

Релаксация магнонов в спиновом нематике

В.И. Бутрим¹, Б.А. Иванов², А.С. Кузнецов¹, Р.С. Химин³

¹ Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, г. Симферополь, 95007, Украина
E-mail: butrimv@mail.ru

² Институт магнетизма НАН Украины, пр. Вернадского, 366, г. Киев, 03142, Украина

³ Киевский университет им. Т.Г. Шевченко, г. Киев, 13127, Украина

Статья поступила в редакцию 1 июля 2008 г.

Исследованы процессы релаксации магнонов в нематической фазе магнетика со спином $S = 1$ при учете общего вида изотропного обменного взаимодействия, включающего билинейное и биквадратичное взаимодействия по операторам спина на узле. В длинноволновом приближении найдена температурная и импульсная зависимости магнонного декремента. Показано, что элементарные возбуждения в спиновом нематике (магноны) обладают всеми свойствами голдстоуновских возбуждений, в пределе малых волновых векторов их закон дисперсии линейный, а затухание квадратично по волновому вектору. Отмечено сходство поведения магнонов в спиновом нематике и в антиферромагнетике.

Досліджено процеси релаксації магніонів у нематичній фазі магнетика зі спином $S = 1$ при обліку загального виду ізотропної обмінної взаємодії, що включає білінійну і біквадратичну взаємодії по операторам спіна на вузлі. У довгохвильовому наближенні знайдено температурну та імпульсну залежності магнонного декременту. Показано, що елементарні збудження у спіновому нематіку (магнони) мають всі властивості голдстоунівських збуджень, у межі малих хвильових векторів їх закон дисперсії лінійний, а загасання квадратичне по хвильовому вектору. Відзначено схожість поведінки магніонів у спіновому нематіку і в антиферомагнетіку.

PACS: 75.10.Jm Квантовые спиновые модели;
75.10.Nk Классические спиновые модели.

Ключевые слова: спиновый нематик, релаксация магнонов, длинноволновое приближение.

1. Введение

В настоящее время в физике магнетизма значительная часть результатов получена в рамках феноменологической теории, в которой состояние магнетика при низких температурах определяется заданием вектора намагниченности \mathbf{M} (в более общем случае магнетика с n подрешетками, векторов намагниченностей подрешеток \mathbf{M}_α , $\alpha = 1, 2, \dots, n$) практически постоянной длины [1–3]. С макроскопической точки зрения описание таких магнетиков базируется на уравнении Ландау–Лифшица для единичного (нормированного) вектора намагниченности [4]. Справедливость уравнения Ландау–Лифшица, в частности условие $|\mathbf{M}| = \text{const}$ при $T \rightarrow 0$, можно обосновать (например, с использованием спиновых когерентных состояний [5,6]) только для ферромагнетика, описываемого обменным гамильтонианом Гейзенберга, который включает изотропное

билинейное взаимодействие спинов вида $\mathcal{J}\mathbf{S}_1\mathbf{S}_2$. В этом случае для последовательного квантового описания системы, как для случая спина $S = 1/2$, достаточно использовать обычные спиновые когерентные состояния, т.е. когерентные состояния группы $SO(3) \sim SU(2)$ [5–7]. Эти состояния параметризуются единичным вектором, параллельным среднему значению оператора спина $\langle \hat{S} \rangle$, и мы естественно приходим к описанию системы в рамках уравнения Ландау–Лифшица.

Как отметил еще Мория [8], учет одноионной анизотропии, даже слабой, приводит к изменению намагниченности по длине, что означает необходимость выхода за рамки указанного простейшего феноменологического подхода. В случае сильной одноионной анизотропии возможно даже появление нулевой намагниченности при наличии ферромагнитного обмена [9,10]. Формально, одноионная анизотропия допусти-

ма для магнетиков со значением спина на узле $S > 1/2$, для полного анализа которых нужно исходить из обобщенных когерентных состояний группы $SU(2S+1)$ [10]. В частности, для спина $S=1$ использование когерентных состояний группы $SU(3)$ дает возможность последовательно учесть негейзенберговские слагаемые в гамильтониане, в частности одноионную анизотропию и (или) биквадратичный обмен. Основная особенность этих состояний состоит в том, что они включают состояния со средним квантовым значением оператора спина, меньшим единицы, $|\langle \hat{S} \rangle| < 1$, что можно назвать эффектом квантового сокращения спина на узле.

Наиболее ярким проявлением такого эффекта является то, что в магнетиках со спином единица может реализоваться состояние спинового нематика, которое характеризуется нулевым значением среднего спина на узле $\langle \hat{S} \rangle$ даже при нулевой температуре. Симметрия фазы спинового нематика выше, чем для любого состояния со спонтанной намагниченностью, ферромагнитного или антиферромагнитного, так как группа симметрии спинового нематика включает операцию отражения времени. Однако при этом спиновый нематик характеризуется нетривиальными спиновыми квадрупольными средними типа $(1/2)\langle S_i S_k + S_k S_i \rangle$, которые для спина $S > 1/2$ не сводятся к среднему значению спина. Геометрическим образом этих средних является эллипсоид с главными осями вдоль некоторых направлений $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ и полуосями, равными $\langle S_1^2 \rangle, \langle S_2^2 \rangle, \langle S_3^2 \rangle$, которые связаны условием

$$\langle S_1^2 \rangle + \langle S_2^2 \rangle + \langle S_3^2 \rangle = S(S+1) = 2.$$

Таким образом, возможность спонтанного нарушения симметрии в фазе спинового нематика и его отличие от парамагнетика определяется этими квадрупольными средними.

Статические и динамические свойства нематических фаз активно изучаются в последнее время как в связи с описанием обычных кристаллических магнетиков [9,10], так и в приложении к низкоразмерным магнетикам [11,12]. Интерес к ним возрос в связи с исследованием многокомпонентных бозе-эйнштейновских конденсатов нейтральных атомов с ненулевым спином [13]. Анализ нематических фаз в одномерных и двумерных системах представляет интерес с точки зрения развития теории конденсированных сред. Они могут обладать интересными свойствами, включая существование состояний с симметрией более высокой, чем вращательная симметрия обменного взаимодействия $SO(3)$. Такие системы в одномерном случае при нулевой температуре демонстрируют сильные (т.е. такие, которые не могут быть описаны в рамках теории возмущений) квантовые флуктуации,

разрушающие нематический порядок [12]. В двумерном случае разрушение нематического дальнего порядка происходит за счет тепловых флуктуаций, но при сколь угодно низкой температуре [11]. Мы в основном будем рассматривать трехмерный случай, обсудив специфику низкоразмерных систем подробнее в заключительном разделе работы.

