

## Особенности осцилляций Шубникова–де Гааза проводимости высокоподвижного двумерного дырочного газа в квантовой яме SiGe/Ge/SiGe

Ю.Ф. Комник, И.Б. Беркутов, В.В. Андриевский

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины  
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина  
E-mail: berkutov@ilt.kharkov.ua*

О.А. Миронов, М. Миронов, Д. Ледли

*Department of Physics, University of Warwick, Coventry, CV4 7AL, UK*

Статья поступила в редакцию 26 июля 2005 г., после переработки 16 августа 2005 г.

Изучены осцилляции Шубникова–де Гааза в двумерном дырочном газе в квантовой яме из чистого германия в гетероструктуре SiGe/Ge/SiGe с концентрацией дырок  $p_H = 5,68 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и подвижностью  $\mu = 4,68 \cdot 10^4 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$  в магнитных полях до 15 Тл при температуре от 40 мК до 4 К. Обнаруженное отклонение от известного соотношения, описывающего осцилляции проводимости в эффекте Шубникова–де Гааза, объяснено дополнительным размытием уровней Ландау, связанным с существованием в плоскости двумерного газа неоднородного распределения концентрации носителей заряда, и, соответственно, их энергии. Предполагается, что последнее связано с естественными вариациями ширины ямы на величину атомной ступеньки. Из температурного изменения амплитуды осцилляций определена эффективная масса дырок ( $m^* = 0,112m_0$ ), а из зависимости амплитуды от магнитного поля — квантовое время рассеяния и величина флуктуаций концентрации носителей.

Вивчено осциляції Шубнікова–де Гааза у двовимірному газі дірок у квантовій ямі з чистого германію в гетероструктурі SiGe/Ge/SiGe з концентрацією дірок  $p_H = 5,68 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  та їх рухомістю  $\mu = 4,68 \cdot 10^4 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$  у магнітних полях до 15 Тл при температурі від 40 мК до 4 К. Знайдене відхилення від відомого співвідношення, що описує осциляції провідності в ефекті Шубнікова–де Гааза, пояснюється додатковим розмиттям рівнів Ландау, яке пов'язано з існуванням у площині двовимірного газу неоднорідного розподілу концентрації носіїв заряду, та, відповідно, їх енергії. Ймовірно, що останнє пов'язано з природними варіаціями ширини ями на величину атомного уступу. З температурної зміни амплітуди осциляцій було визначено ефективну масу дірок ( $m^* = 0,112m_0$ ), а із залежності амплітуди від магнітного поля — квантовий час розсіювання та величину флуктуацій концентрації носіїв.

PACS: 71.25.Hc, 72.15.Gd

**Ключевые слова:** осцилляции магнитосопротивления, эффективная масса, флуктуации концентрации

Изучение осцилляций Шубникова–де Гааза проводимости двумерного электронного газа в полупроводниковых гетероструктурах дает возможность получать информацию о его характеристиках (концентрации, эффективной массе носителей заряда, их квантовом времени рассеяния и др.). Наряду с этим, как будет показано ниже, осцилляции Шуб-

никова–де Гааза позволяют делать заключение о структуре самого квантового канала.

В настоящей работе изучены осцилляции Шубникова–де Гааза в двумерном газе дырок в квантовой яме из чистого германия в гетероструктуре SiGe/Ge/SiGe. Гетероструктура получена методом низкоэнергетического плазменного осаждения [1].

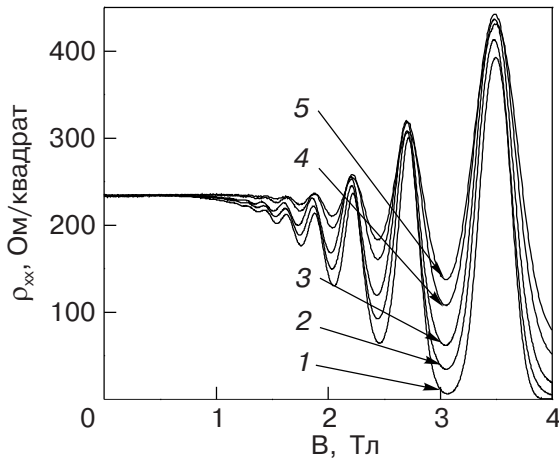


Рис. 1. Магнитопольевые зависимости сопротивления  $\rho_{xx}$  при  $T$ : 52 мК (1), 0,5 К (2), 0,9 К (3), 2 К (4), 3 К (5).

