

# Высокочастотная проводимость многослойного графена и графита в условиях квантового циклотронного резонанса

И.В. Козлов

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины  
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина  
E-mail: kozlov@ilt.kharkov.ua*

Х.К. Медина Пантоха

*Universidad Peruana Cayetano Heredia, Departamento de Ciencias Exactas  
Ave. Honorio Delgado 430, Lima 31- Perú  
E-mail: juan.medina.p@upch.pe*

Статья поступила в редакцию 23 декабря 2013 г., после переработки 10 февраля 2014 г., опубликована онлайн 21 апреля 2014 г.

Методом квантового кинетического уравнения вычислен тензор проводимости слоистого проводника с энергетическим спектром носителей заряда дираковского типа в квантующем магнитном поле в условиях нормального скин-эффекта. Показано, что в условиях циклотронного резонанса возникают высокотемпературные осцилляции электропроводности проводника, слабочувствительные к температурному размытию уровня Ферми. Приведены выражения для классического и высокотемпературного вкладов, определяющих проводимость проводника в области не слишком малых температур, когда осцилляции Шубникова–де Гааза исчезающе малы.

Методом квантового кинетического уравнения вычислено тензор проводимости шароватого проводника с энергетическим спектром носителей заряда дираковского типа в квантующем магнитном поле в условиях нормального скин-эффекта. Показано, что в условиях циклотронного резонанса возникают квантовые высокотемпературные осцилляции электропроводности проводника, слабо чувствительные к температурному размытию уровня Ферми. Наведены выражения для классического и высокотемпературного вкладов, что определяют электропроводность проводника в случае не слишком малых температур, когда осцилляции Шубникова–де Гааза исчезающе малы.

PACS: 81.05.U– Углерод/материалы на основе углерода;  
72.30.+q Высокочастотные эффекты, плазменные эффекты.

Ключевые слова: графен, уравнение Дирака, циклотронный резонанс, квантовые осцилляции.

## 1. Введение

Усиленный интерес к графену [1], заслуженно обусловленный необычными физическими свойствами данного материала, привел к появлению новых экспериментальных и теоретических исследований физически близких материалов, в частности таких, как многослойный графен и хорошо известный графит [2,3]. Можно считать актуальным изучение высокочастотных свойств этих материалов. Так, в работе [4] с помощью циклотронного резонанса наблюдался экспериментально и описан теоретически переход Лифшица в графите. В работе [5] приведены результаты исследова-

ния циклотронного резонанса в пиролитическом графите в геометрии, близкой к изучаемой в настоящей работе.

Линейный энергетический спектр носителей заряда характеризуется существенной неэквидистантностью в случае магнитного квантования. Если циклотронная частота сильно зависит от номера цилиндра Ландау и слабо зависит от проекции импульса на направление вектора магнитного поля, то становятся возможными квантовые высокотемпературные осцилляции (КВТО) кинетических коэффициентов проводника, слабочувствительные к температурному размытию ступеньки Ферми. Появление КВТО кинетических коэффициен-

тов в условиях циклотронного резонанса впервые было предсказано в работе [6] в нормальных металлах, однако достаточно жесткие условия, необходимые для возникновения КВТО, делают их маловероятными в традиционных проводниках. В то же время в графите и родственных материалах появление КВТО будет естественным при типичных значениях параметров, характеризующих электронный энергетический спектр.

### 2. Постановка задачи

Рассмотрим слоистый проводник с энергетическим спектром носителей заряда в виде

$$\epsilon(p) = v_0(\sigma_x p_x + \sigma_y p_y) - t \cos\left(\frac{ap_z}{\hbar}\right), \quad (1)$$

где  $\hbar$  — постоянная Планка,  $a$  — расстояние между слоями,  $v_0$  — значение скорости электронов проводимости в плоскости слоев,  $t$  — интеграл перекрытия волновых функций электронов, принадлежащих соседним слоям,  $\sigma_i$  — матрица Паули. Данная модель предложена в работе [7] и учитывает такие существенные особенности графита, как линейный характер зависимости энергии от импульса в плоскости слоев в части спектра и сильная анизотропия его электронных свойств. Существенным достоинством модели (1) является ее простой вид, удобный для аналитического описания свойств проводника. Выражение (1) существенно отличается от зависимости энергии электронов проводимости в графите в модели Слончевского–Вейса–Макклора [8,9]. В частности, модель не учитывает небольшую анизотропию в плоскости слоев, которая приводит к появлению дополнительных гармоник, возникающих в картине циклотронного резонанса [4,5]. Эффекты, связанные с анизотропией в плоскости слоев, не являются предметом рассмотрения в данной работе.

