

## Динамика резистивного состояния узкого сверхпроводящего канала в режиме заданного переменного напряжения

Ю.С. Ерин, В.Н. Фенченко

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины  
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина  
E-mail: [yerin@ilt.kharkov.ua](mailto:yerin@ilt.kharkov.ua)*

Статья поступила в редакцию 10 июля 2013 г.

В рамках нестационарных уравнений Гинзбурга–Ландау исследована динамика параметра порядка в узких сверхпроводящих каналах различной длины в режиме заданного переменного напряжения. Резистивное состояние системы на малых частотах подаваемого напряжения характеризуется образованием периодических во времени групп из осциллирующих центров проскальзывания фазы (ЦПФ). Увеличение частоты сокращает время существования этих периодических групп. В зависимости от длины канала переменное напряжение либо стремится вернуть канал в состояние с одним центральным ЦПФ в периодических группах, либо минимизирует количество образующихся ЦПФ и упорядочивает их расположение в системе. Дальнейшее увеличение частоты для относительно коротких каналов приводит к подавлению параметра порядка без формирования ЦПФ. Для систем, чья длина превосходит установленный нами предел, образование ЦПФ происходит спустя определенное время, которое быстро увеличивается с ростом частоты. Рассчитаны вольт-амперные характеристики относительно короткого канала для различных частот прикладываемого переменного напряжения. Обнаружена ступенчатая структура этих зависимостей, при этом высота первой ступеньки определяется учетверенным значением джозефсоновской частоты.

У рамках нестационарних рівнянь Гінзбурга–Ландау досліджено динаміку параметра порядку в надпровідних вузьких каналах різної довжини в режимі заданої змінної напруги. Резистивний стан системи на малих частотах напруги, що подається, характеризується утворенням періодичних у часі груп з осцилюючих центрів проковзування фази (ЦПФ). Збільшення частоти скорочує час існування цих періодичних груп. Залежно від довжини каналу змінна напруга або прагне повернути канал у стан з одним центральним ЦПФ у періодичних групах, або мінімізує кількість ЦПФ, що утворюються, та впорядковує їх розміщення в системі. Подальше збільшення частоти для відносно коротких каналів призводить до заглишення параметра порядку без формування ЦПФ. Для систем, в яких довжина перевищує встановлену нами границю, відбувається утворення ЦПФ через певний час, який швидко збільшується із зростанням частоти. Розраховано вольт-амперні характеристики відносно короткого каналу для різних частот змінної напруги, що подається. Виявлено ступінчасту структуру цих залежностей, при цьому висота першої сходинки визначається значенням джозефсонівської частоти, яку збільшено вчетверо.

PACS: 74.40.Gh Неравновесная сверхпроводимость;  
74.40.De Шум и хаос;  
74.78.Na Мезо- и наносистемы.

Ключевые слова: уравнения Гинзбурга–Ландау, сверхпроводящий узкий канал, режим заданного переменного напряжения, центр проскальзывания фазы, вольт-амперная характеристика.

## 1. Введение

Существует несколько механизмов воздействия переменного электромагнитного поля на сверхпроводящую систему. В первую очередь это динамическое подавление модуля параметра порядка  $|\psi|$  эффективным средним квадратом амплитуды поля  $\mathbf{A}(t)$ , которое согласно теории Гинзбурга–Ландау имеет порядок

$$\frac{\delta|\psi|}{|\psi|} \sim -\frac{\langle \mathbf{A}^2(t) \rangle}{|\psi|^2}.$$

Помимо этого есть кинетическое влияние поля, известное еще как механизм Элиашберга [1–3], когда поглощение фотонов электромагнитного поля с частотой, лежащей в интервале, который определяется величиной энергетической щели в спектре и некоторым параметром, характеризующим затухание электронов и дырок в импульсном пространстве и освобождению состояний на уровне Ферми вблизи энергетической щели. В результате в силу уравнения самосогласования происходит рост параметра порядка. На макроскопическом уровне все эти эффекты выражаются в возрастании критической температуры сверхпроводника или величины критического тока. По этой причине механизм Элиашберга известен еще как стимуляция сверхпроводимости электромагнитным полем [4].

Наконец, третий механизм воздействия переменного электромагнитного поля заключается в возникновении ступенек Шапиро на вольт-амперной характеристике (ВАХ) сверхпроводящих систем, в частности джозефсоновских контактов [5], и, как недавно выяснилось, широких сверхпроводящих пленок [6].

С учетом того, что переменное электромагнитное поле способно как подавлять сверхпроводимость, так и стимулировать ее, представляет интерес исследование резистивной фазы сверхпроводящего состояния, когда в образце динамическим образом сосуществуют сверхпроводимость и нормальные участки, более известные как центры, линии и области проскальзывания фазы в зависимости от размерности геометрии сверхпроводника (ЦПФ, ЛПФ или ОПФ). Такой интерес мотивируется еще и тем, что джозефсоновский контакт, через который течет переменный ток (приложено переменное электромагнитное поле), демонстрирует комплексную динамику с возникновением хаотического режима [7]. Поскольку явления проскальзывания фазы в некоторых аспектах подобны диссипативным состояниям в таких джозефсоновских контактах, то логично ожидать схожее поведение резистивной фазы в режиме переменного тока или переменного напряжения.

Эксперименты по воздействию переменного электромагнитного поля на свойства сверхпроводящих систем впервые были проведены в работах [8–11]. Так,

результаты одного из первых исследований подобного рода [10] с вискерами из олова и индия указывают на существование «токовых ступенек» с нулевым наклоном, высота которых определяется джозефсоновским соотношением. Кроме того, в гистерезисном режиме авторы [10] наблюдали дополнительные ступеньки на субгармониках джозефсоновской частоты.

Первые исследования теоретического характера, посвященные попыткам описать имеющиеся экспериментальные данные, были проделаны в работе [12]. В этой статье в рамках феноменологического формализма уравнений Гинзбурга–Ландау для двух заданных значений частот подаваемого тока была детально исследована динамика ЦПФ в режиме заданного тока. В частности, численным путем были определены интервалы плотностей токов, где возникали бифуркации удвоения периода и хаотические решения.

Позднее было установлено, что в определенном интервале плотностей тока сечение Пуанкаре данной динамической системы ведет себя как негиперболическое отображение Хенона, при этом переход к хаотическому режиму осуществляется по сценарию Фейгенбаума [13].

В статье [14], основываясь на нестационарных уравнениях Гинзбурга–Ландау, теоретическим образом было исследовано воздействие на критические токи формирования ЦПФ в квазиодномерном сверхпроводящем канале симметричного и асимметричного по времени переменного электромагнитного поля в частотном диапазоне, где механизм Элиашберга не работает. Авторы [14] обнаружили, что при достаточно большой мощности переменного сигнала возникают осцилляции критических токов образования ЦПФ. Также было показано, что в случае асимметричного переменного сигнала при нулевом значении постоянной компоненты амплитуды электромагнитного поля генерируется ненулевое напряжение (эффект «храповика»).

Удивительно, но исследования (как теоретического, так и экспериментального характера), в которых рассматривается резистивное состояние сверхпроводника в режиме заданного переменного напряжения, по нашим сведениям, до сих пор не проводились. Поскольку, как уже упоминалось выше, в режиме заданного переменного тока квазиодномерная сверхпроводящая система демонстрирует сложное поведение, то разумно предположить, что и при заданном переменном напряжении следует ожидать эффектов, имеющих свои особенности, присущие исключительно данному режиму.