Квантовая яма представляет собой тонкий слой чистого германия толщиной 15 нм, заключенный между двумя слоями  $\text{Si}_{0,3}\text{Ge}_{0,7}$ . Слой с акцепторными атомами бора отделен от квантовой ямы спейсером толщиной 10 нм. Холловская концентрация дырок  $p_H$  в изученной структуре равнялась  $5,68 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , а подвижность  $\mu = 4,68 \cdot 10^4 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ .

Экспериментальные зависимости изменения в магнитном поле диагональной компоненты сопротивления исследованной структуры демонстрируют ярко выраженные осцилляции Шубникова–де Гааза (рис. 1) и квантовый эффект Холла. Для нахождения эффективной массы  $m^*$  и квантового времени рассеяния  $\tau_q$  используют температурное и магнитопольевое изменение амплитуды осцилляций  $\Delta R$ . (Под амплитудой осцилляций  $\Delta R$  будем подразумевать отклонение сопротивления в максимуме или минимуме от монотонного хода среднего значения сопротивления  $R_0$ ). Изменение проводимости двумерного газа в квантовой области теоретически рассмотрено в работах [2,3]. Согласно теории [3], изменение сопротивления описывается формулой

$$\rho_{xx} = \frac{1}{\sigma_0} \left[ 1 + 4 \sum_{s=1}^{\infty} \left( \frac{\Psi_s}{\text{sh } \Psi_s} \right) \exp \left( -\frac{\pi s}{\omega_c \tau_q} \right) \times \cos \left( \frac{2\pi s \varepsilon_F}{\hbar \omega_c} - \Phi \right) \right], \quad (1)$$

где  $\Psi = 2\pi^2 k_B T / \hbar \omega_c$  определяет температурную и магнитопольевую зависимости амплитуды осцилляций,  $\omega_c = eB/m^*$  — циклотронная частота,  $\tau_q$  — квантовое (одночастичное) время релаксации носителей заряда, характеризующее столкновительное уширение уровней Ландау,  $\Phi$  — фаза. Энергия Ферми двумерного электронного газа  $\varepsilon_F = \pi \hbar^2 n / m^*$ , где  $n$  — концентрация электронов или дырок. Для реальной ситуации в формуле (1) достаточно исполь-

зовать гармонику с  $s = 1$ . Из периода осцилляций по обратному магнитному полю можно определить концентрацию носителей, если известна их эффективная масса  $m^*$ .

Для определения эффективной массы используют зависимость  $\ln [(\Delta R/R_0) \text{sh } (\Psi)/\Psi]$  от  $1/(\omega_c \tau)$  или  $1/(\mu B)$ , где  $\mu$  — подвижность носителей (величина в показателе экспоненты в осциллирующем слагаемом в формуле (1) предварительно преобразуется в  $-\pi\alpha/(\omega_c \tau)$ ,  $\alpha = \tau/\tau_q$ ,  $\tau$  — транспортное время релаксации). Из формулы (1) видно, что при таком построении точки, отвечающие экстремумам с различными квантовыми номерами  $\nu$ , должны лежать на единой прямой с углом наклона  $\pi\alpha$ . Эффективная масса  $m^*$  в данном случае является подгоночным параметром, обеспечивающим совмещение точек, относящихся к различным температурам, на единой кривой (см. рис. 2,а). Это удалось достичь при значении  $m^* = 0,112m_0$ ,  $m_0$  — масса свободного электрона.

Однако полученная единая зависимость на рис. 2,а не является прямой линией. Это обусловлено как особенностями данного образца, так и тем, что нами представлены данные в широком интервале магнитных полей. Если использовать данные в ограниченном интервале магнитных полей, как это имеет место во многих публикациях, то линейная аппроксимация дает сильно отличающиеся значения  $\alpha$  в различных интервалах. Так, прямая, проведенная через группу точек в области слабых магнитных полей, соответствует значению  $\alpha = 19,7$ , для группы точек в области промежуточных полей  $\alpha = 14$ , а для группы точек в области сильных полей  $\alpha = 10,6$ . На рис. 2,а хорошо видна неоднозначность подобных определений.