Для описания нематических фаз удобен феноменологический полевой подход, использующий полный набор обобщенных когерентных состояний для соответствующей группы Ли, группы $SU(3)$ в случае магнетиков со спином $S=1$, что позволяет описать такое свойство магнетика, как квантовое сокращение спина на узле (см., например, [12,14]). На основе этого подхода можно изучать как линейные возбуждения, так и существенно нелинейную динамику таких магнетиков [15], в том числе процессы взаимодействия квазилинейных возмущений друг с другом [16]. Солитонная динамика, в том числе свойства топологических солитонов и топологических дефектов типа дисклинаций, в спиновых нематиках изучались в работах [17–19]. После перехода к формализму квазичастиц и применения стандартных методов неравновесной термодинамики на основе этого подхода можно исследовать релаксацию квазичастиц [16]. В настоящей работе исследованы процессы релаксации элементарных возбуждений в нематической фазе магнетиков со спином $S=1$.

2. Описание модели и постановка задачи

Гамильтониан изотропного кристаллического магнетика со спином $S=1$ и взаимодействием ближайших соседей имеет вид [11–14,20]

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} J_1 \sum_{n,m} (\hat{S}_n \hat{S}_m) - \frac{1}{2} J_2 \sum_{n,m} (\hat{S}_n \hat{S}_m)^2. \quad (1)$$

Параметры J_1 и J_2 определяют билинейное и биквадратичное по спинам обменное взаимодействие между ближайшими соседями, \hat{S}_n — оператор спина в узле n , векторы \mathbf{n}, \mathbf{m} описывают пару ближайших соседей. Для такого гамильтониана известно, что при $J_2 > J_1 > 0$ устойчива нематическая фаза, в которой $\langle \hat{S} \rangle = 0$. Симметрия этой фазы ниже, чем симметрия гамильтониана (1), который является изотропным за счет анизотропии квадрупольных средних $\langle S_i S_k + S_k S_i \rangle$ (см. ниже). Здесь уместно отметить, что изотропная модель (1) не единственная, которая допускает устойчивое состояние с нулевым средним спином $\langle \hat{S} \rangle = 0$. Например, часто обсуждаются модели негейзенберговских магнетиков, в которых присутствует гейзенберговский обмен и сильная одноионная анизотропия,

$$\hat{H} = -\frac{1}{2}J \sum_{n,m} (\hat{S}_n \hat{S}_m) + B \sum_n (\hat{S}_n \mathbf{e}_z)^2, \quad (2)$$

где J — константа изотропного обменного взаимодействия ближайших спинов, $B > 0$ — константа одноионной анизотропии (см. подробнее [21–24] и обзор [10]). В подобных магнетиках с немалой величиной $B \sim J$ присутствуют интересные особенности как статических, так и динамических свойств. Для них существуют состояния с намагниченностью, существенно меньшей номинальной, или даже полной квантовой редукцией спина. В частности, для модели (2) состояние с $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$ устойчиво при $B > 2zJ$, z — число ближайших соседей. Для нее известны особые типы динамических возбуждений (продольных магнонов и солитонов), в которых намагниченность меняется по длине [15,20]. Однако, как мы покажем, свойства фаз с полной квантовой редукцией спина для моделей (1) и (2) принципиально отличаются.

Перейдем к конкретному анализу фаз с $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$ для негейзенберговских магнетиков. Для их описания удобно использовать обобщенные когерентные состояния вида [12,14]

$$|\mathbf{u}, \mathbf{v}\rangle = \sum_{j=x,y,z} (u_j + iv_j) |\psi_j\rangle, \quad (3)$$

где \mathbf{u} и \mathbf{v} — вещественные векторы,

$$|\psi_x\rangle = (|-1\rangle - |+1\rangle)/\sqrt{2}, \quad |\psi_y\rangle = i(|-1\rangle + |+1\rangle)/\sqrt{2}, \quad |\psi_z\rangle = |0\rangle$$

— обычные состояния с проекцией спина $S_z = \pm 1, 0$. С учетом условия нормировки и произвольности фазового фактора эти векторы удовлетворяют условиям:

$$\mathbf{u}^2 + \mathbf{v}^2 = 1, \quad \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (4)$$

В терминах переменных векторов \mathbf{u} и \mathbf{v} вектор среднего значения спина и квадрупольные средние выражаются соотношениями [12,14]

$$\langle \mathbf{S} \rangle = 2[\mathbf{u}\mathbf{v}], \quad \langle S_i S_k + S_k S_i \rangle = 2(\delta_{ik} - u_i u_k - v_i v_k), \quad (5)$$

а лагранжиан системы, с учетом кинетического слагаемого, можно записать как [12]

$$L = -2\hbar \sum_n \mathbf{v}_n \dot{\mathbf{u}}_n - W(\mathbf{u}, \mathbf{v}). \quad (6)$$

Здесь $W(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ — энергия системы, которая совпадает со средним значением гамильтониана (1), сосчитанным на состояниях (3). Конкретный вид энергии определяется микроскопическим спиновым гамильтонианом и, очевидно, отличается для моделей (1) и (2). Однако определенные выводы о свойствах фаз можно сделать и без конкретного вида энергии.

Очевидно, что в силу ортогональности векторов \mathbf{u} и \mathbf{v} , состояние с $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$ отвечает условию, когда на всех

узлах векторы \mathbf{u}_n параллельны, $\mathbf{u}_n = \mathbf{u}_0$, $|\mathbf{u}_0| = 1$, а $\mathbf{v}_n = 0$ на всех узлах. (Есть и альтернативный вариант, с заменой $\mathbf{u}_n \rightarrow \mathbf{v}_n$, $\mathbf{v}_n \rightarrow -\mathbf{u}_n$, но такие состояния физически тождественны [12,17–19], и будем для определенности говорить о состоянии с $|\mathbf{u}_n| = 1$.) Ясно, что это диктует вполне определенную симметрию квадрупольных средних $(1/2)\langle S_i S_k + S_k S_i \rangle$, для них

$$\langle (\mathbf{S}\mathbf{u}_0)^2 \rangle = 0, \quad \langle (\mathbf{S}\mathbf{v})^2 \rangle = 1, \quad (7)$$

где \mathbf{v} — любой вектор, перпендикулярный \mathbf{u}_0 . Все вышние средние для случая $S = 1$ приводятся к $\langle \mathbf{S} \rangle$ и квадрупольным средним, поэтому для моделей со спином $S = 1$ симметрия фаз с $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$ чисто одноосная. Ее образом является тонкий диск — предельно сплюснутый эллипсоид вращения, для которого размер главной оси, параллельной \mathbf{u}_0 , стремится к нулю, а размеры полуосей эллипса в направлении, перпендикулярном \mathbf{u}_0 , равны. Необходимо подчеркнуть, что такая анизотропия — неотъемлемое свойство чистого квантового состояния, которое отвечает основному состоянию системы при низких температурах (строго говоря, при $T = 0$). Смешанные состояния могут иметь более высокую симметрию, например, в случае предельно высоких температур следует ожидать, что системе отвечает изотропное состояние типа $\langle S_i S_k + S_k S_i \rangle = (2/3)S(S+1)\delta_{ik}$, что соответствует парамагнитной фазе. Ограничимся, однако, только случаем низких температур, $T \ll J_1, J_2$.