Будем полагать, что квантующее магнитное поле  $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0)$  направлено вдоль нормали к поверхности проводника, плоскость которой параллельна слоям. Рассмотрим токовый отклик проводника на поле циркулярно поляризованной электромагнитной волны  $E^\pm = E_x \pm iE_y$ , с частотой  $\omega$  в условиях нормального скин-эффекта. Будем считать справедливыми неравенства

$$\omega\tau \gg 1, \quad t \pm \epsilon_F \gg \hbar\omega. \quad (2)$$

Ограничимся случаем не слишком низких температур, когда справедливы неравенства:

$$T \gtrsim \hbar\Omega_{e,h}, \quad \Omega_e = \frac{v_0^2 eB}{c(t + \epsilon_F)}, \quad \Omega_h = \frac{v_0^2 eB}{c(t - \epsilon_F)}, \quad (3)$$

здесь  $\Omega_{e,h}$  — значения циклотронной частоты на экстремальных сечениях электронной и дырочной части

поверхности Ферми соответственно. В данном интервале температур обычные осцилляции Шубникова–де Гааза (ШдГ) сильно подавлены, а значение электропроводности проводника (1) определяется классическим вкладом и КВТО электропроводности, возникающими в условиях квантового циклотронного резонанса [6]. Осцилляции данного типа возможны в образцах с высоким значением  $\Omega\tau$ , что может быть оправдано за счет довольно высоких значений циклотронных частот в графите.

При вычислении токового отклика используется квантовое кинетическое уравнение в  $\tau$ -приближении. Существует ряд квантовых осцилляционных эффектов, весьма чувствительных к механизму диссипации. Так, рассеяние на примесях может определять амплитуду квантовых осцилляций кинетических коэффициентов [10], а также делает возможными КВТО в эффекте ШдГ для слоистых проводников, описанные в работах [11–13], которые исчезают в бесстолкновительном пределе. Однако рассмотренные в настоящей работе КВТО, возникающие в условиях квантового циклотронного резонанса, в бесстолкновительном пределе имеют максимальную амплитуду, а характер рассеяния существенно не влияет на механизм возникновения осцилляций.

### 3. Тензор проводимости

Запишем квантовое кинетическое уравнение в виде

$$\left[-i\omega + \frac{i}{\hbar}(\epsilon_v - \epsilon_\mu) + \frac{1}{\tau}\right] \rho_{v\mu}^1 = -\frac{\rho_v^0 - \rho_\mu^0}{\epsilon_v - \epsilon_\mu} eE v_{v\mu}, \quad (4)$$

где  $e$  — заряд электрона,  $E$  — электрическое поле,  $v_{v\mu}$  — матричные элементы оператора скорости носителей заряда в собственном представлении оператора энергии (1) и  $\rho_v^0 = \rho^0(\epsilon_v)$  — функция Ферми–Дирака. После подстановки величины  $\rho_{v\mu}^1$  в уравнение для тока

$$j^i = e \text{Sp} [\hat{v}^i; \hat{\rho}^1] \quad (5)$$

воспользуемся известным тождеством

$$F(\hat{Z}) = \int F(x) \delta(x - \hat{Z}) dx,$$

подобно работе [10] (см. выражения (8), (9) данной работы). После элементарных преобразований выражение для тензора проводимости можно записать в виде, не привязанном к собственному представлению оператора энергии (1):

$$\sigma_{ij}(\omega) = \frac{1}{i\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{\omega' - \omega - i/\tau} \Phi_{ij}(\omega'), \quad (6)$$

где

$$\Phi_{ij}(\omega) = 2\pi e^2 \hbar \int dE \left( -\frac{\rho^0(E + \hbar\omega) - \rho^0(E)}{\hbar\omega} \right) \times$$

$$\times \text{Sp} [\hat{v}^j \delta(E - \hat{\epsilon} + \hbar\omega) \hat{v}^i \delta(E - \hat{\epsilon})], \quad (7)$$

