

Спиновые волны в легкоосном антиферромагнетике с прецессирующей доменной стенкой

М.М. Богдан, О.В. Чаркина

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: bogdan@ilt.kharkov.ua
charkina@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 25 октября 2013 г.

В рамках уравнений для вектора антиферромагнетизма исследованы спектр спиновых волн и их рассеяние на доменной стенке с прецессирующими спинами в легкоосном антиферромагнетике в постоянном магнитном поле, направленном вдоль легкой оси. Показано, что такое магнитное поле может быть полностью исключено из уравнений движения, в результате чего они могут быть приведены к лоренц-инвариантному виду. Решена задача о спектре слабых возбуждений прецессирующей доменной стенки и найдены точные решения линеаризованных уравнений, описывающие распространение спиновых волн в антиферромагнетике с такой доменной стенкой. Получено явное выражение для коэффициента отражения спиновых волн от доменной стенки как функции волновых векторов падающей и прошедшей волны и его зависимость от частоты спиновых волн. Найден интервал частот, в котором происходит их полное отражение, и продемонстрировано резкое убывание коэффициента отражения выше верхней границы этого интервала. Показано, что полученные результаты могут быть обобщены на случай движущейся доменной стенки в трехмерном кристалле.

У рамках рівнянь для вектора антиферромагнетизму досліджено спектр спінових хвиль та їх розсіяння на доменній стінці зі спінами, що здійснюють прецесію у легкоосному антиферромагнетикі у постійному магнітному полі, яке спрямоване уздовж легкої вісі. Показано, що таке магнітне поле може бути повністю виключено з рівнянь руху, внаслідок чого вони можуть бути приведені до лоренц-інваріантної форми. Розв'язано задачу щодо спектра слабких збуджень доменної стінки з прецесією та знайдено точні розв'язки лінеаризованих рівнянь, які описують розповсюдження спінових хвиль у антиферромагнетикі з такою доменною стінкою. Отримано явний вираз для коефіцієнта відбиття спінових хвиль від доменної стінки як функції хвильових векторів падаючої хвилі та тієї, що пройшла крізь стінку, і його залежність від частоти спінових хвиль. Знайдено інтервал частот, в якому відбувається їх повне відбиття, та продемонстровано різке спадання коефіцієнта відбиття вище верхньої межі цього інтервалу. Показано, що отримані результати можуть бути узагальнені на випадок рухомої доменної стінки в тривимірному кристалі.

PACS: 75.60.Ch Доменные стенки и доменная структура;
75.50.Ee Антиферромагнитные материалы;
76.50.+g Антиферромагнитный резонанс;
75.30.Ds Спиновые волны.

Ключевые слова: антиферромагнетик, легкоосная анизотропия, доменная стенка, спиновые волны, спектр возбуждений, коэффициент отражения.

Введение

Описанию динамики доменных стенок в анизотропных антиферромагнетиках и спиновых волн на их фоне на сегодняшний день посвящен ряд обзоров и монографий [1–6]. Первые результаты, начиная с пионерских работ Д. Пола [7,8], были получены в рамках

уравнений Ландау–Лифшица для намагниченностей двух подрешеток антиферромагнетика. Существенный прогресс в описании нелинейной динамики анизотропных антиферромагнетиков был достигнут после независимого вывода рядом авторов [9–11] уравнения движения для вектора антиферромагнетизма и демонстрации того, что такое уравнение может быть получе-

но в рамках феноменологического лагранжевого подхода [12]. Это позволило в 80-е годы прошлого века получить явный вид решений, отвечающих антиферромагнитным доменным стенкам, и найти более общие, двухпараметрические решения — доменные стенки, в которых спины совершают прецессию вокруг оси легкой намагничивающей. В модели одномерного легкоосного антиферромагнетика такие возбуждения с пространственно локализованными спиновыми осцилляциями, которым отвечает внутренняя степень свободы, были квазиклассически проквантованы Ф.Д.М. Халдейном [13], И.В. Барьяхтаром и Б.А. Ивановым [14] и названы И. Аффлеком аналогами *дионов* в антиферромагнитных цепочках [15].

Помимо чисто теоретического интереса к этим частицеподобным возбуждениям существует прикладной аспект изучения их динамики в связи с возможным их вкладом в рассеяние ультразвука в квазиодномерных антиферромагнетиках [16]. В работе [17] высказана идея о солитонном механизме рассеяния фононов в процессах поглощения ультразвука, где под солитонами подразумевали одномерные доменные границы. Однако теоретическое описание взаимодействия доменных границ и звуковых волн предполагает последовательное решение задач о динамике спиновых волн в присутствии доменной границы и рассеянии на них звуковых колебаниях. Для антиферромагнетика с легкоплоскостной анизотропией подобная проблема о связанных магнитоупругих волнах решена в работах [18,19].