Понятно, что для чисто изотропной модели (1) с обменным взаимодействием состояние фазы $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$ может быть вырожденным по направлению \mathbf{u}_0 . Строго говоря, это есть вырождение по группе симметрии проективного пространства RP_2 , так как \mathbf{u}_0 является по существу вектором-директором и состояния \mathbf{u}_0 и $-\mathbf{u}_0$ при $\mathbf{v} = 0$ описывают физически тождественные состояния системы. В этом случае в системе имеется спонтанное нарушение симметрии и можно говорить о нематической фазе. В частности, при повышении температуры должен присутствовать фазовый переход от нематической фазы к парамагнитной фазе. Для модели (2) направление \mathbf{u}_0 фиксировано, $\mathbf{u}_0 \parallel \mathbf{e}_z$. Поэтому эти состояния не отличаются по симметрии от парамагнетика, и нематической фазы (в строгом смысле этого слова) в магнетиках с одноионной анизотропией не существует. Этот вывод относится и к любой комбинированной модели, в которой, наряду с биквадратичным обменом, присутствует одноионная анизотропия, пусть даже слабая. Таким образом, эффекты спонтанного нарушения симметрии и связанные с этим особенности спектров элементарных возбуждений и их затухания могут быть связаны только с изотропным гамильтонианом типа (1). Перейдем к конкретному анализу этого гамильтониана.

3. Спектр магнонов и гамильтониан взаимодействия магнонов

Для дискретной модели (1) на решетке энергия $W(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ имеет вид [12]

$$W = 2(J_2 - J_1) \sum_{\mathbf{n}, \mathbf{m}} [(\mathbf{u}_{\mathbf{n}} \mathbf{u}_{\mathbf{m}})(\mathbf{v}_{\mathbf{n}} \mathbf{v}_{\mathbf{m}}) - (\mathbf{u}_{\mathbf{n}} \mathbf{v}_{\mathbf{m}})(\mathbf{v}_{\mathbf{n}} \mathbf{u}_{\mathbf{m}})] - \frac{J_2}{2} \sum_{\mathbf{n}, \mathbf{m}} [((\mathbf{u}_{\mathbf{n}} \mathbf{u}_{\mathbf{m}}) + (\mathbf{v}_{\mathbf{n}} \mathbf{v}_{\mathbf{m}}))^2 + ((\mathbf{u}_{\mathbf{n}} \mathbf{v}_{\mathbf{m}}) - (\mathbf{v}_{\mathbf{n}} \mathbf{u}_{\mathbf{m}}))^2]. \quad (8)$$

Рассмотрим малые колебания переменных \mathbf{u} и \mathbf{v} , описывающих состояние спинового немагнетика. Считая для определенности, что $\mathbf{u}_0 \parallel \mathbf{e}_z$, запишем векторы \mathbf{u} и \mathbf{v} через декартовы координаты отклонений от основного состояния

$$\mathbf{u}_{\mathbf{n}} = (u_{n,x}, u_{n,y}, 1 - u_{n,z}), \quad \mathbf{v}_{\mathbf{n}} = (v_{n,x}, v_{n,y}, v_{n,z}). \quad (9)$$

Здесь $u_{n,i}, v_{n,i}$ — малые величины, но разного порядка малости. Действительно, из (4) следует, что $v_{n,z}$ и $u_{n,z}$ — зависимые переменные, квадратичные по остальным компонентам \mathbf{u} и \mathbf{v} :

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{n,z} &= -u_{n,x}v_{n,x} - u_{n,y}v_{n,y}, \\ 2u_{n,z} &= (u_{n,x}^2 + v_{n,x}^2 + u_{n,y}^2 + v_{n,y}^2) + \\ &+ \frac{1}{4}(u_{n,x}^2 + v_{n,x}^2 + u_{n,y}^2 + v_{n,y}^2)^2 + v_{n,z}^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Теперь запишем решеточный гамильтониан через четыре независимые переменные, в качестве которых выбраны компоненты векторов, имеющие первый порядок малости, то есть $u_{n,x}, u_{n,y}$ и $v_{n,x}, v_{n,y}$. Далее можно разложить лагранжиан по степеням этих переменных. Для наших целей достаточно учесть слагаемые, билинейные и биквадратичные по $u_{n,x}, u_{n,y}$ и $v_{n,x}, v_{n,y}$, и записать $L = L_2 + L_4$. Для описания неравновесной термодинамики системы нужно перейти к гамильтонову формализму. Это удобно сделать на основе лагранжиана L_2 (см. аналогичный подход в [25]). Из вида кинетической части лагранжиана L_2 , равной $-2\hbar[v_{n,x}(du_{n,x}/dt) + v_{n,y}(du_{n,y}/dt)]$, следует, что переменные $u_{n,x}, u_{n,y}$ можно выбрать в качестве координат, а величины $-2\hbar v_{n,x}, -2\hbar v_{n,y}$ играют роль соответствующих им канонических импульсов. В этих переменных гамильтониан также распадается на сумму слагаемых, билинейных и биквадратичных по операторам координат и импульсов,

$$H = H_2 + H_4, \quad (11)$$

где H_2 — квадратичная часть энергии W_2 , записанная через координаты и импульсы, H_4 совпадает с $-L_4$, в котором обобщенные скорости выражены через координаты и импульсы.

Квадратичный гамильтониан распадается на две идентичные части, содержащие только x или только y слагаемые, поэтому далее в H_2 индекс x или y опускаем:

$$H_2 = \sum_{\mathbf{n}, \mathbf{m}} [2(J_2 - J_1)v_n v_m + J_2(u_n - u_m)^2 + J_2(v_n - v_m)^2], \quad (12)$$

Для диагонализации H_2 можно перейти к состояниям с данным квазиимпульсом \mathbf{k} :

$$u_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} u_k e^{i\mathbf{k}\mathbf{n}}, \quad v_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} v_k e^{i\mathbf{k}\mathbf{n}},$$

для которых получается стандартный квадратичный гамильтониан

$$H_2 = \sum_{\mathbf{k}} [\alpha_k u_k u_{-k} + \gamma_k v_k v_{-k}]. \quad (13)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \alpha_k &= zJ_2[1 - c(\mathbf{k})], \quad \gamma_k = J_2 a_0 c(\mathbf{k}) + \alpha_k, \\ a_0 &= 2z(1 - J_1/J_2), \quad c(\mathbf{k}) = \frac{1}{z} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\delta}, \end{aligned} \quad (14)$$

δ — набор векторов ближайших соседей. Удобно представить связи обобщенных скоростей и импульсов, использованные выше при записи H_4 , в следующем виде: $\hbar \dot{v}_k = \alpha_k u_k$, $\hbar \dot{u}_k = -\gamma_k v_k$.

