

# Динамические и статические свойства жестко закрепленной ультратонкой ферромагнитной пленки с $S = 1$ и конкурирующими анизотропиями

Г.А. Гореликов, А.Г. Мелешко, Ю.А. Фридман

*Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, г. Симферополь, Украина*

E-mail: frid@crimea.edu; yuriiifridman@gmail.com

Статья поступила в редакцию 25 октября 2013 г.

В приближении среднего поля изучены фазовые состояния и фазовые переходы в ультратонкой ферромагнитной пленке с  $S = 1$ , комбинацией легкоплоскостной и наклонной анизотропий и механическими граничными условиями. В зависимости от соотношения между материальными параметрами, в системе возможна реализация угловой ферромагнитной фазы, квадрупольной фазы, пространственно неоднородного состояния. Определены спектры элементарных возбуждений и линии устойчивости этих фаз. Анализ линий устойчивости позволил построить фазовую диаграмму системы.

В наближенні середнього поля досліджено фазові стани та фазові переходи в ультратонкій ферромагнітній плівці із  $S = 1$ , комбінацією легкоплощинної й похилої анізотропій та механічними граничними умовами. В залежності від співвідношення між матеріальними параметрами, в системі можлива реалізація кутової ферромагнітної фази, квадрупольної фази, просторово неоднорідного стану. Визначено спектри елементарних збуджень та лінії стійкості цих фаз. Аналіз ліній стійкості дозволив побудувати фазову діаграму системи.

PACS: **75.10.-b** Общая теория и модели магнитного упорядочения;

75.30.Kz Магнитные фазовые границы (включая классические и квантовые магнитные переходы, метамагнетизм и т.д.);

75.30.Gw Магнитная анизотропия;

**75.70.-i** Магнитные свойства тонких пленок, поверхностей и границ разделов;

75.70.Ak Магнитные свойства монослоев и тонких пленок.

Ключевые слова: наклонная анизотропия, легкоплоскостная анизотропия, магнитодипольное взаимодействие, магнитоупругое взаимодействие.

## Введение

При микроскопическом описании магнитных диэлектриков в спиновом гамильтониане возникают слагаемые вида  $S_n^i \beta_{ij} S_n^j$ , соответствующие энергии одноионной анизотропии. Возникновение оператора такого сорта обусловлено наличием спин-орбитального взаимодействия ( $S_n^i$  —  $i$ -я компонента спинового оператора в узле  $n$ ;  $\beta_{ij}$  — компоненты тензора одноионной анизотропии) [1]. Аналогичного вида слагаемые можно выделить из энергии магнитодипольного взаимодействия, однако обычно вклад этого взаимодействия мал по сравнению с одноионной анизотропией. Простейшей магнитной системой, обладающей одноионной анизотропией, является магнетик со спином магнитного иона равным единице. В такой системе тензор одно-

ионной анизотропии обычно диагональный, причем  $\beta_{zz} \neq \beta_{xx} = \beta_{yy}$ . Такой вид компонент тензора анизотропии приводит к возникновению в магнетике одноосной одноионной анизотропии. Данная модель хорошо зарекомендовала себя при описании многих магнитных систем, однако технологические сложности, возникающие при создании магнитоупорядоченных систем, приводят к нарушению диагональности тензора анизотропии. Поэтому более реалистичная модель включает также учет недиагональных компонент тензора одноионной анизотропии  $\beta_{zz} \neq \beta_{xx} = \beta_{yy}$ ,  $\beta_{zx} = \beta_{xz}$ . Такая модель описывает анизотропию в плоскости  $XOZ$  с осью легкого намагничения, образующей угол  $\varphi$  с осью  $OZ$ . Такую анизотропию иногда называют наклонной [2,3]. Интерес к такого рода моделям обусловлен тем, что

они достаточно адекватно описывают энергию анизотропии разориентированных пленок феррит-гранатов. Так, например, в [4] показано, что в рамках двухпараметрической модели [5] в (111)-разориентированных пленках реализуется наклонная анизотропия. Причем ось легкого намагничения лежит в той же плоскости, что и угол разориентации — в [4] это плоскость  $(\bar{1}10)$ . Исследование процессов перемагничивания (112)-пленок (частный случай разориентированной (111)-пленки) показало [6], что если внешнее поле приложено в плоскости  $(\bar{1}10)$ , то в той же плоскости лежит и вектор намагниченности. Таким образом, если ввести в плоскости  $(\bar{1}10)$  координаты  $X$  и  $Z$ , то можно показать, что энергия анизотропии будет описываться двумя константами:  $\beta_{zz}$  и  $\beta_{zx}$  [6,7].

Причины возникновения такого рода анизотропии могут быть различны: рассогласование магнитной подсистемы пленки и упругой подсистемы подложки, нарушение химического состава пленки и другие. Как правило, если возникновение сложной анизотропии связано с нарушением химического состава пленки, то она действует в плоскости, перпендикулярной плоскости пленки. Если же наклонная анизотропия обусловлена рассогласованием пленки и подложки, то такая анизотропия действует в плоскости пленки.

Магнитоупорядоченные системы с наклонной ориентацией легкоосной одноионной анизотропии — перспективные системы при создании устройств магнитооптической обработки информации, дефектоскопии, визуализации неоднородных магнитных полей, при исследовании наноструктурных магнитных материалов и др. [8–10]. Так, например, наногранулярные пленки с анизотропией типа «легкая ось» имеют большой научный и практический интерес [11–14] как среда с высокой плотностью записи информации.

Необходимо отметить, что одноионная анизотропия — не единственное релятивистское взаимодействие, обусловленное спин-орбитальным взаимодействием. Так, магнитоупругое взаимодействие возникает также благодаря спин-орбитальному взаимодействию. Спин-решеточное взаимодействие определяет связь механических (упругих, акустических, стрикционных) и магнитных характеристик системы [15], а также существенно влияет на критическое поведение при переориентационных фазовых переходах [16–20]. Учет магнитоупругого взаимодействия приводит к гибридизации упругих и магнитных возбуждений и возникновению связанных магнитоупругих волн и, как следствие, смещению линий устойчивости фаз или точек фазовых переходов, изменению области существования фаз. Это гибридизованное возбуждение определяет динамику системы в окрестности ориентационных фазовых переходов. А поскольку природа возникновения магнитоупругого взаимодействия и одноионной анизотропии одинакова, эффекты, связанные с учетом магни-

тоупругого взаимодействия, могут усиливаться анизотропией, что также является немаловажным моментом. Кроме того, учет магнитоупругого взаимодействия важен при анализе экспериментальных результатов, поскольку необходимо тем или иным способом учитывать механические граничные условия, накладываемые на систему. Граничные условия определяют структуру спонтанных деформаций магнитоупорядоченного кристалла, которые, в свою очередь, влияют на термодинамические и динамические характеристики системы, а следовательно, и на результаты эксперимента.

Наиболее интересен учет граничных условий при исследовании магнитных пленок. Во-первых, это связано с тем, что пленки имеют конечную толщину, что влияет на структуру спонтанных деформаций. Во-вторых, при создании магнитных пленок необходимо учитывать влияние подложки на образец. Такое влияние можно смоделировать наличием соответствующих механических граничных условий, на важность учета которых обращали внимание ряд авторов, однако к настоящему времени этот вопрос, как нам кажется, изучен недостаточно [21]. Кроме того, физические свойства тонких магнитных пленок обладают рядом особенностей. Прежде всего, эти объекты с хорошей степенью точности можно считать двумерными, а как известно, в 2D системах дальний магнитный порядок стабилизируется магнитодипольным и/или магнитоупругим взаимодействиями [22,23,19]. Учет магнитодипольного взаимодействия может приводить к пространственно неоднородному распределению намагниченности в образце, т.е. к появлению пространственно неоднородного состояния — доменной структуры [24–28].

Системы, описанные выше, достаточно хорошо изучены для случая малых величин констант одноионных анизотропий [29,30]. Однако существует большой класс магнитоупорядоченных систем, в которых энергия одноионной анизотропии достаточно велика. Наличие в системе большой легкоплоскостной анизотропии приводит к ряду эффектов, которые имеют чисто квантовый характер и не могут быть объяснены в рамках феноменологических моделей. Эти эффекты достаточно подробно изучены в обзоре [31], а также в ряде работ, посвященных исследованию сильно анизотропных ферро- и антиферромагнетиков [32–49] (см. также список литературы в [31]). Один из таких эффектов — возникновение квадрупольной фазы в магнетиках с большой одноионной анизотропией. Как отмечалось еще в [46], учет даже малой одноионной анизотропии приводит к изменению модуля намагниченности по длине, что, в свою очередь, требует выхода за рамки простейшего феноменологического подхода. В случае сильной одноионной анизотропии возможно даже обнуление намагниченности при наличии ферромагнитного обменного взаимодействия [47,31]. Наиболее ярким проявлением такого эффекта является то, что в магнетиках со спином единица может реализовываться квадрупольная

фаза (состояние спинового нематика [50–53]), которая характеризуется нулевым значением среднего спина на узле даже при нулевой температуре. Симметрия квадрупольной фазы выше, чем для любого другого магнитоупорядоченного состояния, так как группа симметрии этого состояния включает операцию отражения времени. Однако при этом квадрупольная фаза характеризуется отличными от нуля компонентами тензора квадрупольных моментов  $(1/2)\langle S_i S_j + S_j S_i \rangle$ , которые для спина  $S > 1/2$  не сводятся к среднему значению спина. Геометрическим образом этих компонентов является эллипсоид с главными осями, ориентированными вдоль некоторых направлений  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ , и полуосями  $\langle S_1^2 \rangle, \langle S_2^2 \rangle, \langle S_3^2 \rangle$ , которые связаны соотношением  $\langle S_1^2 \rangle + \langle S_2^2 \rangle + \langle S_3^2 \rangle = S(S+1) = 2$ . Таким образом, возможность спонтанного нарушения симметрии в квадрупольной фазе и ее отличие от парамагнитной фазы определяется этими компонентами тензора квадрупольных моментов. Необходимо отметить, что возникновение квадрупольного состояния может быть связано не только с большой одноионной анизотропией, но и с учетом высших спиновых инвариантов, таких, например, как биквадратичное обменное взаимодействие для магнетиков с  $S = 1$  [49–54].