Знание спектра спиновых волн и характерных особенностей их рассеяния на магнитных солитонах необходимо для построения феноменологической термодинамики нелинейных возбуждений в низкоразмерных антиферромагнетиках [4]. Вместе с тем число точно решаемых задач о малых колебаниях доменных границ в антиферромагнетиках невелико. В работе [20] были получены линеаризованные уравнения для слабых возбуждений над статической доменной границей без прецессии в двухосном антиферромагнетике при различных значениях постоянного магнитного поля (как меньших, так и больших поля спин-флопа). В общем случае решение спектральной проблемы для этих уравнений найти не удастся. В отсутствие магнитного поля [4] две ветви колебаний, отвечающие малым колебаниям полярного и азимутального угла для вектора антиферромагнетизма, оказываются несвязанными, и задача о спектре спиновых волн разделяется на две независимые для известного оператора с безотражательным потенциалом [21]. При наличии магнитного поля точное решение задачи о спектре спиновых волн в антиферромагнетике с доменной стенкой даже для случая легкоосной анизотропии до настоящего времени отсутствовало.

В данной работе показано, что в случае легкоосного антиферромагнетика магнитное поле, направленное

вдоль легкой оси, может быть исключено из уравнения для вектора антиферромагнетизма переходом в систему координат, вращающуюся вместе с этим вектором вокруг легкой оси. При этом уравнения движения становятся лоренц-инвариантными и задача о рассеянии спиновых волн на неподвижной доменной стенке с прецессирующими спинами может быть решена точно, а полученные результаты могут быть достаточно просто обобщены на случай движущейся доменной стенки в трехмерном кристалле.

Уравнение динамики легкоосного антиферромагнетика в магнитном поле и его решение для прецессирующей доменной стенки

Уравнение Лагранжа для единичного вектора антиферромагнетизма $\mathbf{l} = (l_x, l_y, l_z)$ в случае легкоосного антиферромагнетика, находящегося в постоянном магнитном поле \mathbf{H} , направленном вдоль легкой оси z , имеет следующий вид [9–12]:

$$\mathbf{l} \times \left(\frac{\partial^2 \mathbf{l}}{\partial \tau^2} - c^2 \frac{\partial^2 \mathbf{l}}{\partial \xi^2} \right) - \omega_0^2 (\mathbf{l} \cdot \mathbf{n})(\mathbf{l} \times \mathbf{n}) - 2g \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial \tau} (\mathbf{l} \cdot \mathbf{h}) + g^2 (\mathbf{l} \cdot \mathbf{h})(\mathbf{l} \times \mathbf{h}) = 0. \quad (1)$$

Здесь c — скорость спиновых волн в изотропном случае без поля, g — гиромагнитное отношение, ω_0 — частота однородного антиферромагнитного резонанса, \mathbf{n} — единичный вектор вдоль легкой оси z . Для простоты рассматриваем зависимость от одной координаты, обобщение на трехмерный случай будет дано при обсуждении результатов. Уравнение (1) можно записать в безразмерном виде

$$\mathbf{l} \times \left(\frac{\partial^2 \mathbf{l}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \mathbf{l}}{\partial x^2} \right) - (\mathbf{l} \cdot \mathbf{n})(\mathbf{l} \times \mathbf{n}) - 2 \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} (\mathbf{l} \cdot \mathbf{h}) + (\mathbf{l} \cdot \mathbf{h})(\mathbf{l} \times \mathbf{h}) = 0, \quad (2)$$

используя безразмерные время $t = \omega_0 \tau$, координату $x = \omega_0 \xi / c$ и поле $\mathbf{h} = h \mathbf{n}$ с амплитудой $h = gH / \omega_0$. Вводя комплексную функцию Ψ и угловые переменные

$$\Psi = l_x + i l_y = \sin \theta \exp(i\varphi), \quad (3)$$

перепишем уравнение (2) в следующем виде:

$$l_z \hat{D} \Psi - \Psi \hat{D} l_z + (1 - h^2) l_z \Psi + 2i h l_z \Psi_t = 0, \quad (4)$$

где оператор $\hat{D} = \partial^2 / \partial t^2 - \partial^2 / \partial x^2$. Из уравнения (4), линеаризованного вблизи равновесного состояния $\mathbf{l}_0 = (0, 0, 1)$, для малой добавки $\Delta \Psi = \Psi - \Psi_0 \propto \exp(i\omega t)$ находим две ветви спектра спиновых волн с положительными частотами $\omega = \omega_{\pm}(k) = \sqrt{1 + k^2} \pm h$ и вторую пару ветвей с отрицательными частотами $\omega = -\omega_{\pm}(k)$, что полностью совпадает с классическими результатами для двухподрешеточного легкоосного антиферро-

магнетика в магнитном поле, меньшем поля спинфлота ($h < 1$) [22].

Вместе с тем несложно заметить, что параметр магнитного поля может быть полностью удален из уравнений движения. После выделения в явном виде прецессии в магнитном поле путем замены переменной $\psi = \Psi \exp(-iht)$ уравнение (4) сводится к случаю чисто легкоосного антиферромагнетика, приобретая компактный и очевидный лоренц-инвариантный вид:

$$l_z \hat{D} \Psi - \Psi \hat{D} l_z + l_z \Psi = 0. \quad (5)$$

На подобную возможность исключения магнитного поля переходом в спиновом пространстве в систему координат, вращающуюся с вектором антиферромагнетизма, указано ранее в работе одного из авторов [23].