Переход к квантовому гамильтониану осуществим, заменяя величины $u_{n,x}, u_{n,y}, v_{n,x}, v_{n,y}$ операторами, которые в импульсном представлении удовлетворяют очевидным коммутационным соотношениям

$$[\hat{v}_{k,x} \hat{u}_{-k,x}] = [\hat{v}_{k,y} \hat{u}_{-k,y}] = i/2. \quad (15)$$

Это позволяет написать стандартное представление координат и импульсов через бозевские операторы a_k^\dagger, a_k :

$$\hat{u}_{k,x} = \sqrt{\frac{\hbar}{2A_k}} (a_k^\dagger + a_{-k}), \quad \hat{v}_{k,x} = \frac{i}{2} \sqrt{\frac{A_k}{2\hbar}} (a_k^\dagger - a_{-k}), \quad (16)$$

и то же самое для $\hat{u}_{n,y}, \hat{v}_{n,y}$ с операторами b_k^\dagger, b_k . Здесь A_k — параметр, который не влияет на коммутационные соотношения и выбирается так, чтобы гамильтониан H_2 был диагональным. При выборе $A_k = 2\hbar\sqrt{\alpha_k/\gamma_k}$ гамильтониан H_2 диагонален:

$$H_2 = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_k (a_k^\dagger a_k + b_k^\dagger b_k), \quad (17)$$

и операторы a_k^\dagger и a_k являются операторами рождения и уничтожения магнонов с законом дисперсии

$$\varepsilon_k = \sqrt{\alpha_k \gamma_k}. \quad (18)$$

Этот спектр содержит две вырожденные по поляризации моды, в которых на узле l колебания циркулярных компонент вектора \mathbf{u} пропорциональны $\exp[i(\mathbf{k}l - \hbar \epsilon_{\mathbf{k}} t)]$, он был получен Папаниколау методом $1/n$ -разложения [20]. Анализ спектра позволяет определить область устойчивости нематической фазы. При $J_1 < 0$ этот спектр становится неустойчивым за счет возмущений с квазиимпульсом вблизи границы зоны Бриллюэна, что соответствует переходу в антиферромагнитное состояние, которое здесь не обсуждаем. В интересующем нас длинноволновом приближении $ak = \kappa \ll 1$, где a — параметр решетки, $c(\mathbf{k}) \approx 1 - \kappa^2 / z$ и закон дисперсии безактивационный

$$\epsilon_k = J_2 \kappa \sqrt{a_0 + \kappa^2}. \quad (19)$$

При $J_1 > J_2$ этот спектр становится неустойчивым, что соответствует переходу в ферромагнитное состояние. Отсутствие активации в силу теоремы Голдстоуна связано с существованием в нематической фазе спонтанного нарушения симметрии. Далее рассматриваем ситуации, когда $a_0 \gg \kappa^2$, то есть случай, когда система находится не очень близко к точке перехода. При этом спектр линейный $\epsilon_k = \hbar ck$, $k = |\mathbf{k}|$, c — фазовая скорость магнонов,

$$c = J_2 a \sqrt{a_0} / \hbar = a \sqrt{2zJ_2(J_2 - J_1)} / \hbar.$$

Нелинейная часть гамильтониана содержит только произведения четного числа компонент $u_{n,x}, v_{n,x}, u_{n,y}, v_{n,y}$. Первый нелинейный вклад в гамильтониан состоит из трех слагаемых,

$$H_4 = H_4^x + H_4^y + H_4^{xy}, \quad (20)$$

слагаемые H_4^x и H_4^y содержат только произведения четырех компонент $u_{n,x}, v_{n,x}$ и $u_{n,y}, v_{n,y}$ соответственно и описывают взаимодействие магнонов одной поляризации, слагаемое H_4^{xy} билинейно по компонентам $u_{n,x}, v_{n,x}$ и $u_{n,y}, v_{n,y}$.

Явный вид всех слагаемых, входящих в H_4 , легко записать, но в общем случае выражения для них довольно громоздки. Поскольку структура выражений для всех трех слагаемых похожа, приведем только H_4^{xy} . (Как будет показано ниже, именно этот гамильтониан дает основной вклад в затухание длинноволновых магнонов.) Приведем явный вид H_4^{xy} в импульсном представлении:

$$\begin{aligned} H_4^{xy} = & \frac{1}{N} \sum_{1,2,3,4} \Delta(\mathbf{1} + \mathbf{2} + \mathbf{3} + \mathbf{4}) [G_1 v_{1,x} v_{2,x} v_{3,y} v_{4,y} + \\ & + G_2 u_{1,x} u_{2,x} u_{3,y} u_{4,y} + G_3 (v_{1,x} v_{2,x} u_{3,y} u_{4,y} + \\ & + v_{1,y} v_{2,y} u_{3,x} u_{4,x}) + G_4 v_{1,x} u_{2,x} v_{3,y} u_{4,y}] . \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь для сокращения формул введены обозначения

$$\begin{aligned} G_1 = & -\frac{J_2 a_0}{2} \sum_{i=1}^4 c(\mathbf{k}_i) + G_2, \\ G_2 = & -\frac{1}{2} J_2 z \left[\frac{1}{2} c(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) + \frac{1}{2} c(\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4) - \sum_{i=1}^4 c(\mathbf{k}_i) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \sum_{i>j} c(\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_j) \right], \\ G_3 = & \frac{J_2 a_0}{4} [-2c(\mathbf{k}_1) - 2c(\mathbf{k}_2) + c(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_3) + \\ & + c(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_4) + c(\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3) + c(\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_4)] + G_2, \\ G_4 = & -J_2 a_0 [c(\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3) + c(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_4)] - \\ & -J_2 z [c(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_3) + c(\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_4) - c(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_4) - c(\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3)]. \end{aligned} \quad (22)$$

Для слагаемых H_4^x и H_4^y получаются похожие выражения. Выразив $u_{n,x}, v_{n,x}, u_{n,y}, v_{n,y}$ через бозевские операторы, можно представить полный гамильтониан в виде суммы большого числа слагаемых, содержащих произведения четырех операторов. Анализ законов сохранения энергии и импульса показывает, что для малых волновых векторов это громоздкое выражение может быть существенно упрощено. Прежде всего, в этом случае вклад в декремент дают такие слагаемые, которые содержат одинаковое число операторов рождения и операторов уничтожения. С учетом только таких слагаемых гамильтониан имеет вид

$$\begin{aligned} H_4 = & \frac{1}{N} \sum_{1,2,3,4} \Delta(\mathbf{1} + \mathbf{2} - \mathbf{3} - \mathbf{4}) [\Phi a_1^\dagger a_2^\dagger b_3 b_4 + \\ & + F(a_1^\dagger a_2^\dagger a_3 a_4 + b_1^\dagger b_2^\dagger b_3 b_4) + \Psi a_1^\dagger b_2^\dagger a_3 b_4 + \text{h.c.}] . \end{aligned} \quad (23)$$