Известно, что отличительной чертой режима заданного постоянного напряжения для узкого сверхпроводящего канала является S-образная форма вольт-амперной характеристики (ВАХ), на которую, если длина системы превышает определенное значение, могут накладываться флуктуации плотности тока. Более того, для каналов такого размера, как было показано в работе [15], существует диапазон напряжений, где колеба-

ния модуля параметра порядка носят хаотический характер, благодаря которым эти флуктуации и возникают. С учетом этого целью настоящей статьи, помимо всего прочего, является обнаружение особенностей режима заданного переменного напряжения в сравнении с режимом, когда напряжение постоянно. В частности, в выяснении, как переменное напряжение влияет на эволюцию модуля параметра порядка в квазиодномерной сверхпроводящей системе, как происходят процессы «нуклеации» ЦПФ и как изменяется S-образная форма ВАХ канала, находящегося в таких условиях?

## 2. Модель и основные уравнения

Исследования проведены в рамках нестационарных уравнений Гинзбурга–Ландау, которые с учетом одномерности изучаемой системы в безразмерных единицах имеют следующий вид:

$$u(\partial_t \psi + i\Phi\psi) - \partial_x^2 \psi - \tau\psi + |\psi|^2 \psi = 0, \quad (1)$$

$$j = -\partial_x \Phi - i(\psi^* \partial_x \psi - \psi \partial_x \psi^*). \quad (2)$$

Здесь длина измеряется в единицах длины когерентности  $\xi_0 = \sqrt{\pi\hbar D / (8k_B T_c)}$  при  $T = 0$ , где  $D = 1/3 v_F l$  — коэффициент диффузии, а время в единицах  $t_0 = \hbar / (8k_B T_c)$ . Безразмерный параметр порядка  $\psi$  является комплексной величиной, нормированной на свое равновесное значение  $\psi_0 = \sqrt{8\pi^2 k_B^2 T_c^2 / (7\zeta(3))}$  при  $T = 0$ ,  $\Phi$  соответствует электростатическому потенциалу, измеряемому в единицах  $\hbar / (2et_0)$ ,  $j$  — плотность тока, который течет через систему, нормируется на значение  $j_0 = c\Phi_0 / (16\pi^2 \lambda_0^2 \xi_0)$ , где  $\lambda_0$  — лондоновская глубина проникновения магнитного поля при  $T = 0$ . В уравнениях введена приведенная температура  $\tau = 1 - T / T_c$ , которую мы положили равной 0,1 ( $T = 0,9T_c$ ).

Численный параметр  $u$ , зависящий от сверхпроводящих свойств материала и представляющий собой отношение времени релаксации модуля параметра порядка ко времени релаксации его фазы, в процессе счета выбирался равным 1. Вообще говоря, согласно микроскопической теории,  $u$  может принимать значения в зависимости от степени загрязнения сверхпроводника примесями, в том числе и магнитными. Если  $t_s T_c \ll 1$ , где  $t_s$  — время релаксации на магнитных примесях, то  $u = 12$ . Если же  $t_{\text{imp}} T_c \ll 1$ , где  $t_{\text{imp}}$  — время рассеивания на примесях, то параметр  $u$  принимает значение  $\pi^4 / (14\zeta(3)) \approx 5,79$ . Однако предположение о более широком интервале значений  $u$  не противоречит микроскопической теории, а потому нет каких-либо ограничений на выбор произвольного положительного значения этого параметра.

Уравнения (1), (2) дополняются граничными и начальными условиями, соответствующими режиму заданного переменного напряжения. Исходя из выбран-

ного набора нормирующих параметров, эти условия выглядят следующим образом:

$$\psi(0, t) = |\psi^{(0)}|, \quad \psi(L, t) = |\psi^{(0)}| \exp\left(-i \frac{V_0 \sin \omega t}{\omega}\right), \quad (3)$$

$$\Phi(0, t) = 0, \quad \Phi(L, t) = V_0 \cos \omega t, \quad (4)$$

$$\psi(x, 0) = |\psi^{(0)}|, \quad \Phi(x, 0) = V_0 \frac{x}{L}. \quad (5)$$

где  $L$  — длина канала,  $|\psi^{(0)}| = \sqrt{\tau}$  — равновесное значение модуля параметра порядка,  $V_0$  — амплитуда прикладываемого напряжения и  $\omega$  — частота сигнала.

Уравнения (1), (2) с граничными и начальными условиями (3)–(5) решались численным образом методом Рунге–Кутты 4-го порядка с заменой временной и пространственных производных конечно-разностными схемами. В процессе численного исследования динамики модуля параметра порядка шаг по времени выбирался равным 0,01, минимальный размер пространственной сетки равнялся 0,5, т.е. половине длины когерентности при  $T = 0$ .

## 3. Результаты и обсуждение

Ранее нами была построена фазовая диаграмма, определяющая диапазон длин квазиодномерного сверхпроводящего канала и приложенного к нему постоянного напряжения, для которых реализуются состояния с одним, двумя, тремя и более трех ЦПФ, где динамика параметра порядка становится хаотической [15]. Основываясь на данных фазовой диаграммы, в этой статье мы рассмотрели эволюцию (пространственно-временное изменение) модуля параметра порядка в каналах с длиной, соответствующей каждому из вышеупомянутых состояний, в зависимости от частоты приложенного переменного напряжения. Иными словами, изучались системы с  $L = 20$  (1 ЦПФ),  $L = 25$  (2 ЦПФ),  $L = 35$  (3 ЦПФ) и  $L = 70$  (хаотическая динамика ЦПФ) с амплитудными значениями  $V_0$ , взятыми из интервала напряжений, соответствующего наибольшему числу ЦПФ для случая заданного постоянного напряжения.

Исследование начато с канала длиной  $L = 20$  и  $V_0 = 0,1$ , где в режиме заданного постоянного напряжения существует лишь один ЦПФ (рис. 1(а)). После приложения к системе напряжения с частотой  $\omega = 0,005$ , было обнаружено, что динамику центрального ЦПФ фактически можно представить в виде регулярно повторяющихся во времени групп, когда часто осциллирующие ЦПФ периодически сменяются «спокойными» областями, где модуль параметра порядка равен своему равновесному значению (рис. 1(б)). В дальнейшем для описания такого поведения будем употреблять термин «периодические группы».