Данная работа посвящена исследованию свойств ультратонких магнитных пленок с различными соотношениями между энергией обменного взаимодействия и энергией одноионных анизотропий. Мы предполагаем, что пленка имеет толщину в один атомный слой, т.е. является 2D объектом и имеет плоскую квадратную решетку. Двумерность системы подразумевает существенное влияние магнитодипольного взаимодействия, которое может приводить к усилению легкоплоскостной анизотропии и реализации пространственно неоднородных фазовых состояний, таких как плоскопараллельные домены [24–26] и вихревые структуры [27], причем эти состояния возможны не только для ферромагнетиков, но и для антиферромагнетиков [48,49]. Предположение о двумерности системы также означает, что материальные параметры системы, такие как обменный интеграл, константы одноионной анизотропии, невозможно разделить на «объемные» и «поверхностные». Такое разделение параметров на «поверхностные» и «объемные» является важным для пленок конечной толщины. При таком подходе необходимо учитывать кристаллографическую симметрию системы. Однако для рассматриваемой в данной работе модели разделение параметров на «объемные» и «поверхностные» невозможно и, естественно, не учитывается. Нами будет рассмотрено также влияние механических граничных условий, т.е. анизотропного магнитоупругого взаимодействия, на динамические и статические свойства рассматриваемой системы.

### Модель

Наиболее интересный объект — ультратонкая ферромагнитная пленка, поэтому исследуемая модель представляет собой двумерный ферромагнетик. Будем считать, что спин магнитного иона равен единице  $S = 1$ . Следовательно, в рассматриваемой системе возможна реализация одноионной анизотропии. Как было упомянуто во Введении, наибольший интерес представляют системы со сложной одноионной анизотропией, являющейся комбинацией легкоплоскостной анизотропии с базисной плоскостью  $XOY$  и наклонной анизотропии с осью легкого намагничивания, ориентированной в плоскости  $ZOX$  под некоторым углом к оси  $OZ$ .

Также важен учет магнитоупругого взаимодействия. При этом механические граничные условия выберем так, чтобы влияние легкоплоскостной анизотропии, лежащей в плоскости  $XOY$ , и наклонной анизотропии, ориентированной в плоскости  $ZOX$ , проявлялось максимально сильно. Поэтому будем считать, что образец жестко закреплен по плоскости  $ZOY$ . Последнее обстоятельство приводит к тому, что вдоль осей  $OZ$  и  $OY$  отсутствуют смещения магнитных ионов, т.е.  $u_z = u_y = 0$ . Необходимо отметить, что, помимо указанных граничных условий, еще одна компонента тензора спонтанных деформаций  $u_{zx}$  равна нулю. Это связано с тем, что мы рассматриваем ультратонкую пленку толщиной в один атомный слой, поэтому ее толщиной можно пренебречь и считать двумерным объектом.

С учетом сказанного выше гамильтониан системы можно представить в виде

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} (J_{nn'} \delta_{ij} + V_{nn'}^{ij}) S_n^i S_{n'}^j + \frac{\beta}{2} \sum_n (S_n^z)^2 - \frac{\beta_{zx}}{2} \sum_n O_{2n}^{zx} + \nu \sum_n \{ u_{xx} (S_n^x)^2 + u_{xy} O_{2n}^{xy} \} + \int d\mathbf{r} \left\{ \frac{(\lambda + \eta)}{2} u_{xx}^2 + \eta u_{xy}^2 \right\}, \quad (1)$$

где  $J_{nn'} > 0$  — обменный интеграл, учитывающий взаимодействие ближайших соседей;  $S_n^i$  —  $i$ -я компонента спинового оператора в узле  $n$ ;  $O_{2n}^{ij} = S_n^i S_n^j + S_n^j S_n^i$  — операторы Стивенса [55];  $\beta > 0$  — константа легкоплоскостной одноионной анизотропии (базисная плоскость  $XOY$ );  $\beta_{zx} > 0$  — константа легкоосной одноионной наклонной анизотропии в плоскости  $XOZ$ ;  $\nu$  — константа магнитоупругой связи;  $\lambda$  и  $\eta$  — упругие модули;  $u_{ij}$  — компоненты тензора упругих деформаций;  $V_{nn'}^{ij}$  — компоненты тензора магнитодипольного взаимодействия, которые в координатном представлении, для однослойной квадратной кристаллической решетки, имеют вид [22]

$$V_{nm'}^{ij} = (g\mu_B)^2 \frac{3R_{nm'}^i R_{nm'}^j - \delta_{ij} R^2}{R_{nm'}^5},$$

а их фурье-образы можно записать как [22]

$$\begin{aligned} V_k^{xx} &= \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k \cos^2 \psi; & V_k^{yy} &= \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k \sin^2 \psi; \\ V_k^{zz} &= -\frac{2A_0}{3} + \Omega_0 k; & V_k^{xy} &= V_k^{yx} = -\frac{\Omega_0 k}{2} \sin 2\psi; \\ V_k^{xz} &= V_k^{zx} = V_k^{yz} = V_k^{zy} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $A_0 = \frac{3}{2}(g\mu_B)^2 \sum_{R \neq 0} R^{-3}$ ;  $\Omega_0 = \frac{2\pi(g\mu_B)^2}{a^2}$ ;  $a^2$  — «объем» плоской элементарной ячейки;  $g$  — гиромагнитное отношение;  $\mu_B$  — магнетон Бора;  $\psi$  — угол между направлением волнового вектора  $\mathbf{k}$  в базисной плоскости  $XOY$  и осью  $OX$ . Рассмотрение проводится в области низких температур ( $T \ll T_C$ ,  $T_C$  — температура Кюри), в которой исследуемые эффекты проявляются наиболее сильно.

Легко понять, что конкуренция легкоплоскостной и наклонной анизотропий приведет к тому, что магнитный момент будет лежать в плоскости  $XOZ$  под некоторым углом  $\theta$  к оси  $OZ$  (рис. 1). Повернем систему координат, связанную с магнитным ионом, вокруг оси  $OY$  на угол  $\theta$  так, чтобы магнитный момент

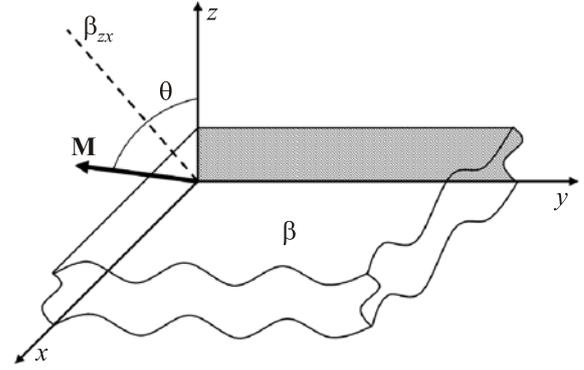


Рис. 1. Геометрия исследуемой системы.

был направлен по оси  $OZ$ :  $U(\theta) = \prod_n \exp[i\theta S_n^y]$ , и, выделяя среднее поле, получаем одноузельный гамильтониан

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0(\theta) &= -\bar{H}_z \sum_n S_n^z - \bar{H}_x \sum_n S_n^x + B_2^0(\theta) \sum_n (S_n^z)^2 + \\ &+ B_2^2(\theta) \sum_n O_{2n}^2 + B_2^{xz}(\theta) \sum_n O_{2n}^{xz} + \\ &+ B_2^{xy}(\theta) \sum_n O_{2n}^{xy} - B_2^{yz}(\theta) \sum_n O_{2n}^{yz} + 2B_2^2(\theta), \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} B_2^0(\theta) &= \frac{1}{8} \{ (\beta + 2\nu u_{xx}) + 3(\beta - 2\nu u_{xx}) \cos 2\theta - 6\beta_{xz} \sin 2\theta \}; \\ B_2^2(\theta) &= \frac{1}{8} \{ (\beta + 2\nu u_{xx}) - (\beta - 2\nu u_{xx}) \cos 2\theta + 2\beta_{xz} \sin 2\theta \}; \\ B_2^{xz}(\theta) &= -\frac{1}{4} \{ (\beta - 2\nu u_{xx}) \sin 2\theta + 2\beta_{xz} \cos 2\theta \}; & B_2^{xy}(\theta) &= \nu u_{xy} \cos \theta; & B_2^{yz}(\theta) &= \nu u_{xy} \sin \theta; \\ \bar{H}_z &= (J_0 + V_0^{zz} \cos^2 \theta + V_0^{xx} \sin^2 \theta) \langle S^z \rangle; & \bar{H}_x &= \frac{1}{2} (V_0^{xx} - V_0^{zz}) \langle S^z \rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

Ниже будет показано, что равновесный угол ориентации магнитного момента определяется из минимума плотности свободной энергии. Однако для любых соотношений между материальными параметрами недиагональные компоненты тензора эффективной анизотропии (4) обращаются в нуль. Это означает, что в системе координат, связанной с магнитным моментом, исследуемую систему с комбинацией легкоплоскостной и «наклонной» анизотропий можно свести к системе с эффективной двухосной анизотропией. При этом тензор эффективной анизотропии становится диагональным.

Для диагонализации одноузельного гамильтониана (3) воспользуемся методом, основанным на использо-

вании алгебры операторов Хаббарда [56,57]. На базисе собственных функций оператора  $S^z$  построим операторы Хаббарда  $X^{ij} \equiv |i\rangle\langle j|$ . В этом случае связь спиновых операторов и операторов Хаббарда имеет вид

$$\begin{aligned} S^z &= X^{11} - X^{-1-1}, & S^+ &= \sqrt{2} (X^{10} + X^{0-1}), \\ S^- &= (S^+)^+, & S^\pm &= S^x \pm iS^y. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, в представлении операторов Хаббарда одноузельный гамильтониан (3), с учетом (4), принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0(\theta) = & \left[ -\bar{H}_z + B_2^0(\theta) + 2B_2^2(\theta) \right] X^{11} + 2B_2^2(\theta) X^{00} + \left[ \bar{H}_z + B_2^0(\theta) + 2B_2^2(\theta) \right] X^{-1-1} + \left[ B_2^2(\theta) - iB_2^{xy}(\theta) \right] X^{1-1} + \\ & + \left[ B_2^2(\theta) + iB_2^{xy}(\theta) \right] X^{-11} + \frac{\sqrt{2}}{2} \left[ B_2^{zx}(\theta) - \bar{H}_x - iB_2^{yz}(\theta) \right] X^{10} + \frac{\sqrt{2}}{2} \left[ B_2^{zx}(\theta) - \bar{H}_x + iB_2^{yz}(\theta) \right] X^{01} + \\ & + \frac{\sqrt{2}}{2} \left[ -B_2^{zx}(\theta) - \bar{H}_x + iB_2^{yz}(\theta) \right] X^{0-1} + \frac{\sqrt{2}}{2} \left[ -B_2^{zx}(\theta) - \bar{H}_x - iB_2^{yz}(\theta) \right] X^{-10}. \end{aligned} \quad (6)$$

Формально гамильтониан (6) в представлении операторов Хаббарда можно записать в виде

$$\mathcal{H}_0 = \sum_i \varepsilon_i X^{ii} + \sum_{i \neq j} V_{ij} X^{ij}, \quad V_{ji} = V_{ij}^*,$$

где  $\varepsilon_i$  — «затравочный» спектр исходных состояний  $|i\rangle$ ;  $V_{ij}$  — недиагональные амплитуды.