Первое слагаемое описывает процессы превращения пары магнонов одного типа в магноны другого типа, остальные три описывают рассеяние магнонов, как одного типа, так и различных типов друг на друге, Φ, F и Ψ — амплитуды соответствующих процессов, зависящие от импульсов магнонов. Можно показать, что при малом входящем импульсе импульсы всех магнонов, участвующих в процессе, малы, и можно пользоваться длинноволновыми асимптотиками соответствующих амплитуд. Для малых импульсов амплитуды представляются в виде ряда по степеням κ^2 . Выражения для амплитуд при таком разложении приобретают достаточно компактный вид. Амплитуды Φ и Ψ — однородные функции κ^0 , и для их вычисления достаточно ограничиться следующими разложениями G_i и A_k :

$$G_1 = G_3 = 0, \quad G_2 = \frac{J_2}{4} (\kappa^2 + 2\kappa_1\kappa_2 + 2\kappa_3\kappa_4), \quad (24)$$

$$G_4 = -2J_2 a_0, \quad A_k = 2\hbar \frac{\kappa}{\sqrt{a_0}}.$$

Здесь $\kappa^2 = \kappa_1^2 + \kappa_2^2 + \kappa_3^2 + \kappa_4^2$.

В результате получаем

$$\Phi = \Phi_0 \frac{\kappa_1\kappa_2 - \kappa_1\kappa_2}{\sqrt{\kappa_1\kappa_2\kappa_3\kappa_4}}, \quad \Psi = -2\Phi_0 \frac{\kappa_1\kappa_3 - \kappa_1\kappa_3}{\sqrt{\kappa_1\kappa_2\kappa_3\kappa_4}}, \quad (25)$$

где $\Phi_0 = J_2 a_0 / 16$.

Амплитуда F пропорциональна $\sqrt{k_1 k_2 k_3 k_4}$ и при малых импульсах мала по сравнению с $\Phi \sim \Psi$, $F/\Phi \sim \kappa^2/a_0 \ll 1$. Таким образом, основной вклад в релаксацию магнонов в длинноволновом приближении дают процессы с участием магнонов разной поляризации.

4. Расчет магнонного декремента

Магнонный декремент $\gamma(k, T)$ вычисляется стандартным способом, как мнимая часть массового оператора для одночастичной функции Грина [26]:

$$G(k, t-t') = -\langle \hat{T} \tilde{a}_k(t) \tilde{a}_k^\dagger(t') \rangle, \quad (26)$$

здесь \hat{T} — оператор хронологического произведения, $\tilde{a}_k(t)$, $\tilde{a}_k^\dagger(t')$ — операторы в гейзенберговском представлении, а усреднение проводится с гамильтонианом H_4 . Начнем с анализа процессов, в которых участвуют магноны разного типа. Выражение для $\gamma(k, T)$ можно представить в виде

$$\gamma(k, T) = \frac{\pi}{2N^2} \times \sum_{p,q} \frac{\text{sh}\left(\frac{\varepsilon_k}{2T}\right) (\Phi^2 + 2\Psi^2) \delta(\varepsilon_k + \varepsilon_p - \varepsilon_q - \varepsilon_{k+p-q})}{\text{sh}\left(\frac{\varepsilon_p}{2T}\right) \text{sh}\left(\frac{\varepsilon_q}{2T}\right) \text{sh}\left(\frac{\varepsilon_{k+p-q}}{2T}\right)}, \quad (27)$$

T — температура в энергетических единицах. Переходя в этом выражении от суммирования к интегрированию, получаем

$$\gamma^{(D)}(k, T) = \frac{\pi}{2\hbar\tilde{n}} \left(\frac{a}{2\pi}\right)^{2D} \text{sh}\left(\frac{\hbar ck}{2T}\right) \times \int d^D p \int d^D q \frac{(\Phi^2 + 2\Psi^2) \delta(k+p-q-|\mathbf{k}+\mathbf{p}-\mathbf{q}|)}{\text{sh}\left(\frac{\hbar cp}{2T}\right) \text{sh}\left(\frac{\hbar cq}{2T}\right) \text{sh}\left[\frac{\hbar c(k+p-q)}{2T}\right]}, \quad (28)$$

где D — размерность пространства. На массовой поверхности амплитуды Φ и Ψ конечны и удовлетворяют принципу Адлера.

Для трехмерной модели уравнение массовой поверхности имеет вид

$$pq\sqrt{1-y^2}\sqrt{1-z^2}\cos x = kp(1-y) - kq(1-z) - pq(1-yz). \quad (29)$$

Здесь $y = \cos\theta_p$, $z = \cos\theta_q$, $x = \varphi_p - \varphi_q$. θ_p , θ_q и φ_p , φ_q — полярные и азимутальные углы векторов \mathbf{p} и \mathbf{q} в сферической системе координат с полярной осью вдоль вектора \mathbf{k} . Интегрирование по φ_p , x , z легко выполняется аналитически, в результате получаем следующее выражение для затухания:

$$\gamma^{(3)}(k, T) = \frac{9}{16\pi^3} \frac{a^6 \Phi_0^2}{\hbar^2 c^2} kT \text{sh}\left(\frac{\hbar ck}{2T}\right) \times \int \frac{p^3 dp}{\text{sh}\left(\frac{\hbar cp}{2T}\right) \text{sh}\left[\frac{\hbar c(k+p)}{2T}\right]} \int_{-1}^1 dy \frac{(1-y)^2}{q_1 - q_2} \ln \frac{\text{sh}\frac{\hbar cq_1}{2T}}{\text{sh}\frac{\hbar cq_2}{2T}}, \quad (30)$$

где $q_{1,2} = (p+k \pm |\mathbf{p}+\mathbf{k}|)/2$.

Таким образом, все процессы с участием магнонов разного типа дают в затухание вклады одного порядка величины, и эти вклады описываются одинаковыми интегралами. Как отмечалось выше, амплитуда процессов рассеяния одинаковых магнонов F пропорциональна $\sqrt{k_1 k_2 k_3 k_4}$ и при малых импульсах мала по сравнению с $\Phi \sim \Psi$. Детальный анализ показывает, что основной вклад в релаксацию магнонов в длинноволновом приближении дают процессы с участием магнонов разной поляризации, а вклад от процессов рассеяния одинаковых магнонов содержит дополнительный множитель $T^4/(J_2(J_2 - J_1))^2 \ll 1$ и мал при низких температурах. Итак, для вычисления затухания магнонов достаточно проанализировать интеграл (30).