Неподвижное решение уравнения (5), описывающее доменную стенку с прецессирующими спинами, было найдено рядом авторов [9, 11, 13]:

$$\Psi_0 = \sin \theta_0 \exp(i\phi_0) = \frac{\exp(i\Omega t)}{\text{ch } \kappa x}, \quad l_z^0 = \cos \theta_0 = -\text{th } \kappa x, \quad (6)$$

где параметр, определяющий ширину доменной стенки, связан с частотой прецессии соотношением $\kappa = \sqrt{1 - \Omega^2}$. Как отмечено И. Аффлекком [15], в одномерной модели антиферромагнетика решение (6) для прецессирующей доменной границы реализует в физике твердого тела концепцию *диона* — частицы с электрическим (топологическим) и магнитным зарядом в калибровочной теории поля. Решение уравнения (5), движущееся со скоростью V , легко получается в результате лоренц-преобразования координаты и времени:

$$\Psi_m(x, t) = \frac{\exp\left(i\Omega \frac{t - Vx}{\sqrt{1 - V^2}}\right)}{\text{ch}\left(\kappa \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2}}\right)}, \quad l_z^m = -\text{th}\left(\kappa \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2}}\right). \quad (7)$$

Впервые движущееся решение в легкоосном антиферромагнетике в магнитном поле получено в работе [9], где параметрами решения были скорость и размерная частота $\tilde{\Omega}$ в системе координат, движущейся с доменной стенкой. Легко установить эквивалентность выражения $\psi_m(x, t) = \Psi_m(x, t) \exp(-iht)$ для движущейся доменной стенки и решения, найденного в работе [9], если потребовать следующую связь между их частотными параметрами: $\Omega = (h + \tilde{\Omega}/\omega_0)/\sqrt{1 - V^2}$. Заметим, что случаю неподвижной доменной стенки с равной нулю частотой $\tilde{\Omega}$ соответствует значение $\underline{\Omega} = h$ в решении (6). Тогда очевидно, что $\psi_0(x) = 1/\text{ch}(\sqrt{1 - h^2} x)$ представляет собой решение исходного уравнения (4) с параметром магнитного поля h , которое описывает статическую доменную стенку без прецессии. Переходя к исследованию спектра спиновых волн в антифер-

ромагнетике с прецессирующей доменной стенкой, заметим, что достаточно рассмотреть малые возмущения над неподвижной доменной стенкой, после чего результаты для движущейся стенки легко находятся с помощью лоренц-преобразования координаты и времени в полученных решениях уравнения (5).

Спектр спиновых волн в антиферромагнетике с прецессирующей доменной стенкой

Уравнения для слабых возмущений, которые распространяются в антиферромагнетике, содержащем доменную стенку с прецессией спинов (6), проще всего выглядят в терминах малых отклонений угловых переменных от их значений θ_0 и ϕ_0 , а именно в переменных $u = \theta - \theta_0$ и $v = \sin \theta_0 (\phi - \phi_0)$:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \kappa^2 \left(1 - \frac{2}{\text{ch}^2 \kappa x} \right) \right] u = -2\Omega \text{th } \kappa x \frac{\partial v}{\partial t}, \quad (8)$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \kappa^2 \left(1 - \frac{2}{\text{ch}^2 \kappa x} \right) \right] v = 2\Omega \text{th } \kappa x \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (9)$$

Заметим, что при замене параметра Ω на h эта система линеаризованных уравнений описывает возмущения над статической доменной стенкой $\psi_0(x)$, находящейся в магнитном поле. Система уравнений (8), (9) сводится к одному уравнению для комплексной функции $\chi = u + iv$:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \kappa^2 \left(1 - \frac{2}{\text{ch}^2 \kappa x} \right) - 2i\Omega \text{th } \kappa x \frac{\partial}{\partial t} \right] \chi = 0. \quad (10)$$

Задача о спектре спиновых волн и их рассеянии на доменной стенке после выделения явной зависимости решения от времени $\chi(x, t) = w(x) \exp(i\omega t)$ принимает вид спектральной проблемы для одномерного оператора типа Шредингера:

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right) w(x) \equiv \\ & \equiv \left(-\frac{d^2}{dx^2} + \kappa^2 \left(1 - \frac{2}{\text{ch}^2 \kappa x} \right) + 2\omega\Omega \text{th } \kappa x - \omega^2 \right) w(x) = 0. \quad (11) \end{aligned}$$

Отметим, что параметр ω в области сплошного спектра имеет смысл частоты спиновых волн в системе координат, вращающейся с частотой Ω , в то время как в исходной лабораторной системе координат частота спиновых волн очевидно равна $\omega_{sw} = \omega + \Omega$. Общий анализ спектральной задачи (11) позволяет сделать ряд выводов о свойствах малых возмущений прецессирующей антиферромагнитной стенки. Заметим, что шредингеровский эрмитов оператор обладает «потенциальной энергией» в виде суммы безотражательного потенциала Пешля–Теллера и потенциальной ступень-

ки [21], высота которой зависит как от параметра Ω , так и от собственного значения ω . В отсутствие прецессии, т.е. при $\Omega = 0$, решение спектральной задачи (11) с безотражательным потенциалом хорошо известно [21]: спиновые волны проходят через доменную стенку, приобретая только сдвиг фазы прецессии. Знание этого сдвига фаз позволяет строить последовательную феноменологическую термодинамику доменных стенок в квазиодномерных антиферромагнетиках, рассматривая их как собственные нелинейные возбуждения системы [4].

