>1</sup>, В.Д. Нацик<sup>1,2</sup>, Л.Д. Нацик<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины  
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина  
E-mail: smirnov@ilt.kharkov.ua*

<sup>2</sup>*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина  
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина*

<sup>3</sup>*Харьковский военный университет  
пл. Свободы, 6, г. Харьков, 61043, Украина*

Статья поступила в редакцию 7 июня 2004 г.

Изучены некоторые новые аспекты задачи о линейных электромагнитно-плазменных колебаниях на плоской границе раздела металл–вакуум. Анализ выполнен на основе уравнений Максвелла для электрического и магнитного полей, дополненных уравнением гидродинамики для электронной плазмы металла. Эта система уравнений допускает существование ранее не обсуждавшихся специфических собственных длинноволновых неоднородных колебательных состояний поляритонного типа ( $E$ -волн) с частотами  $\omega$  порядка плазменной частоты  $\omega_p$  электронов проводимости, в которых колебания магнитного поля поляризованы в плоскости границы раздела и перпендикулярны направлению их распространения вдоль границы. Такие волны являются результатом гибридизации на границе металл–вакуум продольных волн электронной плотности (плазмонов) металла с поперечными колебательными модами (фотонами) металла и вакуума. В частности, показано, что возбуждение в объеме металла плазмонов сопровождается появлением локализованной вблизи поверхности электромагнитной волны, состоящей из смеси металлических и вакуумных фотонов. Данная неоднородная волна имеет закон дисперсии объемных плазмонов и существует в характерной для них полосе частот  $\omega_p < \omega < \sqrt{2}\omega_p$ , при этом характерные значения параметра локализации имеют величину порядка  $c/\omega_p$  ( $c$  — скорость света в вакууме). Для стандартных металлов этот параметр имеет значения 10–50 нм, поэтому роль таких колебательных состояний может оказаться существенной при описании электромагнитных резонансов и радиационных явлений в металлических наноструктурах.

Вивчено деякі нові аспекти задачі про лінійні електромагнітно-плазмові коливання на плоскій границі розділу метал–вакуум. Аналіз виконано на основі рівнянь Максвелла для електричного і магнітного полів, доповнених рівнянням гідродинаміки для електронної плазми металу. Ця система рівнянь допускає існування раніше не обміркованих специфічних власних довгохвильових неоднорідних коливальних станів поляритонного типу ( $E$ -хвиль) з частотами  $\omega$  порядку плазмової частоти  $\omega_p$  електронів провідності, у яких коливання магнітного поля поляризовані у площині границі розділу і перпендикулярні напрямку їхнього розповсюдження вздовж границі. Такі хвилі є результатом гібридизації на границі метал–вакуум поздовжніх хвиль електронної густини (плазмонів) металу з поперечними коливальними модами (фотонами) металу і вакууму. Зокрема, показано, що збудження у об'ємі металу плазмонів супроводжується появою локалізованої поблизу поверхні електромагнітної хвилі, що складає із суміші металічних і вакуумних фотонів. Ця неоднорідна хвиля має закон дисперсії об'ємних плазмонів і існує в характерній для них смузі частот  $\omega_p < \omega < \sqrt{2}\omega_p$ , при цьому характерні значення параметра локалізації мають величину порядку  $c/\omega_p$  ( $c$  — швидкість світла у вакуумі). Для стандартних металів цей параметр має значення 10–50 нм, тому роль таких коливальних станів може виявитись істотною при опису електромагнітних резонансів і радіаційних явищ у металевих наноструктурах.

PACS: 71.36.+c, 71.45.Lr, 73.20.Mf

### Введение

Взаимодействие электромагнитного излучения с поверхностями металлов изучается уже на протяжении многих десятилетий, полученные в этой области теоретические и экспериментальные результаты описаны в многочисленных обзорах и монографиях (см., например, [1–5]). При этом подавляющее большинство теоретических работ, относящихся к данной проблеме, посвящено изучению разнообразных линейных и нелинейных эффектов, обусловленных специфической и весьма значительной частотной дисперсией диэлектрической проницаемости металлов  $\hat{\epsilon}(\omega)$ : обращением  $\hat{\epsilon}(\omega)$  в нуль в окрестности характерной плазменной частоты  $\omega_p$  электронов проводимости; отрицательными и большими по абсолютной величине значениями  $\hat{\epsilon}(\omega)$  при  $\omega \ll \omega_p$ ; наличием у  $\hat{\epsilon}(\omega)$  мнимой составляющей, обусловленной диссипативными свойствами электронов.

При анализе распространения электромагнитных волн в объеме металлов, как правило, принимается во внимание и пространственная дисперсия диэлектрической проницаемости, т.е. зависимость  $\hat{\epsilon}(\omega, \mathbf{k})$  от волнового вектора  $\mathbf{k}$  [6]. В длинноволновом пределе  $|\mathbf{k}|a \ll 1$  ( $a$  — характерное межатомное расстояние), такая зависимость связана с конечной величиной сжимаемости вырожденной электронной плазмы [3–7], и ее учет приводит к хорошо известному закону дисперсии  $\omega_l(\mathbf{k})$  для продольных волн зарядовой плотности (плазмонов) в однородном изотропном металле

$$\omega_l^2(\mathbf{k}) = \omega_p^2 + v_p^2 k^2, \quad (1)$$

где параметр дисперсии  $v_p$  имеет величину порядка скорости электрона  $v_F$  на поверхности Ферми (величина  $v_p^2$  пропорциональна производной квантового давления  $p(n)$  в электронной плазме по ее плотности  $n$ ). Конечная сжимаемость электронной плазмы учитывается и при построении общей теории волн зарядовой плотности, локализованных вблизи свободной поверхности металла (поверхностных плазмонов) [4,5], для которых закон дисперсии  $\omega_s(k)$  описывается выражением

$$\omega_s^2(k) = \frac{1}{2} [\omega_p^2 + v_p^2 k^2 + v_p |k| (2\omega_p^2 + v_p^2 k^2)^{1/2}], \quad (2)$$

где  $k$  — волновое число поверхностной моды.

При теоретическом описании многочисленных конкретных явлений линейного и нелинейного взаимодействия электромагнитных волн с атомно-гладкими поверхностями металлов основное внимание уделяется частотам  $\omega \ll \omega_p$ , а эффектами пространственной дисперсии обычно пренебрегают на фоне более значительных эффектов, связанных с частот-

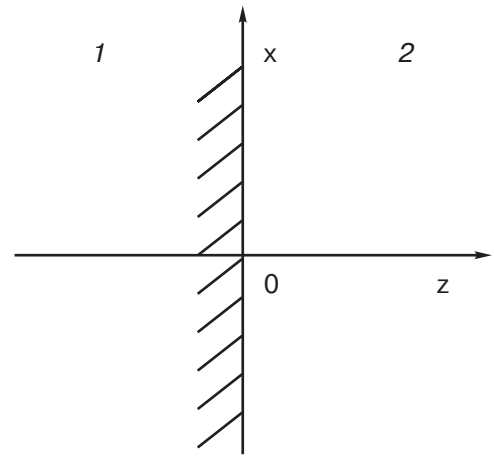


Рис. 1. Геометрия задачи: 1 — металл, 2 — вакуум.