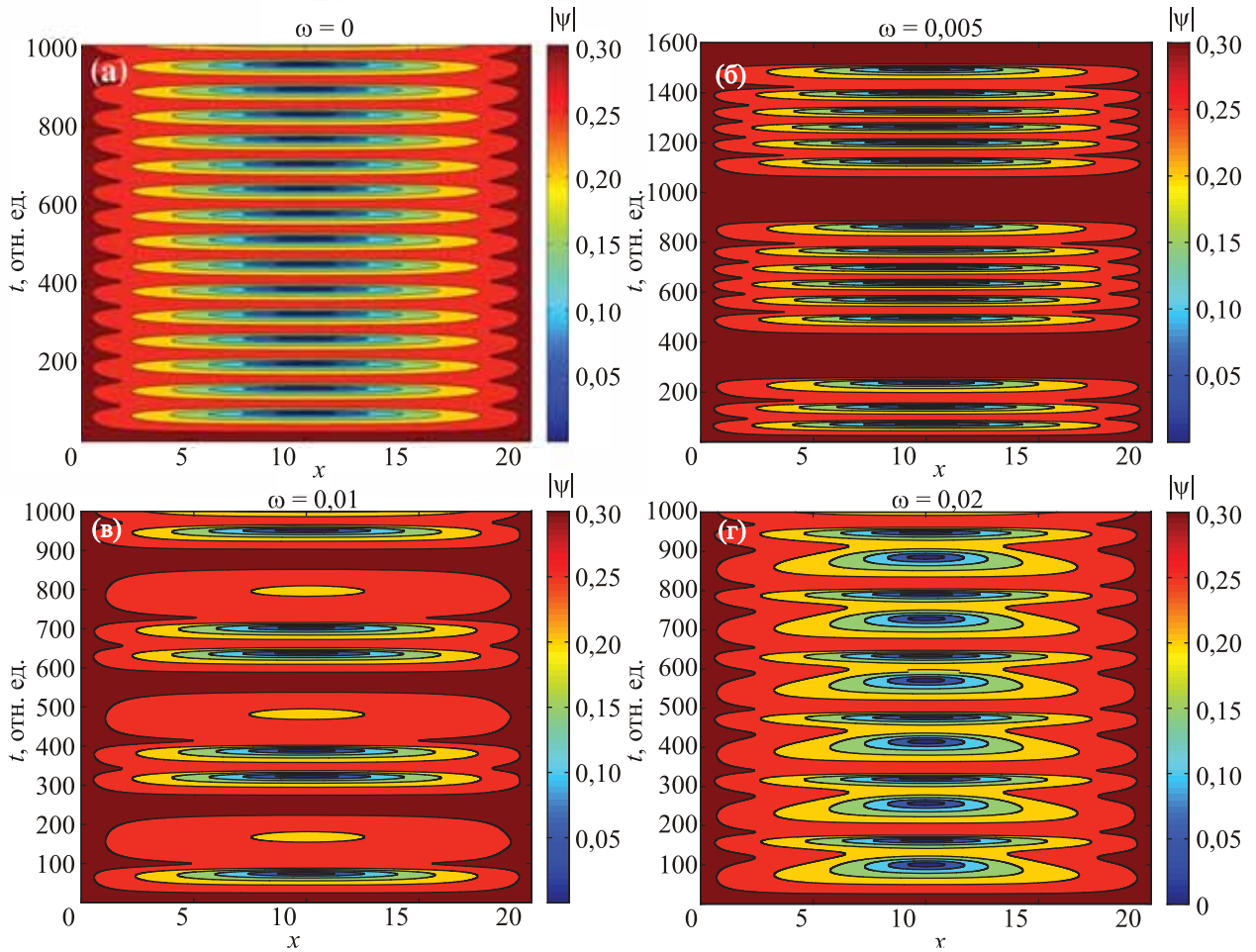


Рис. 1. Эволюция (пространственно-временная зависимость) модуля параметра порядка в канале длиной  $L = 20$  для различных частот напряжения (значения приведены над картинками). Амплитуда напряжения  $V_0 = 0,1$ . Наиболее темные области соответствуют ЦПФ.

При увеличении частоты в два раза, наблюдались также периодические группы из осциллирующего в центре ЦПФ, однако при этом, как видно на рис. 1(в), продолжительность их «жизни» существенно сократилась.

Дальнейший рост частоты приводит к плавному исчезновению периодических групп и формированию нормальных доменов в центре канала (под доменом подразумевается увеличивающийся в размерах ЦПФ, см. рис. 1(г)). Однако при частоте, превосходящей приблизительно  $\omega > 0,02$ , как показывают результаты численного моделирования, данные домены плавно сменяются на области в середине канала, где модуль параметра порядка мал, но нулю не равен. При этом, чем выше частота модуляции напряжения, тем слабее подавляется параметр порядка. Например, установлено, что для  $\omega = 0,021$  минимальное значение модуля параметра порядка составляет 0,1116 (уменьшение приблизительно в 2,7 раза), а при частоте подаваемого напряжения  $\omega = 0,025$  предельное значение параметра порядка равно 0,2328 (уменьшение в 1,29 раза).

В принципе, описанное выше поведение резистивного состояния канала вполне ожидаемо и может быть объяснено на качественном уровне. Пока напряжение не снизилось до необходимого уровня, система располагает достаточным временем для рождения ЦПФ. Далее, в силу периодичности сигнала и, соответственно, уменьшающегося значения напряжения системе необходимо уже больше времени для образования ЦПФ. Однако за требуемое для возникновения ЦПФ время напряжение становится еще меньше, что приводит к формированию участков, где параметр порядка просто уменьшает свое значение, не успевая обратиться в ноль. Так формируется первая группа из осциллирующих ЦПФ. Затем напряжение снова возрастает и сценарий повторяется.

Последующий рост частоты при фиксированной амплитуде напряжения приводит к тому, что ЦПФ просто не успевает рождаться, образуя лишь вышеупомянутые области, где параметр порядка подавлен, но не равен нулю.