При отличном от нуля значении параметра Ω уравнение (11) по-прежнему имеет решение с нулевым собственным значением $\omega = 0$, отвечающим сдвиговой моде. С изменением параметра Ω форма потенциала $V(x)$ изменяется, однако не меняется положение в нем нулевого уровня основного состояния. Легко найти асимптотики потенциала — значения констант, к которым он стремится в пределе $x \rightarrow \pm\infty$:

$$V(-\infty) = 1 - (\omega + \Omega)^2 \quad \text{и} \quad V(+\infty) = 1 - (\omega - \Omega)^2.$$

Введем обозначения для характерных частот $\omega_{\pm} = 1 \pm \Omega$. Из анализа общих свойств одномерного движения в квантовой механике [21] непосредственно следует, что возможные другие связанные состояния могли бы существовать при частотах $0 < \omega < \omega_-$, при частотах $\omega_- < \omega < \omega_+$ спектр спиновых волн является непрерывным и невырожденным, при этом происходит их полное отражение от доменной стенки, а при $\omega > \omega_+$ существует непрерывный двукратно вырожденный спектр спиновых волн, которые рассеиваются на доменной стенке. При отрицательных значениях частоты ω форма потенциала является зеркальным отражением относительно оси ординат формы потенциала при положительных частотах: $V(x, -\omega) = V(-x, \omega)$. Поэтому оказывается достаточным найти решение спектральной задачи и характеристики процесса рассеяния спиновых волн доменной стенкой только в указанных выше интервалах положительных частот, рассматривая ее по полной аналогии со стандартной задачей квантовой механики рассеяния частицы на потенциале $V(x)$ [21].

Рассеяние спиновых волн на прецессирующей доменной стенке

Покажем, что уравнение (11) в общем случае сводится к гипергеометрическому уравнению и найдем с помощью соответствующих точных решений коэффициент отражения спиновых волн от доменной стенки.

Проведем в уравнении (11) замену переменной: $z = -\exp(-2\kappa x)$. Тогда уравнение для $w(z)$ принимает вид

$$z(1-z) \frac{d^2 w}{dz^2} + (1-z) \frac{dw}{dz} + \left(\alpha^2 - \frac{\beta^2}{z} - \frac{2}{1-z} \right) w = 0, \quad (12)$$

где параметры α и β — функции частоты ω :

$$\alpha = \frac{1}{2\kappa} \sqrt{1 - (\omega + \Omega)^2}, \quad \beta = \frac{1}{2\kappa} \sqrt{1 - (\omega - \Omega)^2}. \quad (13)$$

После подстановки $w(z) = z^\beta (1-z)^{-1} f(z)$ уравнение (12) приводится к стандартному гипергеометрическому уравнению

$$z(1-z) \frac{d^2 f}{dz^2} + [c - (a+b+1)z] \frac{df}{dz} - abf = 0 \quad (14)$$

с параметрами $a = \alpha - \beta - 1$, $b = \alpha + \beta - 1$ и $c = 2\alpha + 1$. Его решением является гипергеометрическая функция $f(z) = F(a, b; c; z)$ [24]. Для существования дискретного спектра необходимо, чтобы a или b равнялись нулю или целому отрицательному числу. Легко убедиться, что единственная возможность — это равенство нулю частоты ω , которой отвечает сдвиговая мода с $w_0(x) = 1/\text{ch } \kappa x$.

Исследуем теперь состояния сплошного спектра. Рассмотрим предельный вид решения при $z \rightarrow 0$ или $x \rightarrow \infty$. В этом случае решение для функции $w(x)$ имеет следующую асимптотику:

$$w(x) \approx C e^{-2\beta x} (1 + e^{-2x})^{-1}, \quad (15)$$

поскольку гипергеометрическая функция $f(z)$ в таком пределе стремится к константе. Если частота ω находится в интервале $\omega_- < \omega < \omega_+$, то параметр β вещественный и положительный, а параметр $\alpha = i\sigma$ — чисто мнимый. Это значит, что функция $w(x)$ экспоненциально убывает на $+\infty$, а при $x \rightarrow -\infty$ становится осциллирующей функцией. Чтобы получить явный вид осциллирующих асимптотик, необходимо аналитически продолжить решение в область отрицательных значений координаты x , т.е. связать его с гипергеометрическими функциями с аргументом $1/z$. Связь между этими функциями дается известной формулой [24]:

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(c)} F(a, b; c; z) &= \\ &= \frac{\Gamma(a)\Gamma(a-b)}{\Gamma(a-c)} (-z)^{-a} F(a, 1-c+a; 1-b+a; z^{-1}) + \\ &+ \frac{\Gamma(b)\Gamma(b-a)}{\Gamma(b-c)} (-z)^{-b} F(b, 1-c+b; 1-a+b; z^{-1}). \end{aligned} \quad (16)$$