ной дисперсией и затуханием. Область высоких частот  $\omega \gtrsim \omega_p$  в этой проблеме изучена слабо, что, по-видимому, связано с трудностями постановки экспериментов при таких частотах. В доступной нам литературе мы не нашли систематического описания и классификации электромагнитных колебаний на границе металл–вакуум с частотами  $\omega \gtrsim \omega_p$ , хотя особенности дисперсии диэлектрической проницаемости неограниченного металла при высоких частотах изучены довольно подробно [2,6]. При таких частотах диссипация в реальных металлах мала, поэтому можно ожидать более яркого проявления как эффектов пространственной дисперсии, так и ряда других динамических особенностей колебательных состояний пространственно неоднородной системы, которые в области низких частот маскируются диссипацией.

При анализе тех изменений, которые вносит плоская поверхность металла (рис. 1) в электромагнитно-плазменные колебания, удобно воспользоваться диаграммой на плоскости  $(\omega^2, k^2)$  (рис. 2): на ней схематически изображены законы дисперсии фотонов в вакууме  $\omega_{ph}^2(\mathbf{k}) = c^2 k^2$ , а также фотонов  $\omega_l^2(\mathbf{k}) = \omega_p^2 + c^2 k^2$  и плазмонов  $\omega_l^2(\mathbf{k}) = \omega_p^2 + v_p^2 k^2$  в неограниченном металле ( $c$  — скорость света в вакууме). В однородной физической системе (металл или вакуум) все эти колебания представляют собой однородные плоские волны напряженностей электрического  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  и магнитного  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  полей, которые имеют постоянную амплитуду  $\mathbf{A}$  и классифицируются по значениям волнового вектора  $\mathbf{k}$ :

$$\{\mathbf{E}(\mathbf{r}, t); \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)\} = \mathbf{A} \exp [i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega(\mathbf{k})t)]. \quad (3)$$

Аналогичные формулы описывают также колебания плотности электронного заряда и тока в неограниченном металле. Значения  $\mathbf{k}$  непрерывно заполняют все точки обратного пространства (в металле — с ограничением  $|k|a < 1$ ), но для каждого вы-

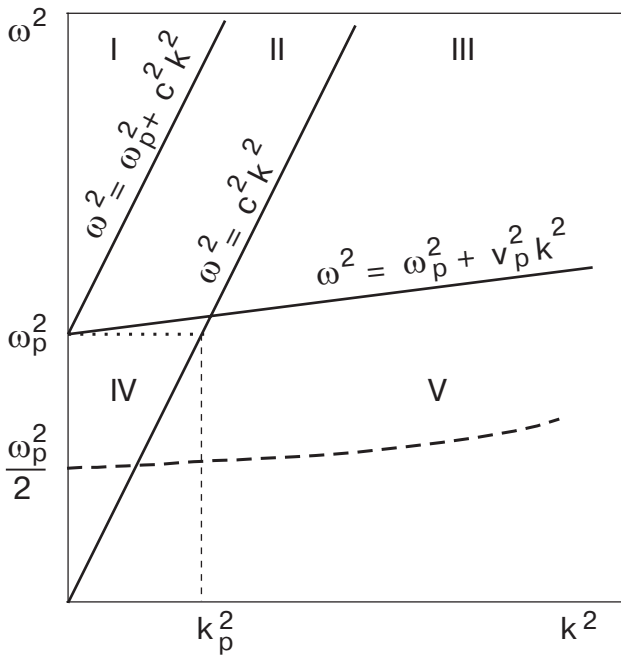


Рис. 2. Схематическое изображение законов дисперсии электромагнитных и плазменных волн в бесконечно-протяженных системах (вакуум и металл), а также областей существования I–V неоднородных электромагнитно-плазменных колебаний в системе металл–вакуум с плоской границей раздела.

бранного направления распространения  $\mathbf{k}$  свободные колебания существуют только на линиях в плоскости  $(\omega^2, k^2)$ , показанных на рис. 2.

В пространственно неоднородной системе металл–вакуум происходит гибридизация перечисленных выше волн и свободные колебания приобретают вид смешанных волн, которые в случае плоской границы остаются однородными вдоль границы, но приобретают существенную неоднородность в поперечном направлении, т.е. возникает зависимость комплексных амплитуд от поперечной координаты  $z$ :

$$\{\mathbf{E}(\mathbf{r}, t); \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)\} = \{\mathcal{E}(z); \mathcal{H}(z)\} \exp [i(kx - \omega t)]. \quad (4)$$

При этом значительные изменения претерпевают законы дисперсии волн и областей их существования на плоскости  $(\omega^2, k^2)$ : возникают новые линии существования, например, график закона дисперсии (2)  $\omega^2 = \omega_s^2(k)$ , показанный на рис. 2 пунктиром\*; дополнительно к линиям появляется несколько секторов существования I–V со специфическими для каждого из них законами дисперсии и характером пространственного распределения полей.

\* Закон дисперсии поверхностных плазмонов (2) получен в пределе  $c \rightarrow \infty$  (при пренебрежении запаздыванием). Учет запаздывания [8,9] приводит к дисперсии звукового типа  $\omega_s(k) \sim c|k|$  при достаточно малых значениях волнового числа, т.е. на рис. 2 линия  $\omega^2 = \omega_s^2(k)$  уходит в начало координат, оставаясь в секторе V.

Детальное описание и классификация таких колебаний будет предметом отдельной публикации, а в настоящей работе проанализировано два частных примера неоднородных волн, существующих в секторах III и IV на рис. 2. Эти волны представляют собой гибридные колебательные состояния, возникающие в результате смешивания на поверхности поперечных электромагнитных колебаний (фотонов) с законами дисперсии  $\omega_{\text{ph}}^2(\mathbf{k}) = c^2k^2$  и  $\omega_t^2(\mathbf{k}) = \omega_p^2 + c^2k^2$  и плазмонов с законом дисперсии  $\omega_l^2(\mathbf{k}) = \omega_p^2 + v_p^2k^2$ : они распространяются вдоль поверхности раздела, оставаясь делокализованными с одной стороны (в вакууме или металле) и экспоненциально локализованными с другой стороны (соответственно в металле или вакууме). В соответствии с принятой в электродинамике сплошных сред терминологией их можно отнести к волнам поляритонного типа [2,3]. Специфической особенностью этих волн является существенно различный характер пространственного распределения электрического и магнитного полей. В частности, при частотах  $\omega > \omega_p$  существуют неоднородные волны с локализованным по обе стороны от поверхности раздела магнитным полем и делокализованными внутри металла колебаниями электрического поля, электронного заряда и тока.