В результате унитарных преобразований вида  $U_{nm}(\alpha) = \exp\{\alpha X^{nm} - \alpha^* X^{mn}\}$  ( $m, n = 1, 0, -1$ )

$$\tilde{\mathcal{H}}_0 = U \mathcal{H}_0 U^+, \quad U \equiv U(\alpha)$$

одноузельный гамильтониан примет диагональный вид

$$\tilde{\mathcal{H}}_0 = \sum_i E_i X^{ii}.$$

Явный вид унитарных преобразований можно представить как

$$\begin{aligned} U_{mn}(\alpha) = & 1 + (\cos \alpha - 1) (X^{mm} + X^{nn}) + \\ & + \sin \alpha (e^{i\chi} X^{mn} - e^{-i\chi} X^{nm}). \end{aligned} \quad (7)$$

Параметры унитарных преобразований определяются системой уравнений

$$\tilde{V}_{ij}(\alpha_k) = U(\alpha_k) V_{ij} U^+(\alpha_k) = 0.$$

Волновые функции системы при этом преобразовываются следующим образом:

$$\psi |M\rangle = U_{mn}^+(\alpha) |M\rangle. \quad (8)$$

Поскольку дальнейшие вычисления в общем виде достаточно громоздки, будем рассматривать систему для конкретных соотношений материальных параметров системы.

### Случай сильного обменного взаимодействия

Предположим, что материальные параметры системы удовлетворяют следующим соотношениям:  $J_0 > \beta_{zx}$ ,  $\beta > v$ ,  $A_0$ ,  $\Omega_0$ . Соотношение между константами одноионных анизотропий не устанавливаем, считая их произвольными. В этом случае для диагонализации одноузельного гамильтониана (3) необходимо выполнить два унитарных преобразования (7): первое, связывающее состояния  $M = 1$  и  $M = -1$ , второе — состояния  $M = 0$  и  $M = -1$ . Параметры этих унитарных преобразований определяются следующим образом:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{B_2^2(\theta)}{\bar{H}_z},$$

$$\operatorname{tg} 2\zeta = -\frac{2\sqrt{2}\bar{H}_x}{\sqrt{\bar{H}_z^2 + (B_2^2(\theta))^2 + B_2^0(\theta)}}.$$

С учетом этого диагональные элементы одноузельного гамильтониана (3) в представлении операторов Хаббарда, имеющие смысл энергетических уровней магнитного иона, равны

$$\begin{aligned} E_1 = & B_2^0(\theta) + 2B_2^2(\theta) - \sqrt{(\bar{H}_z)^2 + [B_2^2(\theta)]^2}; \\ E_{0,-1} = & 2B_2^2(\theta) + \frac{1}{2} \left\{ B_2^0(\theta) + \sqrt{(\bar{H}_z)^2 + [B_2^2(\theta)]^2} \mp \right. \\ & \left. \mp \sqrt{\left[ B_2^0(\theta) + \sqrt{(\bar{H}_z)^2 + [B_2^2(\theta)]^2} \right]^2 + 8(\bar{H}_x)^2} \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Из (9) следует, что  $E_1$  — низший энергетический уровень, соответствующий основному состоянию. Следовательно, в случае низких температур при построении плотности свободной энергии можно ограничиться учетом лишь этого энергетического уровня:

$$F = F_{el} - T \ln \left\{ e^{-\frac{E_1}{T}} + e^{-\frac{E_0}{T}} + e^{-\frac{E_{-1}}{T}} \right\} \approx F_{el} + E_1,$$

где  $F_{el}$  — плотность упругой энергии. Из условий минимума плотности свободной энергии можно определить равновесный угол ориентации магнитного момента  $\theta_0$

$$\operatorname{tg} 2\theta_0 = -\frac{2\beta_{zx}}{\beta - 2v u_{xx} + 2A_0} \quad (10)$$

и спонтанные деформации

$$u_{xx}^{(0)} = -\frac{v}{4(\eta + \lambda)} \left( 3 + \frac{\beta}{\sqrt{4\beta_{zx}^2 + \beta^2}} \right); \quad u_{xy}^{(0)} = 0. \quad (11)$$

Как видно из (10) и как следовало ожидать, магнитодипольное взаимодействие усиливает легкоплоскостную анизотропию, но при этом не влияет на спонтанные деформации. С учетом соотношений (10) и (11) легко показать, что эффективные константы анизотро-

пии  $B_2^{zx}(\theta) = B_2^{xy}(\theta) = B_2^{yz}(\theta)$  равны нулю, отличны от нуля лишь  $B_2^0(\theta)$  и  $B_2^2(\theta)$ . Такая комбинация анизотропий соответствует эффективной двухосной одноионной анизотропии, т.е. поведение рассматриваемой системы с комбинацией легкоплоскостной и наклонной анизотропий и магнитодипольным взаимодействием можно свести к поведению двухосного ферромагнетика, причем знаки констант двухосной анизотропии  $B_2^0(\theta)$  и  $B_2^2(\theta)$  определяются соотношением между константами легкоплоскостной и «наклонной» анизотропий.

Следуя (8), собственные функции одноузельного гамильтониана запишем в виде

$$\begin{aligned} |\psi(1)\rangle &= \cos \alpha |1\rangle + \sin \alpha |-1\rangle; \\ |\psi(0)\rangle &= -\sin \alpha \sin \zeta |1\rangle + \cos \zeta |0\rangle + \cos \alpha \sin \zeta |-1\rangle; \\ |\psi(-1)\rangle &= -\sin \alpha \cos \zeta |1\rangle + \sin \zeta |0\rangle + \cos \alpha \cos \zeta |-1\rangle. \end{aligned} \quad (12)$$

Поскольку  $J_0 \gg A_0$ , параметр унитарного преобразования  $\zeta$  является малым, и можно считать, что  $\cos \zeta = 1$ ,  $\sin \zeta = 0$ . Тогда собственные функции примут более простой вид:

$$\begin{aligned} |\psi(1)\rangle &= \cos \alpha |1\rangle + \sin \alpha |-1\rangle; \quad |\psi(0)\rangle = |0\rangle; \\ |\psi(-1)\rangle &= -\sin \alpha |1\rangle + \cos \alpha |-1\rangle. \end{aligned} \quad (13)$$

На базе собственных функций (13) построим операторы Хаббарда  $Y^{MM} = |\psi(M')\rangle\langle\psi(M)|$ , описывающие переход магнитного иона из состояния  $M$  в состояние  $M'$ . Эти операторы связаны со спиновыми операторами следующим образом:

$$\begin{aligned} S^z &= \cos 2\alpha (Y^{11} - Y^{-1-1}) - \sin 2\alpha (Y^{1-1} + Y^{-11}); \\ S^+ &= \sqrt{2} \cos \alpha (Y^{10} + Y^{0-1}) + \sqrt{2} \sin \alpha (Y^{01} - Y^{-10}); \\ S^- &= (S^+)^{\dagger}. \end{aligned} \quad (14)$$

Как было сказано ранее, выражения (9)–(14) получены для соотношения  $J_0 > \beta_{xz}$ ,  $\beta$  при произвольных значениях констант анизотропий.

Из (9) следует, что при соотношении материальных констант  $J_0 > \beta_{xz}$ ,  $\beta > v$ ,  $A_0, \Omega_0$  энергетический уровень  $E_1$  является низшим и, как вытекает из (14), среднее значение магнитного момента (на один узел)  $\langle S^z \rangle = \cos 2\alpha \approx 1$ . Такое значение параметра порядка соответствует ферромагнитному упорядочению и, поскольку в этом состоянии магнитный момент направлен под равновесным углом (10), такое состояние является угловой ферромагнитной фазой (УФМ).

Представим компоненты тензора упругих деформаций в виде  $u_{ij} = u_{ij}^{(0)} + u_{ij}^{(1)}$ , где  $u_{ij}^{(0)}$  — спонтанные деформации, определяемые выражением (11),  $u_{ij}^{(1)}$  — динамическая часть, описывающая колебания узлов кристаллической решетки. Выделяя в гамильтониане слагаемые, пропорциональные динамической части тензора деформаций, и квантуя их стандартным образом [58]

$$u_{ij}^{(1)} = \frac{i}{2} \sum_{\phi, \lambda} \frac{e^{i\mathbf{q}\mathbf{n}}}{\sqrt{2mN\omega_{\phi}(q)}} \left( e_{\phi}^i(q) q_j + e_{\phi}^j(q) q_i \right) \left( b_{q, \phi} + b_{-q, \phi}^{\dagger} \right),$$

получаем гамильтониан трансформаций магнонов в фононы и обратно:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{tr}} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\substack{q, \phi \\ n, \alpha}} \left( b_{q, \phi} + b_{-q, \phi}^{\dagger} \right) T_n^{\alpha}(q, \phi) Y_n^{\alpha} \\ &+ \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\substack{q, \phi \\ n, M}} \left( b_{q, \phi} + b_{-q, \phi}^{\dagger} \right) T_n^{MM}(q, \phi) Y_n^{MM}. \end{aligned}$$