Отклонение экспериментальных данных от формулы (1) хорошо видно при построении зависимостей  $\ln (\Delta R/R_0)$  от  $\ln (\Psi/\text{sh } \Psi) - (\pi\alpha/\omega_c \tau)$  (рис. 2,б,  $\alpha = 10,6$ ). В этом случае в представленных координатах должны быть совпадающие прямые с тангенсом угла наклона, равным единице. Оказалось, что эти зависимости для различных магнитных полей являются сложными и не совпадают при малых значениях аргумента.

Поведение зависимости на рис. 2,а в предельно сильных магнитных полях можно гипотетически представить, если воспользоваться утверждением, содержащимся в работах [4–6], а именно, при стремлении  $1/\omega_c$  к нулю обсуждаемая зависимость должна стремиться к значению  $\ln 4$ , т.е. к 1,386. Действительно, при  $1/\omega_c \rightarrow 0$  отношение  $\Psi_s/\text{sh } \Psi_s$  стремится к единице, а перед осциллирующей составляющей в формуле (1) стоит коэффициент 4 (в работе [3] отмечено, что в работе [2] допущена

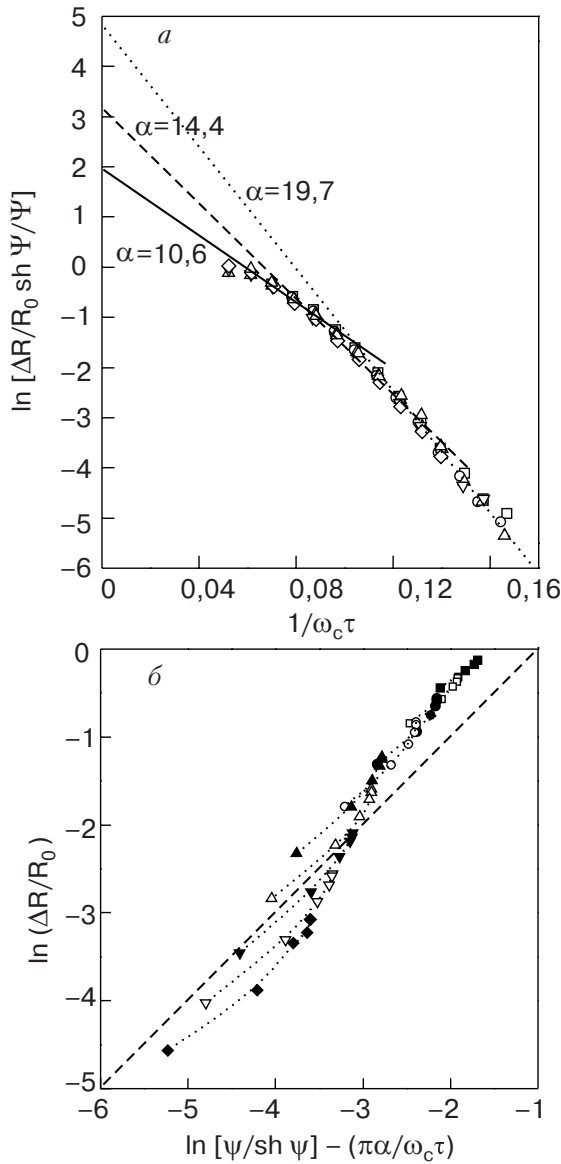


Рис. 2. Иллюстрация численного расчета параметров  $m^*$  и  $\alpha$ , выполненного для температур: 52 мК ( $\square$ ), 0,2 К ( $\circ$ ), 0,5 К ( $\nabla$ ), 1,1 К ( $\triangle$ ), 2 К ( $\diamond$ ), 3,55 К ( $\triangleleft$ ) (a); и магнитных полей  $B$ , Тл: 3,48 ( $\blacksquare$ ), 3,06 ( $\square$ ), 2,72 ( $\bullet$ ), 2,45 ( $\circ$ ), 2,22 ( $\blacktriangle$ ), 2,02 ( $\triangle$ ), 1,88 ( $\blacktriangledown$ ), 1,75 ( $\triangledown$ ) и 1,63 ( $\blacklozenge$ ) (б), пунктирная линия демонстрирует наклон  $45^\circ$ .

