

Макроскопический эффект Ааронова–Бома в сверхпроводниках

Ю.М. Полуэктов

*Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»
ул. Академическая, 1, г. Харьков, 61108, Украина
E-mail: yuripoluektov@kipt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 25 октября 2005 г. после переработки 20 февраля 2006 г.

В рамках теории Гинзбурга–Ландау для сверхпроводников второго рода решены задачи о влиянии поля векторного потенциала, создаваемого соленоидом конечного радиуса, на сверхпроводящую среду вне соленоида и на сверхпроводящий полый цилиндр, внутри которого находится соленоид. Найдена зависимость магнитного потока в соленоиде от плотности поверхностного тока в его обмотке и показано, что существуют области значений магнитного потока, которые не могут быть реализованы ни при какой плотности тока в соленоиде. В случае, когда радиус соленоида значительно превосходит глубину проникновения магнитного поля, эта зависимость имеет вид ступенчатой функции с высотой ступеньки, равной кванту магнитного потока, и шириной — «кванту плотности поверхностного тока». Найдено изменение температуры сверхпроводящего перехода в цилиндре вне соленоида в зависимости от плотности поверхностного тока в соленоиде.

У рамках теорії Гінзбурга–Ландау для надпровідників другого роду вирішено задачі про вплив поля векторного потенціалу, створюваного соленоїдом кінцевого радіуса, на надпровідне середовище поза соленоїдом і на надпровідний порожнистий циліндр, усередині якого знаходиться соленоїд. Знайдено залежність магнітного потоку в соленоїді від щільності поверхневого струму в його обмотці й показано, що існують області значень магнітного потоку, які не можуть бути реалізовані ні при якій щільності струму в соленоїді. У випадку, коли радіус соленоїда значно перевищує глибину проникнення магнітного поля, ця залежність має вигляд східчастої функції з висотою сходи, яка равна кванту магнітного потоку, й шириною — «кванту щільності поверхневого струму». Знайдено зміну температури надпровідного переходу в циліндрі поза соленоїдом залежно від щільності поверхневого струму в соленоїді.

PACS: 74.62–с, 73.20.Dx

Ключевые слова: сверхпроводимость, эффект Ааронова–Бома, соленоид, магнитный поток, векторный потенциал.

1. Введение

Аароновым и Бомом [1] теоретически изучен эффект, который заключается в том, что заряженная микрочастица, движущаяся в области, где магнитное поле отсутствует, но вектор-потенциал отличен от нуля, испытывает электромагнитное воздействие. Еще ранее, при исследовании проблем электронной оптики, Эренбергом и Сидеем [2] предсказано, что показатель преломления электронной волны определяется вектор-потенциалом в области распространения волны, а не величиной магнитного поля. При

анализе этих эффектов были затронуты фундаментальные проблемы квантово-механического описания электромагнитных явлений: вопрос о роли потенциалов, концепции локальности и калибровочной инвариантности в физике. Именно связь с принципиальными проблемами квантовой физики обусловила постоянный интерес к эффекту Ааронова–Бома (АБ). Одно время существование этого эффекта подвергалось сомнению. В настоящее время эффект АБ подтвержден экспериментально с высокой степенью точности. Ссылки на теоретические

и экспериментальные работы по данному вопросу можно найти в статье [3].

Поскольку поле векторного потенциала влияет на энергетический спектр электронов, проявление эффекта АБ возможно и в многоэлектронных системах. Эффект проявляется в том, что различные физические свойства системы изменяются в зависимости от магнитного потока с периодом, равным кванту магнитного потока. Такие эффекты теоретически изучались в нормальных металлах [4], сверхпроводниках [5,6], диэлектриках с волной заряженной плотности [7], в узкозонных полупроводниках [8], а также в модельных системах [9].

Сверхпроводники, как известно, — объекты, в которых квантовые закономерности проявляются на макроскопическом уровне. Это оказывается справедливым и в отношении такого специфически квантового эффекта, как эффект Ааронова — Бома. В сверхпроводнике векторный потенциал влияет не только на спектр квазичастиц, но и на динамику парного конденсата, что приводит к возникновению токовых состояний. Используя сверхпроводник как своеобразный прибор, который реагирует на поле векторного потенциала, эффект АБ можно обнаружить на макроскопическом уровне. Макроскопический эффект АБ в сверхпроводниках первого рода, проявляющийся в существенном изменении сопротивления, рассмотрен в [10].

При исследовании поведения заряженной микро-частицы в поле вектор-потенциала, создаваемого соленоидом, обычно предполагается, что векторный потенциал определяется величиной магнитного потока в соленоиде. В часто используемой идеализированной постановке задачи соленоид считают бесконечно тонким, содержащим конечный магнитный поток Φ . Такой бесконечно длинный соленоид создает в пространстве поле векторного потенциала $A_\varphi(r) = \Phi/2\pi r$, где r — расстояние до оси соленоида. В реальной ситуации магнитное поле в соленоиде и магнитный поток в нем создаются током в обмотке соленоида. Изменяя плотность поверхностного тока в соленоиде, можно изменять в эксперименте его магнитный поток. При этом магнитный поток в соленоиде будет зависеть не только от плотности поверхностного тока в его обмотке, но и от свойств среды, окружающей соленоид. В микроскопическом эффекте АБ влиянием движения частицы вне соленоида на величину магнитного потока в нем можно с высокой точностью пренебречь (хотя учет этого влияния, по-видимому, интересен по принципиальным соображениям). Если же эффект АБ рассматривается в многоэлектронных системах, то учет влияния среды вне соленоида на величину его магнитного потока оказывается весьма существенным и

приводит к новым эффектам. В частности, как показано в настоящей работе, в соленоиде, окруженном сверхпроводящей средой, существуют области значений магнитного потока, которые не могут быть реализованы ни при каких значениях тока. Иначе говоря, возникают щели в зависимости магнитного потока от величины поверхностного тока в обмотке соленоида. Чтобы описать этот эффект, соленоид нельзя считать бесконечно тонким, а следует учесть конечную величину его радиуса.

В данной статье в рамках подхода Гинзбурга — Ландау (ГЛ) решены задачи о бесконечно длинном соленоиде конечного радиуса в случаях, когда: 1) пространство вне соленоида заполнено сверхпроводящей средой; 2) соленоид окружен полым сверхпроводящим цилиндром. Показано, что если магнитный поток соленоида не кратен целому числу квантов $\Phi_0 = \pi\hbar c/|e|$, то вне соленоида индуцируется сверхпроводящий ток, создающий вне соленоида магнитное поле. При фиксированном поверхностном токе вычислено отличие между магнитными потоками в соленоиде в случаях, когда внешней средой являются вакуум и сверхпроводник. Найдено, как следует изменить величину плотности поверхностного тока, чтобы при заполнении вакуума сверхпроводящей средой вне соленоида магнитный поток в соленоиде остался неизменным. Эти величины могут быть измерены экспериментально, что позволит экспериментально доказать существование эффекта АБ на макроскопическом уровне.