Здесь введены следующие обозначения:  $q_i$  — проекция квазиимпульса на ось  $i$ ;  $e_{\phi}^i(q)$  — проекция единичного вектора поляризации на ось  $i$ ;  $N$  — число узлов в кристалле;  $m$  — масса атома;  $\omega_{\phi}(q) = c_{\phi} q$  — закон дисперсии невзаимодействующих фононов;  $c_{\phi}$  — скорость  $\phi$ -поляризованного звука;  $b_{-q, \phi}^{\dagger}$  и  $b_{q, \phi}$  — операторы рождения и уничтожения фононов,  $T_n(q, \phi)$  — амплитуды трансформаций. Ниже приведены амплитуды трансформаций, которые понадобятся нам в дальнейшем:

$$\begin{aligned} T_n^{10}(q, \phi) &= \frac{iv}{2\sqrt{2}} T_n^0(q, \phi) \left\{ \left( e_{\phi q}^x q_x - e_{\phi q}^z q_z \right) \sin 2\theta + \left( e_{\phi q}^x q_z + e_{\phi q}^z q_x \right) \cos 2\theta - i \left[ \left( e_{\phi q}^x q_y + e_{\phi q}^y q_x \right) \sin \theta + \left( e_{\phi q}^z q_y + e_{\phi q}^y q_z \right) \cos \theta \right] \right\}; \\ T_n^{01}(q, \phi) &= - \left[ T_n^{10}(q, \phi) \right]^*; \quad T_n^{1-1}(q, \phi) = \frac{iv}{4} T_n^0(q, \phi) \left\{ e_{\phi q}^x q_x - 2e_{\phi q}^y q_y + e_{\phi q}^z q_z + \left( e_{\phi q}^x q_x - e_{\phi q}^z q_z \right) \cos 2\theta - \right. \\ &\left. - \left( e_{\phi q}^x q_z + e_{\phi q}^z q_x \right) \sin 2\theta - 2i \left[ \left( e_{\phi q}^x q_y + e_{\phi q}^y q_x \right) \cos \theta - \left( e_{\phi q}^y q_z + e_{\phi q}^z q_y \right) \sin \theta \right] \right\}; \quad T_n^{-11}(q, \phi) = - \left[ T_n^{1-1}(q, \phi) \right]^*, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\text{где } T_n^0(q, \phi) = \frac{e^{i\mathbf{q}\mathbf{n}}}{\sqrt{2m\omega_{\phi}(q)}}.$$

Нашей задачей является определение областей устойчивости соответствующих фаз. Для этого определим

спектры элементарных возбуждений в соответствующих фазах. Хорошо известно, что спектры элементарных возбуждений определяются полюсами функции Грина [59]

$$G^{\alpha\alpha'}(n, \tau; n', \tau') = - \left\langle \hat{T} \tilde{Y}_n^{\alpha}(\tau) \tilde{Y}_{n'}^{\alpha'}(\tau') \right\rangle,$$

где  $\hat{T}$  — оператор Вика,  $\tilde{Y}_n^\alpha(\tau) = \exp(\mathcal{H}\tau)Y_n^\alpha \exp(-\mathcal{H}\tau)$  — оператор Хаббарда в представлении взаимодействия,  $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{\text{int}} + \mathcal{H}_{\text{tr}}$  — полный гамильтониан.

Дальнейшие вычисления будем проводить в приближении среднего поля, поэтому понадобится только «поперечная» часть обменного гамильтониана  $\mathcal{H}_{\text{int}}$ , которая имеет вид

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = -\frac{1}{2} \sum_{n,n',\alpha,\beta} \{ \mathbf{c}(\alpha), \hat{A}_{nn'} \mathbf{c}(\beta) \} Y_n^\alpha Y_{n'}^\beta,$$

где компоненты вектора  $\mathbf{c}(\alpha)$  определяются из связи спиновых операторов с операторами Хаббарда, а компоненты матрицы  $\hat{A}_{nn'}$  равны

$$\begin{aligned} A_{nn'}^{11} &= J_{nn'} + V_{nn'}^{xx} \sin^2 \theta + V_{nn'}^{zz} \cos^2 \theta; & A_{nn'}^{12} &= A_{nn'}^{21} = \frac{1}{4} \left( [V_{nn'}^{xx} - V_{nn'}^{zz}] \sin 2\theta - 2iV_{nn'}^{xy} \sin \theta \right); \\ A_{nn'}^{13} &= A_{nn'}^{31} = \left( \hat{A}_{nn'}^{12} \right)^*; \\ A_{nn'}^{22} &= \left( A_{nn'}^{33} \right)^* \frac{1}{4} \left( V_{nn'}^{xx} \cos^2 \theta - V_{nn'}^{yy} + V_{nn'}^{zz} \sin^2 \theta - 2iV_{nn'}^{xy} \cos \theta \right); \\ A_{nn'}^{23} &= A_{nn'}^{32} = \frac{1}{4} \left( 2J_{nn'} + V_{nn'}^{xx} \cos^2 \theta + V_{nn'}^{yy} + V_{nn'}^{zz} \sin^2 \theta \right). \end{aligned} \tag{16}$$

Дисперсионное уравнение, определяющее спектры связанных магнитоупругих волн, аналогично уравнению Ларкина (с учетом магнитоупругой связи), справедливо во всем температурном интервале существования магнитоупорядоченного состояния, исключая флуктуационную область, и при произвольных соотношениях материальных констант. Дисперсионное уравнение, определяющее спектры элементарных возбуждений, получено при точном учете релятивистских взаимодействий. Процедура получения дисперсионного уравнения подробно описана, например, в [60,61].

Решение соответствующего дисперсионного уравнения позволяет получить спектры квазимагнонов и квазифононов при различных соотношениях материальных констант. Так, при  $J_0 > \beta_{zx}$ ,  $\beta > v$ ,  $A_0$ ,  $\Omega_0$ , т.е. в УФМ фазе, спектры квазимагнонов можно представить в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^2(k) &= \left( E_{10} + 2 \left[ A_k^{32} + \text{Re} A_k^{22} \right] \left[ 1 + \sin 2\alpha \right] \right) \times \\ &\times \left( E_{10} + 2 \left[ A_k^{32} - \text{Re} A_k^{22} \right] \left[ 1 - \sin 2\alpha \right] \right) + \text{Im} A_k^{22}; \end{aligned} \tag{17}$$

$$\varepsilon_2^2(k) = E_{1-1} \left( E_{1-1} + 2A_k^{11} \sin^2 \alpha \right), \tag{18}$$

где  $A_k^{ij}$  — фурье-образ компонент матрицы  $\hat{A}_{nn'}$ ;  $E_{ij} = E_i - E_j$ . Очевидно, что ветвь  $\varepsilon_1(k)$  является низкочастотной квазимагнонной ветвью, а  $\varepsilon_2(k)$  — высокочастотной. Наиболее интересна для нас низкочастотная ветвь спектра.

Более детальное рассмотрение спектров квазимагнонов, а также определение квазифононных спектров в общем случае довольно громоздкая задача, поэтому ограничимся исследованием системы для двух предельных случаев. Поскольку волновой вектор  $\mathbf{k}$  лежит в плоскости  $XOY$  и составляет с осью  $OX$  угол  $\psi$ , выберем его направление либо вдоль оси  $OX$ , либо вдоль  $OY$ .

Пусть  $\mathbf{k} \parallel OX$ , т.е.  $\psi = 0$ . Тогда спектр низкочастотных квазимагнонов примет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^2(k) &= \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{(\beta - 2vu_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2} + \frac{1}{128J_0} \left[ (\beta + 2vu_{xx}) + \sqrt{(\beta - 2vu_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2} \right]^2 - \right. \\ &- \frac{A_0^2}{2J_0} \frac{2\beta_{zx}}{(\beta - 2vu_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2} + \frac{A_0}{6} \left( 1 + 3 \frac{\beta - 2vu_{xx} + 2A_0}{\sqrt{(\beta - 2vu_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2}} \right) - \Omega_0 k \frac{\beta - 2vu_{xx} + 2A_0}{\sqrt{(\beta - 2vu_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2}} + \frac{J_0 k^2}{2} \left. \right\} \times \\ &\times \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{(\beta - 2vu_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2} + \frac{1}{128J_0} \left[ (\beta + 2vu_{xx}) + \sqrt{(\beta - 2vu_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2} \right]^2 - \right. \\ &- \frac{A_0^2}{2J_0} \frac{2\beta_{zx}}{(\beta - 2vu_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2} - \frac{A_0}{3} + \frac{J_0 k^2}{2} \left. \right\}. \end{aligned} \tag{19}$$

Для спектров квазиакустических возбуждений имеем

$$\begin{aligned} \omega_1^2(k) &= \omega_T^2(k) \frac{(E_{10} + 2[A_{32} + \text{Re } A_{22}][1 + \sin 2A]) \left(1 + \frac{a_0 \sin^2 2\theta}{2E_{1-1}}\right) + a_0 \cos^2 2\theta}{E_{10} + 2[A_{32} + \text{Re } A_{22}][1 + \sin 2A]}; \\ \omega_2^2(k) &= \omega_T^2(k) \frac{(E_{10} + 2[A_{32} + \text{Re } A_{22}][1 + \sin 2A]) \left(1 + \frac{a_0 [1 + \cos 2\theta]^2}{2E_{1-1}}\right) + a_0 \sin^2 2\theta}{E_{10} + 2[A_{32} + \text{Re } A_{22}][1 + \sin 2A]}; \\ \omega_3^2(k) &= \omega_T^2(k) \frac{(E_{10} + 2[A_{32} - \text{Re } A_{22}][1 - \sin 2A]) \left(1 + \frac{a_0 [1 + \cos 2\theta]}{E_{1-1}}\right) + \frac{a_0 (1 - \cos 2\theta)}{2}}{E_{10} + 2[A_{32} - \text{Re } A_{22}][1 - \sin 2A]}. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь  $a_0 = v^2/2\eta$  — параметр магнитоупругой связи.

Как показывает анализ спектров квазифононов (20), при любом соотношении констант анизотропии, превосходящих параметр магнитоупругого взаимодействия ( $\beta, \beta_{zx} > a_0$ ), все ветви квазиупругих возбуждений очень слабо взаимодействуют с магнитной подсистемой, и это взаимодействие сводится лишь к перенормировке скорости звука. Так, в случае большой легкоплоскостной анизотропии ( $\beta > \beta^{zx}$ ) спектры квазифононных ветвей остаются линейными по волновому вектору для любой поляризации:

$$\begin{aligned} \omega_1^2(k) &= \omega_T^2(k) \left(1 - \frac{2a_0}{\beta}\right); \quad \omega_2^2(k) = \omega_T^2(k) \left(1 - \frac{2a_0}{\beta}\right); \\ \omega_3^2(k) &= \omega_T^2(k) \left(1 - \frac{2a_0}{\beta_{zx}}\right). \end{aligned}$$

В случае большой наклонной анизотропии ( $\beta^{zx} > \beta$ ) спектры квазифононов также остаются линейными по волновому вектору, т.е. не происходит размягчения квазиакустических возбуждений ни при каких соотношениях материальных параметров, как это наблюдается, например, в [16]:

$$\begin{aligned} \omega_1^2(k) &= \omega_T^2(k) \left(1 - \frac{a_0}{4J_0}\right); \quad \omega_2^2(k) = \omega_T^2(k) \left(1 - \frac{a_0}{4J_0} - \frac{a_0}{\beta_{zx}}\right); \\ \omega_3^2(k) &= \omega_T^2(k) \left(1 - \frac{a_0}{4J_0} - \frac{a_0}{\beta_{zx}}\right). \end{aligned}$$

Это означает, что если в рассматриваемой системе возможен фазовый переход, то он будет идти по квазимагнетонной ветви возбуждений. Из обращения в нуль энергетической щели в спектре квазимагнетонов (19) можно определить соотношения между материальными параметрами системы, при которых УФМ фаза теряет устойчивость. Как следует из выражения (19), энергетическая щель в спектре квазимагнетонов существенно перенормируется за счет магнитоупругого и магнитодипольного взаимодействий, причем эта пере-

нормировка является статической. Как видно из (19), в спектре квазимагнетонов присутствует как стандартное по волновому вектору слагаемое (пропорциональное  $k^2$ ), так и линейное по  $k$ , связанное с влиянием магнитодипольного взаимодействия. Причем эти слагаемые входят в (19) с разными знаками. Это означает, что неустойчивость спектра квазимагнетонов будет наблюдаться не при  $k = 0$ , а при  $k = k^*$ , где

$$k^* = \frac{\Omega_0 (\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0)}{J_0 \sqrt{(\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2}}. \quad (21)$$

Такое поведение спектра квазимагнетонов свидетельствует о том, что одному значению энергии квазимагнетонов соответствует два значения волнового вектора, т.е. в системе возможна реализация пространственно неоднородного (доменного) состояния [24,25].