Важно отметить, что для обсуждаемых волн характерный пространственный масштаб неоднородности (локализации) в распределении волновых полей в окрестности границы металла определяется параметром  $k_p^{-1} = c/\omega_p$ , который для типичных металлов имеет величину порядка 10–50 нм. Это означает, что учет связанных с этими колебаниями полевых неоднородностей и резонансов может оказаться существенным при анализе высокочастотных электромагнитных и радиационных свойств наноструктурных металлических систем, изучение которых превратилось за последние годы в одну из актуальных проблем физики твердого тела.

### 1. Базовая система уравнений и граничные условия

Анализ рассматриваемой задачи основан на хорошо разработанных представлениях, согласно которым низкоэнергетичные возбуждения системы электронов проводимости в металлах можно разделить на две независимые ветви [7,10]. Первая из них — фермиевская ветвь одноэлектронных возбуждений с некоторым законом дисперсии  $\epsilon(\mathbf{p})$  и соответствующей ему энергией Ферми  $\epsilon_F$ , которая определяется

средней плотностью коллективизированных электронов  $n_0$ . Вторая ветвь бозевского типа представляет собой коллективные колебания электронной плотности  $\tilde{n} = n - n_0$  и тока, связанные с колебаниями электрического  $\mathbf{E}$  и магнитного  $\mathbf{H}$  полей. Известно также [3–5,8], что в металлах динамика коллективных движений электронной плазмы с характерными пространственными масштабами, превышающими межатомные расстояния, достаточно хорошо описывается в гидродинамическом приближении. В этом приближении ионный остов металла рассматривается как непрерывно распределенное положительно заряженное «желе», компенсирующее равновесное распределение заряда электронов, а электронная плазма отождествляется с жидкостью, движение которой характеризуется полями плотности  $n(\mathbf{r}, t)$ , скоростей  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  и межэлектронных напряжений  $P_{ik}(\mathbf{r}, t)$ , которые связаны между собой уравнением гидродинамики

$$m^* n \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla \cdot \hat{P} - en\mathbf{E} - \frac{e}{c} n [\mathbf{v}, \mathbf{H}]. \quad (5)$$

Здесь  $e$  и  $m^*$  – модуль заряда и эффективная масса одноэлектронного возбуждения,  $\hat{P}$  – введенный выше тензор напряжений,  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  и  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  – локальные значения макроскопических (усредненных по объему с линейными размерами порядка  $a$ ) электрического и магнитного полей, которые удовлетворяют уравнениям Максвелла:

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= -\frac{4\pi e}{c} n\mathbf{v}, & \text{rot } \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} &= 0, \\ \text{div } \mathbf{E} &= -4\pi e (n - n_0), & \text{div } \mathbf{H} &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнения (5),(6) превращаются в замкнутую систему уравнений, описывающую самосогласованную эволюцию электронной плазмы и электромагнитного поля, если их дополнить выражением для тензора напряжений  $P_{ik}$ , задающим в явном виде его связь с изменениями плотности  $\tilde{n}$  и скорости  $\mathbf{v}$ . Строго говоря, при последовательном подходе такая связь может быть получена только путем решения квантового кинетического уравнения для электронов проводимости [6]. Однако при решении интересующей нас задачи о малых длинноволновых колебаниях электронной плазмы можно воспользоваться феноменологическим линейным разложением  $P_{ik}$  по  $\tilde{n}$  и  $\mathbf{v}$  [3–5]. Если к тому же рассматривать изотропную модель металла и пренебрегать эффектами диссипации, то такое разложение имеет вид

$$P_{ik} = p(\mathbf{r}, t) \delta_{ik} = [p_0 + v_p^2 m^* \tilde{n}(\mathbf{r}, t)] \delta_{ik}. \quad (7)$$

Здесь  $p(\mathbf{r}, t)$  и  $p_0$  полное и равновесное значения давления в электронной плазме, а  $v_p^2$  – коэффи-

циент, характеризующий ее сжимаемость. При использовании простой модели электронов проводимости для параметра  $v_p^2$  справедливо выражение  $v_p^2 = \frac{3}{5} v_F^2$ , где  $v_F$  – скорость электрона на поверхности Ферми [3,4].

Квантово-статистический анализ показывает, что разложение (7) достаточно хорошо описывает основные особенности динамического поведения электронной плазмы в металле при частотах  $\omega$  и волновых числах  $k$ , удовлетворяющих неравенствам  $\tau^{-1} \ll \omega \sim \omega_p$  и  $|k| < k_c$ , где  $k_c = \omega_p / v_p \sim 1/a$ , а  $\tau$  – характерное время релаксации, характеризующее диссипативные свойства электронов. При частотах колебаний, значительно превышающих  $\omega_p$ , соотношение (7) нарушается усложняющей ролью межзонных переходов и возбуждения электронных оболочек ионов.

При описании совместных свободных колебаний электронной плазмы и электромагнитного поля предполагается, что плотность  $n(\mathbf{r}, t)$  отлична от нуля только внутри металла (включая границу  $S$ ), и выполняются условия глобальной электронейтральности металла, а также равенство нулю на его поверхности составляющей скорости электронной плазмы вдоль нормали  $\mathbf{s}$  к поверхности:

$$\int [n(\mathbf{r}, t) - n_0] d^3 \mathbf{r} = 0, \quad (8)$$

$$\mathbf{s} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = 0 \text{ при } \mathbf{r} \in S. \quad (9)$$

В (8) интегрирование проводится по объему металла. Должны также выполняться естественные условия ограниченности величин всех физических полей, связанных системой уравнений (5)–(7), и условия непрерывности всех компонент векторов  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  и  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  на поверхности  $S$ , отделяющей металл от вакуума: отметим, что граничное условие (9) обеспечивает непрерывность на границе раздела нормальной составляющей вектора  $\mathbf{E}$  [11].

Будем рассматривать малые свободные колебания с круговой частотой  $\omega$  электромагнитного поля и плазмы в структурно-однородном и изотропном металле ( $n_0 = \text{const}$ ). Предполагая, что зависимость от времени всех динамических полей определяется множителем  $\exp(-i\omega t)$ , линеаризуя уравнения (5)–(7) и исключая из этих уравнений плазменные динамические переменные, получаем замкнутую систему уравнений, определяющих пространственное распределение электрического  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  и магнитного  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  полей:

$$v_p^2 \nabla \text{div } \mathbf{E} + (\omega^2 - \omega_p^2) \mathbf{E} - i\omega c \text{rot } \mathbf{H} = 0, \quad (10a)$$

$$c \text{rot } \mathbf{E} - i\omega \mathbf{H} = 0. \quad (10b)$$

Здесь  $\omega_p$  плазменная частота, связанная со средней плотностью  $n_0$ , эффективной массой  $m^*$  и величиной заряда электронов  $e$  соотношением

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi n_0 e^2}{m^*}. \quad (11)$$

Отметим, что уравнение  $\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$  в силу (10б) удовлетворяется тождественно.