в котором

$$\delta(E - \hat{\epsilon}) = \frac{i}{2\pi} [\hat{G}^+(E) - \hat{G}^-(E)]$$

и

$$\hat{G}^\pm(E) = (E - \hat{\epsilon} \pm i\delta)^{-1}$$

— одноэлектронная функция Грина. Функция  $\Phi_{ij}(\omega)$  определяет корреляционную функцию в отсутствие рассеяния [14]. Одноэлектронную функцию Грина для энергетического спектра носителей заряда вида (1) удобно записать в виде

$$\hat{G}^\pm(E) = \frac{E + t \cos(ap_z/\hbar) + v_0 \hat{R}}{[E + t \cos(ap_z/\hbar) \pm i\delta]^2 - v_0^2 \hat{R}^2}. \quad (8)$$

$$\hat{R} = \hat{\sigma}_x \hat{p}_x + \hat{\sigma}_y \hat{p}_y.$$

Можно показать, что при вычислении тензора проводимости для групп носителей заряда, характеризующихся большим номером цилиндров Ландау, можно пренебречь вкладом  $v_0 \hat{R}$ , содержащим матрицы Паули и недиагональным по индексам квазиспина. Из коммутационных соотношений для матриц Паули следует соотношение:  $\hat{R}^2 = \hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + (eB\hbar/c)\hat{\sigma}_z$ . Как известно, задача о собственных значениях оператора квадрата кинематического импульса  $\hat{S} = \pi(\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2)$  в магнитном поле приводит к известному правилу квантования:  $s_n = 2\pi(eB\hbar/c)(n + 1/2)$ , где  $n$  — номер цилиндра Ландау,  $\mathbf{p} = \mathbf{P} - \frac{e}{c}\mathbf{A}$ , вектор-потенциал  $\mathbf{A}$  описывает квантующее магнитное поле  $\mathbf{B}_0$ . Матрица Паули  $\hat{\sigma}_z$  в знаменателе выражения (8) естественным образом приводит к дополнительному сдвигу квантовых осцилляций кинетических коэффициентов, связанному с линейным характером энергетического спектра (фаза Берри).

После вычисления следа по индексам псевдоспина выражения (6), (7) для циркулярной компоненты тензора проводимости  $\sigma^+ = \sigma_{xx} + i\sigma_{yx}$  могут быть записаны в виде

$$\sigma^+(\omega) = \frac{e^2 v_0^2}{4\pi} \frac{8eB}{c(2\pi\hbar)^2} \sum_n \int dp_z \int dE \left[ -\frac{\rho^0(E + \hbar\omega) - \rho^0(E)}{\hbar\omega} \right] \times$$

$$\times \left[ G_\uparrow^+(E + \hbar\omega) - G_\uparrow^-(E + \hbar\omega) \right] \left[ G_\downarrow^+(E) - G_\downarrow^-(E) \right], \quad (9)$$

где знак стрелки « $\uparrow$ » соответствует проекции псевдоспина «вверх» с собственным значением +1 матрицы  $\sigma_z$  и, соответственно, -1 в случае для спина «вниз». Суммирование по обычному спину учтено спиновой двойкой.

#### 4. Электропроводность проводника в условиях сильного температурного размытия уровня Ферми

При низких температурах квантовые осцилляции электропроводности могут определяться вкладами групп носителей заряда вблизи экстремальных сечений. Однако в условиях, когда температура превышает разность энергий между соседними уровнями Ландау, температурное размытие уровня Ферми не обязательно приводит к полному исчезновению квантовых осцилляций, которые могут определяться высокотемпературным вкладом.

Приведем выражения, описывающие электропроводность проводника при достаточно высоких температурах (3). Тензор проводимости в условиях сильного температурного размытия уровня Ферми будет определяться классическим и высокотемпературным квантовым вкладами. Неосцилляционный характер зависимости данных вкладов от энергии Ферми (но не от магнитного поля, для высокотемпературного вклада) приводит к существенному упрощению выражения (9). Так, можно показать, что указанные вклады возникают лишь в слагаемом выражения (9), содержащем произведение  $G_\uparrow^+(E + \hbar\omega)G_\downarrow^-(E)$ . Вычисление интеграла (6) для классической части электропроводности и КВТО сводится лишь к вычету  $\omega' - \omega - i/\tau = 0$ . Таким образом, выражение для тензора проводимости, описывающее классическую его часть и КВТО (но не высокочастотный аналог осцилляций ШдГ), можно записать в виде

$$\sigma^+(\omega) = \frac{e^2 v_0^2}{\pi} \frac{2eB}{c(2\pi\hbar)^2} \sum_n \int dp_z G_\uparrow^+(\epsilon_F + \hbar\omega) G_\downarrow^-(\epsilon_F). \quad (10)$$