Аналитические выражения для этого интеграла можно найти в предельных случаях малых и больших волновых векторов, $\hbar ck \ll T$ и $\hbar ck \gg T$. Поскольку мы использовали длинноволновое приближение и считали, что $ak \ll 1$, анализ второй асимптотики имеет смысл только при достаточно низких температурах, когда условия $c/a \gg ck \gg T/\hbar$ не противоречивы. В этом случае получается

$$\gamma^{(3)}(k, T) = \frac{\pi}{5 \cdot 2^{10} \sqrt{3}} ak \frac{T^4}{J_2^2 \sqrt{J_2(J_2 - J_1)}}, \quad T \ll \hbar ck. \quad (31)$$

Видно, что при низких температурах затухание магнонов с немалым k мало. Рассмотрим теперь наиболее интересный случай $k \rightarrow 0$. Расчет, проведенный для $k \ll T/\hbar c$, дает

$$\gamma^{(3)}(k, T) = \frac{1}{2^8 \pi} (ak)^2 \frac{T^3}{J_2^2} \left[\ln \left(\frac{2T}{\hbar ck} \right) + \frac{1}{3} \right], \quad \hbar ck \ll T, \quad (32)$$

т.е. затухание магнонов с предельно малым импульсом имеет стандартное поведение, следующее из принципа Адлера для голдстоуновских возбуждений; затухание магнонов $\gamma_k \propto \varepsilon_k^2$ и $\gamma_k / \varepsilon_k \rightarrow 0$ при $k \rightarrow 0$. Таким образом, анализ спектров элементарных возбуждений подтверждает вывод о существовании фазы спинового нематика со спонтанно нарушенной симметрией и о наличии дальнего нематического порядка в трехмерной модели (1).

В промежуточной области температур и волновых векторов выражение для декремента может быть найдено только численно. Для этого удобно представить (30) в виде

$$\gamma^{(3)} = \frac{9}{2^8 \pi^3} \frac{T^5}{J_2^4 a_o} I \left(\frac{\hbar ck}{2T} \right), \quad (33)$$

где введена функция

$$I(x) = x \operatorname{sh}(x) \int \frac{\xi^3 d\xi}{\operatorname{sh}(\xi) \operatorname{sh}(x+\xi)} \int_{-1}^1 dy \frac{(1-y)^2}{\eta_1 - \eta_2} \ln \frac{\operatorname{sh}(\eta_1)}{\operatorname{sh}(\eta_2)}, \quad (34)$$

$$x = \hbar ck / 2T, \quad \xi = \hbar cp / 2T, \quad \eta_{1,2} = \hbar cq_{1,2} / 2T.$$

Асимптотики (31) и (32) при этом примут вид

$$I(x) = \begin{cases} \frac{4\pi^2}{9} x^2 \left(\ln \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \right), & x \ll 1, \\ \frac{\pi^4}{45} x, & x \gg 1. \end{cases} \quad (35)$$

Результаты численного расчета функции $I(x)$ приведены на рис. 1. Расчет подтверждает асимптотики (31) и (32) и демонстрирует достаточно регулярное поведение

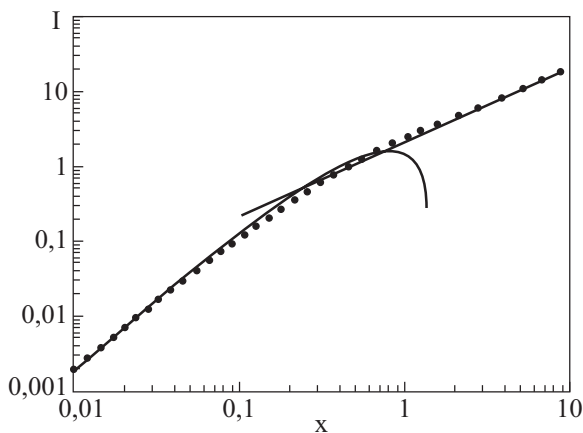


Рис. 1. Зависимость интеграла I от параметра $x = \hbar ck / 2T$. Точки — результат численного расчета, сплошные линии соответствуют асимптотикам (35).

ние затухания в промежуточной области температур и волновых векторов.

5. Специфика двумерной задачи

Рассмотрим теперь затухание магнонов в двумерной модели спинового нематика. Расчет производится практически так же, как для трехмерного случая, но приводит к существенно иным результатам. Для двумерной модели уравнение массовой поверхности имеет вид

$$kp(1 - \cos \varphi) - kq(1 - \cos \psi) - pq[1 - \cos(\psi - \varphi)] = 0, \quad (36)$$

где φ — угол между \mathbf{k} и \mathbf{p} , а ψ — между \mathbf{k} и \mathbf{q} . С учетом дельта-функции выражение для декремента можно привести к виду

$$\gamma^{(2)}(k, T) = \frac{9}{8\pi^3} \frac{a^4 \Phi_0^2}{\hbar c} \sqrt{k} \operatorname{sh} \left(\frac{\varepsilon_k}{2T} \right) \times \int \frac{p^{3/2} dp}{\operatorname{sh} \left(\frac{\varepsilon_p}{2T} \right)} \int_0^{2\pi} \int_{q_2}^{q_1} \frac{\sin^3(\varphi/2) d\varphi dq}{\operatorname{sh} \left(\frac{\varepsilon_q}{2T} \right) \operatorname{sh} \left(\frac{\varepsilon_{k+p-q}}{2T} \right) \sqrt{(q_1 - q)(q - q_2)}}. \quad (37)$$

Далее можно выписать асимптотические выражения для декремента в предельных случаях малых $T/\hbar \gg ck$ и больших $c/a \gg ck \gg T/\hbar$ значениях импульса. Анализ показывает, что при низких температурах для магнонов с немалым k ситуация похожа на ту, что отмечалась для трехмерного случая. Затухание магнонов с $k \gg T/\hbar$ мало,

$$\gamma^{(2)}(k, T) = \frac{9(12)^{1/4}}{2^8 \pi^{3/2}} (ak)^{1/2} \left(1 - \frac{J_1}{J_2} \right)^{1/4} \left(\frac{T}{J_2} \right)^{3/2} T, \quad (38)$$

$$T \ll \hbar ck,$$

и магноны с такими импульсами представляют собой хорошо определенные элементарные возбуждения системы. Интересно отметить, что эта температурная зависимость совпадает с той, которая была найдена для квантового гейзенберговского антиферромагнетика [27]. При $k \rightarrow 0$ ситуация принципиально иная, расчет дает

$$\gamma^{(2)}(k, T) = \frac{9\sqrt{3}}{2^7 \pi} (ak) \frac{T^2}{J_2} \sqrt{1 - \frac{J_1}{J_2}} \ln \left(\frac{2T}{\hbar ck} \right), \quad k \ll \frac{T}{\hbar c}, \quad (39)$$

величина $\gamma^{(2)} / \varepsilon_k \propto (T/J_2)^2 \ln(2T/\varepsilon_k)$ может быть не мала в случае малых k , величина γ_k / ε_k расходится (логарифмически) при $k \rightarrow 0$. Это означает, в частности, что и поправки к вещественной части массового оператора могут оказаться не малыми, и нужно выйти за рамки расчета с применением первого исчезаю-

шего порядка теории возмущений, так, как это было сделано в работе [28] для двумерного гейзенберговского антиферромагнетика. Анализ этой сложной ситуации выходит за рамки нашей работы. Можно только отметить, что такое поведение характерно для систем с разрушенным дальним порядком, в которых существует конечный корреляционный радиус. Этот вывод согласуется с результатами работы [12].