В рамках теории ГЛ [12] сверхпроводник описывается уравнениями

$$\frac{1}{2m}(-i\hbar\nabla - \frac{2e}{c}\mathbf{A})^2\psi + \alpha\psi + \beta|\psi|^2\psi = 0, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}, \quad (2)$$

где плотность сверхпроводящего тока

$$\mathbf{j} = -\frac{ie\hbar}{m}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) - \frac{4e^2}{mc}|\psi|^2\mathbf{A}. \quad (3)$$

Здесь, в отличие от того, что имеет место в микроскопическом эффекте АБ [1], ψ является не волновой функцией отдельной частицы, а макроскопическим комплексным параметром порядка, характеризующим состояние сверхпроводника в целом, $\alpha \equiv \alpha(T) = \alpha_0(T - T_{c0})$, T_{c0} — температура перехода в сверхпроводящее состояние в пространственно-однородном случае, α_0, β — феноменологические параметры. Как видим, уравнение ГЛ (1) и плотность тока (3) содержат в явном виде векторный потенциал электромагнитного поля. Поэтому сверхпроводник в целом, как и отдельная квантовая час-

тица, может испытывать электромагнитное воздействие и в такой области пространства, где магнитное поле отсутствует, если при этом вектор-потенциал \mathbf{A} отличен от нуля. Отметим, что поскольку для существования эффекта АБ существенен комплексный характер параметра порядка, то этот эффект не может быть корректно описан с помощью уравнений Лондонов.

2. Соленоид, окруженный сверхпроводящей средой

Рассмотрение соленоида конечного радиуса r_0 , с одной стороны, более реалистично, а, с другой, позволяет использовать макроскопические уравнения ГЛ, поскольку, как будет видно, в нашем случае условием их применимости является требование $r_0 \gg \xi$, где $\xi \equiv \xi(T)$ — зависящая от температуры корреляционная длина сверхпроводника. Будем также предполагать, что глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник λ значительно превосходит корреляционную длину ξ , т.е. параметр Гинзбурга — Ландау $\kappa \equiv \lambda/\xi \gg 1$.

Вначале напомним решение задачи о соленоиде в вакууме. В этом случае поле вектор-потенциала описывается уравнением $\Delta \mathbf{A} = 0$. Пусть ось соленоида совпадает с осью z . Величины, относящиеся к внутренней области соленоида, обозначим индексом I, а величины, относящиеся к внешней области соленоида — индексом II. В силу условий симметрии задачи используем цилиндрические координаты (r, φ, z) , а векторный потенциал выберем в виде $\mathbf{A} \equiv [A_r = 0, A_\varphi(r), A_z = 0]$. Тогда уравнение для вектор-потенциала принимает вид

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dA_\varphi}{dr} \right) - \frac{A_\varphi}{r^2} = 0. \quad (4)$$

Внутри соленоида $r < r_0$ (область I) решение этого уравнения определяется формулой

$$A_\varphi(r) = \frac{H_I r}{2}, \quad (5)$$

где H_I — не зависящая от координат напряженность магнитного поля внутри соленоида. Вне соленоида $r > r_0$ (область II) решение уравнения (4) имеет вид

$$A_\varphi(r) = \frac{H_I r_0^2}{2r} = \frac{\Phi_I}{2\pi r}, \quad (6)$$

где $\Phi_I = H_I \pi r_0^2$ — магнитный поток в соленоиде. Величина напряженности магнитного поля внутри соленоида H_I зависит от величины тока в обмотке соленоида I и от числа витков на единицу длины v .

Эту связь можно установить, используя теорему о циркуляции магнитного поля [11]:

$$H_I = 4\pi i/c, \quad (7)$$

где $i = Iv$. Предполагается, что провода обмотки соленоида бесконечно тонкие, так что поле внутри соленоида создается поверхностным током с плотностью i . Поскольку магнитное поле определяется формулой

$$H = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rA_\varphi),$$

и вне соленоида $rA_\varphi(r) = \text{const}$, то магнитное поле вне соленоида H_{II} равно нулю.

Прежде чем переходить к решению задачи о соленоиде, окруженном сверхпроводящей средой, введем понятие кванта плотности поверхностного тока соленоида. Квантом плотности поверхностного тока соленоида назовем такую величину плотности поверхностного тока, которая создает в соленоиде, находящемся в вакууме, поток, равный одному кванту Φ_0 . Из формулы (7) следует, что квант плотности поверхностного тока соленоида определяется соотношением

$$i_0 = \frac{c\Phi_0}{4\pi^2 r_0^2}. \quad (8)$$

Эта величина, в отличие от кванта магнитного потока, не является универсальной постоянной, а зависит от характеристики соленоида — его радиуса. Однако величина $i_0 r_0^2$ — универсальная постоянная, так что $i_0 r_0^2 = c\Phi_0/4\pi^2 = 157,0 \text{ см}^5/2\Gamma^{1/2} \text{ с}^{-2}$.

Перейдем к рассмотрению задачи о соленоиде радиусом $r_0 \gg \xi$, окруженном сверхпроводящей средой с $\kappa \gg 1$. В силу пространственной однородности задачи по оси z и однозначности параметра порядка его можно представить в виде

$$\psi(r, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \psi_n(r) \exp(-in\varphi). \quad (9)$$

Вследствие условия $\kappa \gg 1$ оказывается возможным пренебречь производными от $\psi_n(r)$ по координате r . С учетом (9) линеаризованное уравнение ГЛ имеет вид

$$\left[\alpha_0(T - T_{c0}) + \frac{\hbar^2}{2mr^2} \left(n - \frac{2\pi r A_\varphi(r)}{\Phi_0} \right)^2 \right] \psi_n = 0. \quad (10)$$

Отсюда следует, что появление различных компонент разложения (9) параметра порядка происходит при различных температурах, которые находят-

ся из условия обращения в нуль выражения в квадратных скобках формулы (10):

$$T_{cn} = T_{c0} \left[1 - \frac{\xi_0^2}{r^2} \left(n - \frac{2\pi r A_\varphi(r)}{\Phi_0} \right)^2 \right], \quad (11)$$

где не зависящая от температуры корреляционная длина определена выражением $\xi_0^2 = \hbar^2 / 2m\alpha_0 T_{c0}$. Через микроскопические характеристики эта длина выражается известными соотношениями:

$$\xi_0^2 = \frac{7\zeta(3)}{48\pi^2} \frac{\hbar^2 v_F^2}{T_{c0}^2} \quad \text{— для чистых сверхпроводников,}$$

$$\xi_0^2 = \frac{\pi}{24} \frac{\hbar v_F l_e}{T_{c0}} \quad \text{— для «грязных» сверхпроводников,}$$