ошибка, и этот коэффициент равнялся 2). Это означает, что максимальное значение отношения амплитуды осцилляций к среднему значению сопротивления равно 4. Отметим, что приведенные на рис. 2,а примеры линейных аппроксимаций не удовлетворяют этому требованию. Так, прямая в области сильных магнитных полей при  $1/\omega_c \rightarrow 0$  стремится к значению 2, что соответствует  $\Delta R/R_0 = 8$ , прямая в области промежуточных полей — к значению 3, что соответствует  $\Delta R/R_0 = 20$ . Прямая, проходящая через группу точек в слабых магнитных полях, отсекает на оси ординат значение 4,7, что приводит к со-

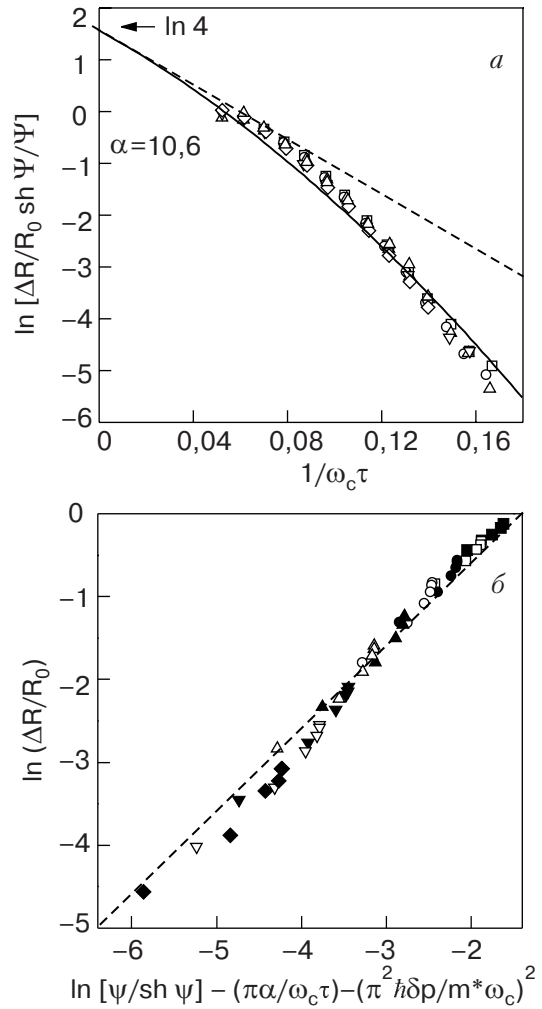


Рис. 3. Иллюстрация процедуры численного расчета параметров  $m^*$  и  $\alpha$ , выполненного с использованием теоретической модели [8] для температур: 52 мК ( $\square$ ), 0,2 К ( $\circ$ ), 0,5 К ( $\nabla$ ), 1,1 К ( $\triangle$ ), 2 К ( $\diamond$ ), 3,55 К ( $\triangleleft$ ) (a); и магнитных полей  $B$ , Тл: 3,48 ( $\blacksquare$ ), 3,06 ( $\square$ ), 2,72 ( $\bullet$ ), 2,45 ( $\circ$ ), 2,22 ( $\blacktriangle$ ), 2,02 ( $\triangle$ ), 1,88 ( $\blacktriangledown$ ), 1,75 ( $\triangledown$ ), 1,63 ( $\blacklozenge$ ). Штриховая линия (a) построена в соответствии с соотношением (1), сплошная линия построена с учетом экспоненциального множителя, учитывающего «неоднородное уширение» уровней Ландау [8]. Пунктирная линия (б) демонстрирует наклон  $45^\circ$ .

всем абсурдному значению  $\Delta R/R_0 = 110$ . Таким образом, линейная аппроксимация обсуждаемой зависимости без учета экстраполяционного значения функции при  $1/\omega_c \rightarrow 0$  может приводить к ошибочному результату. На рис. 3,а экспериментальная зависимость экстраполирована при  $1/\omega_c \rightarrow 0$  к значению  $\ln 4$ .

Нелинейность зависимости  $\ln [(\Delta R/R_0) \times (\text{sh } \Psi/\Psi)]$  от  $1/(\omega_c \tau)$ , представленная на рис. 2,а, а следовательно, отклонение магнитопольевых зависимостей амплитуды осцилляций от формулы (1), является симптомом присутствия некоторого фактора, изменяющего характер уширения уровней Лан-

дау и, соответственно, магнитополовое изменение амплитуды осцилляций. На появление в некоторых случаях (как правило, в высокоподвижных системах с двумерным газом носителей заряда) нелинейности для зависимости  $\ln(\Delta R)$  от  $1/B$  было обращено внимание, например, в работах [7,8]. В работе [8] высказано предположение, что эта нелинейность связана с пространственным (в плоскости существования двумерного газа носителей) изменением концентрации электронов и, соответственно, энергии Ферми. Это приводит к тому, что в разных областях образца экстремумы осцилляций на шкале магнитных полей не совпадают. Амплитуда осцилляций при этом уменьшается по сравнению с ее значением в однородном образце, что соответствует дополнительному эффективному уширению уровней Ландау, названному «неоднородным уширением».