6. Заключение

Для трехмерной модели магнетика со спином $S = 1$ и чисто изотропным спиновым взаимодействием при конечной температуре возможно существование нематической фазы с нулевой намагниченностью и спонтанным нарушением симметрии квадрупольных спиновых средних. Существование или отсутствие дальнего порядка для систем со спонтанным нарушением непрерывной симметрии тесно связано со свойствами спектров элементарных возбуждений. В силу теоремы Голдстоуна, наличие дальнего порядка приводит к существованию мод с безактивационным законом дисперсии, $\varepsilon_k \rightarrow 0$ при $k \rightarrow 0$, а принцип Адлера гласит, что декремент этих возбуждений мал по сравнению с частотой, $\gamma_k / \varepsilon_k \rightarrow 0$ при $k \rightarrow 0$. В случае трехмерного спинового нематика наш расчет дает типичное голдстоуновское поведение, $\varepsilon_k \rightarrow \hbar ck$ и $\gamma_k \propto \varepsilon_k^2 \propto k^2$ при $k \rightarrow 0$, что при конечных температурах подтверждает существование фазы спинового нематика в трехмерном магнетике.

Интересно отметить, что в спиновом нематике зависимости затухания магнонов от температуры и волнового вектора похожи на те, что были найдены ранее для гейзенберговских антиферромагнетиков, как в квазиклассическом приближении, в рамках спинового гамильтониана [29] или сигма-модели [25], так и в квантовом случае [27,28]. Зависимость $\gamma_k \propto \varepsilon_k^2 \propto k^2$ совпадает с той, что установлена Барьяхтаром для чисто изотропного антиферромагнетика с использованием общего симметричного подхода [30]. Вероятно, это связано с тем обстоятельством, что в области параметров $J_2 \gg J_1$ спиновый нематик, как и антиферромагнетик, описывается в рамках изотропной сигма-модели [11]. Однако это соответствие является только приближенным, в частности, процессы рассеяния одинаковых магнонов отсутствуют для сигма-модели, но присутствуют для спинового нематика.

Отметим, что наш подход применим, когда в системе присутствует, как в трехмерном случае, нематический дальний порядок; или хотя бы присутствует квазидальний порядок такого типа, как в двумерных системах ниже точки перехода Березинского–Костерлица–Таулесса. Для квазидальнего порядка соответствующий коррелятор $S(r)$ (для нематика $S(r) = \langle \mathbf{u}(0) \mathbf{u}(\mathbf{r}) \rangle$, $r = |\mathbf{r}|$)

убывает при $r \rightarrow \infty$, но по степенному закону, $\langle \mathbf{u}(0), \mathbf{u}(\mathbf{r}) \rangle \propto 1/r^\nu$, $\nu > 0$ [31,32]. Для двумерного спинового нематика при любой конечной температуре дальний порядок разрушается специфическими солитонными возбуждениями, которые можно представить как солитон Белавина–Полякова с половинным топологическим зарядом [11]. (Более подробно топологическая классификация солитонов в спиновых нематиках приведена в [19].) Важно подчеркнуть, что анализ затухания магнонов в рамках теории возмущений позволяет отличить дальний порядок от квазидальнего по поведению магнонного декремента. Для трехмерного нематика присутствие дальнего порядка проявляется в голдстоуновском поведении декремента при $k \rightarrow 0$. Для двумерного случая анализ магнонного декремента показал принципиально иное поведение: при малых, но конечных температурах магноны представляют собой слабозатухающие элементарные возбуждения только при конечных (немалых) значениях k , но при $k \rightarrow 0$ отношение декремента к частоте не мало, то есть голдстоуновское поведение отсутствует. Это согласуется с картиной разрушения дальнего порядка такого же типа, как для двумерного изотропного антиферромагнетика [27,28].

В связи с этим отметим, что в одномерном нематике порядок, во всяком случае достаточно далеко от границы области его существования для трехмерного случая, при $J_2 - J_1 \sim J_1 \sim J_2 > 0$, разрушается квантовыми флуктуациями даже при нулевой температуре, вместо него реализуется так называемая димеризованная фаза [12], близкая по свойствам к состоянию с резонирующими валентными связями [33]. Отметим также, что в одномерном случае при частных соотношениях параметров для основного состояния модели (1) известны точные квантовые решения, например решение Тахтаджана – Бабуджана [34] для $J_1 = -J_2$, $J_2 > 0$ и состояние Уймина–Лай–Сазерленда [35] для $J_1 = J_2$, $J_1 < 0$. Однако оба этих решения применимы только вне области $J_2 > J_1 > 0$, определяющей стабильность нематической фазы в трехмерном случае, и не могут быть использованы для анализа одномерного случая. Кроме того, вопрос о неравновесной термодинамике элементарных возбуждений в точно интегрируемых моделях достаточно сложен. Для классических интегрируемых систем известно, что, с одной стороны, релаксация энергии солитона отсутствует [25,36], с другой, возможны явления диффузии [37,38], теплопередачи и роста энтропии [38] в газе солитонов. Для квантовых интегрируемых систем, насколько нам известно, вопрос о неравновесной термодинамике элементарных возбуждений не рассматривался, поэтому одномерный случай требует особого анализа и здесь не обсуждается.

В особом случае $J_1 = J_2, J_1 > 0$ модель (1) имеет симметрию SU(3), более высокую, чем стандартная для изотропных магнетиков вращательная симметрия SO(3) \sim SU(2) (см., например, [19]). Этот факт не связан с размерностью системы, он должен проявляться и в трехмерном случае и не приводит к точной интегрируемости. Однако в SU(3)-симметричной точке немагнитическое и ферромагнитное состояния имеют одинаковую энергию, а магнетонный закон дисперсии при малых k становится параболическим. Это должно приводить к специфическим особенностям в затухании магнонов, однако анализ этого интересного вопроса выходит за рамки настоящей работы.