где v_F — скорость электрона на поверхности Ферми, l_e — длина свободного пробега электрона, $\zeta(3)$ — дзета-функция Римана. Температура T_{cn} зависит от координаты r . Компонента l , которая появляется при наиболее высокой температуре, находится из условия минимума выражения $\left(n - \frac{2\pi r A_\varphi(r)}{\Phi_0} \right)^2$ в

формуле (11). При температурах ниже, но близких к T_{cl} , остальные компоненты в разложении (9) либо отсутствуют, либо гораздо меньше ψ_I , так что в дальнейшем будем учитывать в (9) только одну главную компоненту, полагая

$$\psi(r, \varphi) = \psi_I(r) \exp(-i\varphi). \quad (12)$$

Величина модуля параметра порядка как функция температуры находится из нелинейного уравнения ГЛ (1):

$$|\psi_I|^2 = -\frac{\alpha_0(T - T_{cl})}{\beta} = \phi_0^2 \left[1 - \frac{\xi^2}{r^2} \left(l - \frac{2\pi r A_\varphi(r)}{\Phi_0} \right)^2 \right], \quad (13)$$

где $\phi_0^2 = -\alpha/\beta$ — квадрат модуля параметра порядка в пространственно-однородном сверхпроводнике, $\xi^2 = \hbar^2 / 2m|\alpha|$. Отметим, что мы пренебрегли деформацией параметра прядка, обусловленной влиянием граничного условия для него на поверхности соленоида, и учли только деформацию, обусловленную наличием поля векторного потенциала, что допустимо в рассматриваемом случае $\kappa \gg 1$. Как видим, при принятом условии $r_0 \gg \xi$ поправка, описывающая пространственную неоднородность параметра порядка, мала, и при выводе уравнения для векторного потенциала в главном приближении ею можно пренебречь. Подставляя (12) в (3) и пренебрегая пространственной зависимостью параметра

порядка, получаем выражение для плотности сверхпроводящего тока

$$j_\varphi(r) = \frac{c}{4\pi\lambda^2} \left[\frac{\Phi_0 l}{2\pi r} - A_\varphi(r) \right], \quad (14)$$

где квадрат глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводник определен формулой

$$\lambda^2 = \frac{mc^2}{16\pi e^2 \phi_0^2}. \quad (15)$$

Принимая во внимание выражение для плотности сверхпроводящего тока (14), из (2) получаем уравнение для векторного потенциала в сверхпроводнике

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dA_\varphi}{dr} \right) - \frac{A_\varphi}{r^2} - \frac{A_\varphi}{\lambda^2} = -\frac{l\Phi_0}{2\pi\lambda^2 r}. \quad (16)$$

Общее решение этого уравнения, конечное при $r \rightarrow \infty$, имеет вид

$$A_\varphi(r) = CK_1(r/\lambda) + l\Phi_0/2\pi r,$$

где $K_n(r/\lambda)$ — функция Бесселя от мнимого аргумента второго рода. Отсюда следует, что магнитный поток в соленоиде определяется формулой

$$\Phi_I = 2\pi r_0 A_\varphi(r_0) = C2\pi r_0 K_1\left(\frac{r_0}{\lambda}\right) + l\Phi_0.$$

Таким образом, получаем решение уравнения (16) в виде

$$A_\varphi(r) = \frac{(\Phi_I - l\Phi_0)}{2\pi r_0} \frac{K_1(r/\lambda)}{K_1(r_0/\lambda)} + \frac{l\Phi_0}{2\pi r}. \quad (17)$$

Магнитный поток может быть представлен как сумма целого числа квантов магнитного потока и дробной добавки:

$$\Phi_I = l\Phi_0 + \Delta\Phi. \quad (18)$$

Будем полагать, что величина $\Delta\Phi$ может меняться в пределах от $-\Phi_0/2$ до $\Phi_0/2$. Если $-\Phi_0/2 < \Delta\Phi < 0$, то имеется $l - 1$ целый квант потока плюс дробная часть, равная $\Phi_0/2 + \Delta\Phi$. Если же $0 < \Delta\Phi < \Phi_0/2$, то имеется l целых квантов потока плюс дробная часть, равная $\Delta\Phi$. Если магнитный поток в соленоиде представим в виде (18), то в разложении (9) следует оставить l -компоненту.

С учетом (18), решение уравнения (16) может быть представлено в форме

$$A_\varphi(r) = \frac{\Delta\Phi}{2\pi r_0} \frac{K_1(r/\lambda)}{K_1(r_0/\lambda)} + \frac{l\Phi_0}{2\pi r}. \quad (19)$$

Как видим, векторный потенциал в сверхпроводнике вне соленоида является периодической функцией магнитного потока соленоида с периодом Φ_0 .

Подставляя (19) в (14), находим формулу, определяющую плотность сверхпроводящего тока в сверхпроводнике вне соленоида

$$j_{\varphi}(r) = -\frac{c\Delta\Phi}{8\pi^2\lambda^2 r_0} \frac{K_1(r/\lambda)}{K_1(r_0/\lambda)}. \quad (20)$$

Принимая во внимание выражение для плотности тока распаривания в сверхпроводнике [12] $j_c = c\Phi_0/12\sqrt{3}\pi^2\lambda^2\xi$, плотность тока (20) можно записать в виде

$$j_{\varphi}(r) = -j_c \frac{3\sqrt{3}\xi}{2r_0} \frac{\Delta\Phi}{\Phi_0} \frac{K_1(r/\lambda)}{K_1(r_0/\lambda)}. \quad (21)$$

Функция Бесселя мнимого аргумента второго рода монотонно убывает с возрастанием r . При $r \gg \lambda$ имеем $K_1(r/\lambda) \propto \sqrt{\pi\lambda/2r}e^{-r/\lambda}$, так что ток существует в сверхпроводнике вблизи поверхности соленоида в том случае, когда $\Delta\Phi \neq 0$, т.е. если магнитный поток в соленоиде не кратен целому числу квантов магнитного потока. Поскольку предполагается выполненным условие $r_0 \gg \xi$, из (21) следует, что плотность тока в сверхпроводнике вне соленоида гораздо меньше плотности тока распаривания: $j_{\varphi} \ll j_c$. Полный сверхпроводящий ток, приходящийся на единицу длины соленоида, найдем, проинтегрировав (20) от r_0 до бесконечности, что дает

$$I_{\varphi} = -\frac{c\Delta\Phi}{8\pi^2\lambda r_0} \frac{K_0(r_0/\lambda)}{K_1(r_0/\lambda)}. \quad (22)$$

Сверхпроводящий ток вне соленоида создает вне соленоида магнитное поле, которое находим, зная вид векторного потенциала (19):

$$H_{II}(r) = -\frac{\Delta\Phi}{2\pi r_0\lambda} \frac{K_0(r/\lambda)}{K_1(r_0/\lambda)}. \quad (23)$$

Принимая во внимание формулу $H_c = \Phi_0/2\sqrt{2}\pi\lambda\xi$, определяющую термодинамическое критическое магнитное поле сверхпроводника [12], формулу (22) перепишем в виде

$$H_{II}(r) = -\frac{\sqrt{2}H_c\xi}{\lambda} \frac{\Delta\Phi}{\Phi_0} \frac{K_0(r/\lambda)}{K_1(r_0/\lambda)}. \quad (24)$$

Как видим, при принятом нами условии $\lambda \gg \xi$ магнитное поле вне соленоида много меньше критического магнитного поля: $H_{II} \ll H_c$.