Уравнения (10) справедливы в металле, эти же уравнения описывают поля в вакууме, если в них одновременно полагать  $\omega_p = 0$  и  $v_p = 0$ . Решения системы уравнений (10) позволяют найти пространственное распределение электронного заряда  $n(\mathbf{r})$  и плотности тока  $\mathbf{j}(\mathbf{r})$  в металле, согласно формулам:

$$n = n_0 - \frac{1}{4\pi e} \operatorname{div} \mathbf{E}, \quad (12)$$

$$\mathbf{j} = -en_0 \mathbf{v} = \frac{i}{4\pi\omega} (\omega_p^2 \mathbf{E} - v_p^2 \nabla \operatorname{div} \mathbf{E}). \quad (13)$$

Приведенные выше уравнения справедливы для любой формы поверхности раздела металл–вакуум, но в настоящей работе ограничимся рассмотрением простейшей геометрии задачи: будем считать поверхность  $S$  плоскостью и воспользуемся системой прямоугольных декартовых координат  $(x, y, z)$  с осью  $z$ , перпендикулярной поверхности, и осями  $x, y$  в ее плоскости (рис. 1). В силу однородности и изотропности металла колебательные состояния рассматриваемой системы без ограничения общности можно искать в виде (4). Амплитуды  $\mathcal{E}(z)$  и  $\mathcal{H}(z)$  должны удовлетворять условиям ограниченности и непрерывности при всех значениях  $z$ , включая точку  $z = 0$ . Из формулы (13) и граничного условия (9) вытекает дополнительное условие для компонент вектора  $\mathcal{E}(z)$ :

$$v_p^2 [\mathcal{E}_z''(z) + ik\mathcal{E}_x'(z)] = \omega_p^2 \mathcal{E}_z(z) \text{ при } z = -0; \quad (14)$$

здесь и в дальнейшем использовано обозначение  $df/dz \equiv f'$ . Согласно [11], условие (14) эквивалентно условию непрерывности  $\mathcal{E}_z(z)$  при  $z = 0$ .

Если векторные уравнения (10) записать для компонент в выбранной выше системе координат, то обнаруживается замечательное, с точки зрения рассматриваемой задачи, обстоятельство: во-первых, шесть уравнений (10) распадаются на две независимые подсистемы, которые определяют два набора искомого функций  $\{\mathcal{E}_x, \mathcal{E}_z, \mathcal{H}_y\}$  и  $\{\mathcal{H}_x, \mathcal{H}_z, \mathcal{E}_y\}$ ; во-вторых, так как дополнительное условие (14) относится только к решениям первой из указанных подсистем уравнений, то независимость решений не нарушается и граничными условиями. Это означает,

что колебательные состояния рассматриваемой физической системы металл–вакуум с плоской границей раздела состоят из двух наборов взаимно независимых волн вида (4):

– в волнах, которые описываются набором функций  $\{\mathcal{E}_x, \mathcal{E}_z, \mathcal{H}_y\}$ , магнитное поле  $\mathbf{H}$  поляризовано в плоскости поверхности раздела и перпендикулярно направлению распространения волны вдоль поверхности. Их обычно называют волнами электрического типа или  $E$ -волнами, другое название – поперечно-магнитные или  $TM$ -волны;

– второй набор функций  $\{\mathcal{H}_x, \mathcal{H}_z, \mathcal{E}_y\}$  описывает волны, для которых аналогичной поляризацией обладает электрическое поле  $\mathbf{E}$ . Их называют волнами магнитного типа или  $H$ -волнами, другое название – поперечно-электрические или  $TE$ -волны.

Отметим, что возможность разделения электромагнитных колебаний на волны электрического и магнитного типов ранее обсуждалась в нескольких задачах макроскопической электродинамики (см., например, [2], § 88 и § 91\*). Однако ранее, насколько нам известно, для системы металл–вакуум с плоской поверхностью раздела возможность строгого разделения электромагнитно-плазменных колебаний на два независимых набора колебательных состояний не обсуждалась. Вместе с тем эта возможность позволяет сравнительно просто получить в явном виде полный набор собственных функций и законов дисперсии для свободных колебаний данной физической системы и предложить их исчерпывающую классификацию. Результаты такого анализа будут изложены позже в отдельной публикации, а здесь ограничимся описанием только двух частных видов  $E$ -волн. Поэтому не будем выписывать и обсуждать уравнения для функций  $\{\mathcal{H}_x, \mathcal{H}_z, \mathcal{E}_y\}$ , а система уравнений, которая определяет  $E$ -волны, имеет вид

$$v_p^2 (\mathcal{E}_z'' + ik\mathcal{E}_x') + (\omega^2 - \omega_p^2) \mathcal{E}_z + \omega ck \mathcal{H}_y = 0, \quad (15a)$$

$$ikv_p^2 \mathcal{E}_z' + (\omega^2 - \omega_p^2 - v_p^2 k^2) \mathcal{E}_x + i\omega c \mathcal{H}_y' = 0, \quad (15b)$$

$$ic\mathcal{E}_x' + ck\mathcal{E}_z + \omega \mathcal{H}_y = 0. \quad (15в)$$

Напомним, что при переходе от металла ( $z < 0$ ) к вакууму ( $z > 0$ ) в уравнениях (15) следует полагать  $\omega_p = 0$  и  $v_p = 0$ , а искомого функции  $\{\mathcal{E}_x, \mathcal{E}_z, \mathcal{H}_y\}$  должны оставаться ограниченными при всех значениях  $z$ , удовлетворять условиям непрерывности и дополнительному условию (14) при  $z = -0$ .

Распространение неоднородной  $E$ -волны вида (4) сопровождается аналогичными колебаниями плот-

\* Следует обратить внимание на противоречия между § 88 и § 91 в монографии [2] при использовании терминов  $E$ -волны и  $H$ -волны.

