

# О возможности большой сверхпроводящей щели в присутствии квантовых флуктуаций

И.Н. Жилияев

*Институт проблем технологии микроэлектроники и особо чистых материалов РАН  
Черноголовка, Московская область, 142432, Россия  
E-mail: zhilyaev@ipmt-hpm.ac.ru*

Статья поступила в редакцию 14 июня 2012 г.

Согласно модели БКШ, вероятность заполнения электронных состояний  $v_k^2$  как функции кинетической энергии размазана. Предложен модифицированный механизм формирования  $v_k^2$  при учете флуктуаций вблизи квантового фазового перехода. Оценка ширины сверхпроводящей щели  $\Delta$  в присутствии флуктуаций для материала с параметрами, близкими к параметрам ВТСП образцов, дает значение, сопоставимое с реально наблюдавшимся. Основные характеристики предложенной модели напоминают характеристики модели, используемой для описания ВТСП материалов.

Згідно моделі БКШ, ймовірність заповнення електронних станів  $v_k^2$  як функції кінетичної енергії розмазано. Запропоновано модифікований механізм формування  $v_k^2$  при урахуванні флуктуацій поблизу квантового фазового переходу. Оцінка ширини надпровідної щілини  $\Delta$  у присутності флуктуацій для матеріалу з параметрами, близькими до параметрів ВТНП зразків, дає значення, порівняне з значенням, що реально спостерігалось. Основні характеристики запропонованої моделі нагадують характеристики моделі, яка використовується для опису ВТНП матеріалів.

PACS: 74.20.Fg БКШ теория и ее развитие;  
74.40.Kb Квантовые критические явления;  
74.72.-h Купратные сверхпроводники.

Ключевые слова: высокотемпературная сверхпроводимость, квантовые флуктуации, БКШ.

## 1. Введение

Эта статья подготовлена для выпуска журнала ФНТ, посвященного 75-летию со дня рождения Л.П. Межова-Деглина, под руководством которого автор выполнил дипломную работу и защитил кандидатскую диссертацию в ИФТТ РАН. Наряду с работами по изучению свойств квантовых жидкостей и кристаллов в группе Л.П. Межова-Деглина в течение ряда лет проводились интенсивные исследования транспортных явлений в полуметаллах и сверхпроводниках, в том числе в образцах высокотемпературных сверхпроводников [1]. В частности, ими было обнаружено, что вблизи точки перехода в сверхпроводящее состояние поведение теплопроводности кристаллов иттриевых и висмутовых ВТСП образцов можно описать, воспользовавшись БКШ приближением для металлических сверхпроводников с сильной электрон-фононной связью.

Вопрос о том, насколько широко можно пользоваться БКШ моделью для описания транспортных явлений

в сверхпроводниках самого различного состава, в том числе ВТСП образцах, пниктидах и др., остается открытым, так как до сих пор не существует общепринятой модели, описывающей механизм возникновения сверхпроводимости, например в ВТСП материалах. Как показывают экспериментальные данные [2], сверхпроводящие свойства ВТСП материалов сохраняются при уменьшении толщины образца вплоть до одного слоя, когда состояние электронной системы в первом приближении можно рассматривать как двумерное. Задача описания возникновения сверхпроводящего состояния в подобных образцах осложняется тем, что электронная структура в каждом слое неоднородна и сильно анизотропна [3]. При этом масштаб неоднородности сравним с длиной когерентности. Теоретическое рассмотрение наталкивается и на другие трудности. Влияние флуктуаций в таком проводнике требует их учета, что пока не удается осуществить в полной мере [4].

При построении состояния ВТСП необходимо иметь в виду следующее обстоятельство. С одной стороны, в

сверхпроводящем состоянии в ВТСП, как и в обычных БКШ сверхпроводниках, должно присутствовать эффективное электрон-фононное взаимодействие [5]. Однако с другой стороны, изотопический эффект мал в области оптимального допирования [6]. Ввиду трудности вычислений в качестве первого шага для подобных сложных объектов обычно разрабатываются феноменологические модели. В данной работе предложена подобная модель, описывающая возникновение сверхпроводящего состояния для двумерного БКШ сверхпроводника с учетом влияния квантовых флуктуаций, как это делают при описании свойств ВТСП образцов.