Таким образом, из полученных выше соотношений следует, что если соленоид окружен сверхпроводящей средой и магнитный поток в соленоиде не кратен целому числу квантов магнитного потока, то вне соленоида вблизи его поверхности индуцируется сверхпроводящий ток, создающий вне соленоида магнитное поле. При $r \rightarrow \infty$ первое слагаемое в фор-

муле (19), определяющее векторный потенциал вне соленоида, стремится к нулю. Отсюда следует, что циркуляция от векторного потенциала по контуру большого радиуса равна $l\Phi_0$. Это означает, что вне соленоида индуцируется поток магнитного поля равный, но противоположный по знаку, дробной части магнитного потока в соленоиде.

Магнитный поток создается током в обмотке соленоида, и именно ток можно произвольно изменять в эксперименте. Следовательно, чтобы завершить решение задачи необходимо установить связь магнитного поля в соленоиде с плотностью поверхностного тока соленоида, создающего это поле. Плотность поверхностного тока соленоида может быть записана в виде

$$i = li_0 + \Delta i, \quad (25)$$

где $-i_0/2 < \Delta i < i_0/2$, а l такое же, как в формуле (18), поскольку целое число квантов тока создает такое же число квантов магнитного потока в соленоиде, как при вакууме, так и при сверхпроводнике вне соленоида. Связь же между дробными частями потока и поверхностного тока в этих случаях различна. Если вне соленоида вакуум (что обозначено верхним индексом (v)), то вследствие формулы (7) эта связь может быть записана в виде

$$\frac{(\Delta\Phi)^{(v)}}{\Phi_0} = \frac{\Delta i}{i_0}. \quad (26)$$

Если вне соленоида сверхпроводящая среда (что обозначено верхним индексом (s)), то граничное условие для магнитного поля на поверхности соленоида принимает вид [11] $H_I^{(s)} - H_{II}^{(s)}(r_0) = \frac{4\pi}{c}i^{(s)}$, откуда следует

$$\frac{(\Delta\Phi)^{(s)}}{\Phi_0} = 2\eta \frac{\Delta i}{i_0}, \quad (27)$$

где введено обозначение

$$\eta = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{r_0}{2\lambda} \frac{K_0(r_0/\lambda)}{K_1(r_0/\lambda)} \right]^{-1}. \quad (28)$$

Как видим, дробная часть потока в соленоиде может изменяться в пределах $-\eta < \Delta\Phi/\Phi_0 < \eta$. Значения потока в соленоиде, окруженном сверхпроводником, определяемые неравенством

$$\eta + l < \frac{\Phi}{\Phi_0} < \eta + \delta + l \quad (29)$$

($l = 0, \pm 1, \pm 2$) не могут быть реализованы. Параметр

$$\delta = 1 - 2\eta = \frac{r_0}{2\lambda} \frac{K_0(r_0/\lambda)}{K_1(r_0/\lambda)} \left[1 + \frac{r_0}{2\lambda} \frac{K_0(r_0/\lambda)}{K_1(r_0/\lambda)} \right]^{-1} \quad (30)$$

в (29) определяет ширину области запрещенных значений магнитного потока (в единицах Φ_0) и является щелью в зависимости Φ/Φ_0 от i/i_0 . Эта зависимость показана на рис. 1. Зависимость величины щели от радиуса соленоида представлена на рис. 2. При малом радиусе, когда $r_0/\lambda \ll 1$, величина щели стремится к нулю: $\delta(r_0/\lambda) \approx -(r_0/\lambda) \ln(r_0/\lambda)$. В пределе $r_0/\lambda \gg 1$ $\delta(r_0/\lambda) \approx 1 - 2\lambda/r_0$, так что при $r_0 \rightarrow \infty$ щель $\delta \rightarrow 1$. В этом случае зависимость $\Phi = \Phi(i)$ вырождается в ступенчатую функцию, которая постоянна во всех точках и испытывает скачки в точках $i/i_0 = \pm 1/2, 3/2, 5/2, \dots$ на величину кванта магнитного потока. Ширина ступеньки равна кванту плотности поверхностного тока, а потому, согласно (8), убывает как r_0^{-2} с увеличением радиуса соленоида. Таким образом, соленоид с радиусом $r_0 \gg \lambda$, окруженный сверхпроводящей средой, может содержать только целое число квантов магнитного потока независимо от величины поверхностного тока. Это утверждение является обобщением известного факта, заключающегося в том, что цилиндрическая полость в сверхпроводнике может содержать только целое число квантов магнитного потока [12,14,15].

Поскольку магнитный поток создается поверхностным током соленоида и ток в обмотке соленоида можно произвольно изменять в эксперименте, то удобно, используя (27), рассматриваемые величины выражать именно через плотность поверхностного тока.

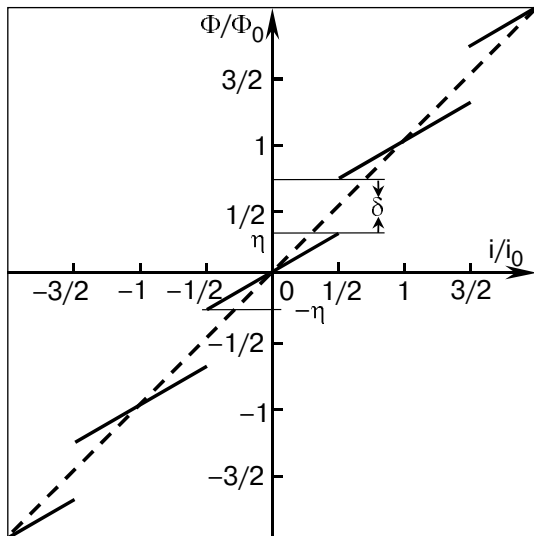


Рис. 1. Зависимость магнитного потока в соленоиде от плотности поверхностного тока в обмотке соленоида, δ — ширина области запрещенных значений потока (в единицах кванта потока).