ности электронов  $\tilde{n}(\mathbf{r}, t)$  и тока  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$  в металле. Комплексные амплитуды этих колебаний  $N(z)$  и  $\mathbf{J}(z)$  легко вычислить, если найдены решения системы уравнений (15). Согласно формулам (12) и (13), имеем:

$$N(z) = -\frac{1}{4\pi e} [\mathcal{E}'_z(z) + ik\mathcal{E}_x], \quad (16)$$

$$J_x(z) = \frac{i}{4\pi\omega} [\omega_p^2 \mathcal{E}_x + i4\pi e k v_p^2 N(z)], \quad (17a)$$

$$J_z(z) = \frac{i}{4\pi\omega} [\omega_p^2 \mathcal{E}_z + 4\pi e v_p^2 N'(z)]. \quad (17b)$$

## 2. Неоднородные поляритонные колебания с частотой $\omega = \omega_p$

При описании электромагнитных колебаний на границе металл–вакуум в рамках электродинамики сплошных сред, когда плазменные свойства металла характеризуются диэлектрической проницаемостью  $\hat{\epsilon}$ , при значении частоты  $\omega = \omega_p$  появляются определенные аномалии, если не принимать во внимание эффекты затухания и пространственной дисперсии. Эти особенности обусловлены обращением  $\hat{\epsilon}$  в нуль при  $\omega = \omega_p$ , они, строго говоря, имеют нефизический характер и исчезают при более точном описании колебаний. Поскольку при частотах  $\omega \approx \omega_p$  в простых металлах эффекты диссипации реально крайне малы, то существенным может оказаться учет дисперсии, связанной с параметром  $v_p^2 \neq 0$ . В данном разделе мы изучим вопрос о возможности существования и характере  $E$ -волн с частотами  $\omega$  и волновыми числами  $k$ , попадающими в сектор IV на рис. 2, в частности, рассмотрим  $E$ -волны с частотой  $\omega = \omega_p$  и  $|k| \leq k_p = \omega_p/c$ ; область существования этих волн — прямолинейный отрезок, обозначенный на рис. 2 точками. При  $\omega = \omega_p$  выражения, описывающие неоднородные волны, имеют сравнительно простой вид и позволяют проиллюстрировать основные особенности поляритонных колебаний, характерные для сектора IV.

Отметим еще одно обстоятельство, определяющее влияние величины параметра  $v_p$  на характер колебательных состояний при  $\omega = \omega_p$ . Из уравнений (10) или (15) видно, что равенства  $\omega = \omega_p$  и  $v_p = 0$  определяют особую точку в пространстве  $(\omega, \omega_p, v_p)$  допустимых значений параметров этих уравнений, поэтому специальный интерес приобретает процедура получения физически корректных решений, соответствующих этой точке.

Рассмотрим сначала область пространства  $z < 0$ , занятую металлом. При  $\omega = \omega_p$  из уравнений (15a) и (15b) вытекает замкнутое уравнение второго по-

рядка (уравнение Гельмгольца) для амплитуды магнитного поля  $\mathcal{H}_y(z)$ :

$$\mathcal{H}_y'' - k^2 \mathcal{H}_y = 0. \quad (18)$$

Если решение уравнения (18) найдено, то вычисление амплитуд компонент электрического поля  $\mathcal{E}_x(z)$  и  $\mathcal{E}_z(z)$  сводится к решению системы двух неоднородных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\mathcal{E}'_x - ik\mathcal{E}_z = ik_p \mathcal{H}_y, \quad (19a)$$

$$\mathcal{E}'_z + ik\mathcal{E}_x = -\frac{c^2 k_p}{v_p^2 k} \mathcal{H}'_y. \quad (19b)$$

В области вакуума при  $z > 0$  в уравнениях (15) вначале следует положить  $\omega_p = 0$  и  $v_p = 0$ , а затем  $\omega = \omega_p$ . В этом случае амплитуда магнитной компоненты  $E$ -волны с частотой  $\omega = \omega_p$  должна удовлетворять уравнению

$$\mathcal{H}_y'' + (k_p^2 - k^2) \mathcal{H}_y = 0, \quad (20)$$

а амплитуды компонент электрического поля определяются соотношениями

$$k_p \mathcal{E}_x = -i \mathcal{H}'_y, \quad (21a)$$

$$k_p \mathcal{E}_z = -k \mathcal{H}_y. \quad (21b)$$

Ограниченные решения уравнений (18) и (20) в областях их определения имеют вид

$$\mathcal{H}_y(z) = A_1 e^{|k|z}, \quad z < 0; \quad (22a)$$

$$\mathcal{H}_y(z) = A_2 \sin qz + A_3 \cos qz, \quad z > 0. \quad (22b)$$

Здесь и в дальнейшем символ  $A_\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, \dots$ ) обозначает произвольные постоянные, а параметр  $q$  без ограничения общности можно считать неотрицательным:

$$q = (k_p^2 - k^2)^{1/2}. \quad (23)$$

После подстановки (22a) в (19) можно без особых затруднений найти решения системы неоднородных уравнений (19), ограниченные при  $z < 0$ . Эти решения следует искать в виде:

$$\mathcal{E}_x(z) = (A_4 + A_5 z) e^{|k|z}, \quad (24a)$$

$$\mathcal{E}_z(z) = (A_6 + A_7 z) e^{|k|z}. \quad (24b)$$

Решения, определяющие компоненты электрического поля при  $z > 0$ , аналогичны (22b), они могут быть получены подстановкой (22b) в (21).

Таким образом, решения (22), (24) содержат семь произвольных постоянных  $A_\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, \dots, 7$ ). Условия разрешимости системы уравнений (19) и ус-

ловия непрерывности амплитуд  $\mathcal{H}_y$ ,  $\mathcal{E}_x$ ,  $\mathcal{E}_z$  оставляют в этом наборе всего одну произвольную постоянную, которую обозначим символом  $A$  (дополнительное условие (14) при непрерывности амплитуд выполняется автоматически). Кроме того, так как для реальных металлов отношение  $v_p^2/c^2$  имеет очень малую величину (порядка  $10^{-4}$ ), то при записи коэффициентов в окончательных выражениях для амплитуд изучаемых здесь  $E$ -волновых состояний ограничимся только линейным приближением по этому параметру. В результате получим:

– в вакууме при  $z > 0$

$$\mathcal{H}_y(z) = A \left( \sin qz - \frac{2v_p^2 q |k|}{c^2 k_p^2} \cos qz \right), \quad (25a)$$

$$\mathcal{E}_x(z) = -iA \frac{q}{k_p} \left( \frac{2v_p^2 q |k|}{c^2 k_p^2} \sin qz + \cos qz \right), \quad (25b)$$

$$\mathcal{E}_z(z) = -A \frac{k}{k_p} \left( \sin qz - \frac{2v_p^2 q |k|}{c^2 k_p^2} \cos qz \right); \quad (25b)$$

– в металле при  $z < 0$

$$\mathcal{H}_y(z) = -A \frac{2v_p^2 q |k|}{c^2 k_p^2} \exp(|k|z); \quad (26a)$$

$$\mathcal{E}_x(z) = iA \frac{q}{k_p} (|k|z - 1) \exp(|k|z); \quad (26b)$$

$$\mathcal{E}_z(z) = A \frac{qk}{k_p^2} \left( k_p z + \frac{2v_p^2 |k|}{c^2 k_p} \right) \exp(|k|z). \quad (26b)$$