В работе [8] А.Я. Шик теоретически рассмотрел формирование осцилляций Шубникова–де Гааза в случае существования крупномасштабных (в плоскости двумерного газа) флуктуаций потенциала, концентрации электронов и энергии Ферми, описываемых распределением Гаусса, и показал, что в выражении для амплитуды осцилляций (1) появляется дополнительный экспоненциальный множитель с показателем  $-(\pi\delta\varepsilon_F/\hbar\omega_c)^2$  (терм Шика). При этом экспоненциальный множитель в формуле (1) приобретает вид

$$\exp\left[-\frac{\pi}{\omega_c\tau_q} - \left(\frac{\pi^2\hbar\delta n}{m^*\omega_c}\right)^2\right]. \quad (2)$$

Первое слагаемое в показателе экспоненты, описывающее столкновительное уширение уровней Ландау, обратно пропорционально магнитному полю, а второе слагаемое, учитывающее «неоднородное уширение» уровней Ландау, обратно пропорционально квадрату поля. Видно, что влияние второго слагаемого уменьшается в области очень сильных магнитных полей. С другой стороны, увеличение подвижности носителей увеличивает относительное влияние терма Шика.

На рис. 3,а показана возможность описания экспериментальной зависимости  $\ln[(\Delta R/R_0)(\text{sh } \Psi/\Psi)]$  от  $1/(\omega_c\tau)$  полиномом второй степени вида  $Y = -a_1X - a_2X^2 + \text{const}$ , в котором в соответствии с формулами (1) и (2)  $a_1 = \pi\tau/\tau_q$ ,  $a_2 = (\pi^2\hbar\delta p/m^*)^2$ . Из этой аппроксимации получено: из линейного слагаемого (штриховая линия на рис. 3,а)  $\alpha = 8,3$ , а из квадратичного слагаемого — величина флуктуации концентрации  $\delta p = 2,8 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ , что составляет 4,9% от средней концентрации носителей  $\rho_H = 5,68 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , полученной из измерений коэффициента Холла. Сильное отличие квантового времени

$\tau_q$  от транспортного времени рассеяния  $\tau$ , например при  $\alpha \geq 10$ , обычно связывают с влиянием на рассеяние дальнедействующего потенциала удаленных от квантовой ямы ионизированных примесей. В случае рассеяния на примесях в самой яме или шероховатостях гетерограниц отличие  $\tau_q$  от  $\tau$  невелико, т.е.  $\alpha \sim 1$ . Найденная для исследуемой гетероструктуры величина  $\alpha$  свидетельствует о преимущественном рассеянии дырок на дальнедействующем потенциале, но это не исключает вклад рассеяния на редких естественных шероховатостях границы.

Свидетельством успешного использования представлений о «неоднородном уширении» уровней Ландау при описании магнитополового изменения амплитуды осцилляций может служить рис. 3,б, на котором представлены зависимости, подобные рис. 2,б, но с учетом терма Шика: все точки для различных температур и магнитных полей расположены вокруг единой прямой с углом наклона, близким к  $45^\circ$ .

В связи с обсуждаемой проблемой целесообразно представить результаты экспериментов, в которых обнаружено изменение концентрации носителей при повышении температуры в области 1–2 К. Это обращающее на себя внимание нетривиальное явление состоит в том, что коэффициент Холла, оставаясь с большой точностью постоянным при изменении температуры от 50 мК до  $\sim 1$  К, резко убывает в интервале 1–2 К (рис. 4) и далее выходит на новый уровень, на котором он остается практически неизменным до 30 К. При температуре 1–2 К подвижность также испытывает небольшое изменение (до значения  $\mu = 4,47 \cdot 10^4 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ ); сопротивление образца уменьшается при  $T > 1$  К более интенсивно, чем при  $T < 1$  К, и имеет минимум при  $\sim 10$  К.