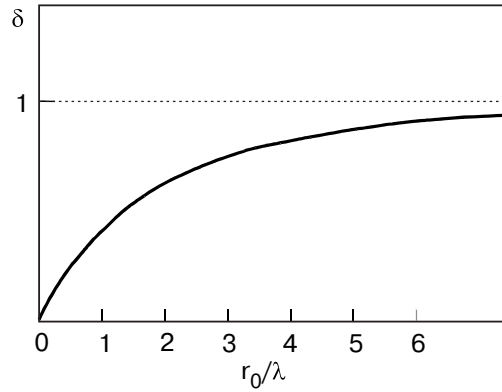


Рис. 2. Ширина области запрещенных значений потока (в единицах кванта потока) в соленоиде как функция его радиуса.

Так, сверхпроводящий ток вне соленоида (22) может быть записан в виде $I_\varphi = -\delta \Delta i$, а его максимальное значение $|I_{\varphi \max}| = (\delta i_0)/2$. Зависимость величины сверхпроводящего тока вне соленоида от плотности поверхностного тока показана на рис. 3. Как видим, если $-i_0/2 < \Delta i < 0$, то сверхпроводящий ток вне соленоида направлен по направлению тока в обмотке соленоида, а при $0 < \Delta i < i_0/2$ — в противоположном направлении. В точках $i = (2l + 1)i_0/2$ сверхпроводящий ток достигает своего максимального по величине значения и скачком меняет направление. Отметим, что график на рис. 3 имеет такой же вид, как зависимость сверхпроводящего тока в цилиндре от величины магнитного потока в эффекте Литтла — Паркса [13,14].

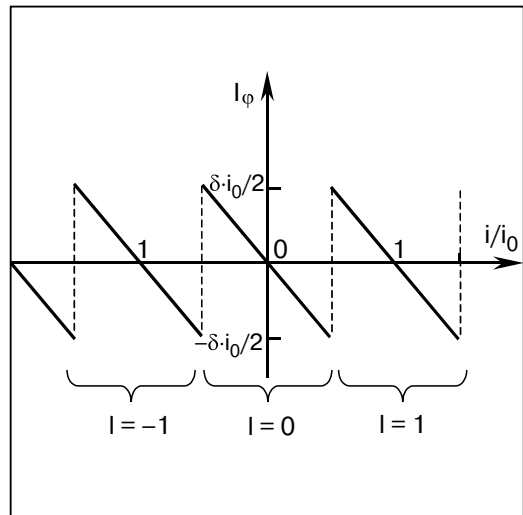


Рис. 3. Зависимость поверхностного тока в сверхпроводнике, окружающем соленоид, от плотности поверхностного тока в обмотке соленоида.

Принимая во внимание вид зависимости $I_\Phi = I_\Phi(i)$ (рис. 3), можно понять на качественном уровне существование областей запрещенных значений магнитного потока в соленоиде, если он окружен сверхпроводящей средой. Пусть в обмотке соленоида течет поверхностный ток с плотностью $0 < \Delta i < i_0/2$. В этом случае в сверхпроводнике вблизи поверхности соленоида индуцируется ток величиной $\delta \Delta i$, направленный противоположно току в соленоиде. Очевидно, что суммарное магнитное поле, создаваемое обоими токами внутри соленоида, будет меньше поля, создаваемого только током обмотки соленоида при отсутствии вне соленоида сверхпроводящей среды. При $\Delta i = i_0/2$ ток в сверхпроводнике скачком меняет направление на противоположное и при этом суммарное поле внутри соленоида скачком меняет свое значение до величины, большей, чем поле в отсутствие сверхпроводника вне соленоида. Величина скачка магнитного потока в соленоиде равна $\delta \Phi_0$. Для соленоида большого радиуса $r_0/\lambda \gg 1$ параметр $\delta \approx 1$, так что плотность поверхностного тока в сверхпроводнике равна по величине, но противоположна по знаку дробной части плотности поверхностного тока в обмотке соленоида, поэтому, изменяя Δi , мы не меняем магнитное поле и магнитный поток в соленоиде. Изменяется магнитный поток в этом случае только скачками на квант Φ_0 в точках $i = (2l + 1)i_0/2$.

Из формул (26), (27) следует, что при фиксированном значении плотности поверхностного тока в обмотке соленоида дробные части магнитного потока в случаях, когда соленоид окружен вакуумом и сверхпроводником, связаны соотношением $(\Delta \Phi)^{(s)} = 2\eta(\Delta \Phi)^{(v)}$, так что относительное изменение потока при замене вне соленоида вакуума сверхпроводником имеет вид

$$\frac{\Delta \Phi^{(s)} - \Delta \Phi^{(v)}}{\Delta \Phi^{(v)}} = -\delta. \quad (31)$$

Для того чтобы при замене вне соленоида вакуума сверхпроводником сохранить величину магнитного потока в соленоиде, следует изменить плотность поверхностного тока в его обмотке. Относительная величина такого изменения определяется формулой

$$\frac{(\Delta i)^{(s)} - (\Delta i)^{(v)}}{(\Delta i)^{(v)}} = \frac{\delta}{1 - \delta}. \quad (32)$$

Соотношения (31), (32) можно, в принципе, проверить в эксперименте и, тем самым, зарегистрировать макроскопический эффект АБ в сверхпроводнике.

3. Соленоид внутри полого сверхпроводящего цилиндра

Выше была рассмотрена задача, когда все пространство вне соленоида заполнено сверхпроводящей средой. Рассмотрим случай, когда соленоид радиусом r_0 находится внутри сверхпроводящего цилиндра с внутренним радиусом $r_1 > r_0$ и внешним радиусом $r_2 > r_1$, ось которого совпадает с осью соленоида. При этом сверхпроводник не находится в контакте с соленоидом, и, казалось бы, с классической точки зрения существует еще меньше оснований ожидать, что магнитное поле, сосредоточенное внутри соленоида, может каким-то образом влиять на состояние макроскопического объекта вне соленоида.

В данной задаче имеются четыре пространственные области, которые следует рассмотреть. Область I ($0 < r < r_0$) — внутренняя область соленоида; II ($r_0 < r < r_1$) — область вакуума между внешней поверхностью соленоида и сверхпроводником; III ($r_1 < r < r_2$) — сверхпроводящая область; IV ($r_2 < r < \infty$) — внешняя область (вакуум). Поле векторного потенциала в областях I, II, IV описывается уравнением (4), а в области III — уравнением (16). Решения уравнения для векторного потенциала в этих областях имеют вид

$$\text{область I: } A_\Phi(r) = \frac{H_I r}{2},$$

$$\text{область II: } A_\Phi(r) = \frac{H_{II} r}{2} + \frac{(H_I - H_{II})r_0^2}{2r},$$

$$\text{область III: } A_\Phi(r) = C_1 K_1(\tilde{r}) + C_2 I_1(\tilde{r}) + \frac{l\Phi_0}{2\pi r},$$

$$\text{область IV: } A_\Phi(r) = \frac{C_3}{r},$$

где $\tilde{r} = r/\lambda$; H_I — магнитное поле внутри соленоида, а H_{II} — магнитное поле в пространстве между соленоидом и внутренней стенкой сверхпроводящего цилиндра. Магнитное поле в сверхпроводящем цилиндре определяется формулой

$$H_{III}(r) = \lambda^{-1} [-C_1 K_0(\tilde{r}) + C_2 I_0(\tilde{r})], \quad (33)$$