Отметим несколько наиболее важных особенностей полученных решений (25),(26). Они описывают бегущие вдоль поверхности раздела и неоднородные в поперечном направлении волны. Эти волны удобно классифицировать по значениям волнового числа  $k$ , которое изменяется в интервале  $|k| \leq k_p$ . В вакууме при  $z > 0$  эти волны можно рассматривать как суперпозицию фотонов с частотой  $\omega_p$ , падающих на поверхность ( $\exp i(kx - \sqrt{k_p^2 - k^2}z - \omega_p t)$ ) и отраженных от нее ( $\exp i(kx + \sqrt{k_p^2 - k^2}z - \omega_p t)$ ). В металле (при  $z < 0$ ) при распространении  $E$ -волны колебания электромагнитного поля сопровождаются также колебаниями плотностей электронного заряда и тока (см. формулы (16),(17)); эти колебания локализованы вблизи поверхности раздела на расстояниях порядка  $|k|^{-1}$  и качественно подобны колебаниям, которые сопро-

ждают распространение поверхностных поляритонов с частотой  $\omega_p/\sqrt{2}$  [4]. Однако в отличие от поверхностных поляритонов, локализация вблизи поверхности рассматриваемых здесь неоднородных  $E$ -поляритонных волн не является чисто экспоненциальной благодаря наличию в формулах (26) степенных функций в предэкспоненциальных множителях.

В формулах (25),(26) сохранены линейные по малому параметру  $v_p^2/c^2$  поправки для иллюстрации степени влияния на структуру  $E$ -волн конечной сжимаемости электронной плазмы ( $v_p \neq 0$ ) и конечной скорости распространения электромагнитного поля ( $c \neq \infty$ ). Легко видеть, что распределение электрического поля в рассматриваемой  $E$ -волне практически не чувствительно к величине параметра  $v_p^2/c^2$ , но магнитное поле проникает в металл только в меру отличия от нуля этого параметра. Формулы (25) и (26) допускают физически корректный предельный переход  $v_p^2/c^2 \rightarrow 0$ . Пренебрежение пространственной дисперсией ( $v_p = 0$ ) или запаздыванием ( $c = \infty$ ) превращает проникающую в металл компоненту рассматриваемой волны в чисто продольные плазменные колебания ( $\text{rot } \mathbf{E} = 0$ ), локализованные вблизи поверхности на глубине порядка  $|k|^{-1}$ .

### 3. Неоднородные $E$ -волны с локализованным вблизи поверхности металла магнитным полем

Рассмотрим теперь  $E$ -волны с частотами и волновыми числами, заполняющими на плоскости ( $\omega^2, k^2$ ) сектор III (рис. 2). В этом случае построение решенной системы уравнений (15) удобно свести к решению двух независимых уравнений для амплитуды магнитного поля  $\mathcal{H}_y(z)$  и амплитуды волны электронной плотности  $N(z)$ . Несложные преобразования уравнений (15) с учетом (16) приводят к двум уравнениям Гельмгольца:

$$\mathcal{H}_y'' - \eta^2(\omega, k)\mathcal{H}_y = 0, \quad (27)$$

$$N'' + q^2(\omega, k)N = 0. \quad (28)$$

Уравнение (27), определяющее  $\mathcal{H}_y(z)$ , справедливо как в металле (при  $z < 0$ ), так и в вакууме (при  $z > 0$ ), но величина параметра  $\eta^2$  скачкообразно изменяется при переходе через границу раздела:

$$\eta^2 = \begin{cases} \eta_t^2 = c^{-2}(\omega_p^2 + c^2 k^2 - \omega^2) & \text{при } z < 0, \\ \eta_{ph}^2 = c^{-2}(c^2 k^2 - \omega^2) & \text{при } z > 0. \end{cases} \quad (29)$$

Уравнение (28) и функция  $N(z)$  имеют физический смысл только в металле при  $z \leq 0$ , при этом

$$q^2 = v_p^{-2}(\omega_2 - \omega_p^2 - v_p^2 k^2). \quad (30)$$

Если решение уравнений (27) и (28) найдено, то амплитуды компонент электрического поля можно вычислить с помощью формул:

$$\mathcal{E}_x(z) = \frac{i}{\omega_2 - \omega_p^2} [4\pi e v_p^2 k N(z) - c \omega \mathcal{H}'_y(z)], \quad (31a)$$

$$\mathcal{E}_z(z) = \frac{1}{\omega_2 - \omega_p^2} [4\pi e v_p^2 N'(z) - c \omega k \mathcal{H}_y(z)]. \quad (31б)$$

Видно, что в интересующем нас секторе III на плоскости  $(\omega^2, k^2)$  в обоих уравнениях (27) и (28) коэффициенты перед искомыми функциями имеют положительную величину:  $\eta_t^2, \eta_{ph}^2, q^2 > 0$ . В случае уравнения (27) данное обстоятельство приводит к экспоненциальной локализации магнитного поля по обе стороны от границы раздела. Ограниченное при всех значениях  $z$  и непрерывное в точке  $z = 0$  решение уравнения (27) является кусочно-непрерывной функцией с одной произвольной постоянной  $A_1$ :

$$H_y(z) = A_1 e^{\eta_t z}, \quad z \leq 0; \quad (32a)$$

$$\mathcal{H}_y(z) = A_1 e^{-\eta_{ph} z}, \quad z > 0. \quad (32б)$$

Ограниченное внутри металла решение уравнения (28) при  $q^2 \geq 0$  является суммой двух тригонометрических функций с произвольными коэффициентами  $A_2$  и  $A_3$ :

$$N(z) = A_2 \sin qz + A_3 \cos qz, \quad z \leq 0. \quad (33)$$

В этом решении без ограничения общности можно считать параметр  $q$  неотрицательным.

Подстановка (32),(33) в (31) и учет условия непрерывности компонент электрического поля при  $z = 0$  оставляет только одну произвольную постоянную в выражениях (32),(33), которую обозначим символом  $A$  (отметим, что непрерывность  $\mathcal{E}_x$  и  $\mathcal{E}_z$  обеспечивает также выполнение дополнительного условия (14)).