После применения формулы Пуассона и вычисления входящих в выражение (10) интегралов можно получить следующее выражение для классической части тензора электропроводности:

$$\sigma^+(\omega) = \frac{2ie^2 \sqrt{(t + \epsilon_F)(t - \epsilon_F)}}{a\pi^2 \hbar^2 \omega^*} + \frac{ie^2 \epsilon_F}{2a\pi^2 \hbar^2 \omega^*} \left( 1 + \frac{\epsilon_1^2}{2\hbar\omega^* \epsilon_F} \right) \times$$

$$\times [\arccos(\epsilon_F/t) - \arccos(-\epsilon_F/t)] +$$

$$+ \frac{ie^2 (\omega^*)^2}{4\pi^2 a} \left( \frac{\epsilon_1}{\hbar\omega^*} \right)^4 \frac{1}{\sqrt{(t + \epsilon_F)(t - \epsilon_F)(\omega^* - \Omega_e)(\omega^* + \Omega_h)}} \times$$

$$\times \Phi \left[ \frac{(t - \epsilon_F)^2 (\omega^* + \Omega_h)}{(t + \epsilon_F)^2 (\omega^* - \Omega_e)} \right], \quad (11)$$

где

$$\Phi(x) = \text{arth}\sqrt{x} + \text{arth}\sqrt{1/x}, \quad \omega^* = \omega + i/\tau, \quad \epsilon_1 = v_0 \sqrt{2eB\hbar/c} \quad (12)$$

— разность энергий между нулевым и первым уровнями Ландау. На рис. 1 приведена зависимость классиче-

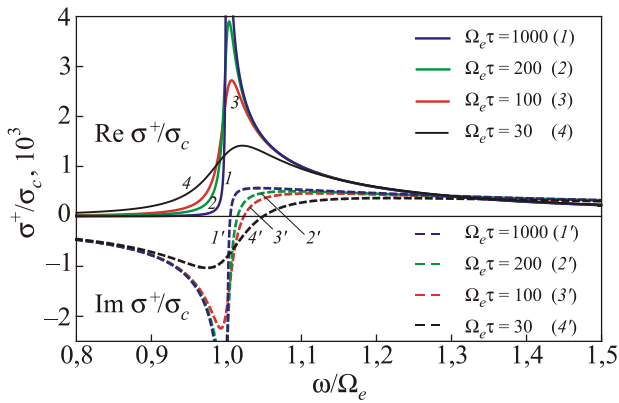


Рис. 1. (Онлайн в цвете) Зависимость компоненты тензора проводимости  $\sigma^+$  от отношения  $\omega/\Omega_e$  при некоторых значениях времени релаксации, нормированного на константу  $\sigma_c = e^2/(8\pi^2 a \hbar)$ , в случае, когда  $t/\hbar\Omega_t = 50$ ,  $\epsilon_F/t = 0,25$ .

ской части  $\sigma^+$  от отношения  $\omega/\Omega_e$  при некоторых значениях  $\Omega_e \tau$ .

Скачок вещественной части проводимости при  $\omega = \Omega_e$  связан с тем, что спектр значений циклотронных частот в электронной части поверхности Ферми ограничен неравенством  $\Omega \geq \Omega_e$ . Поскольку циклотронная частота не зависит от компоненты импульса  $p_z$ , то резонансная область импульсного пространства, для которой справедливо неравенство

$$|\omega - \Omega| \lesssim 1/\tau, \quad (13)$$

имеет форму цилиндра, а возникающая в бесстолкновительном пределе вблизи точки  $\omega = \Omega_e$  расходимость на рис. 1 связана с касанием резонансной области и поверхности Ферми на ее экстремальном сечении.