а плотность сверхпроводящего тока в цилиндре, согласно (14), имеет вид

$$j_\Phi(r) = -\frac{c}{4\pi\lambda^2} [C_1 K_1(\tilde{r}) + C_2 I_1(\tilde{r})], \quad (34)$$

где $I_n(r/\lambda)$ — функция Бесселя от мнимого аргумента первого рода. Полный ток на единицу длины цилиндра находится в результате интегрирования (34) по радиусу от r_1 до r_2 :

$$I_\Phi = \frac{c}{4\pi\lambda} [-C_1 K_0(\tilde{r}_1) + C_2 I_0(\tilde{r}_1)]. \quad (35)$$

При получении формулы (35) было учтено условие

$$-C_1 K_0(\tilde{r}_2) + C_2 I_0(\tilde{r}_2) = 0, \quad (36)$$

следующее из требования обращения в нуль магнитного поля на внешней поверхности цилиндра, которое очевидно из вида векторного потенциала в области IV. Условие (36) дает связь между двумя постоянными интегрирования. Еще два соотношения для определения постоянных интегрирования следуют из условия непрерывности векторного потенциала при $r = r_1$ и $r = r_2$:

$$C_1 K_1(\tilde{r}_1) + C_2 I_1(\tilde{r}_1) = B - \frac{l\Phi_0}{2\pi r_1}, \quad (37)$$

$$C_3 = r_2 [C_1 K_1(\tilde{r}_2) + C_2 I_1(\tilde{r}_2)] + \frac{r_2 l\Phi_0}{2\pi r_1}. \quad (38)$$

В (37) введено обозначение

$$B = \frac{r_0^2 H_I + (r_1^2 - r_0^2) H_{II}}{2r_1}. \quad (39)$$

Определим три функции, которые будут входить в последующие формулы:

$$\begin{aligned} R(x, x') &= I_0(x)K_0(x') - K_0(x)I_0(x'), \\ F(x, x') &= I_1(x)K_0(x') + K_1(x)I_0(x'), \\ N(x, x') &= \frac{1}{2} xR(x, x') - F(x, x'). \end{aligned} \quad (40)$$

Из уравнений (36)–(38) следует вид постоянных интегрирования:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{I_0(\tilde{r}_2)(B - \frac{l\Phi_0}{2\pi r_1})}{F(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)}, & C_2 &= \frac{K_0(\tilde{r}_2)(B - \frac{l\Phi_0}{2\pi r_1})}{F(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)}, \\ C_3 &= \frac{l\Phi_0}{2\pi} + r_2 \frac{F(\tilde{r}_2, \tilde{r}_2)}{F(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)} (B - \frac{l\Phi_0}{2\pi r_1}). \end{aligned} \quad (41)$$

Параметр B (39) выражается через магнитное поле внутри соленоида H_I и магнитное поле в пространстве между соленоидом и внутренней стенкой сверхпроводящего цилиндра H_{II} . Эти поля создаются током в обмотке соленоида. Для окончательного решения задачи следует их выразить через плотность поверхностного тока в соленоиде. Это можно сделать с помощью условий [11]

$$H_I - H_{II} = \frac{4\pi i}{c}, \quad H_{II} = \frac{4\pi I_\phi}{c}. \quad (42)$$

Подставляя H_I и H_{II} из (42) в (39) и учитывая соотношения (35), (41), находим окончательное выражение для коэффициента B :

$$B = \frac{l\Phi_0}{2\pi r_1} - \frac{\Phi_0}{2\pi r_1} \frac{\Delta i}{i_0} \frac{F(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)}{N(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)}. \quad (43)$$

Подставив (43) в (41), получим окончательный вид постоянных интегрирования и, следовательно, решение задачи.

Плотность сверхпроводящего тока в цилиндре и полный ток на единицу длины цилиндра согласно (34), (35) даются формулами

$$j_\phi(r) = \frac{r_0^2 F(\tilde{r}, \tilde{r}_2)}{2\lambda^2 r_1 N(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)} \Delta i, \quad I_\phi = -\frac{r_0^2 R(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)}{2\lambda r_1 N(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)} \Delta i. \quad (44)$$

Магнитные поля определяются следующими формулами:

внутри соленоида

$$H_I = \frac{4\pi i_0}{c} \left\{ l + \left[1 - \frac{r_0^2}{2r_1 \lambda} \frac{R(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)}{N(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)} \right] \frac{\Delta i}{i_0} \right\}, \quad (45)$$

между соленоидом и внутренней стенкой сверхпроводящего цилиндра

$$H_{II} = -\frac{2\pi r_0^2}{c \lambda r_1} \frac{R(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)}{N(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)} \Delta i; \quad (46)$$

в сверхпроводящем цилиндре

$$H_{III}(r) = -\frac{2\pi r_0^2}{c \lambda r_1} \frac{R(\tilde{r}, \tilde{r}_2)}{N(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)} \Delta i. \quad (47)$$

В области IV вне сверхпроводящего цилиндра, как отмечалось, магнитное поле равно нулю. Распределение магнитного поля в рассмотренном случае показано на рис. 4. Следует обратить внимание, что однородное магнитное поле в области между соленоидом и внутренней стенкой сверхпроводящего цилиндра изменяет знак с изменением плотности тока в соленоиде. Обнаружение магнитного поля в области между соленоидом и внутренней стенкой сверхпроводящего цилиндра и его знакопеременности может служить одним из возможных экспериментальных доказательств существования макроскопического эффекта АБ.

Связь дробных частей магнитного потока в соленоиде и плотности поверхностного тока может быть записана в том же виде, как и в случае безграничной сверхпроводящей среды (27), где

$$\eta = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{r_0^2}{2\lambda r_1} \frac{R(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)}{N(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)} \right]. \quad (48)$$

Зависимость магнитного потока от тока в соленоиде качественно такая же, как и представленная на рис. 1. Область запрещенных значений магнитного

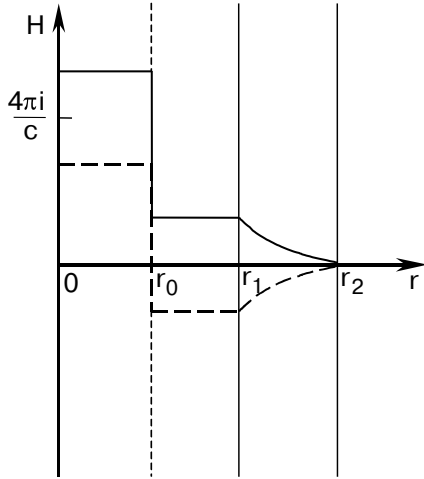


Рис. 4. Пространственное распределение магнитного поля в задаче о соленоиде, находящемся внутри сверхпроводящего цилиндра. Сплошной линией показано распределение поля при $-\dot{i}_0/2 < \Delta i < 0$, пунктирной — при $0 < \Delta i < \dot{i}_0/2$.