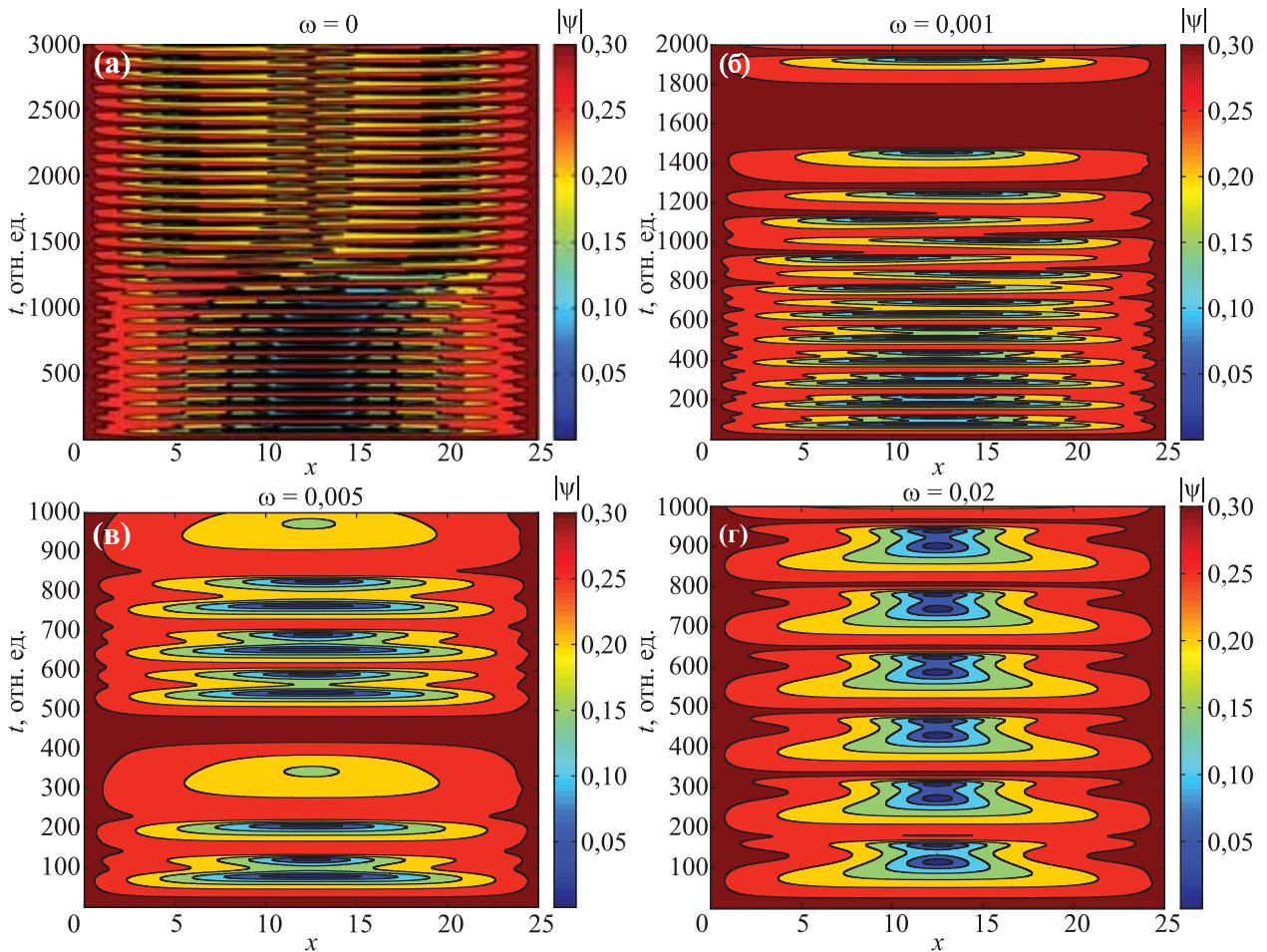


Рис. 2. Эволюция (пространственно-временная зависимость) модуля параметра порядка в канале длиной  $L = 25$  для различных частот напряжения (значения приведены над картинками). Амплитуда напряжения  $V_0 = 0,12$ . Наиболее темные области соответствуют ЦПФ.

Перейдем теперь к рассмотрению динамики резистивного состояния канала с длиной  $L = 25$  и амплитудой  $V_0 = 0,12$ , которая в режиме заданного постоянного напряжения соответствовала возникновению двух ЦПФ (рис. 2(а)). В этом режиме характерной особенностью системы данного размера было своеобразное расщепление одного ЦПФ на два спустя определенное время, которое немонотонным образом зависело от величины  $V$ .

Как и ожидалось, частотная модуляция с  $\omega = 0,001$  порождает периодические группы из осциллирующих ЦПФ с динамикой внутри группы, которая схожа с их поведением в режиме заданного напряжения. Иными словами, как видно на рис. 2(б), в группе наблюдается расщепление одного ЦПФ на два таким же образом, как это происходит на рис. 2(а) (режим заданного напряжения). Однако в конце «жизни» этих групп из-за снижающегося напряжения два расщепившихся ЦПФ сливаются обратно в один центральный.

Увеличение частоты преобразовывает структуру периодических групп (рис. 2(в)). Продолжительность их существования уменьшается, а вместо двух расщеп-

ляющихся и вновь объединяющихся ЦПФ, реализуется лишь один центральный ЦПФ.

Дальнейший рост частоты до  $\omega = 0,02$  приводит к исчезновению периодических групп и возникновению центральных нормальных доменов (рис. 2(г)).

При дальнейшем увеличении частоты наблюдается ранее описанная картина динамики резистивного состояния для канала с  $L = 20$ : модуль параметра порядка подавлен в центральной области и не равен нулю, а степень его подавления обратно пропорциональна частоте сигнала.

Как показали результаты численного моделирования, подобная картина, когда при частоте приблизительно  $\omega > 0,02$  параметр порядка подавляется без формирования ЦПФ, реализуется для всех каналов, чья длина не превосходит критическое значение  $L^* \approx 28$ . Интересно отметить, что  $L^*$  задает размер системы, для которой в режиме заданного постоянного напряжения при определенных его значениях начинают формироваться три ЦПФ и на S-образную форму ВАХ начинают накладываться изломы (см. [15]). Данный факт вызывает дополнительный интерес к исследова-

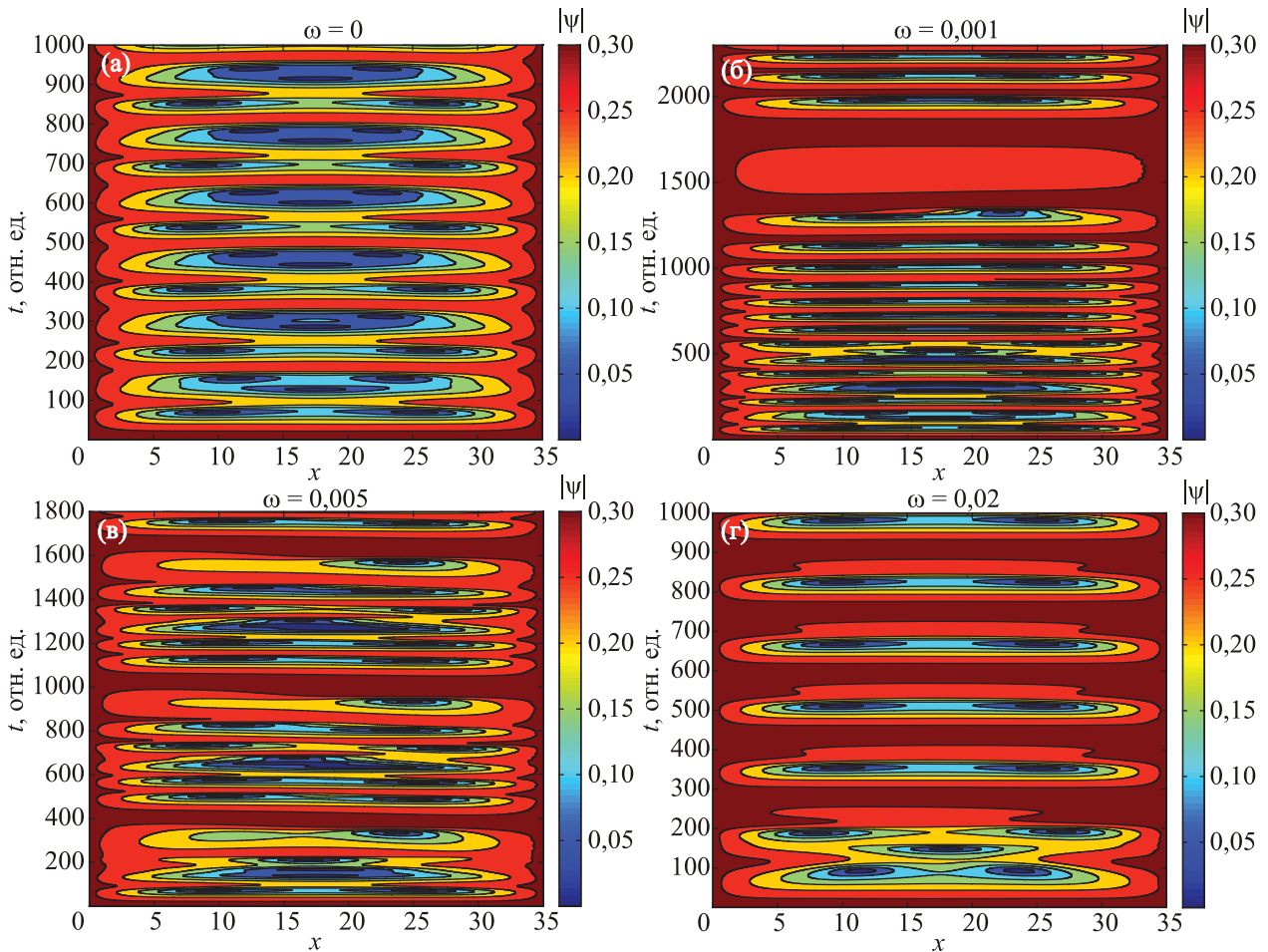


Рис. 3. Эволюция (пространственно-временная зависимость) модуля параметра порядка в канале длиной  $L = 35$  для различных частот напряжения (значения приведены над картинками). Амплитуда напряжения  $V_0 = 0,2$ . Наиболее темные области соответствуют ЦПФ.