Геометрическая форма области импульсного пространства, где для носителей заряда справедливо условие резонанса (13), и цилиндров Ландау совпадают. Таким образом, вид спектра (1) чрезвычайно благоприятен для возникновения квантовых осцилляций электропроводности в условиях циклотронного резонанса. Геометрическое подобие резонансной области и контура квантовых магнитных уровней приводит к возникновению квантовых высокотемпературных осцилляций кинетических коэффициентов. Действительно, осцилляции де Гааза–ван Альфена (дГВА) или ШдГ на основных гармониках испытывают сильное температурное подавление, так как их максимумы определяются моментами пересечения поверхности Ферми в области экстремальных сечений и цилиндров Ландау (с учетом сдвига фазы, связанного с кривизной поверхности Ферми вблизи сечений), а температурное размытие уровня Ферми, естественно, приводит к размытию пиков осцилляций. В то же время резонансное поглощение электромагнитного поля определяется эффективными носителями заряда в области температурного

размытия уровня Ферми и одновременно удовлетворяющие условию резонанса (13). Таким образом, размытие эффективной области оказывается ограниченным условием резонанса, при

$$T \gtrsim \frac{1}{\tau} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial \epsilon} \right)_{p_z}^{-1}$$

будет приводить лишь к ее расширению в направлении  $p_z$  и не повлияет на остроту пиков осцилляций.

С другой стороны, существенная неэквидистантность спектра, а также достаточно большие значения циклотронной частоты в графите и родственных материалах приводят к тому, что толщина «стенки» цилиндра, ограничивающая резонансную область, может быть меньше, чем расстояние между соседними цилиндрами Ландау при физически оправданных параметрах задачи.

В случае, когда удовлетворяющая условию резонанса область импульсного пространства достаточно далека от особенностей поверхности Ферми, т.е. справедливы неравенства

$$|\omega - \Omega_e| \gg \hbar \Omega_e \left| \frac{\partial \Omega}{\partial \epsilon} \right|_{p_z} \sim \frac{\hbar \Omega_e^2}{\epsilon_F}, \quad \omega \ll v_0 \sqrt{\frac{eB}{\hbar c}}, \quad (14)$$

формула (10) приводит к следующему асимптотическому выражению, определяющему высокотемпературные осцилляции тензора проводимости:

$$\sigma^+(\omega) \approx \frac{e^2 t \Omega_t^2}{\pi \hbar^2 a (\omega + i/\tau)^3} \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{\Omega_t}{\omega + i/\tau} - \frac{\epsilon_F}{t} \right)^2}} \times \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \exp \left[ -2\pi i k \frac{t \Omega_t}{\hbar (\omega + i/\tau)^2} \right], \quad (15)$$

где

$$\Omega_t = \frac{eBv_0^2}{ct} = \frac{2\Omega_e \Omega_h}{\Omega_e + \Omega_h}.$$

Легко заметить, что высокотемпературные осцилляции, описываемые выражением (15), чувствительны к значению времени релаксации  $\tau$  и возможны лишь в достаточно чистых образцах. Их амплитуда не будет исчезающе малой, если

$$\omega \tau \gtrsim \frac{eB\hbar v_0^2}{c(\hbar\omega)^2} \gg 1, \quad (16)$$

т.е. когда величина  $\Omega \tau$  по крайней мере сравнима с числом уровней Ландау, находящихся под областью резонанса, которое не слишком велико в полуметаллах, в частности в графите. С другой стороны, условие (16) может быть выполнено в проводниках с большими значениями циклотронных частот в случае резонанса

$\omega \approx \Omega$ . Графит и многослойный графен характеризуются достаточно большими циклотронными частотами, соответствующими циклотронным массам  $m \approx 0,05 M_e$  на экстремальных сечениях, где  $M_e$  — масса электрона. В работе [13] уже при магнитных полях 0,1 Тл сообщается о наблюдении циклотронного резонанса с циклотронными частотами порядка 0,1–0,25 эВ на группах носителей заряда с номерами цилиндров Ландау порядка 10. В подобных условиях неравенство (16) будет справедливым уже при  $\hbar/\tau \lesssim 0,01$  эВ.

КВТО слабочувствительны к температурному размытию ступеньки Ферми, но в области сравнительно больших температур будут подавлены за счет рассеяния на фононах, что особенно существенно для случая больших циклотронных частот, так как последнее подразумевает конкуренцию КВТО и низкотемпературных вкладов при больших температурах. Анализ влияния фононного рассеяния не является предметом рассмотрения настоящей работы, однако, если следовать оценкам, приведенным в работе [6] (первая формула раздела 5 работы), то аномально высокая температура Дебая графита должна снижать влияние фононного рассеяния.