потока также определяется параметром δ (30), который здесь имеет вид

$$\delta = \frac{r_0^2}{2\lambda r_1} \frac{R(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)}{N(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)}. \quad (49)$$

При постоянном поверхностном токе соленоида относительное изменение магнитного потока во внешней области соленоида при замене вакуума сверхпроводником определяется формулой (31), где δ определяется формулой (49). Относительное изменение плотности поверхностного тока при замене во внешней области соленоида вакуума сверхпроводником при постоянном магнитном потоке определяется формулой (32) с δ из (49). Магнитный поток в области II между соленоидом и цилиндром определяется формулой

$$\frac{\Phi_{II}}{\Phi_0} = \frac{r_1}{2\lambda} \left(1 - \frac{r_0^2}{r_1^2}\right) \frac{R(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)}{N(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)} \frac{\Delta i}{i_0}, \quad (50)$$

а магнитный поток через площадь сечения цилиндра (область III) формулой

$$\frac{\Phi_{III}}{\Phi_0} = -\frac{[r_2 F(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2) - r_1 F(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)]}{r_1 N(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)} \frac{\Delta i}{i_0}. \quad (51)$$

Полный поток через площадь, ограниченную замкнутым контуром, лежащим вне сверхпроводящего цилиндра, имеет вид

$$\frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{\Phi_I + \Phi_{II} + \Phi_{III}}{\Phi_0} = l - \frac{r_2}{r_1} \frac{F(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)}{N(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)} \frac{\Delta i}{i_0}. \quad (52)$$

Последняя формула может быть также получена, если воспользоваться теоремой Стокса, которая в данном случае дает $\Phi = 2\pi C_3$, и формулой в (41). Таким образом, полный магнитный поток, создаваемый соленоидом, находящимся внутри сверхпроводящего цилиндра, может быть не равным целому числу квантов потока. Только для цилиндра с толстыми стенками при $r_2 - r_1 \gg \lambda$ дробной частью потока в (52) можно пренебречь.

Рассмотрим некоторые частные случаи. Очевидно, что при $r_1 = r_0$ и $r_2 \rightarrow \infty$ получим формулы, относящиеся к случаю сверхпроводящей среды, заполняющей все пространство вне соленоида.

Условия $r_1 > r_0$, $r_2 \rightarrow \infty$ определяют ситуацию, когда между соленоидом и сверхпроводящей средой, заполняющей все пространство, имеется зазор. В этом случае формула (49), определяющая щель в зависимости магнитного потока в соленоиде от плотности поверхностного тока в обмотке соленоида, принимает вид

$$\delta = \frac{r_0^2}{2\lambda r_1} \frac{K_0(r_1/\lambda)}{K_1(r_1/\lambda)} \left[1 + \frac{r_1}{2\lambda} \frac{K_0(r_1/\lambda)}{K_1(r_1/\lambda)}\right]^{-1}. \quad (53)$$

При $r_1 = r_0$ эта формула переходит в формулу (30). С увеличением ширины зазора $r_1 - r_0$ величина щели δ монотонно уменьшается. Если внутренний радиус цилиндра r_1 много больше глубины проникновения λ , то из (53) следует, что $\delta \approx (r_0/r_1)^2$, так что величина щели обратно пропорциональна квадрату внутреннего радиуса цилиндра.

Если между соленоидом и сверхпроводником зазор отсутствует ($r_1 = r_0$), а внешний радиус цилиндра r_2 конечен, то

$$\delta = \frac{r_0}{2\lambda} \frac{R(\tilde{r}_0, \tilde{r}_2)}{N(\tilde{r}_0, \tilde{r}_2)}. \quad (54)$$

В пределе $r_2 \rightarrow r_0$ параметр δ стремится к нулю пропорционально толщине стенок цилиндра $\delta \approx r_0(r_2 - r_0)/2\lambda^2$, а в случае $r_2 \rightarrow \infty$ он стремится к значению δ_∞ , определяемому формулой (30):

$$\delta = \delta_\infty \left\{1 - \frac{\pi[I_0(\tilde{r}_0)K_1(\tilde{r}_0) + I_1(\tilde{r}_0)K_0(\tilde{r}_0)]}{K_0(\tilde{r}_0)[K_1(\tilde{r}_0) + \tilde{r}_0 K_0(\tilde{r}_0)/2]} e^{-2\tilde{r}_2}\right\}.$$

Наконец, для тонкостенного цилиндра, такого что $(r_2 - r_1)/r_1 \ll 1$,

$$\delta = \frac{r_0^2}{2\lambda^2} (r_2 - r_1), \quad (55)$$

т.е. величина щели убывает линейно с уменьшением толщины стенки цилиндра.

В заключение данного раздела найдем изменение температуры сверхпроводящего перехода в цилинд-

ре вне соленоида под влиянием поля векторного потенциала. Для этого следует полученное в нулевом приближении решение (при $\psi_l = \phi_0$) для векторного потенциала внутри цилиндра $A_\varphi(r) = C_1 K_1(\tilde{r}) + C_2 I_1(\tilde{r}) + (I\Phi_0/2\pi r)$ (область III), с учетом вида постоянных интегрирования (41), подставить в формулу (11). В результате получим формулу, определяющую критическую температуру как функцию плотности поверхностного тока в соленоиде:

$$\frac{T_{cl} - T_{c0}}{T_{c0}} = - \left[\frac{\xi_0}{r_1} \frac{F(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)}{N(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)} \right]^2 \left(\frac{\Delta i}{i_0} \right)^2. \quad (56)$$

Отметим, что понижение критической температуры определяется только той частью векторного потенциала (два первых слагаемых), которая приводит к появлению магнитного поля в сверхпроводнике. Как показано на рис. 5, температура перехода в цилиндре изменяется с периодом i_0 с изменением поверхностного тока в обмотке соленоида. Для цилиндра конечной толщины температура перехода зависит от пространственной координаты. Максимальное понижение температуры происходит вблизи внутренней стенки цилиндра, и это понижение монотонно уменьшается при приближении к внешней стенке. Для тонкостенного цилиндра формула (56) принимает вид

$$\frac{T_{cl} - T_{c0}}{T_{c0}} = - \left(\frac{\xi_0}{r_1} \right)^2 \left(\frac{\Delta i}{i_0} \right)^2. \quad (57)$$