Мы благодарны В.Г. Барьяхтару, А.К. Колежуку и Ю.А. Фридману за полезные обсуждения результатов работы.

Работа частично поддержана грантом INTAS-05-1000008-8112 и совместным грантом Министерства образования и науки Украины и Государственного Фонда фундаментальных исследований Украины Ф25.2/081.

1. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
2. Е.А. Туров, А.В. Колчанов, В.В. Меньшенин, И.Ф. Мирсаев, В.В. Николаев, *Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков*, Физматлит, Москва (2001).
3. А.М. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны*, Наукова думка, Киев (1983); А.М. Kosevich, В.А. Ivanov, and A.S. Kovalev, *Physica* **D3**, 363 (1981); А.М. Kosevich, В.А. Ivanov, and A.S. Kovalev, *Phys. Rep.* **194**, 117 (1990).
4. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
5. А.М. Переломов, *УФН* **123**, 23 (1977); А.М. Perelomov, *Generalized Coherent States and Their Applications*, Springer-Verlag, Berlin (1986).
6. Е. Fradkin, *Field Theories of Condensed Matter Systems*, in: *Frontiers in Physics*, Addison-Wesley (1991).
7. Б.А. Иванов, А.К. Колежук, *ФНТ* **21**, 355 (1995); В.А. Ivanov and A.K. Kolezhuk, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1859 (1995); Б.А. Иванов, *ФНТ* **31**, 841 (2005).
8. Т. Moriya, *Phys. Rev.* **117**, 635 (1960).
9. Э.Л. Нагаев, *УФН* **136**, 61 (1982); Э.Л. Нагаев, *Магнетики со сложными обменными взаимодействиями*, Наука, Москва (1988).
10. В.М. Локтев, В.С. Островский, *ФНТ* **20**, 983 (1994).
11. В.А. Ivanov and A.K. Kolezhuk, *Phys. Rev.* **B68**, 052401 (2003).
12. К. Buchtá, G. Fäth, Ö. Legeza, and J. Sólyom, *Phys. Rev.* **B72**, 054433 (2005).
13. Zhou Fei, *Quantum Spin Nematic States in Bose-Einstein Condensates*, *Electronic preprint ArXiv:cond-mat/0108473* (2002).
14. N.A. Mikushina and A.S. Moskvín, *Phys. Lett.* **A302**, 8 (2002).
15. В.С. Островский, *ЖЭТФ* **91**, 1690 (1986).
16. Б.А. Иванов, А.Н. Кичижиев, Ю.Н. Мицай, *ЖЭТФ* **102**, 618 (1992).
17. Б.А. Иванов, Р.С. Химин, *ЖЭТФ* **131**, 343 (2007).
18. Б.А. Иванов, *Письма в ЖЭТФ* **84**, 90 (2006).
19. В.А. Ivanov, R.S. Khymyn, and A.K. Kolezhuk, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 047203 (2008)
20. N. Papanicolaou, *Nuclear Physics* **B305**, 367 (1988).
21. Н.Н. Chen and P.М. Levy, *Phys. Rev.* **B7**, 4267 (1973).
22. В.М. Калита, В.М. Локтев, *ФТТ* **45**, 1450 (2003).
23. Yu.A. Fridman and O.A. Kosmachev, *J. Magn. Magn. Mater.* **236**, 272 (2001).
24. В.П. Дьяконов, Э.Е. Зубов, Ф.П. Онуфриева, А.В. Сайко, И. М. Фита, *ЖЭТФ* **93**, 1775 (1987).
25. А. Ivanov and A.L. Sukstanskii, *J. Magn. Magn. Mater.* **117**, 102, (1992).
26. В.Г. Барьяхтар, В.Н. Криворучко, Д.А. Яблонский. *Функции Грина в теории магнетизма*, Наукова думка, Киев (1984).
27. S. Tyc and B.I. Halperin, *Phys. Rev.* **B42**, 2096 (1990).
28. S. Chakravarty, B.I. Halperin, and D. Nelson, *Phys. Rev.* **B39**, 2344 (1990).
29. В.Г. Барьяхтар, В.Л. Соболев, А.Г. Квирикадзе, *ЖЭТФ* **65**, 790 (1973).
30. В.Г. Барьяхтар, *ФНТ* **11**, 1198 (1985); V.G. Baryakhtar, *Physica* **B159**, 20 (1989).
31. В.Л. Березинский, *ЖЭТФ* **59**, 907 (1970); там же **61**, 1144 (1971).
32. J.M. Kosterlitz and D.J. Thouless, *J. Phys. C*, 1181 (1973).
33. I. Affleck, T. Kennedy, E.H. Lieb, and H. Tasaki, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 799 (1987); *Commun. Math. Phys.* **115**, 477 (1988).
34. L.A. Takhtajan, *Phys. Lett.* **A87**, 479 (1982); H.M. Babujian, *ibid.* **90**, 479 (1982); *Nucl. Phys.* **B215**, 317 (1983); P. Kulish, N. Reshetikhin, and E. Sklyanin, *Lett. Math. Phys.* **5**, 393 (1981).
35. Г.В. Уймин, *Письма ЖЭТФ* **12**, 332 (1970); С.К. Lai, *J. Math. Phys.* **15**, 1675 (1974); В. Sutherland, *Phys. Rev.* **B12**, 3795 (1975).
36. А.С. Абызов, Б.А. Иванов, *ЖЭТФ* **76**, 1700 (1979); V.G. Baryakhtar, В.А. Ivanov, K.F. Safaryan, *Solid State. Commun.* **72**, 1117 (1989); V.G. Baryakhtar, В.А. Ivanov, A.L. Sukstanskii, and E.Yu. Melekhov, *Phys. Rev.* **B56**, 619 (1997).
37. В.А. Ivanov and A.K. Kolezhuk, *Phys. Lett.* **A146**, 190 (1990).
38. I.V. Baryakhtar, V.G. Baryakhtar, and E.N. Economou, *Phys. Lett.* **A207**, 67 (1995).

Magnon relaxation in spin nematic

V.I. Butrim, B.A. Ivanov,
A.S. Kuznetsov, and R.S. Khymyn

The processes of magnon relaxation for a spin nematic state of the $S = 1$ magnet are studied with taking into account the general form of isotropic exchange interaction including bilinear and biquadratic terms. The dependence of damping factor on the temperature and the magnon momentum have been calculated in the long-wave approxima-

tion. The elementary excitation in the spin nematic state (magnons) can be treated as Goldstone excitation. In the limit of small wave vectors the dispersion law is linear, and the damping factor has a quadratic dependence on wave vector. It is found that the behavior of magnons in spin nematic and antiferromagnet is similar.

PACS: 75.10.Jm Quantized spin models;
75.10.Hk Classical spin models.

Keywords: spin nematic, relaxation of magnon, long-wave approximation.