Можно убедиться, что функция $w(x)$ после подстановки в нее решения $f(z)$ в виде правой части выражения (16) имеет необходимую асимптотику в виде падающей и отраженной спиновой волны

$$w(x) \approx \exp(ikx) + A \exp(-ikx) \quad (17)$$

с волновым вектором

$$k = 2\sigma\kappa = \sqrt{(\omega + \Omega)^2 - 1} \quad (18)$$

и коэффициентом при отраженной волне

$$A = \frac{\Gamma(a)\Gamma(a-b)\Gamma(b-c)}{\Gamma(b)\Gamma(b-a)\Gamma(a-c)}. \quad (19)$$

Квадрат модуля коэффициента A определяет коэффициент отражения $R = |A|^2$ спиновой волны от доменной границы.

Покажем, что в рассматриваемом интервале частот коэффициент A имеет единичный модуль, а следовательно, $R = 1$. Подставляя в формулу (19) аргументы гамма-функций, выраженные через параметры α и β , получаем

$$A = \frac{\Gamma(-2\alpha)\Gamma(\beta + \alpha - 1)\Gamma(\alpha - \beta - 2)}{\Gamma(2\alpha)\Gamma(\beta - \alpha - 1)\Gamma(-\alpha - \beta - 2)}. \quad (20)$$

Используя свойство гамма-функции $\Gamma(\lambda - 1) = \Gamma(\lambda)/(\lambda - 1)$ и вводя комплексную величину $\lambda = \beta - i\sigma$, приведем выражение (20) к следующему виду:

$$A = \frac{(\lambda - 1)(\lambda + 1)(\lambda + 2)\Gamma(\lambda^* - \lambda)\Gamma(\lambda^*)\Gamma(-\lambda^*)}{(\lambda^* - 1)(\lambda^* + 1)(\lambda^* + 2)\Gamma(\lambda - \lambda^*)\Gamma(\lambda)\Gamma(-\lambda)}. \quad (21)$$

Учитывая свойство гамма-функции $\Gamma(\lambda)\Gamma(-\lambda) = -\pi/\lambda \sin \pi\lambda$ и тот факт, что $|\Gamma(-2i\sigma)/\Gamma(2i\sigma)| = 1$, убеждаемся в комплексной сопряженности числителя и знаменателя, а следовательно, и в том, что $R = |A|^2 = 1$. Таким образом, в частотном интервале $\omega_- < \omega < \omega_+$ происходит полное отражение спиновых волн от прецессирующей доменной стенки. Заметим, что аргумент комплексного коэффициента A позволяет определить сдвиг фазы прецессии у отраженной волны по отношению к падающей волне: $\Delta\varphi = \arg A$.

При частотах $\omega > \omega_+$ спиновые волны проходят через доменную стенку, испытывая частичное отражение. Этому случаю отвечает чисто мнимое значение параметра $\beta = -i\eta$, и спиновая волна при $x \rightarrow \infty$ имеет асимптотику

$$w(x) \approx B \exp(iqx) \quad (22)$$

с волновым вектором

$$q = 2\kappa\eta = \sqrt{(\omega - \Omega)^2 - 1}. \quad (23)$$

Теперь выражение (20) для коэффициента A может быть записано как

$$A = \frac{\Gamma(-2i\sigma)\Gamma(\lambda_+^* - 1)\Gamma(\lambda_+ - 2)}{\Gamma(2i\sigma)\Gamma(\lambda_- - 1)\Gamma(\lambda_-^* - 2)}, \quad (24)$$

где введены обозначения $\lambda_{\pm} = i(\sigma \pm \eta) = i(k \pm q)/2\kappa$. Используя указанные выше свойства гамма-функции, получаем для коэффициента A следующее представление:

$$A = \frac{\Gamma(-2i\sigma)(1 + |\lambda_-|^2)(2 + \lambda_-)\Gamma(\lambda_+)\Gamma(-\lambda_+)}{\Gamma(2i\sigma)(1 + |\lambda_+|^2)(2 - \lambda_+)\Gamma(\lambda_-)\Gamma(-\lambda_-)}. \quad (25)$$

Окончательное выражение для этого коэффициента через волновые векторы падающей и прошедшей волны имеет вид

$$A = \frac{\Gamma(-ik/\kappa)(2 + ir)}{\Gamma(ik/\kappa)(2 - is)} \frac{r(1 + r^2) \operatorname{sh}(\pi r)}{s(1 + s^2) \operatorname{sh}(\pi s)}, \quad (26)$$

где введены полусумма и полуразность волновых векторов: $s = (k + q)/2\kappa$ и $r = (k - q)/2\kappa$. Вычисляя аргумент комплексного коэффициента A , находим сдвиг фазы прецессии у отраженной волны по отношению к падающей волне:

$$\Delta\varphi = 2 \arg \Gamma(ik/\kappa) + \arctg(r/2) + \arctg(s/2). \quad (27)$$