На рис. 2 приведен вид квантовых осцилляций вещественной части электропроводности, связанных с резонансным поглощением электромагнитной волны. Обрыв осцилляционной зависимости при больших значениях частот соответствует совпадению частоты электромагнитной волны с максимальным значением циклотронной частоты, которое соответствует переходу между нулевым и первым уровнями Ландау. Таким образом, высокотемпературные осцилляции компоненты тензора проводимости  $\sigma^+$  ограничены интервалом частот электромагнитной волны

$$\Omega_e \leq \omega \leq v_0 \sqrt{\frac{2eB}{\hbar c}}. \quad (17)$$

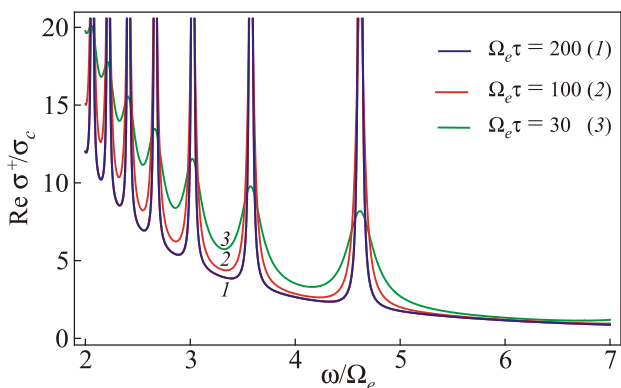


Рис. 2. (Онлайн в цвете) Квантовые высокотемпературные осцилляции компоненты тензора проводимости  $\sigma^+$ , нормированные на константу  $\sigma_c = e^2/(8\pi^2 a \hbar)$ , при некоторых значениях времени релаксации в случае, если  $t/\hbar\Omega_e = 50$ ,  $\epsilon_F/t = 0,25$ .

Пики осцилляций возникают при совпадении  $\hbar\omega$  с разностью энергий между соседними цилиндрами Ландау, т.е. при  $t\Omega_e/(\hbar\omega^2) = (n+1/2)$ ,  $n = 0, 1, 2, 3 \dots$

### 5. Выводы

На примере модельного энергетического спектра показано, что в слоистых проводниках с линейным энергетическим спектром в плоскости слоев, к которым относятся многослойный графен и графит, могут иметь место квантовые высокотемпературные осцилляции электропроводности, возникающие в условиях циклотронного резонанса. Эффект не ограничен проводниками данного типа, но в традиционных проводниках его наблюдение существенно затруднено, так как требует соблюдения условий

$$\left| \frac{\partial \Omega}{\partial p_B} \right|_{p_S} \lesssim \frac{v_B \Delta \Omega}{T}, \quad \left| \frac{\partial \Omega}{\partial S} \right|_{p_B} \gtrsim \frac{c}{e \hbar \tau}, \quad (18)$$

где  $v_B$  — проекция вектора скорости на направление магнитного поля. Циклотронная частота  $\Omega$  считается функцией проекции вектора импульса на направление квантующего магнитного поля  $p_B$  и  $S$  — площади сечения в импульсном пространстве. Величина  $\Delta \Omega$  равна разности циклотронных частот на соседних квантовых магнитных уровнях при фиксированном значении  $p_B$ . Независимость  $(S, p_B)$  от  $p_B$  в модели (1) приводит к нечувствительности КВТО к температурному размытию уровня Ферми. Однако в реальных проводниках условия для возникновения КВТО не будут столь благоприятными, и нарушение первого неравенства (18) приведет к появлению экспоненциально сильного температурного подавления осцилляций. Неравенство (16) для модели (1) и второе неравенство (18) ограничивают область наблюдения КВТО случаем образцов высокой чистоты.