Отметим, что зависимость T_c от плотности поверхностного тока соленоида аналогична зависимости критической температуры от магнитного потока, пронизывающего отверстие цилиндра в эксперименте Литтла – Паркса [13,14]. Как показано в [5], в случае, когда поперечные размеры цилиндра достаточно малы, становится существенным учет кванто-

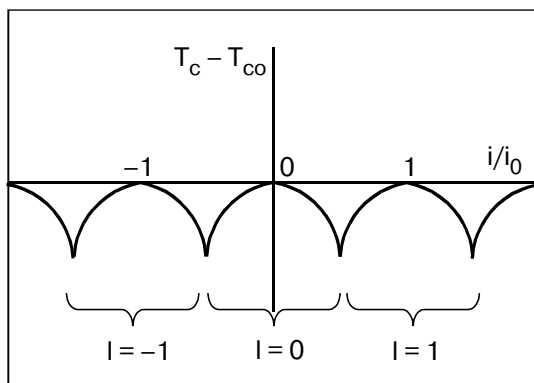


Рис. 5. Понижение критической температуры в сверхпроводящем цилиндре в зависимости от плотности поверхностного тока в обмотке соленоида.

вания спектра, что приводит к удвоению периода осцилляций критической температуры. Этот эффект, однако, не может быть описан в рамках используемого в данной работе подхода, основанного на уравнениях ГЛ.

4. Заключение

В рамках теории ГЛ исследован эффект влияния поля векторного потенциала, создаваемого бесконечно длинным соленоидом конечного радиуса, на сверхпроводник, окружающий соленоид. По существу рассматривается задача, близкая к той, которую исследовали Ааронов и Бом [1] с помощью уравнения Шредингера для отдельной микрочастицы. Поскольку нами рассматривается влияние поля векторного потенциала на макроскопический объект и используется макроскопическая теория ГЛ, то рассмотренный эффект может быть назван макроскопическим эффектом АБ. В отличие от микроскопического эффекта АБ, где влиянием поля микрочастицы на значение магнитного потока в соленоиде можно пренебречь, в макроскопическом эффекте АБ значение потока в соленоиде определяется не только током в его обмотке, но и состоянием внешней среды. Величиной, которую можно непрерывно изменять в произвольных пределах, является плотность поверхностного тока в обмотке соленоида. Все остальные характеристики рассматриваемой системы оказываются периодическими функциями плотности поверхностного тока с периодом, равным «кванту поверхностного тока», который определен как такая плотность поверхностного тока соленоида, которая создает в соленоиде один квант магнитного потока. Магнитный поток в соленоиде, окруженном сверхпроводником, не может принимать произвольные значения, но существуют области запрещенных значений потока (щели), которые не могут быть реализованы ни при каких значениях поверхностного тока в обмотке соленоида. Если радиус соленоида существенно превосходит глубину проникновения магнитного поля в сверхпроводник, то в случае, когда все пространство вне соленоида заполнено сверхпроводящей средой, зависимость магнитного потока в соленоиде от величины поверхностного тока представляет собой ступенчатую функцию. Высота ступеньки этой функции равна Φ_0 , а ширина – «кванту плотности поверхностного тока». Если плотность поверхностного тока в обмотке соленоида не равна целому числу квантов, то сверхпроводник вне соленоида находится в токовом состоянии и внутрь него проникает магнитное поле, убывающее с увеличением расстояния от соленоида. В этом случае под действием поля векторного потенциала, создаваемого соленоидом, критическая тем-

пература сверхпроводящего цилиндра понижается, аналогично тому, как это имеет место в эффекте Литтла–Паркса.

Проявление макроскопического эффекта АБ экспериментально можно зафиксировать различными способами. Это можно сделать по характерным скачкам в зависимости магнитного потока от плотности поверхностного тока в обмотке соленоида (рис. 1). Еще один возможный способ состоит в обнаружении магнитного поля в пространстве между поверхностью соленоида и внутренней стенкой полого сверхпроводящего цилиндра, которое периодически меняет свое направление с изменением тока в обмотке соленоида (рис. 4). Экспериментально эффект АБ можно также обнаружить, сравнивая одинаковые соленоиды, окруженные вакуумом и сверхпроводником. Дробные части магнитного потока в таких соленоидах при фиксированном значении плотности поверхностного тока в их обмотке связаны формулой (31), а дробные части поверхностного тока при фиксированной величине магнитного потока в обоих соленоидах формулой (32).

1. Y. Aharonov and D. Bohm, *Phys. Rev.* **115**, 485 (1959).
2. W. Ehrenberg and R.E. Siday, *Proc. Phys. Soc. London* **B62**, 8 (1949).
3. В.Д. Скаржинский, *Труды ФИАН* **167**, 139 (1986).
4. И.О. Кулик, *Письма в ЖЭТФ* **11**, 407, (1970).
5. E.N. Bogachek, G.A. Gogadze, and I.O. Kulik, *Phys. Status Solidi* **B67**, 287 (1975).
6. В.М. Гвоздилов, *ФНТ* **26**, 648 (2000).
7. Э.Н. Богачек, И.В. Криве, И.О. Кулик, А.С. Рожавский, *ЖЭТФ* **97**, 603, (1990).
8. Э.Н. Богачек *ФНТ* **16**, 1275, (1990).
9. А.А. Звягин, *ФНТ* **16**, 1299, (1990).
10. C. Ellenberger, F. Gebhard, and W. Bestgen, *Europhys. Lett.* **69**, 431 (2005).

11. И.Е. Тамм, *Основы теории электричества*, Наука, Москва (1966).
12. П. Де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, Мир, Москва (1968).
13. W.A. Little and R.D. Parks, *Phys. Rev. Lett.* **9**, 9 (1962).
14. М. Тинкхам, *Введение в сверхпроводимость*, Атомиздат, Москва (1980).
15. В.Л. Гинзбург, *ЖЭТФ* **42**, 299, (1962).

Macroscopic Aharonov–Bohm effect in superconductors

Yu.M. Poluektov

Using the Ginzburg–Landau approach the problems of the influence of a vector-potential field, created by a finite radius solenoid, on a superconducting medium outside of the solenoid, and on a superconducting hollow cylinder with the solenoid inside, are solved. It is found that the magnetic flux in the solenoid is dependent on the density of a surface current in the solenoid winding. It is shown that there are bands of values of the magnetic flux, which cannot be realized at any current density in the solenoid. In the case, where the radius of the solenoid is much larger than the magnetic penetration depth, this relation looks like a step-function with an altitude of the stage Φ_0 and with a width equal to the «quantum of density of a surface current». The variation of the superconducting transition temperature in the cylinder outside the solenoid depending on surface current density in the solenoid is calculated.

Keywords: superconductivity, Aharonov–Bohm effect, solenoid, magnetic flux, vector-potential.