Таким образом, при ориентации волнового вектора вдоль оси  $OX$  в системе возможен переход в пространственно неоднородное состояние с периодом неоднородности, определяемым соотношением

$$\frac{1}{k^*} = \frac{J_0 \sqrt{(\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2}}{\Omega_0 (\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0)}. \quad (22)$$

Поскольку  $J_0 \gg \Omega_0$ , из (22) очевидно, что период неоднородности очень большой и существенно зависит от соотношений между константами анизотропий: если  $\beta_{zx} > \beta$ , период неоднородности начинает резко увеличиваться и пространственно неоднородное состояние приближается к мономерному, а в пределе  $\beta = 0$  период (22) достигает своего максимального значения. Однако это состояние не будет мономерным, поскольку магнитоупругое и магнитодипольное взаимодействия создают дополнительную легкоплоскостную анизотропию. В противном случае, при  $\beta > \beta_{zx}$ , период неоднородности, наоборот, стремится к своему минимальному значению  $J_0/\Omega_0$ . На рис. 2 приведена зависимость периода неоднородности от констант легкоплоскостной и наклонной анизотропий при  $\mathbf{k} \parallel OX$ .

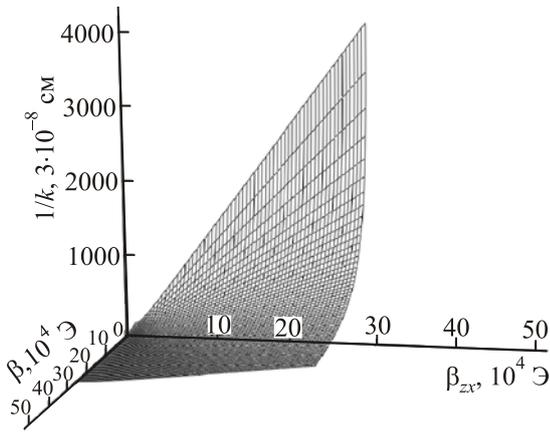


Рис. 2. Зависимость периода неоднородности (22) от констант легкоплоскостной ( $\beta$ ) и наклонной ( $\beta_{zx}$ ) анизотропий при  $\mathbf{k} \parallel OX$ .

С учетом сказанного выше энергетическая щель спектра квазимагнонов (19) обращается в нуль при

следующих критических значениях константы наклонной анизотропии:

1)  $\beta_{zx} > \beta$

$$\beta_{zx}^{C\phi M1} = \frac{1}{30} \left\{ 64J_0 + 2\beta - 6a_0 - \frac{32A_0}{3} - \frac{95\beta^2}{64J_0} \right\}; \quad (23)$$

2)  $\beta > \beta_{zx}$

$$\beta_{zx}^{C\phi M2} = \frac{1}{30} \left\{ 64J_0 + 2\beta - 8a_0 + \frac{104A_0}{3} - \frac{95\beta^2 - 480\Omega_0^2}{64J_0} \right\}. \quad (24)$$

Выражения (23) и (24) определяют линии потери устойчивости УФМ фазы, причем видно, что магнитоупругое и магнитодипольное взаимодействия существенно влияют на область ее существования.

Рассмотрим случай  $\mathbf{k} \parallel OY$ , т.е.  $\psi = \pi/2$ . Спектр низкочастотных квазимагнонов примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^2(k) = & \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{(\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2} + \frac{1}{128J_0} \left[ (\beta + 2\nu u_{xx}) + \sqrt{(\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2} \right]^2 - \right. \\ & \left. \frac{A_0^2}{2J_0} \frac{2\beta_{zx}}{(\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2} + \frac{A_0}{6} \left( 1 + 3 \frac{\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0}{\sqrt{(\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2}} \right) - \Omega_0 k \left( 1 + \frac{\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0}{\sqrt{(\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2}} \right) + \frac{J_0 k^2}{2} \right\} \times \\ & \times \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{(\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2} + \frac{1}{128J_0} \left[ (\beta + 2\nu u_{xx}) + \sqrt{(\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2} \right]^2 - \right. \\ & \left. \frac{A_0^2}{2J_0} \frac{2\beta_{zx}}{(\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2} - \frac{A_0}{3} + \Omega_0 k + \frac{J_0 k^2}{2} \right\}. \quad (25) \end{aligned}$$

Анализ спектров квазифононов приводит к результатам, аналогичным предыдущему случаю: при любом соотношении между константами анизотропии, при условии  $\beta, \beta_{zx} > a_0$ , влияние взаимодействия квазиупругих возбуждений с магнитной подсистемой сводится лишь к статической перенормировке скорости звука для всех поляризации и не приводит к размягчению квазиакустических возбуждений. Так, в случае, когда энергия легкоплоскостной анизотропии превышает энергию наклонной ( $\beta > \beta_{zx}$ ), спектры квазифононных ветвей остаются линейными по волновому вектору для любой поляризации:

$$\begin{aligned} \omega_1^2(k) = \omega_t^2(k) \left( 1 + \frac{a_0}{4J_0} \right); \quad \omega_2^2(k) = \omega_l^2(k); \\ \omega_3^2(k) = \omega_\tau^2(k) \left( 1 - \frac{2a_0}{\beta} \right). \end{aligned}$$

Похожий результат получаем, если наклонная анизотропия превышает легкоплоскостную ( $\beta_{zx} > \beta$ ):

$$\omega_{1,3}^2(k) = \omega_{t,\tau}^2(k) \left( 1 + \frac{a_0}{8J_0} - \frac{a_0}{\beta_{zx}} \right); \quad \omega_2^2(k) = \omega_l^2(k).$$

Следовательно, как и в предыдущем случае, мягкой модой будет низкочастотная квазимагнонная ветвь возбуждений. Рассмотрим подробнее спектр квазимагнонов (25). Как и при ориентации  $\mathbf{k} \parallel OX$ , получаем, что неустойчивость спектра квазимагнонов наблюдается при некотором значении волнового вектора  $k = k^* \neq 0$ :

$$k^* = \frac{\Omega_0}{2J_0} \left( 1 + \frac{\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0}{\sqrt{(\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2}} \right). \quad (26)$$

Следовательно, когда волновой вектор ориентирован вдоль оси  $OY$ , в системе также возможен переход в пространственно неоднородное состояние, однако с другим периодом неоднородности:

$$\frac{1}{k^*} = \frac{2J_0}{\Omega_0 \left( 1 + \frac{\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0}{\sqrt{(\beta - 2\nu u_{xx} + 2A_0)^2 + 4\beta_{zx}^2}} \right)}. \quad (27)$$

Очевидно, что в этом случае период пространственной неоднородности также довольно большой. Однако при любых соотношениях между константами одноионных анизотропий выражение (27) остается конечным, и монокристаллическое состояние не реализуется. Причем если легкоплоскостная анизотропия больше наклонной, то период неоднородности меньше, чем в противоположном случае. На рис. 3 приведена зависимость периода неоднородности от констант легкоплоскостной и наклонной анизотропий при  $\mathbf{k} \parallel OY$ .

Линии потери устойчивости УФМ фазы для данного случая также определены из равенства нулю энергетической щели спектра (25) и имеют вид:

1)  $\beta_{zx} > \beta$

$$\beta_{zx}^{CFM3} = \frac{1}{30} \left\{ 64J_0 + 2\beta - 6a_0 - \frac{32A_0}{3} - \frac{95\beta^2 - 120\Omega_0^2}{64J_0} \right\}; \quad (28)$$

2)  $\beta > \beta_{zx}$

$$\beta_{zx}^{CFM4} = \frac{1}{30} \left\{ 64J_0 + 2\beta - 8a_0 + \frac{104A_0}{3} - \frac{95\beta^2 - 240\Omega_0^2}{64J_0} \right\}. \quad (29)$$

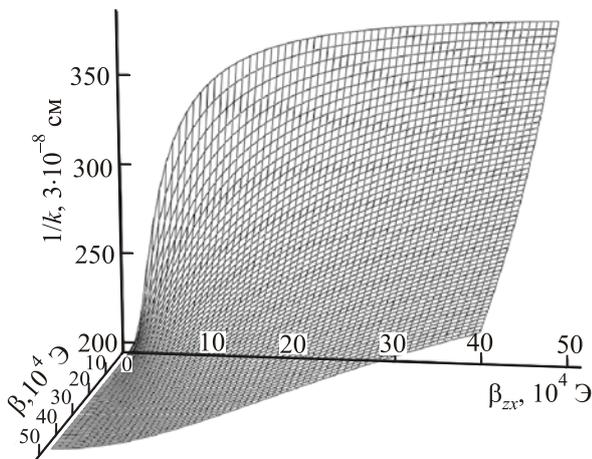


Рис. 3. Зависимость периода неоднородности (27) от констант легкоплоскостной ( $\beta$ ) и наклонной ( $\beta_{zx}$ ) анизотропий при  $\mathbf{k} \parallel OY$ .

Важно обратить внимание на то, что при рассматриваемых соотношениях материальных параметров системы для любой ориентации волнового вектора мягкой модой является квазимагнитная ветвь возбуждений, а квазифононная ветвь практически не взаимодействует с магнитной подсистемой. Это обстоятельство объясняется тем, что фазовый переход из ферромагнитной фазы не является переориентационным.