Для коэффициента отражения спиновых волн от доменной стенки как функции параметров s и r , а следовательно, и волновых векторов падающей и прошедшей волны, получаем окончательно:

$$R = |A|^2 = \frac{1 + 4r^2}{1 + 4s^2} \left[\frac{r(1 + r^2) \operatorname{sh}(\pi r)}{s(1 + s^2) \operatorname{sh}(\pi s)} \right]^2. \quad (28)$$

Найденное выражение согласуется с известными предельными случаями: оно равно нулю при $k = q$, т.е. в отсутствие прецессии спинов в доменной границе, и стремится к единице при $q \rightarrow 0$, т.е. когда частота ω сверху приближается к ω_+ . Характерной особенностью коэффициента отражения (28) как функции частоты спиновых волн является его резкое убывание от единицы до нуля с ростом ω в узком интервале частот выше ω_+ . Фактически доменная стенка служит частотным фильтром для спиновых волн, причем частотный порог пропускания регулируется параметром Ω .

Переходя к рассмотрению рассеяния спиновой волны на доменной границе, идущей справа налево, воспользуемся свойством симметрии потенциала $V(x, -\Omega) = -V(-x, \Omega)$ по отношению к изменению знака параметра Ω . Тогда искомые характеристики рассеяния можно получить, воспользовавшись решением уравнения (11) с отрицательным знаком у Ω , описывающим рассеяние спиновой волны, идущей слева направо. Это обстоятельство позволяет с помощью прежней замены переменной $z = -\exp(-2\kappa x)$ прийти к уравнению (12), в котором теперь параметры α и β обменялись своими значениями:

$$\alpha = \frac{1}{2\kappa} \sqrt{1 - (\omega - \Omega)^2}, \quad \beta = \frac{1}{2\kappa} \sqrt{1 - (\omega + \Omega)^2}. \quad (29)$$

Посредством той же подстановки $w(z) = z^\beta(1 - z)^{-1} f(z)$ приходим к гипергеометрическому уравнению (14), в котором остаются прежними соотношения между параметрами a , b , c и величинами α , β . Теперь легко убедиться, что в процессе рассеяния прошедшая волна, отвечающая состоянию сплошного спектра, соответствует решению для функции $w(x)$ с чисто мнимым

$\beta = -i\eta$, имеющим при $x \rightarrow \infty$ следующую асимптотику:

$$w(x) \approx B \exp(ikx), \quad (30)$$

где волновой вектор k дается формулой (18). Пользуясь связью (16) между решениями гипергеометрического уравнения, получаем необходимую асимптотику в виде падающей и отраженной волн

$$w(x) \approx \exp(iqx) + A \exp(-iqx), \quad (31)$$

с волновым вектором q , определяемым формулой (23), и прежним выражением (18) для коэффициента A через параметры a , b и c . После подстановки значений этих параметров через волновые векторы k и q , а также их полусуммы и полуразности, приходим к окончательному выражению:

$$A = \frac{\Gamma(-iq/\kappa)(2-ir)}{\Gamma(iq/\kappa)(2-is)} \frac{r(1+r^2) \operatorname{sh}(\pi r)}{s(1+s^2) \operatorname{sh}(\pi s)}, \quad (32)$$

которое отличается от формулы (28) только тем, что волновые векторы k и q поменялись местами друг с другом. Очевидно, что модули выражений (26) и (32) совпадают, поэтому коэффициент отражения $R = |A|^2$ оказывается для обоих случаев рассеяния одинаковым, т.е. не зависящим от направления падения спиновой волны на доменную стенку, несмотря на различие постоянных пределов, к которым стремится суммарный потенциал $V(x)$ при $x \rightarrow \pm\infty$. Этот результат для потенциала $V(x)$ объясняется тем, что он образован потенциальной ступенькой и безотражательным потенциалом — первой модифицированной ямой Пешля–Геллера. Несложно показать, что таким же свойством обладают потенциалы, в которых к ступеньке добавляется безотражательный потенциал с глубиной $-n(n+1)$ (n — целое положительное). В таких случаях уравнение (12) имеет множитель $n(n+1)$ вместо 2 при члене $(1-z)^{-1}$ и сводится к гипергеометрическому уравнению (14) заменой $w(z) = z^\beta (1-z)^{-n} f(z)$. При этом в случае надбарьерного прохождения спиновых волн аргументы гамма-функций в выражениях для коэффициентов отражения будут иметь целые вещественные части, вследствие чего выражения для коэффициентов отражения через волновые векторы падающей и прошедшей волны будут инвариантны относительно перестановки их местами.