нию влияния частотной модуляции напряжения на поведение параметра порядка для каналов с  $L > L^*$ .

Поэтому исследуем резистивное состояние системы с длиной  $L = 35 > L^*$  и амплитудным напряжением  $V_0 = 0,2$ , для которой в режиме заданного постоянного напряжения характерно формирование трех ЦПФ (один центральный и два в центрах половинок, рис. 3(а)).

При довольно малой частоте  $\omega = 0,001$  в начальный момент времени эволюция модуля параметра порядка практически совпадает с его динамикой в режиме заданного постоянного напряжения. Однако затем раскачивающийся относительно середины канала центральный ЦПФ исчезает, и в системе остаются лишь два боковых (находящихся в центрах половинок канала) ЦПФ. Такая структура первой группы. «Жизнь» второй группы изначально стартует уже с двух боковых ЦПФ.

Модуляция напряжения на частоте  $\omega = 0,005$  опять-таки предсказуемо сокращает время существования периодических групп ЦПФ, а сами группы состоят из двух осциллирующих боковых ЦПФ и одного центрального, однократно возникающего в середине «жизни» группы (рис. 3(в)).

При увеличении частоты до  $\omega = 0,02$  обнаружено, что периодические группы из осциллирующих ЦПФ трансформируются в регулярную структуру из двух боковых ЦПФ (рис. 3(г)).

В режиме заданного постоянного напряжения наиболее примечательной чертой резистивной фазы квазиодномерного сверхпроводящего канала с  $L > L^{(\text{chaos})} \approx 48$  является наличие диапазона напряжений, где параметр порядка ведет себя хаотическим образом. Как было установлено в [15], подобное поведение обусловлено образованием в канале более чем трех ЦПФ. Чтобы прояснить влияние режима заданного переменного напряжения на хаотическую динамику системы, исследуем поведение канала длиной  $L = 70$  и амплитудой переменного напряжения  $V_0 = 0,3$ .

Динамика параметра порядка при нулевой частоте (постоянное напряжение) имеет вид, представленный на рис. 4(а).

Начало модуляции, как и в случае с каналами меньшей длины, генерирует периодические группы из осциллирующих ЦПФ, длительность «жизни» которых уменьшается с ростом частоты (рис. 4(б) и рис. 4(в)).

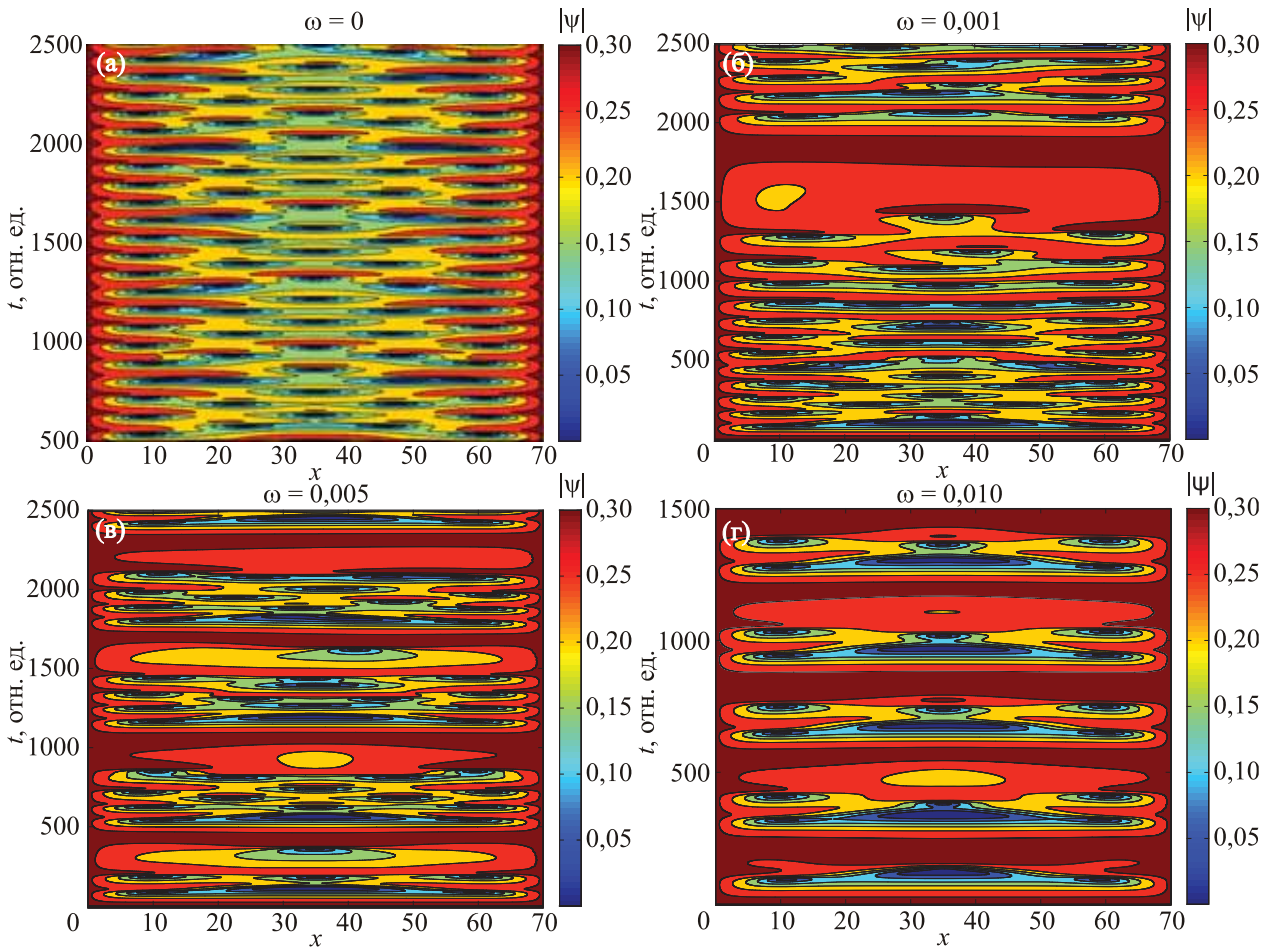


Рис. 4. Эволюция (пространственно-временная зависимость) модуля параметра порядка в канале длиной  $L = 70$  для различных частот напряжения (значения приведены над картинками). Амплитуда напряжения  $V_0 = 0,3$ . Наиболее темные области соответствуют ЦПФ.