Более простая модель трехмерного ферромагнетика с сильной одноионной анизотропией типа «легкая плоскость» и механическими граничными условиями изучена в [62]. Аналогичная модель (без учета механических граничных условий) рассмотрена в работах [29,30]. Результаты этого раздела согласуются с результатами этих работ в предельных случаях (например, отсутствия магнитоупругой связи). В других предельных случаях (в отсутствие наклонной или легкоплоскостной анизотропии) результаты данного раздела согласуются с результатами работ [40,41]. Однако учет механических граничных условий и наклонной анизотропии приводит к тому, что гибридизация упругих и магнитных возбуждений становится достаточно слабой, а фазовый переход из УФМ фазы перестает быть переориентационным. К тому же, учет двумерности образца приводит к возможности реализации пространственно неоднородного распределения намагниченности (доменной структуры).

### Случай сильной одноионной анизотропии

Рассмотрим систему при других соотношениях между материальными параметрами:  $\beta_{zx}, \beta > J_0 > \nu, A_0, \Omega_0$ , т.е. энергия одноионных анизотропий превосходит энергию обменного и других взаимодействий. В этом случае для диагонализации одноузельного гамильтониана (3) достаточно выполнить одно действительное унитарное преобразование (7), связывающее состояния  $M = 1$  и  $M = -1$ , причем параметр этого преобразования  $\alpha = -\pi/4$ . В результате для собственных значений и собственных функций одноузельного гамильтониана имеем следующие выражения:

$$E_1 = B_2^0(\theta) + B_2^2(\theta); \quad E_0 = 2B_2^2(\theta);$$

$$E_{-1} = B_2^0(\theta) + 3B_2^2(\theta); \quad (30)$$

$$|\psi(1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle - |-1\rangle); \quad |\psi(0)\rangle = |0\rangle;$$

$$|\psi(-1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |-1\rangle). \quad (31)$$

Из выражения (30) следует, что при любых соотношениях между константами одноионных анизотропий низшим энергетическим уровнем будет уровень  $E_1$ . Минимизируя плотность свободной энергии системы,

получаем значение для равновесного угла ориентации магнитного момента  $\theta_0$

$$\operatorname{tg} 2\theta_0 = -\frac{2\beta_{zx}}{\beta - 2\nu u_{xx}} \quad (32)$$

и спонтанные деформации

$$u_{xx}^{(0)} = -\frac{\nu}{2(\eta + \lambda)} \left( 1 + \frac{\beta}{\sqrt{4\beta_{zx}^2 + \beta^2}} \right); \quad u_{xy}^{(0)} = 0. \quad (33)$$

Как видно из (32), в этом состоянии магнитодипольное взаимодействие не влияет на легкоплоскостную анизотропию, что связано (как будет показано ниже) с равенством нулю среднего значения магнитного момента на узле.

С учетом выражений (32) и (33) получаем, что недиагональные компоненты тензора эффективной анизотропии обращаются в нуль, а отличны от нуля лишь  $B_2^0(\theta)$  и  $B_2^2(\theta)$ . Следовательно, в данном случае, как и в предыдущем, поведение исследуемой системы можно свести к поведению двухосного ферромагнетика. При этом энергетические уровни примут более простой и удобный вид:

$$E_{1,0} = \frac{1}{4} \left\{ (\beta + 2\nu u_{xx}) \mp \sqrt{(\beta - 2\nu u_{xx})^2 + 4\beta_{zx}^2} \right\};$$

$$E_{-1} = \frac{1}{2} (\beta + 2\nu u_{xx}). \quad (34)$$

В рассматриваемом случае операторы Хаббарда, построенные на базисе собственных функций (31), связаны со спиновыми операторами следующими соотношениями:

$$S^z = X^{1-1} + X^{-11}; \quad S^+ = X^{10} + X^{0-1} - X^{01} + X^{-10};$$

$$S^- = (S^+)^{\dagger}. \quad (35)$$

Поскольку низшим уровнем является  $E_1$ , из (35) вытекает, что среднее значение магнитного момента на один узел  $\langle S^z \rangle = 0$ . Несмотря на это обстоятельство, данное состояние не является парамагнитным, а магнитное упорядочение в нем определяется тензорными параметрами порядка:

$$q_2^0 = 3 \langle (S^z)^2 \rangle - S(S+1) = 1; \quad q_2^2 = \langle (S^x)^2 \rangle - \langle (S^y)^2 \rangle = -1;$$

$$q_2^{zx} = \frac{1}{2} \left[ \langle S^x S^z \rangle + \langle S^z S^x \rangle \right] = 0. \quad (36)$$

Такое фазовое состояние принято называть квадрупольным (КУ) [20,54], а его геометрическим образом в спиновом пространстве является одноосный эллипсоид, главная ось которого лежит в плоскости ZOY.

Дисперсионное уравнение связанных магнитоупругих волн справедливо при произвольных соотношениях материальных параметров, следовательно, и в КУ фазе позволяет определить спектры элементарных возбуждений.

Спектр квазимагнонов в КУ фазе имеет две ветви возбуждений:

$$\varepsilon_1^2(k) = E_{1-1} (E_{1-1} + 2A_k^{11}), \quad (37)$$

$$\varepsilon_2^2(k) = E_{10} \left( E_{10} + 4 \left[ A_k^{32} - \operatorname{Re} A_k^{22} \right] \right). \quad (38)$$

Очевидно, что (37) является высокочастотной квазимагнонной ветвью, а (38) — низкочастотной, поэтому для дальнейшего анализа выберем ветвь (38).

Квазифононы в КУ фазе не взаимодействуют с магнитной подсистемой, их спектры в окрестности фазового перехода остаются линейными по волновому вектору и скорость звука неизменной. Причем это наблюдается для любой поляризации квазифононов:

$$\omega_{\varphi}(k) = c_{\varphi} k, \quad \varphi = l, \tau, t.$$

Такое поведение квазиупругих возбуждений связано с тем, что в КУ фазе намагниченность на узле равна нулю и, следовательно, не оказывает влияния на динамику квазиакустических возбуждений.

Как и ранее, мягкой модой в данном фазовом состоянии будет квазимагнонная ветвь (38). Для произвольной ориентации волнового вектора выражение (38) можно представить в явном виде:

$$\varepsilon_2^2 = \frac{1}{2} \sqrt{(\beta - 2\nu u_{xx}^{(0)})^2 + 4\beta_{zx}^2} \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{(\beta - 2\nu u_{xx}^{(0)})^2 + 4\beta_{zx}^2} - 2J_0 - \frac{2}{3} A_0 + 2\Omega_0 k \sin^2 \psi + J_0 k^2 \right\}. \quad (39)$$

Из анализа этого выражения видно, что спектр теряет устойчивость при  $k = 0$ . Следовательно, линия потери устойчивости КУ фазы определяется из равенства нулю энергетической щели спектра (39) и имеет вид

1)  $\beta_{zx} > \beta$

$$\beta_{zx}^{CKV} = \sqrt{4 \left( J_0 + \frac{A_0}{3} \right)^2 - \frac{1}{4} (\beta + 2a_0)^2}, \quad (40)$$

2)  $\beta > \beta_{zx}$

$$\beta_{zx}^{CKV} = \sqrt{4 \left( J_0 + \frac{A_0}{3} \right)^2 - \frac{1}{4} (\beta + 4a_0)^2}. \quad (41)$$

Как следует из (40) и (41), критическое значение константы наклонной анизотропии не зависит от ориентации волнового вектора. Это связано с тем, что в

КУ фазе значение магнитного момента на один узел равно нулю, а компоненты тензора квадрупольных моментов лежат в плоскости  $ZOY$ , т.е. геометрический образ квадрупольного состояния — одноосный эллипсоид — перпендикулярен базисной плоскости. Это приводит к тому, что влияние магнитодипольного взаимодействия проявляется только в статической перенормировке энергетической щели в спектре квази-магнонов (39), но не проявляется динамически.

### Заклучение

Исследованы динамические и статические свойства ультратонких ферромагнитных пленок с комбинацией легкоплоскостной и наклонной анизотропий и механическими граничными условиями. Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы.

Поведение исследуемой системы можно свести к ферромагнетику с эффективной двухосной анизотропией (см. формулу (4)). В такой системе возможно существование различных фазовых состояний, реализация которых зависит от соотношения между материальными параметрами системы.

В случае превалирующего обменного взаимодействия, в рассматриваемой системе реализуется фазовое состояние, характеризуемое векторным параметром порядка (средним магнитным моментом). Причем учет влияния конкурирующих одноионных анизотропий приводит к тому, что магнитный момент в этом состоянии ориентирован в плоскости  $XOZ$  под равновесным углом (10) к оси  $OZ$ . Вследствие этого данное фазовое состояние является угловой ферромагнитной фазой. Магнитоупругое взаимодействие в этой фазе динамически не проявляется, т.е. отсутствует смягчение квазиакустической моды в окрестности линии потери устойчивости УФМ фазы. Результат взаимодействия квазифононов с магнитной подсистемой проявляется лишь в статических перенормировках энергетической щели спектра квазимагнонов (19), (25) и скоростей звука, что связано с неравенством нулю спонтанных деформаций. Такое поведение объясняется тем, что фазовый переход из УФМ фазы не является переориентационным.

Увеличение констант одноионных анизотропий приводит к эффекту квантового сокращения спина. Этот эффект обычно проявляется при наличии легкоплоскостной анизотропии, однако в данном случае он связан как с легкоплоскостной, так и с наклонной одноионной анизотропией. При критических значениях констант анизотропий система переходит в фазовое состояние с равным нулю средним значением магнитного момента на узле. Однако это фазовое состояние не является парамагнитным, поскольку отличны от нуля компоненты тензора квадрупольных моментов. При этом квазиупругие возбуждения не взаимодействуют с магнитной подсистемой и спектры квазифононов остаются линейны-

ми по волновому вектору в окрестности точки фазового перехода. Влияние магнитоупругого взаимодействия, как и в УФМ фазе, проявляется лишь в статической перенормировке квазимагнонного спектра, т.е. в энергетической щели квазимагнонов возникает аддитивная добавка, обусловленная магнитоупругой связью.