Обсуждение и выводы

Обсудим применение полученных результатов к описанию процессов рассеяния спиновых волн на статической доменной стенке в магнитном поле, соответствующей решению $\psi_0(x)$ исходного уравнения (4). Как показано выше, для спиновых волн в интервале частот $\omega_- < \omega < \omega_+$ происходит их полное отражение от доменной стенки. Предельные частоты интервала в

данном случае равны $\omega_{\pm} = 1 \pm h$. Возможно следующее качественное описание этого процесса. Начиная с частот ω_- , в антиферромагнетике могут распространяться спиновые волны с законом дисперсии $\omega_-(k) = \sqrt{1+k^2} - h$, для которых выполнены условия возбуждения в подрешетке, где спины направлены противоположно магнитному полю. В доменной стенке происходит разворот спинов в подрешетке, при этом спиновые волны не могут проникнуть в область, где они ориентированы по полю, поскольку их частота меньше пороговой частоты возбуждения ветви: $\omega_+(k) = \sqrt{1+k^2} + h$. Поэтому они доходят до доменной стенки и полностью отражаются от нее. Аналогично происходит полное отражение от доменной стенки спиновых волн, идущих во второй подрешетке справа налево. Выше частоты ω_+ спиновые волны практически безотражательно проходят доменную стенку, трансформируясь в колебания ветви $\omega_+(k)$, как это следует из анализа зависимости коэффициента отражения R от частоты спиновых волн и магнитного поля. Эта зависимость показана на рис. 1, где плоские участки отвечают интервалам частот полного отражения. Область резкого убывания коэффициента отражения выше частоты ω_+ оказывается очень узкой и практически одинаковой для разных значений поля.

Из полученных выше результатов следует, что в отсутствие магнитного поля в легкоосном антиферромагнетике с доменной стенкой, в которой спины прецессируют с частотой Ω , процессы рассеяния на ней спиновых волн будут происходить аналогичным образом. Переход в систему координат, вращающуюся с частотой Ω , оказывается эквивалентным введению эффективного постоянного магнитного поля. Поэтому проведенный выше анализ процессов рассеяния спиновых волн может быть полностью перенесен на случай прецессирующей доменной границы с учетом того обстоятельства, что в исходной системе координат все характерные частоты имеют добавку Ω . Таким обра-

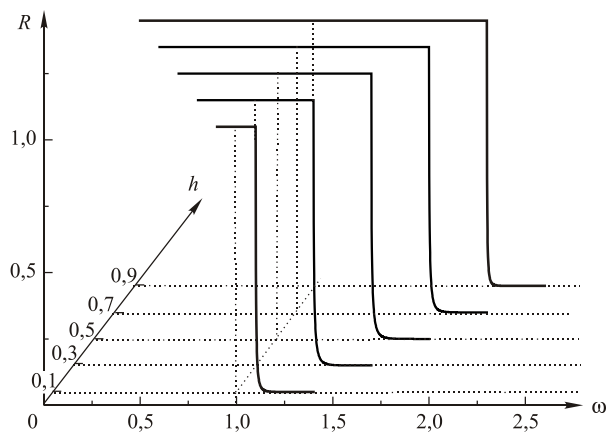


Рис. 1. Зависимость коэффициента отражения от частоты спиновых волн при различных значениях магнитного поля для случая статической доменной стенки.

зом, полное отражение спиновых волн от прецессирующей доменной стенки происходит при частотах $1 < \omega_{sw} < 1 + 2\Omega$, а выше частоты $1 + 2\Omega$ происходит резкое уменьшение коэффициента отражения, и такая стенка становится практически прозрачной для спиновых волн.

Обобщение результатов на случай движущейся доменной стенки в силу лоренц-инвариантности уравнений (5) осуществляется путем замены координаты x на $\zeta = (x - Vt) / \sqrt{1 - V^2}$ и времени t на $\rho = (t - Vx) / \sqrt{1 - V^2}$ в найденных решениях для спиновых волн: $\chi(\zeta, \rho) = \chi(\zeta) \exp(i\omega\rho)$. В результате решение исходных уравнений (2) и (4), описывающее взаимодействие движущейся стенки и спиновых волн, может быть записано в следующем виде:

$$l_x + il_y = [\sin \theta_0(\zeta) + \cos \theta_0(\zeta) \operatorname{Re} \chi(\zeta, \rho) + i \operatorname{Im} \chi(\zeta, \rho)] \times \exp[i(\varphi_0(\rho) - ht)]. \quad (33)$$

Несложно обобщить полученные результаты и на трехмерный случай. Учет трехмерности ведет к дополнительной периодической зависимости малой добавки χ от координат y и z : $\chi \propto \exp(ik_y y + ik_z z)$. Это приводит к эффективной перенормировке величины частотной щели, т.е. в выражениях для ветвей частотного спектра теперь следует вместо единицы писать $\omega_*^2 = 1 + k_y^2 + k_z^2$, а именно $\omega_{\pm}(k) = \sqrt{\omega_*^2 + k^2} \pm h$. Аналогичные замены проводятся в формулах (13), (18), (23) и (29) с последующей их подстановкой в окончательные выражения для коэффициентов A и R . Детальный анализ процессов рассеяния спиновых волн на движущейся доменной стенке в трехмерном антиферромагнетике будет изложен в отдельной публикации.