Полученные здесь неоднородные  $E$ -волны вида (4) с амплитудами (31)–(33) являются результатом смешивания плазмонов с двумя поперечными фотонными модами. В отличие от волн, описанных в предыдущем разделе, в данном случае электромагнитное поле в вакууме экспоненциально локализовано вблизи границы раздела, а колебания в металле делокализованы и их можно рассматривать как суперпозицию волн зарядовой плотности (плазмонов), падающих на поверхность ( $\exp i(kx + qz - \omega t)$ ) и отраженных от нее ( $\exp i(kx - qz - \omega t)$ ). Эти волны удобно классифицировать по двумерному континууму значений волновых чисел  $(k, q)$ , рассматривая соотношение (30) в качестве закона дисперсии:

$$\omega = \omega_l(k, q) = [\omega_p^2 + v_p^2(k^2 + q^2)]^{1/2}. \quad (34)$$

При такой классификации параметры  $\eta_{ph}$  и  $\eta_t$ , характеризующие неоднородность полей вблизи границы раздела, будут определяться выражениями

$$\eta_t = \eta_t(k, q) = \left[ \left( 1 - \frac{v_p^2}{c^2} \right) k^2 - \frac{v_p^2}{c^2} q^2 \right]^{1/2}, \quad (35a)$$

$$\eta_{ph} = \eta_{ph}(k, q) = \left[ \left( 1 - \frac{v_p^2}{c^2} \right) k^2 - \frac{v_p^2}{c^2} q^2 - k_p^2 \right]^{1/2}. \quad (35б)$$

Следует, разумеется, помнить, что область изменения волновых чисел  $k$  и  $q$  определяется несколькими условиями:

$$\left( 1 - \frac{v_p^2}{c^2} \right)^{-1/2} k_p \leq |k| < k_c, \quad k_c = \frac{\omega_p}{v_p} \sim a^{-1}; \quad (36a)$$

$$0 \leq q \leq \frac{c}{v_p} \left[ \left( 1 - \frac{v_p^2}{c^2} \right) k^2 - k_p^2 \right]^{1/2}, \quad q < k_c. \quad (36б)$$

Неравенства (36) обеспечивают как применимость гидродинамического приближения, так и принадлежность рассматриваемых значений  $k$  к сектору III на рис. 2. В частности, неравенства (36б) ограничивают область допустимых значений  $q$ , при которых  $\eta_t^2, \eta_{ph}^2 \geq 0$  (см. формулы (31)). В соответствии с этими неравенствами частота колебаний для рассматриваемых здесь неоднородных  $E$ -волн ограничена интервалом

$$\left( 1 - \frac{v_p^2}{c^2} \right)^{-1} \omega_p^2 \leq \omega^2 < \omega_p^2 + v_p^2 k_c^2 \approx 2\omega_p^2, \quad (37)$$

который приблизительно совпадает с интервалом существования плазмонов в неограниченном металле.

Окончательные выражения для функций  $\mathcal{E}_x(z)$ ,  $\mathcal{E}_z(z)$  и  $\mathcal{H}_y(z)$  принимают следующий вид:

– в металле при  $z \leq 0$

$$\mathcal{E}_x(z) = Ak \{ [\omega_l^2 \eta_t + v_p^2(k^2 + q^2) \eta_{ph}] q \cos qz + \omega_p^2 k^2 \sin qz - \omega_l^2 q \eta_t e^{\eta_t z} \}, \quad (38a)$$

$$\mathcal{E}_z(z) = iAq \{ [\omega_l^2 \eta_t + v_p^2(k^2 + q^2) \eta_{ph}] q \sin qz - \omega_p^2 k^2 \cos qz + \omega_l^2 k^2 e^{\eta_t z} \}, \quad (38б)$$

$$\mathcal{H}_y(z) = -\frac{iA}{c} v_p^2 (k^2 + q^2) \omega_l q k e^{\eta_t z}; \quad (38в)$$

– в вакууме при  $z \geq 0$

$$\mathcal{E}_x(z) = Av_p^2 (k^2 + q^2) q k \eta_{ph} e^{-\eta_{ph} z}, \quad (39a)$$



$$\mathcal{E}_z(z) = iA v_p^2 (k^2 + q^2) q k^2 e^{-\eta_{ph} z}, \quad (39б)$$

$$\mathcal{H}_y(z) = -\frac{iA}{c} v_p^2 (k^2 + q^2) \omega_l q k e^{-\eta_{ph} z}. \quad (39в)$$

Наиболее интересной особенностью рассматриваемых в данном разделе колебательных состояний системы металл–вакуум является существенно различный характер пространственного распределения электрического и магнитного полей. При распространении неоднородных  $E$ -волн этого типа магнитное поле остается экспоненциально локализованным вблизи границы раздела: в металле на глубине  $\eta_t^{-1}$ , а в вакууме на глубине  $\eta_{ph}^{-1}$ . При этом, согласно формулам (35),  $\eta_t = (k_p^2 + \eta_{ph}^2)^{1/2} > \eta_{ph}$ , поэтому  $\eta_{ph}^{-1} > \eta_t^{-1}$ . Характерным для этих волн значениям волновых чисел  $|k|$  и  $q$  порядка  $k_p$  соответствуют значения глубин проникновения порядка  $k_p^{-1} = c/\omega_p$ .

Электрическое поле в  $E$ -волне данного типа также имеет экспоненциальную неоднородность вблизи границы раздела, но в глубине металла его распределение соответствует суперпозиции полей двух однородных волн электронной плотности (плазмонов). Таким образом, возбуждение в объеме металла продольных колебаний электронной плотности и электрического поля (плазмонов) сопровождается появлением локализованной вблизи его поверхности волны, состоящей из «смеси» металлических и вакуумных фотонов. Отметим, что в локализованной составляющей  $E$ -волны напряженности магнитного и электрического полей при  $|k|$  порядка  $k_p$  имеют одинаковый порядок величины:

$$|\mathcal{H}_y| \sim \frac{\omega_p}{c|k|} |\mathcal{E}| \sim \frac{k_p}{|k|} |\mathcal{E}|.$$

Следует обратить внимание еще на две особенности рассматриваемых  $E$ -волн. Во-первых, на нижней границе сектора III (рис. 2), которая определяется уравнением  $\omega^2 = \omega_p^2 + v_p^2 k^2$  и на которой параметр  $q$  обращается в нуль, если  $v_p^2 \neq 0$  (см. формулу (30)), эти волны исчезают:  $\mathcal{E}_x, \mathcal{E}_z, \mathcal{H}_y \equiv 0$  при всех значениях  $z$ . Во-вторых, их существование при  $\omega > \omega_p$  возможно только благодаря конечной сжимаемости электронной плазмы ( $v_p^2 \neq 0$ ). Из формул (38), (39) видно, что при  $v_p^2 \rightarrow 0$  магнитная составляющая исчезает ( $\mathbf{H} = 0$ ), и волны данного типа вырождаются в колебательные моды с единственной частотой  $\omega = \omega_p$ : это продольные колебания электронной плотности и электрического поля ( $\text{rot } \mathbf{E} \equiv 0$ ), полностью сосредоточенные в металле. Таким образом, решения (38), (39), как и полученные в

предыдущем разделе решения (25), (26), допускают предельный переход  $\omega \rightarrow \omega_p$  и  $v_p^2 \rightarrow 0$  и дают физически корректное описание колебательных состояний, соответствующих «особой точке» базовой системы уравнений (10).