На рис. 5,а показано температурное изменение концентрации носителей, полученное из измерений коэффициента Холла. Скачок концентрации носит пороговый характер; концентрация носителей увели-

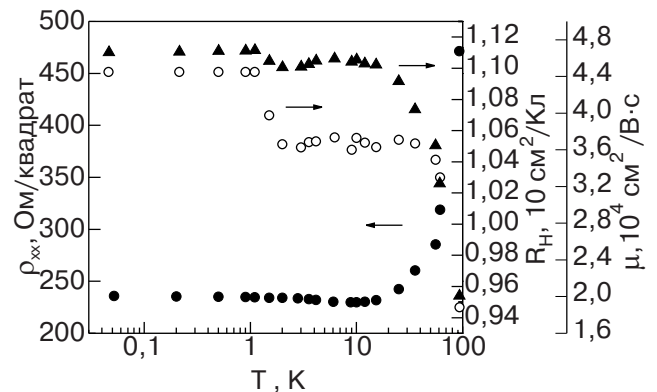


Рис. 4. Температурные зависимости сопротивления  $\rho_{xx}$  (●), коэффициента Холла  $R_H$  (○) и подвижности  $\mu$  (▲).

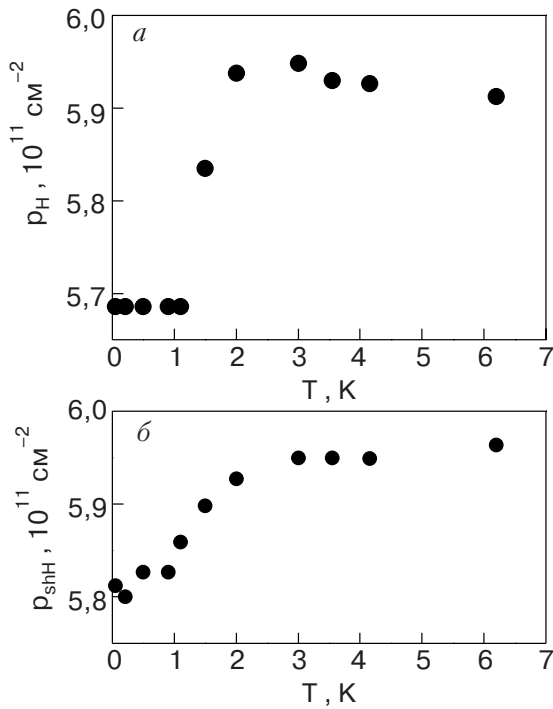


Рис. 5. Температурная зависимость концентраций  $p_H$ , найденная из коэффициента Холла (а), и  $p_{ShH}$ , найденная из периода осцилляций Шубникова–де Гааза (б).

чивается от  $p_H = 5,68 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  до  $p_H = 5,93 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , т.е. на 4,4%.

Обработка записей осцилляций Шубникова–де Гааза ниже и выше пороговой температуры подтвердила существование скачка концентрации при 1–2 К (рис. 5,б). Концентрация носителей, рассчитанная из периода осцилляций, увеличилась от  $p_{ShH} = 5,81 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  до  $p_{ShH} = 5,93 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , т.е. на 2%. Два метода определения концентрации носителей дают некоторое расхождение в абсолютных цифрах для начального значения  $p$ , но однозначно свидетельствуют о существовании скачка концентрации носителей при 1–2 К.

Скачок концентрации носителей при 1–2 К носит, по-видимому, активационный характер и связан с переходом части дырок на квантовые уровни, близко расположенные относительно основного уровня в квантовой яме. Происхождение таких «отщепленных» квантовых уровней может быть связано с вариацией толщины слоя германия, образующего квантовую яму, в связи с естественными шероховатостями гетерограниц. Поскольку толщина слоя меняется дискретно, а именно на толщину монослоя атомов, то соответствующие квантовые уровни оказываются отделенными от основного квантового уровня для средней толщины слоя. Сделаем соответствующие оценки. Для простоты будем считать квантовую яму прямоугольной, т.е. пренебрегаем конфигурацией дна ямы (или в данном слу-

чае потолка ямы), подверженной влиянию асимметричного распределения зарядов вокруг ямы. Энергия квантовых уровней в прямоугольной квантовой яме определяется выражением [9]

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2m^* L^2}, \quad (3)$$

где  $L$  — ширина квантовой ямы,  $n$  — номер уровня. Для запрограммированной при получении гетероструктуры средней толщины  $L = 150 \text{ \AA}$  энергия первого уровня составляет  $E_1 = 13,44 \text{ мэВ}$ , второго —  $E_2 = 53,77 \text{ мэВ}$ , третьего  $E_3 = 120,99 \text{ мэВ}$  и т.д. Заполненным является только первый квантовый уровень. Оценка энергии Ферми, соответствующей найденной концентрации носителей, дает значение  $\varepsilon_F = 12,52 \text{ мэВ}$ .