Как видно из анализа спектров элементарных возбуждений, «прямого» фазового перехода между УФМ и КУ фазами нет. Фазовый переход между этими состояниями является переходом первого рода и существенно зависит от ориентации волнового вектора. Рассмотрим два предельных случая ориентации волнового вектора:  $\mathbf{k} \parallel OX$  и  $\mathbf{k} \parallel OY$ . Для обоих случаев было показано, что фазовый переход УФМ–КУ фаза идет через пространственно неоднородное состояние. Следовательно, можно сделать вывод, что при любой ориентации волнового вектора в плоскости пленки и любых соотношениях между константами одноионных анизотропий фазовый переход УФМ–КУ фаза является переходом первого рода. Причем в области сосуществования фаз реализуется пространственно неоднородное состояние (доменная структура) с периодом неоднородности, определяемым соотношениями (22), (27) для рассматриваемых случаев. Как видно из (22) и (27), период достаточно большой (особенно если наклонная анизотропия больше легкоплоскостной) и пространственно неоднородное состояние близко к монодоменному. На рис. 4 и 5 приведены зависимости периода пространственной неоднородности от констант легкоплоскостной и наклонной анизотропий соответственно для двух ориентаций волнового вектора. Как видно на этих рисунках, период неоднородности увеличивается с ростом наклонной анизотропии и уменьшается с ростом легкоплоскостной анизотропии. Кроме того, величина периода неоднородности существенным образом зависит от ориентации волнового

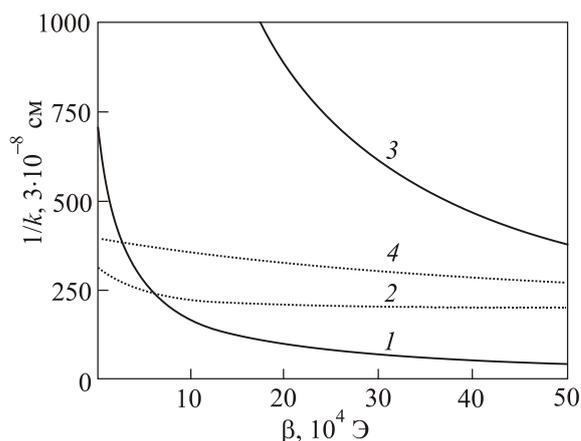


Рис. 4. Зависимости периодов неоднородности для двух ориентаций волнового вектора ( $\mathbf{k} \parallel OX$  и  $\mathbf{k} \parallel OY$ ) от константы легкоплоскостной анизотропии при фиксированном значении наклонной анизотропии. Линия 1 соответствует случаю  $\mathbf{k} \parallel OX$ ,  $\beta_{zx} = 5 \cdot 10^4$  Э, линия 2 —  $\mathbf{k} \parallel OY$ ,  $\beta_{zx} = 5 \cdot 10^4$  Э, линия 3 —  $\mathbf{k} \parallel OX$ ,  $\beta_{zx} = 5 \cdot 10^5$  Э, линия 4 —  $\mathbf{k} \parallel OY$ ,  $\beta_{zx} = 5 \cdot 10^5$  Э.

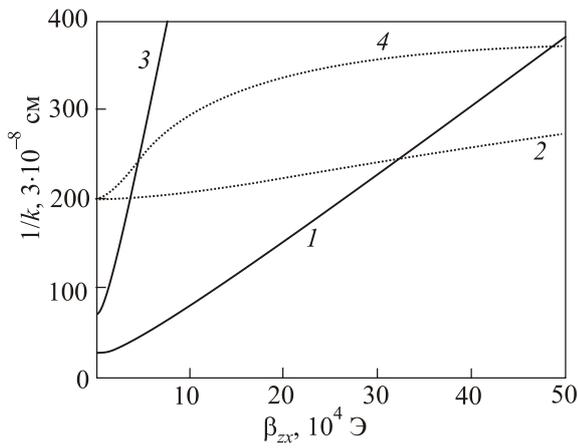


Рис. 5. Зависимости периодов неоднородности для двух ориентаций волнового вектора ( $\mathbf{k} \parallel OX$  и  $\mathbf{k} \parallel OY$ ) от константы наклонной анизотропии при фиксированном значении легкоплоскостной анизотропии. Линия 1 соответствует случаю  $\mathbf{k} \parallel OX$ ,  $\beta = 5 \cdot 10^4$  Э, линия 2 —  $\mathbf{k} \parallel OY$ ,  $\beta = 5 \cdot 10^4$  Э, линия 3 —  $\mathbf{k} \parallel OX$ ,  $\beta = 5 \cdot 10^5$  Э, линия 4 —  $\mathbf{k} \parallel OY$ ,  $\beta = 5 \cdot 10^5$  Э.

вектора. Так, значение периода неоднородности в случае  $\beta_{zx} > \beta$  существенно больше при  $\mathbf{k} \parallel OX$ , чем при  $\mathbf{k} \parallel OY$ . Это связано с тем, что в случае  $\mathbf{k} \parallel OX$  волновой вектор перпендикулярен плоскости крепления и лежит в той же плоскости, что и наклонная анизотропия.

Область сосуществования фаз ограничена линиями устойчивости УФМ (23), (24), (28), (29) и КУ (40), (41) фаз и зависит не только от соотношений между константами одноионных анизотропий, но и от ориентации волнового вектора.

Таким образом, можно построить фазовую диаграмму двумерной ферромагнитной пленки с комбинацией легкоплоскостной и наклонной анизотропий и механическими граничными условиями для двух предельных случаев ориентации волнового вектора:  $\mathbf{k} \parallel OX$  и  $\mathbf{k} \parallel OY$  (рис. 6). Здесь область 1 соответствует случаю  $\beta_{zx} > \beta$ , область 3 — случаю  $\beta > \beta_{zx}$ . Область 2 — численная аппроксимация при произвольных соотношениях констант анизотропии. Стрелки указывают, на какой линии теряют устойчивость соответствующие фазы. Область, ограниченная линиями потери устойчивости соответствующих фаз, является областью сосуществования, в которой может реализовываться пространственно неоднородное состояние (доменная структура). На рис. 6 видно, что фазовый переход происходит с «гистерезисом» линий потери устойчивости соответствующих фаз (на рис. 6 это указано стрелками). Такое поведение линий потери устойчивости соответствующих фаз характерно для фазовых переходов первого рода. Необходимо отметить, что при  $\mathbf{k} \parallel OY$  фазовая диаграмма имеет качественно тот же вид, что и при  $\mathbf{k} \parallel OX$ , однако линии потери устойчивости УФМ фазы определяются соотношениями (28)

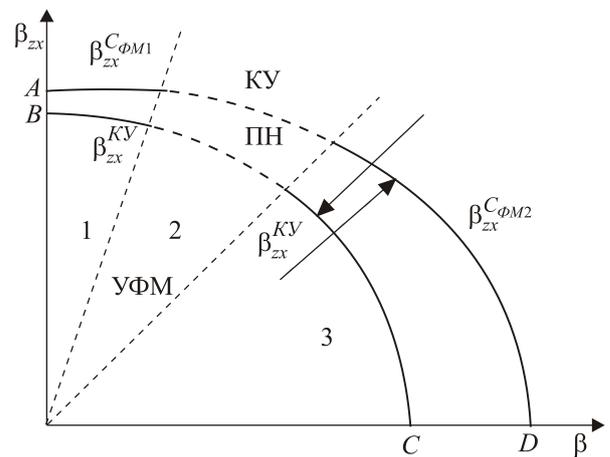


Рис. 6. Фазовая диаграмма ультратонкой ферромагнитной пленки с комбинацией легкоплоскостной и наклонной анизотропий при  $\mathbf{k} \parallel OX$ .

(область 1) и (29) (область 3). Линии устойчивости КУ фазы не зависят от ориентации волнового вектора и для обоих направлений  $\mathbf{k}$  определяются соотношениями (40) (область 1) и (41) (область 3). На рис. 6 введены следующие обозначения:

$$A = \frac{32J_0}{15} - \frac{a_0}{5} - \frac{A_0}{3}; \quad B = 2 \left( J_0 + \frac{A_0}{3} \right);$$

$$C = 4 \left( J_0 - a_0 + \frac{A_0}{3} \right);$$

$$D = \frac{16}{3} \left( J_0 - \frac{10A_0}{3} \right) - 10a_0 + \frac{25\Omega_0^2}{4J_0}.$$

Следует отметить, что в работах [63,64] была рассмотрена аналогичная система с комбинацией наклонной и легкоплоскостной анизотропий и магнитодипольным взаимодействием в отсутствие магнитоупругого взаимодействия, и следовательно, без учета механических граничных условий, для двух предельных случаев ( $\beta > \beta_{zx}$  и  $\beta_{zx} > \beta$ ). В этих работах показано, что при сильных анизотропиях, причем как при сильной легкоплоскостной, так и сильной наклонной, возможна реализация однородной КУ фазы, а при сильном обменном взаимодействии — однородной УФМ фазы. Результат влияния магнитодипольного взаимодействия — реализация пространственно неоднородного состояния, являющегося областью сосуществования однородных фаз, аналогичен полученному в данной работе. Однако, как было упомянуто ранее, наличие магнитоупругой связи приводит к существенному изменению как линий устойчивости, так и области существования фаз. При этом влияние магнитоупругого взаимодействия на область существования УФМ фазы минимально: при характерных значениях материальных параметров ( $J_0 \sim 2$  МЭ,  $\beta_{zx}$ ,  $\beta \sim 100$  кЭ,  $a_0 \sim 1,5$  кЭ,  $A_0 \sim 14$  кЭ,  $\Omega_0 \sim 10$  кЭ [65]) изменение области существования ферромагнит-

ного состояния по сравнению со случаем отсутствия магнитоупругой связи [63,64] составляет порядка 1%. Однако ситуация существенно меняется в случае сильных одноионных анизотропий, т.е. в КУ фазе. В этом состоянии (при  $J_0 \sim 2$  МЭ,  $\beta_{zx}$ ,  $\beta \sim 2,5$  МЭ,  $a_0 \sim 1,5$  кЭ,  $A_0 \sim 14$  кЭ,  $\Omega_0 \sim 10$  кЭ) изменение области существования квадрупольного состояния может меняться от  $\sim 5-8\%$  (при  $\beta_{zx} > \beta$ ) до  $\sim 12-15\%$  (при  $\beta > \beta_{zx}$ ). Такое влияние магнитоупругого взаимодействия можно объяснить тем обстоятельством, что природа одноионной анизотропии и магнитоупругого взаимодействия одинакова. Таким образом, эффекты, связанные с магнитоупругим взаимодействием, усиливаются одноионной анизотропией [66].

Таким образом, учет магнитоупругого взаимодействия приводит к ряду особенностей в поведении системы. Во-первых, на фазовой диаграмме видно, что линия устойчивости КУ фазы лежит ниже линии устойчивости УФМ фазы, что характерно для фазовых переходов первого рода. Во-вторых, наличие магнитоупругой связи приводит к изменению области существования УФМ и КУ фаз. Причем это изменение областей устойчивости может быть достаточно существенным. Поскольку механизм формирования одноионной анизотропии и магнитоупругой связи является спин-орбитальное взаимодействие, в рассматриваемом нами случае больших значений наклонной и легкоплоскостной анизотропий магнитоупругое взаимодействие может быть достаточно большим, как это наблюдается, например, в редкоземельных магнетиках [66].