Как видно на рис. 4(б), на малых частотах периодические группы стремятся сохранить множественность ЦПФ. Иными словами, количество осциллирующих ЦПФ в группах все еще больше трех. Однако, продолжая повышать частоту, мы упорядочиваем систему в пространстве и времени, сводя резистивное состояние к регулярным колебаниям трех ЦПФ (рис. 4(в) и 4(г)).

Для верификации последнего утверждения о том, что повышение частоты представляет собой механизм упорядочения системы, проанализировано поведение фурье-спектра зависимостей плотности тока от времени для различных частот подаваемого напряжения (рис. 5).

На рис. 5(а) показана такая характеристика канала с модуляцией напряжения на частоте  $\omega = 0,0005$ . Наивысший пик в спектре зависимости  $j(t)$  (график этой зависимости приведен на вставке рис. 5(а)) соответствует как раз данной частоте. То, что модуль параметра порядка обладает хаотической динамикой, можно увидеть на более высоких частотах (рис. 5(б)), хотя, что интересно, мощность этого сигнала на три порядка меньше подаваемого в систему.

Спектр временной зависимости плотности тока для удвоенной частоты имеет качественно аналогичный вид. Главный пик приходится на частоту  $\omega = 0,001$  (рис. 5(в)), а хаотическое поведение модуля параметра порядка все еще наблюдается на частотах на порядок больших величины подаваемого сигнала (рис. 5(г)) при мощности опять-таки на три порядка меньше.

Однако для  $\omega = 0,01$  (рис. 5(д)) система явно демонстрирует признаки упорядочения резистивного состояния квазиодномерного канала. Область спектра, которая ранее указывала на наличие хаотической динамики, начинает приобретать дискретный характер (рис. 5(е)). Очевидно, такая дискретизация может быть объяснена лишь возникновением существенно более строгой периодичности в колебаниях модуля параметра порядка (см. рис. 4(г)).

Итак, подведем промежуточные итоги. Резистивное состояние сверхпроводящего квазиодномерного канала на малых частотах подаваемого напряжения характеризуется образованием периодических во времени групп из осциллирующих ЦПФ. Поведение ЦПФ в этих группах схоже с аналогичной динамикой ре-

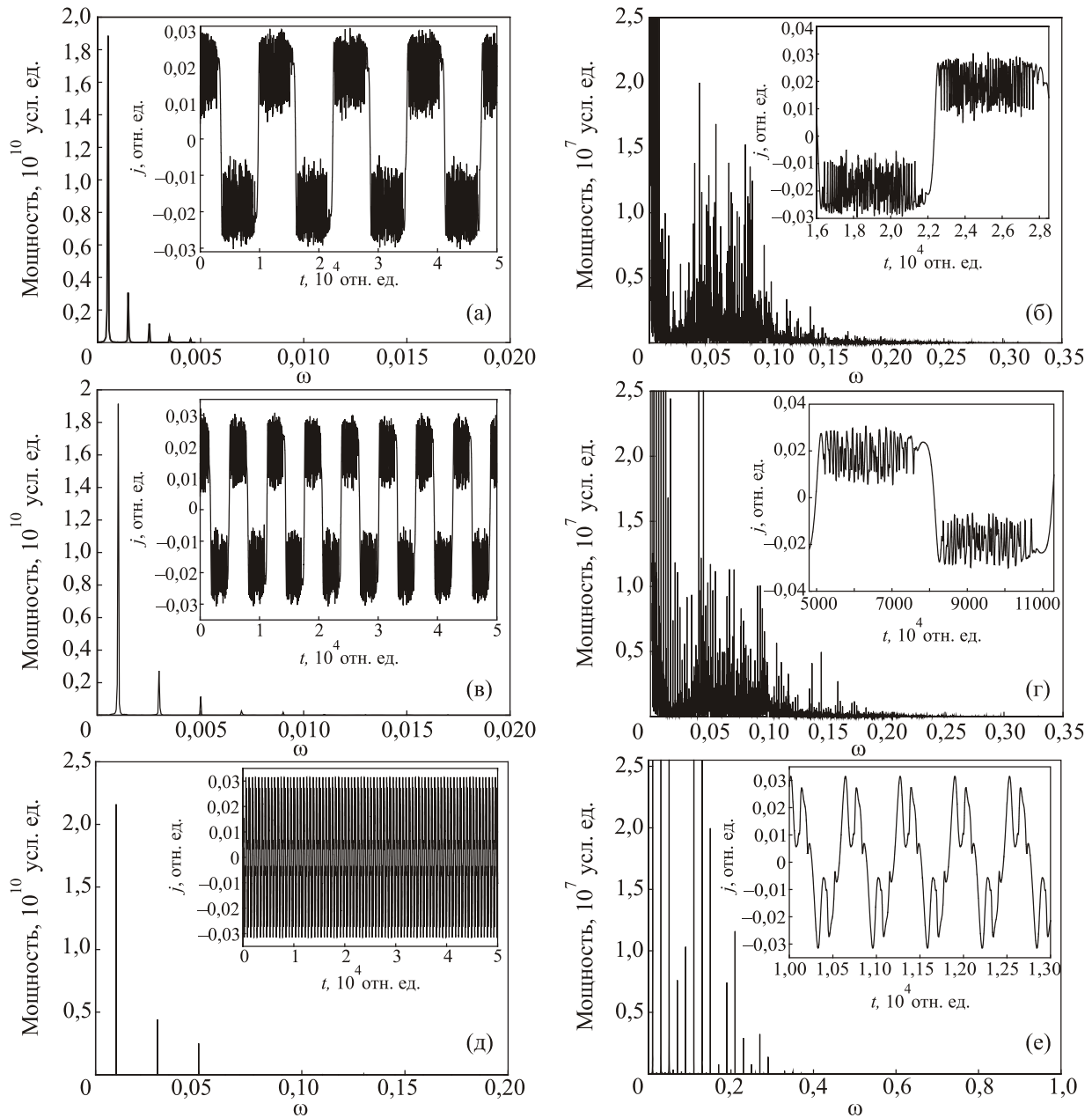


Рис. 5. Спектр мощности зависимостей  $j(t)$  канала  $L = 70$  с приложенной амплитудой напряжения  $V_0 = 0,3$  и частотой  $\omega = 0,0005$  (а),  $\omega = 0,001$  (в) и  $\omega = 0,01$  (д). Графики (б), (г) и (е) демонстрируют эволюцию спектра  $j(t)$  в области более высоких частот. На вставках приведены графики зависимостей  $j(t)$  в широком (а), (в), (д) и узком (б), (г), (е) временном интервале.

зистивного состояния при постоянном напряжении. Увеличение частоты приводит к сокращению продолжительности «жизни» этих периодических групп. Если система, находящаяся в режиме постоянного напряжения, допускает формирование более одного ЦПФ, переменное напряжение возвращает канал в состояние с одним центральным ЦПФ в периодических группах для канала с длиной  $L < L^* = 28$  и стремится минимизировать количество этих ЦПФ, если размер системы превосходит это значение. Дальнейшее увеличение частоты до значения  $\omega \approx 0,02$  для систем с длиной, меньшей чем  $L^*$ , приводит к подавлению параметра

порядка в центре канала, при этом степень этого подавления уменьшается с ростом частоты. Что касается каналов, длины которых больше этого значения, то здесь, как следует из результатов численного моделирования, имеется своя специфика.