Таким образом, в работе точно решена задача о спектре и рассеянии спиновых волн на антиферромагнитной доменной стенке с прецессией спинов в постоянном магнитном поле, направленном вдоль легкой оси анизотропии. Показано, что магнитное поле может быть исключено из уравнений движения и они могут быть сведены к лоренц-инвариантным уравнениям. Установлено, что в дискретном спектре возбуждений такой доменной границы есть сдвиговая мода и отсутствуют другие внутренние моды колебаний. Получены решения линеаризованных уравнений, описывающие распространение спиновых волн в антиферромагнетике с такой доменной стенкой. Найден интервал частот спиновых волн, в котором происходит их полное отражение от доменной стенки. Показано, что выше верхней границы этого интервала спиновые волны проходят через доменную стенку, частично отражаясь от нее. Найден явный вид коэффициента отражения как функции волновых векторов падающей и прошедшей спиновой волны. Установлена его практически ступенчатая зависимость от частоты спиновой волны и показано, что значение коэффициента отражения ока-

зывается одинаковым для волн, падающих на стенку в двух взаимно противоположных направлениях. В процессах рассеяния отсутствуют резонансные осцилляционные эффекты, несмотря на наличие потенциальной ямы, созданной доменной стенкой для спиновых возбуждений, поскольку такая яма образована потенциальной ступенькой и безотражательным потенциалом. Показано, что полученные результаты могут быть обобщены на случай движущейся доменной стенки в трехмерном кристалле.

Авторы благодарны академику Н.Ф. Харченко за полезные советы и обсуждения в ходе выполнения работы.

1. А.М. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны*, Наукова думка, Киев (1983).
2. Л. Хуберт, *Теория доменных стенок в упорядоченных средах*, Мир, Москва (1977).
3. М.М. Фарзтдинов, *Спиновые волны в ферро- и антиферромагнетиках с доменной структурой*, Наука, Москва (1988).
4. Б.А. Иванов, А.К. Колежук, *ФНТ* **21**, 355 (1995) [*Low Temp. Phys.* **21**, 275 (1995)].
5. Н.-J. Mikeska and M. Steiner, *Adv. Phys.* **40**, 191 (1991).
6. A.S.T. Pires and M.E. Gouvêa, *Brazilian J. Phys.* **22**, 100 (1992).
7. D.I. Paul, *Phys. Rev.* **126**, 78 (1962).
8. D.I. Paul, *Phys. Rev.* **131**, 178 (1963).
9. И.В. Барьяхтар, Б.А. Иванов, *ФНТ* **5**, 759 (1979) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **5**, 361 (1979)].
10. В.И. Ожогин, В.Л. Преображенский, *ЖЭТФ* **73**, 988 (1977).
11. Н.Ж. Mikeska, *J. Phys. C* **13**, 2913 (1980).
12. А.Ф. Андреев, В.И. Марченко, *УФН* **130**, 39 (1980).
13. F.D.M. Haldane, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 1153 (1983).
14. И.В. Барьяхтар, Б.А. Иванов, *ЖЭТФ* **85**, 328 (1983).
15. I. Affleck, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1048 (1986).
16. Y. Trudeau, M. Poirier, and A. Caille, *Phys. Rev. B* **46**, 169 (1992).
17. A.H.M. Buijs and W.J.M. de Jonge, *J. Phys. C* **15**, 6631 (1982).
18. Л.В. Панина, В.Л. Преображенский, *ФММ* **60**, 449 (1985).
19. Л.В. Панина, В.Л. Преображенский, *ФММ* **60**, 455 (1985).
20. L.F. Lemmens, I. Kimura, and W.J.M. de Jonge, *J. Phys. C* **19**, 139 (1986).
21. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1973).
22. А.Г. Гуревич, *Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках*, Наука, Москва (1973).
23. М.М. Bogdan and Z.V. Slyozova, *Frontiers in Magnetism of Reduced Dimension Systems*, Dordrecht–Boston–London: Kluwer Academic Publishers, *NATO ASI Series, 3. High Technology* **49**, 323 (1998).
24. Э.Т. Уиттекер, Дж.Н. Ватсон, *Курс современного анализа*, Физматгиз, Москва (1963).

Spin waves in an easy-axis antiferromagnet with precessing domain wall

M.M. Bogdan and O.V. Charkina

The equations for antiferromagnetism vector are used to investigate the spectrum of spin waves and their scattering by the domain wall with the precessing spins in an easy-axis antiferromagnet at a constant magnetic field applied along the easy axis. It is shown that the magnetic field can be completely eliminated from the equations of motion whereupon they can be reduced to the Lorentz-invariant ones. The problem on a small excitation spectrum of the precessing domain wall is solved and exact solutions of the linearized equations describing the propagation of spin waves in the antiferromagnet with the domain wall are found. An explicit expression for the reflection coefficient of

spin waves from the domain wall as a function of wave vectors of incident and transmitted waves, and its dependence on frequency of spin waves are obtained. A frequency range within which they are fully reflected is found and a dramatic decrease of the reflection coefficient above the upper limit of the interval is demonstrated. It is shown that the results can be generalized to the case of a moving domain wall in a three-dimensional crystal.

PACS: 75.60.Ch Domain walls and domain structure;
75.50.Ee Antiferromagnetic materials;
76.50.+g Antiferromagnetic resonance;
75.30.Ds Spin waves.

Keywords: antiferromagnet, easy-axis anisotropy, domain wall, spin waves, excitation spectrum, reflection coefficient.