В материалах семейства графита КВТО могут быть описаны в рамках модели (1), если условие резонанса  $|\omega - \Omega| < 1/\tau$  выполняется для группы носителей заряда вблизи точек самопересечения поверхности Ферми, где электронный энергетический спектр близок к линейному. Оценки для графита показывают, что данное условие соответствует сечениям поверхности Ферми, площадь которых меньше  $S_d \sim 10^{12} \text{ см}^{-2}$ . Хорошее согласие картины осцилляций с результатами настоящей работы должно иметь место в области частот  $\omega > \omega_d = \alpha B$ , где  $\alpha = eBv_0/(c\sqrt{\hbar S_d}) \sim 10^{13} \text{ Гц/Тл}$ . То есть при частотах, характерных для границы субмиллиметрового и инфракрасного диапазонов.

В случае линейного энергетического спектра циклотронная масса зависит от номера цилиндра Ландау  $n$  корневым образом:  $m_c \approx (\hbar/v_0)\sqrt{2n}(eB\hbar/c)$ . Ее значение вблизи дираковской точки существенно ниже, чем на экстремальных сечениях. Таким образом, дискретный характер энергетического спектра может прояв-



ляться вблизи дираковских точек при магнитных полях, меньших в  $\sqrt{n_F}$  раз, чем в случае осцилляций ШдГ и дГВА, здесь  $n_F$  — номер цилиндра, соответствующий группам носителей заряда на экстремальных сечениях поверхности Ферми.

Необходимые для возникновения КВТО достаточно жесткие ограничения, описываемые выражениями (18), затрудняют их наблюдение в традиционных проводниках. В то же время указанные условия могут быть выполнены в графите и родственных материалах благодаря квазидвумерному характеру и естественной неэквидистантности энергетического спектра носителей заряда. Сравнительно малое значение циклотронных масс в данных проводниках делает возможными также условия (16), (18), необходимые для возникновения данных осцилляций.

Авторы благодарят фонд CONCYTEC, Национальный совет по науке и технологии Перу за финансовую поддержку работы.

1. K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S.V. Dubonos, I.V. Grigorieva, and A.A. Firsov, *Science* **306**, 666 (2004).
2. Y. Kopelevich, J.H.S. Torres, R.R. da Silva, F. Mrowka, H. Kempa, and P. Esquinazi, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 156402 (2003).
3. G.P. Mikitik and Yu.V. Sharlai, *Fiz. Nizk. Temp.* **34**, 1012 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 794 (2008)].
4. M. Orlita, P. Neugebauer, C. Faugeras, A.-L. Barra, M. Potemski, F.M.D. Pellegrino, and D.M. Basko, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 017802 (2012).
5. H. Suematsu and S.-I. Tanuma, *J. Phys. Soc. Jpn.* **33**, 1619 (1972).
6. И.М. Лифшиц, М.Я. Азбель, А.А. Слущкин, *ЖЭТФ* **43**, 1464 (1962).
7. А.А. Abrikosov, *Phys. Rev.* **60**, 4231 (1999).

8. J.C. Slonczewski and P.S. Weiss, *Phys. Rev.* **109**, 272 (1958).
9. J.W. MacClure, *Phys. Rev.* **104**, 666 (1956).
10. В.В. Андреев, А.М. Косевич, *ЖЭТФ* **43**, 1060 (1962).
11. О.В. Кириченко, И.В. Козлов, *ФНТ* **36**, 782 (2010) [*Low Temp. Phys.* **36**, 623 (2010)].
12. P.D. Grigoriev, *Phys. Rev. B* **67**, 144401 (2003).
13. M.V. Kartsovnik, P.D. Grigoriev, W. Biberacher, N.D. Kushch, and P. Wyder, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 126802 (2002).
14. R. Kubo, M. Yokota, and S. Nakajima, *J. Phys. Soc. Jpn.* **12**, 1203 (1957).

## The high-frequency conductivity of multilayer graphene and graphite under conditions of quantum cyclotron resonance

I.V. Kozlov and J.C. Medina Pantoja

The conductivity tensor of layered conductors with the Dirac type of charge carriers placed in a quantizing magnetic field is investigated using the method of quantum kinetic equation. It is shown that under cyclotron resonance conditions there appear quantum high-temperature oscillations of conductivity weakly sensitive to temperature smearing of the Fermi level. The expressions for classical and quantum contributions to the conductivity tensor are presented. These contributions are dominant for higher temperatures at which the Shubnikov-de Haas oscillations are negligible.

PACS: 81.05.U- Carbon/carbon-based materials;  
**72.30.+q** High-frequency effects; plasma effects.

Keywords: graphene, Dirac equation, cyclotron resonance, quantum oscillations.