1. M. Farle, V. Mirwald-Schulz, A.N. Anisimov, W. Platow, and K. Baberschke, *Phys. Rev. B* **55**, 3708 (1997).
2. М.Б. Сагдаткиреева, В.В. Румянцева, *Известия РАН. Серия физическая* **74**, 1143 (2010).
3. М.Б. Сагдаткиреева, *Известия РАН. Серия физическая* **67**, 979 (2003).
4. F. Schedin, L. Hewitt, P. Morrall, V.N. Petrov, G. Thornton, S. Case, M.F. Thomas, and V.M. Uzdin, *Phys. Rev. B* **58**, 11861 (1998).
5. E.M. Gyorgy, A. Rosencwaig, E.I. Blount, W.J. Tabor, and M.E. Lines, *Appl. Phys. Lett.* **18**, 479 (1971).
6. А.Р. Прокопов, С.В. Дубинко, А.О. Хребтов, М.Н. Гремина, *ФТТ* **39**, 1415 (1997).
7. Л.Я. Арифов, Ю.А. Фридман, В.И. Бутрим, О.А. Космачева, *ФНТ* **27**, 860 (2001) [*Low Temp. Phys.* **27**, 636 (2001)].
8. В.И. Бутрим, С.В. Дубинко, Ю.Н. Мицай, *ФТТ* **45**, 1052 (2003).
9. В.В. Рандошкин, М.Ю. Гусев, Ю.Ф. Козлов, Н.С. Неустроев, *ЖТФ* **70**, 118 (2000).
10. M.J. Donahue, L.H. Bennet, R.D. McMichael, L.J. Swartzendruber, A.J. Shapiro, V.I. Nikitenko, V.S. Gornakov, L.M. Dedukh, A.F. Khapikov, V.N. Matveev, and V.I. Levashov, *J. Appl. Phys.* **79**, 5315 (1996).
11. C.L. Dennis, R.P. Borges, L.D. Buda, U. Ebels, J.F. Gregg, M. Hehn, E. Jouguelet, K. Ounadjela, I. Petej, I.L. Prejbeanu, and M.J. Thornton, *J. Phys.: Condens. Matter* **14**, R1175 (2002).
12. J.M. Shaw, W.H. Rippard, S.E. Russek, T. Reith, and C.M. Falco, *J. Appl. Phys.* **101**, 023909 (2007).
13. O. Hellwig, A. Berger, T. Thomson, E. Dobisz, Z.Z. Bandic, H. Yang, D.S. Kercher, and E.E. Fullerton, *Appl. Phys. Lett.* **90**, 162516 (2007).
14. C. Bunce, J. Wu, G. Ju, B. Lu, D. Hinzke, N. Kazantseva, U. Nowak, and R.W. Chantrell, *Phys. Rev. B* **81**, 174428 (2010).
15. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *ЖЭТФ* **35**, 228 (1958).
16. Е.А. Туров, В.Г. Шавров, *УФН* **140**, 429 (1983).
17. Е.А. Туров, В.Г. Шавров, *ФТТ* **7**, 217 (1965).
18. В.Г. Барьяхтар, И.М. Витебский, Н.М. Лавриненко, В.Л. Соболев, *ЖЭТФ* **23**, 2664 (1986).
19. Б.А. Иванов, Е.В. Тартаковская, *Письма в ЖЭТФ* **63**, 792 (1996); В.А. Ivanov and E.V. Tartakovskaya, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 386 (1996).
20. Ю.Н. Мицай, Ю.А. Фридман, *УФЖ* **35**, 459 (1990).
21. В.Г. Барьяхтар, Е.А. Туров, в сб. *Электронная структура и электронные свойства металлов и сплавов*, Наукова думка, Киев (1988), с. 39.
22. С.В. Малеев, *ЖЭТФ* **70**, 2374 (1976).
23. Yu.A. Fridman, D.V. Spirin, and Ph.N. Klevets, *Physica Status Solidi (b)* **232**, 264 (2002).
24. R.P. Erickson and D.L. Mills, *Phys. Rev. B* **46**, 861 (1992).
25. В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, *ЖЭТФ* **72**, 1504 (1977).
26. Yu.A. Fridman, D.A. Matunin, Ph.N. Klevets, and O.A. Kosmachev, *J. Magn. Magn. Mater.* **321**, 3782 (2009).
27. R. Antos, Y. Otani, and J. Shibata, *J. Phys. Soc. Jpn.* **77**, 031004 (2008).
28. В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, М.В. Четкин, *УФН* **146**, 417 (1985).
29. Yu.A. Fridman, Ph.N. Klevets, and D.V. Spirin, *Physica Status Solidi (b)* **241**, 1106 (2004).
30. Yu.A. Fridman, Ph.N. Klevets, and D.V. Spirin, *New Developments in Ferromagnetism Research*, Nova Science, N.-Y. (2005), p. 291.
31. В.М. Локтев, В.С. Островский, *ФНТ* **20**, 983 (1994) [*Low Temp. Phys.* **20**, 775 (1994)].
32. Ю.В. Переверзев, В.Г. Борисенко, *ФТТ* **26**, 1249 (1984).
33. Ю.В. Переверзев, В.Г. Борисенко, *ФНТ* **11**, 730 (1985) [*J. Low Temp. Phys.* **11**, 400 (1985)].
34. Ф.П. Онуфриева, *ЖЭТФ* **89**, 2270 (1985).
35. В.С. Островский, *ФТТ* **18**, 1041 (1976).
36. В.М. Локтев, В.С. Островский, *ФТТ* **21**, 3559 (1979).
37. В.М. Локтев, *ФНТ* **7**, 1184 (1981) [*J. Low Temp. Phys.* **7**, 575 (1981)].
38. В.М. Калига, И.М. Иванова, В.М. Локтев, *ФНТ* **28**, 667 (2002) [*Low Temp. Phys.* **28**, 475 (2002)].
39. Y.A. Fridman, O.A. Kosmachev, and P.N. Klevets, *Eur. Phys. J. B* **81**, 185 (2011).

40. В.М. Калита, И.М. Иванова, В.М. Локтев, *ТМФ* **173**, 333 (2012).
41. В.С. Островский, *ЖЭТФ* **91**, 1690 (1986).
42. В.А. Ivanov and A.K. Kolezhuk, *Phys. Rev. B* **68**, 052401 (2003).
43. В.А. Ivanov, R.S. Khymyn, and A.K. Kolezhuk, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 047203 (2008).
44. V.G. Bar'yakhtar, V.I. Butrim, A.K. Kolezhuk, and В.А. Ivanov, *Phys. Rev. B* **87**, 224407 (2013).
45. T.A. Toth, A.M. Launchli, F. Mila, and K. Penc, *Phys. Rev. B* **85**, 140403 (2012).
46. T. Moria, *Phys. Rev.* **117**, 635 (1960).
47. Э.Л. Нагаев, *Магнетики со сложными обменными взаимодействиями*, Наука, Москва (1988).
48. В.А. Ivanov, A.K. Kolezhuk, and G.M. Wysin, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 511, (1996).
49. E.G. Galkina, A.Yu. Galkin, В.А. Ivanov, and Franco Nori, *Phys. Rev. B* **81**, 184413 (2010).
50. Б.А. Иванов, Р.С. Химин, *ФНТ* **34**, 236 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 182 (2008)].
51. В.И. Бутрим, Б.А. Иванов, А.С. Кузнецов, Р.С. Химин, *ФНТ* **34**, 1266 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 997 (2008)].
52. F. Michaud and F. Mila, *Phys. Rev. B* **88**, 094435 (2013).
53. A. Smerald and N. Shannon, *Phys. Rev. B* **88**, 184430 (2013).
54. Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev, and Ph.N. Klevets, *J. Magn. Mater.* **320**, 435 (2008).
55. K. Stevens, *Proc. Phys. Soc. A* **65**, 209 (1952).
56. В.В. Вальков, *ТМФ* **76**, 143 (1988).
57. Р.О. Зайцев, *ЖЭТФ* **68**, 207 (1975).
58. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Статистическая физика, часть I*, Наука, Москва (1976), с. 583.
59. В.Г. Барьяхтар, В.Н. Криворучко, Д.А. Яблонский, *Функции Грина в теории магнетизма*, Наукова думка, Киев (1984), с. 336.
60. Ю.Н. Мицай, Ю.А. Фридман, *ТМФ* **81**, 263 (1989).
61. В.В. Вальков, Т.А. Валькова, С.Г. Овчинников, *ЖЭТФ* **88**, 550 (1985).
62. Ю.А. Фридман, Г.А. Гореликов, *ЖЭТФ* **144**, 147 (2013).
63. Ю.А. Фридман, Ф.Н. Клевец, Г.А. Гореликов, *ЖЭТФ* **141**, 748 (2012).
64. Ю.А. Фридман, Ф.Н. Клевец, Г.А. Гореликов, А.Г. Мелешко, *ЖЭТФ* **142**, 1155 (2012).
65. Е.А. Туров, А.А. Луговой, В.Д. Бучельников, Ю.А. Кузавко, В.Г. Шавров, О.В. Ян, *Препринт*, Ин-т физики металлов АН СССР, 86/4, Свердловск, 25 (1986).
66. К.П. Белов, *Редкоземельные магнетики и их применение*, Наука, Москва (1980), с. 239.

The dynamic and static properties of the rigidly fixed ultrathin spin-1 ferromagnet film with competing anisotropies

G.A. Gorelikov, A.G. Meleshko, and Yu.A. Fridman

The phase states and phase transitions of the ultrathin ferromagnetic spin-1 film with a combination of inclined and easy-plane anisotropies and mechanical boundary conditions have been investigated within the mean-field approximation. The realization of angular ferromagnetic phase, quadrupolar phase, spatially inhomogeneous state is possible and depends of the relationship between material parameters. The spectra of elementary excitations and the lines of stability of these phases are determined. The analysis of stability lines has allowed the phase diagram of the system to be constructed.

PACS: **75.10.-b** General theory and models of magnetic ordering;  
**75.30.Kz** Magnetic phase boundaries (including classical and quantum magnetic transitions, metamagnetism, etc.);  
**75.30.Gw** Magnetic anisotropy;  
**75.70.-i** Magnetic properties of thin films, surfaces, and interfaces;  
**75.70.Ak** Magnetic properties of monolayers and thin films.

Keywords: inclined anisotropy, easy-plane anisotropy, magnetodipole interaction, magnetoelastic interaction.