Установлено, что в канале сначала формируются области с подавленным параметром порядка, а затем спустя некоторое определенное время  $T_{\text{start}}$ , которое быстро растет с увеличением частоты приложенного напряжения (рис. 6), происходит резкое образование ЦПФ. Количество этих ЦПФ определяется размерами системы (см. вставки на рис. 6).



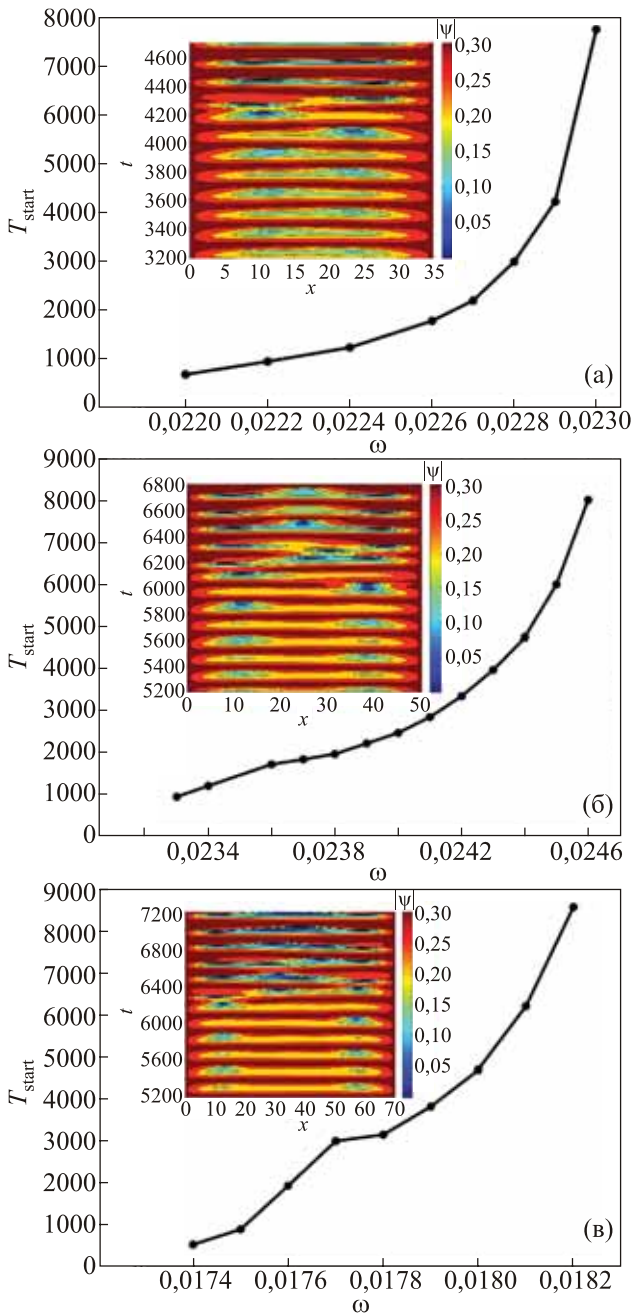


Рис. 6. Зависимость времени образования ЦПФ от прилагаемой частоты переменного напряжения для каналов с длиной  $L > L^*$ :  $L = 35$  и  $V_0 = 0,2$  (а);  $L = 50$  и  $V_0 = 0,3$  (б);  $L = 70$  и  $V_0 = 0,3$  (в). Вставки показывают эволюцию модуля параметра порядка для каналов соответствующей длины и частотой приложенного напряжения  $\omega = 0,0229$  (а),  $\omega = 0,0245$  (б) и  $\omega = 0,0181$  (в).

Картина резистивного состояния квазиодномерного канала в режиме заданного переменного напряжения была бы неполной без ВАХ такой системы. Провести подробное исследование зависимости структуры ВАХ от длины и частоты приложенного напряжения мы планируем в дальнейшем. В настоящей работе приведем лишь некоторые результаты для канала с  $L < L^*$ , в частности с  $L = 25$ .

Как известно, в режиме заданного постоянного напряжения ВАХ каналов с такой длиной начинает приобретать S-образную форму [15,16]. Мы проследили, как изменяется ВАХ канала длиной  $L = 25$  в зависимости от частоты приложенного напряжения. Результаты численного расчета показаны на рис. 7. Уточним, что здесь под ВАХ понимается зависимость плотности тока от приложенной амплитуды напряжения  $V_0$ .

Для получения ВАХ было выполнено усреднение зависимости  $j(t)$  во временном интервале от  $5 \cdot 10^4$  с шагом по времени 0,01. Интервал усреднения выбирался из таких соображений, что дальнейшее его увеличение не изменяет конечное значение плотности тока. Шаг по напряжению составлял 0,01.

Как видно на рис. 7, ВАХ канала имеет ступенчатую структуру. Обнаружено, что в независимости от

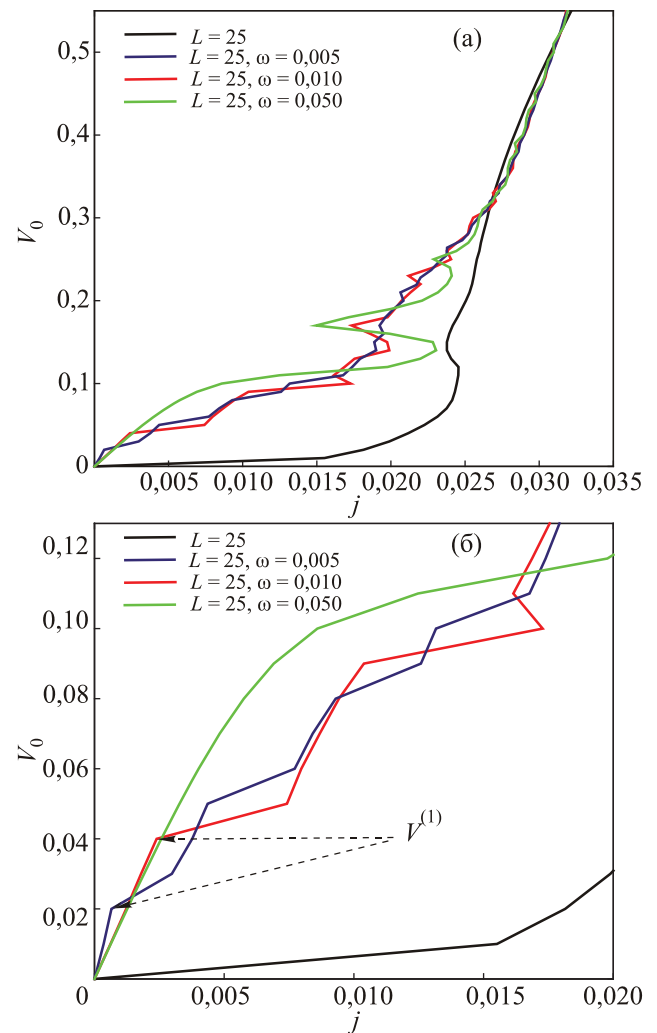


Рис. 7. ВАХ канала  $L = 25$  в режиме заданного постоянного (черная кривая) и переменного напряжения с частотой, приведенной на графиках (а). Увеличенная область малых напряжений ВАХ, иллюстрирующая ступенчатую структуру данных зависимостей. Пунктирные стрелки демонстрируют, что высота первой ступеньки по напряжению  $V^{(1)}$  в независимости от характеристик приложенного сигнала равна учетверенной джозефсоновской частоте (в безразмерных единицах) (б).