### Заключение

В работе изучены некоторые новые аспекты задачи о линейных электромагнитно-плазменных колебаниях на плоской границе раздела металл–вакуум. Анализ выполнен на основе уравнений Максвелла для напряженностей электрического  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  и магнитного  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  полей, дополненных уравнением гидродинамики для полей плотности  $n(\mathbf{r}, t)$  и скоростей  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  элементов электронной плазмы металла.

Показано, что эта система уравнений допускает существование специфических длинноволновых пространственно неоднородных колебательных состояний поляритонного типа ( $E$ -волны) с частотами  $\omega \lesssim \omega_p$ , в которых колебания магнитного поля поляризованы в плоскости границы раздела и перпендикулярны направлению распространения волн вдоль поверхности металла. Такие волны являются результатом смешивания на границе металл–вакуум продольных волн электронной плотности (плазмонов) металла с поперечными колебательными модами (фотонами) металла и вакуума. Предполагается, что в рассматриваемой области высоких частот эффектами диссипации в системе электронов проводимости и связанной с ними частотной дисперсией можно пренебречь, поэтому особое внимание уделено анализу влияния на структуру колебательных состояний проявлений пространственной дисперсии, обусловленной конечной сжимаемостью электронной плазмы. Сжимаемость характеризуется параметром  $v_p^2$ , величина которого пропорциональна производной от квантового давления в электронной плазме по ее плотности ( $v_p \cong v_F$ ).

Детально описана структура неоднородных колебательных состояний поляритонного типа в особой точке колебательного спектра  $\omega = \omega_p$ . Показано, что вдоль поверхности металла может распространяться неоднородная  $E$ -волна с частотой  $\omega = \omega_p$  и параметром распространения (волновым числом)  $k$ , принимающим произвольные значения в интервале  $|k| \leq k_p = \omega_p/c$ . Амплитуда такой волны существенно неоднородна в направлении, перпендикулярном границе раздела: вакуумное крыло волны делокализовано и представляет собой суперпозицию фотонов с волновыми числами  $q = \pm \sqrt{k_p^2 - k^2}$ , падающих на границу и отраженных от нее; в металле распространение этой волны сопровождается локализованными на глубине порядка  $|k|^{-1}$  почти продольными

колебаниями электронной плотности и электрического поля с небольшой (порядка  $v_p^2/c^2$ ) «примесью» магнитного поля.

Описаны также неоднородные  $E$ -волны с частотами  $\omega > \omega_p$  и волновыми числами  $|k| > k_p$ . Такие волны задаются значениями параметров распространения вдоль поверхности  $k$  и в перпендикулярном направлении  $q$ , которые связаны с частотой колебаний законом дисперсии плазмонов  $\omega^2 = \omega_p^2 + v_p^2(k^2 + q^2)$ . В глубине металла эти волны локализованы и представляют собой суперпозицию плазмонов с волновыми числами  $(k, q)$ , падающих на границу раздела и отраженных от нее. В волне также присутствуют электрическая и магнитная составляющие, экспоненциально локализованные по обе стороны от границы раздела: в металле на глубине  $\eta_t^{-1} = c(\omega_p^2 + c^2k^2 - \omega^2)^{-1/2}$ , а в вакууме — на глубине  $\eta_{ph}^{-1} = c(c^2k^2 - \omega^2)^{-1/2}$ . При обращении в нуль параметра сжимаемости ( $v_p^2 \rightarrow 0$ ) магнитная составляющая в этой волне исчезает и она вырождается в чисто продольную волну электронной плотности и электрического поля, которая полностью сосредоточена в металле.

Рассмотренные в этой работе неоднородные поляритонные волны при частотах  $\omega \cong \omega_p$  обладают характерным параметром неоднородности порядка  $k_p^{-1} = c/\omega_p$ , который для стандартных металлов имеет величину 10–50 нм. Поэтому роль таких или подобных им колебательных состояний может оказаться существенной при описании электромагнитных резонансов и радиационных явлений в металлических наноструктурах.

Авторы искренне признательны А.М. Косевичу за интерес к работе и полезные советы.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Комплексной программы фундаментальных исследований НАН Украины «Наноструктурные системы, наноматериалы и нанотехнологии», проекты № 3-025/2004, № 3-026/2004.

1. А.В. Соколов, *Оптические свойства металлов*, Физматгиз, Москва (1961).
2. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
3. *Поверхностные поляритоны*, В.М. Агранович, Д.Л. Милс (ред.), Наука, Москва (1985).
4. Н. March and M. Parrinello, *Collective Effects in Solids and Liquids*, Adam Hilger Ltd, Bristol (1982); русск. перевод: Н. Марч, М. Паринелло, *Коллективные эффекты в твердых телах и жидкостях*, Мир, Москва (1986).

5. G. Barton, *Rep. Progr. Phys.* **42**, 963 (1979).
6. Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).
7. D. Pines, *Elementary Excitations in Solids*, W.A. Benjamin, Inc., New York–Amsterdam (1963); русск. перевод: Д. Пайнс, *Элементарные возбуждения в твердых телах*, Мир, Москва (1965).
8. K. Sturm, *Z. Phys.* **B209**, 329 (1968).
9. В.М. Гохфельд, *ФНТ* **28**, 304 (2002).
10. В.Л. Бонч-Бруевич, С.В. Тябликов, *Метод функций Грина в статистической механике*, Физматгиз, Москва (1961).
11. Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов, *Уравнения в частных производных математической физики*, Высшая школа, Москва (1970).

### High-frequency polariton waves at the metal–vacuum interface

S.N. Smirnov, V.D. Natsik, and L.D. Natsik

Some new aspects of the problem on linear electromagnetic plasma oscillations at the plane metal–vacuum interface are studied. The analysis is made by using Maxwell equations for electric and magnetic fields supplemented with an equation for hydrodynamics of electron plasma of the metal. This set of equations allow the existence of previously undiscussed specific long-wave inhomogeneous oscillational eigenstates of polariton type ( $E$ -waves) with frequencies of the order of the plasma frequency  $\omega_p$  of conduction electrons. For these states the magnetic oscillations are polarized within the interface plane and are perpendicular to the direction of their propagation along the interface. Such waves are due to the hybridization of longitudinal waves of the electron density (plasmons) of the metal and transverse oscillational modes (photons) of the metal and vacuum at the metal–vacuum interface. It is shown that the plasmon excitation in the metal bulk is followed by the initiation of an electromagnetic wave which is localized near the surface and consists of the mixture of metal and vacuum photons. Such an inhomogeneous wave has the dispersion law for bulk plasmons and occurs within their typical frequency band  $\omega_p < \omega < \sqrt{2}\omega_p$ , the typical values of the localization parameter being of the order of  $c/\omega_p$  ( $c$  is the velocity of light in vacuum). For standard metals this parameter is 10–50 nm. So, such oscillational states may be quite essential in the description of electromagnetic resonances and radiation effects in metal nanostructures.