Высота атомной ступеньки на грани (100) германия составляет  $1,4 \text{ \AA}$ . Если в слое германия имеются протяженные участки, на которых толщина меньше на эту величину, т.е.  $L = 148,6 \text{ \AA}$ , то энергия первого квантового уровня составляет  $E_1 = 13,7 \text{ мэВ}$ , т.е. квантовый уровень лежит на  $0,26 \text{ мэВ}$  выше, чем для средней толщины. При этом относительное изменение энергии и, соответственно, концентрации носителей составляет 1,9%. В результате появляется возможность для активационного перераспределения носителей как по энергии, так и в координатном пространстве в слое. Освободившиеся вследствие перераспределения состояния заполняются в результате появления дополнительных носителей, активируемых примесными атомами.

Таким образом, предложенная схема объясняет не только обнаруженный скачок концентрации носителей при 1–2 К, но дает картину появления флуктуаций концентрации носителей в плоскости квантовой ямы, приводящих к обсуждаемому выше «неоднородному уширению» уровней Ландау.

Измерения проведены в лаборатории сильных магнитных полей (CNRS), Гренобль, Франция в рамках проекта SE 5403. Авторы выражают благодарность J.C. Portal за предоставленную возможность выполнения измерений и V. Renard за помощь в проведении эксперимента, а также авторам работы [1] B. Rössener, D. Chrastina, G. Isella, H. von Könel за предоставление гетероструктуры K6777.

1. B. Rössener, D. Chrastina, G. Isella, and H. von Könel, *Appl. Phys. Lett.* **84**, 3059 (2004).
2. T. Ando, *J. Phys. Soc. Jpn.* **37**, 1233 (1974).
3. A. Ishihara and L. Smrčka, *J. Phys.* **C19**, 6777 (1986).
4. P.T. Coleridge, R. Stoner, and R. Fletcher, *Phys. Rev.* **B39**, 1120 (1989).
5. P.T. Coleridge, M. Hayne, P. Zawadzki, and A.S. Sachrajda, *Surf. Sci.* **361/362**, 560 (1996).

6. T. Wang, J. Bai, S. Sakai, Y. Ohno, and H. Ohno, *Appl. Phys. Lett.* **76**, 2737 (2000).
7. J.P. Harring, R.J. Higgins, R.K. Goodall, P.R. Lay, M. Lavirov, and P. Delesduse, *Phys. Rev.* **B32**, 8126 (1985).
8. С.Д. Быстров, А.М. Крещук, Ле Туан, С.В. Новиков, Т.А. Полянская, И.Г. Савельев, А.Я. Шик, *ФТП* **28**, 91 (1994).
9. И.М. Лифшиц, А.М. Косевич, *Изв. АН СССР, сер. физ.* **19**, 395 (1955).

**Peculiarities of Shubnikov-de Haas conductivity oscillations in high mobility two-dimensional hole gas in SiGe/Ge/SiGe quantum well**

Yu.F. Komnik, I.B. Berkutov, V.V. Andrievskii, O.A. Mironov, M. Myronov, and D. Leadley

The Shubnikov-de Haas oscillations have been investigated in a two-dimensional hole gas in pure germanium quantum well in SiGe/Ge/SiGe heterostructure with the hole concentration

$p_H = 5,68 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  and mobility  $\mu = 4,68 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  in magnetic fields up to 15 T and the temperature range from 40 mK to 4 K. The revealed deviation from known expression describing the Shubnikov-de Haas-related conductivity oscillations is concerned with extra broadening of the Landau levels which is attributed from existence of inhomogeneous distribution of the carrier concentration in the two dimensional gas layer and, hence, their energy. It is assumed that extra broadening is due to the natural variation of well width equal of atomic jog. The effective hole mass ( $m^* = 0,112m_0$ ) was found from the temperature dependence of the oscillation amplitudes. The quantum scattering time and the fluctuations of the carrier concentration were estimated from the magnetic field dependence of the oscillation amplitudes.

**Keywords:** magnetoresistance oscillation, effective mass, fluctuation of concentration