частоты величина первого скачка по напряжению на ВАХ определяется равенством (в безразмерных единицах), напомиающим джозефсоновское соотношение:

$$V^{(1)} = 4\omega,$$

где  $\omega$  — это частота приложенного напряжения.

Как показал анализ полученных данных, высота последующих ступенек удовлетворяет условию  $V^{(n-3)} = n\omega$ , где  $n > 4$ . С повышением частоты ступенчатая форма ВАХ сглаживается, трансформируясь опять в  $S$ -образную форму с ярко выраженным изгибом.

Для экспериментальной проверки предсказанных результатов проведем количественную оценку значений частот и напряжений на примере оловянного канала длиной  $25\xi_0$  или приблизительно 5,75 мкм, находящегося при температуре  $0,9T_c$ . Частота сигнала  $\omega = 0,001$  с амплитудой  $V_0 = 0,12$ , на которой возникают периодические группы из осциллирующих ЦПФ (рис. 2(б)), соответствует значению линейной частоты 1,24 ГГц и амплитуде напряжения 97,2 мкВ. Ступенчатую структуру ВАХ канала такой длины при  $\omega = 0,005$  можно экспериментально наблюдать, если подавать напряжение с частотой 6,2 ГГц. В этом случае первая ступенька на ВАХ будет возникать при амплитуде напряжения 16,2 мкВ.

### Заключение

Визуализирована динамика параметра порядка для сверхпроводящих квазиодномерных каналов различных длин, находящихся в режиме заданного переменного напряжения. Обнаружено, что резистивное состояние каналов на малых частотах подаваемого напряжения характеризуется формированием периодических во времени групп из осциллирующих ЦПФ. Поведение ЦПФ в таких группах схоже с динамикой ЦПФ в режиме заданного постоянного напряжения.

Рост частоты напряжения сокращает время «жизни» периодических групп. Если размеры системы таковы, что  $L < L^* \approx 28$  и в режиме постоянного напряжения она допускает формирование более одного ЦПФ, переменное напряжение стремится вернуть канал в состояние с одним центральным ЦПФ в периодических группах. Для каналов с  $L > L^* \approx 28$  переменное напряжение на таких частотах минимизирует количество образующихся ЦПФ и упорядочивает их расположение в системе. Иными словами, переменное напряжение играет своеобразную роль «стабилизатора» резистивного состояния. Наиболее ярко этот эффект стабилизации проявляется для каналов с хаотической динамикой параметра порядка в режиме заданного постоянного напряжения.

Дальнейшее увеличение частоты до значения  $\omega \approx 0,02$  и больше для систем с длиной меньшей, чем  $L^*$  приводит к подавлению параметра порядка в цен-

тре канала без образования ЦПФ. Степень этого подавления уменьшается с ростом частоты. В свою очередь, в системах, чьи размеры превосходят  $L^*$ , также образуются области с подавленным параметром порядка, однако затем спустя некоторое определенное время, которое зависит от частоты приложенного напряжения и длины канала, происходит формирование ЦПФ.

Рассчитана ВАХ канала с длиной  $L = 25 < L^*$  для различных частот прилагаемого напряжения и обнаружена ступенчатая структура этой зависимости. Высота первой ступеньки определяется учетверенным значением джозефсоновской частоты. Размеры последующих ступенек определяются соотношением  $n\omega$ , где  $n > 4$ . На более высоких частотах ступенчатая структура ВАХ сглаживается и приобретает ярко выраженную  $S$ -образную форму.

Помимо этого, используя характеристики сверхпроводящего состояния олова, были рассчитаны значения частот и напряжений, для которых в этом материале предсказанные эффекты могут быть экспериментально детектированы.

В дальнейшем мы планируем провести детальное исследование ВАХ каналов большей длины и, основываясь на данных по эволюции параметра порядка, попытаться выяснить причины возникновения их ступенчатой формы.

1. G.M. Eliashberg, *JETP Lett.* **11**, 114 (1970).
2. B.I. Ivlev and G.M. Eliashberg, *JETP Lett.* **13**, 333 (1971).
3. G.M. Eliashberg, *Sov. Phys. JETP* **34**, 668 (1972).
4. V.M. Dmitriev and E.V. Khristenko, *Fiz. Nizk. Temp.* **4**, 821 (1978) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **4**, 387 (1978)].
5. S. Shapiro, *Phys. Rev. Lett.* **11**, 80 (1963).
6. A.G. Sivakov, A.M. Glukhov, A.N. Omelyanchouk, Y. Koval, P. Müller, and A.V. Ustinov, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 267001 (2003).
7. I. Goldhirsch, Y. Imry, G. Wasserman, and E. Ben-Jacob, *Phys. Rev. B* **29**, 1218 (1984).
8. W.J. Skocpol, M.R. Beasley, and M. Tinkham, *J. Low Temp. Phys.* **16**, 145 (1974).
9. F.J. Rachford, C.Y. Huang, S.A. Wolf, and M. Nisenoff, *Solid State Commun.* **17**, 1493 (1975).
10. R. Tidecks and G. von Minnigerode, *Phys. Status Solidi A* **52**, 421 (1979).
11. В.М. Дмитриев, И.В. Золочевский, Е.В. Христенко, *ФНТ* **12**, 643 (1986) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **12**, 365 (1986)].
12. R. Rangel and L. Kramer, *J. Low Temp. Phys.* **74**, 163 (1989).
13. R. Rangel and L.E. Guerrero, *Phys. Rev. A* **43**, 669 (1991).
14. D.Y. Vodolazov, A. Elmuradov, and F.M. Peeters, *Phys. Rev. B* **72**, 134509 (2005).
15. Ю.С. Ерин, В.Н. Фенченко, Е.В. Ильичев, *ФНТ* **39**, 168 (2013) [*Low Temp. Phys.* **39**, 125 (2013)].
16. D.Y. Vodolazov, F.M. Peeters, L. Piraux, S. Mátéfi-Tempfli, and S. Michotte, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 157001 (2003).

Dynamics of the resistive state of a narrow superconducting channel in the ac voltage-driven regime

Yu.S. Yerin and V.N. Fenchenko

Within the time-dependent Ginzburg–Landau equations the dynamics of the order parameter in superconducting narrow channels of different lengths is investigated in the ac voltage-driven regime. The resistive state of the system at low frequencies of the applied voltage is characterized by the formation of periodic-in-time groups of oscillating phase-slip centers (PSC). An increase in frequency reduces the duration of the existence of these periodic groups. Depending on the length of the channel the ac voltage either tends to revert the channel to the state with one central PSC in periodic groups or minimizes the number of forming PSCs and orders their pattern in the system.

A further increase in frequency for rather short channels leads to suppression of the order parameter without any creation of PSCs. For systems, whose length exceeds the specified limit, the formation of PSC occurs after a certain time which increases rapidly with frequency. The current-voltage characteristics of rather short channels at different applied voltage frequencies are calculated too. It is found that the current-voltage characteristics have a step-like structure, and the height of the first step is determined by the quadruple value of the Josephson frequency.

PACS: 74.40.Gh Nonequilibrium superconductivity;  
74.40.De Noise and chaos;  
74.78.Na Meso- and nanosystems.

Keywords: Ginzburg–Landau equations, superconducting narrow channel, ac voltage-driven regime, phase-slip center, current-voltage characteristic.