### 2. О возможности увеличения сверхпроводящей щели за счет увеличения размазки функции $v_k^2$

Согласно модели БКШ [7], в сверхпроводящем состоянии парное взаимодействие электронов осуществляется с помощью фононов в интервале порядка дебаевской энергии  $\hbar\omega_D$  вблизи уровня Ферми. В соответствии с моделью  $v_k^2$  как функция электронной энергии  $\epsilon$  даже при температуре  $T = 0$  размазана по кинетической энергии. В данной работе для характеристики величины размазки удобно ввести интервал энергии  $\delta\epsilon$ , в котором функция  $v_k^2$  не сильно отличается от значения  $1/2$  и который близок по величине  $2\Delta$ . В обычных (не ВТСП) сверхпроводниках, где применима теория БКШ, экспериментально наблюдаемый интервал  $\delta\epsilon = \delta\epsilon_{wc} \cong 2\Delta \ll \hbar\omega_D$ . Для того чтобы увеличить  $\Delta$  обычно предлагается увеличить потенциал взаимодействия электронов  $V$  или плотность состояний  $n(E_F)$  на уровне Ферми. Были также предложены механизмы изменения функции  $v_k^2$  в неравновесных условиях [8]. Предлагаемая здесь идея модификации модели БКШ состоит в том, чтобы при наличии фононного механизма спаривания БКШ в сверхпроводнике в равновесных условиях учесть квантовые флуктуации сравнительно большой энергии, которые могут привести к увеличению размазки. Это, в свою очередь, должно привести к увеличению  $\Delta$ .

### 3. Неравновесное состояние

Идею предлагаемого состояния удобно пояснить на основе неравновесного состояния. Будем считать температуру близкой к нулю, чтобы не рассматривать реальные фононы. Пусть в данном сверхпроводнике имеется сверхпроводящее состояние БКШ, отвечающее сильной связи, и ему соответствует большая размазка, такая, что  $\delta\epsilon_{hc} \gg \delta\epsilon_{wc}$ . Мысленно поменяем связь с сильной на связь, отвечающую размазке  $\delta\epsilon_{wc}$ . Сверхпроводящая система будет релаксировать к состоянию, соответствующему  $\delta\epsilon_{wc}$  за характерное время порядка  $\tau_{wc} \cong \hbar/2\Delta_{wc}$ , соответствующее сверхпроводящему состоянию БКШ с щелью  $\Delta_{wc}$ , отвечающему слабой связи [9]. Однако до перехода в это состояние можно

себе представить существование в системе сверхпроводящего состояния, соответствующего размазке  $\delta\epsilon_{hc}$  с одной стороны, а с другой — слабой связи. Это состояние по жесткости должно занимать промежуточное положение между состояниями, соответствующими величинам  $\delta\epsilon_{hc}$  и  $\delta\epsilon_{wc}$  теории БКШ.

Оценим  $\Delta$  для такого промежуточного случая, используя частично процедуру вывода  $\Delta$  для модели БКШ и следуя [10]. Согласно модели БКШ, энергия сверхпроводника  $E_s$ , соответствующая функции  $v_k^2$ , запишется в виде:

$$E_s = \sum_k 2\epsilon_k v_k^2 + \sum_{k,k'} V v_{k'} u_k v_k u_{k'},$$

где  $\epsilon_k$  — энергия электрона в состоянии  $k$ , отсчитываемом от энергии Ферми;  $u_k^2 = 1 - v_k^2$ . Далее, если следовать модели БКШ, нужно вариационным методом найти  $v_k^2$ . В нашем случае принимаем  $v_k^2$  заданной и соответствующей состоянию БКШ с  $\delta\epsilon_{hc}$ . Рассмотрим некоторое парное состояние  $(\mathbf{q}, -\mathbf{q})$ . Его вклад в энергию сверхпроводника

$$w_q = 2\epsilon_q v_q^2 - 2V v_q u_q \sum_k v_k u_k.$$

Пусть состояние  $(\mathbf{q}, -\mathbf{q})$  не занято. Поместим в состояние  $\mathbf{q}$  квазичастицу с энергией  $\epsilon_q$ . Тогда изменение энергии  $E_q$  после удаления пары из состояния  $(\mathbf{q}, -\mathbf{q})$  и помещения квазичастицы в состояние  $\mathbf{q}$  будет:

$$\begin{aligned} E_q &= \epsilon_q - w_q = \epsilon_q - 2\epsilon_q v_q^2 + 2V v_q u_q \sum_k v_k u_k = \\ &= \epsilon_q (1 - 2v_q^2) + 2V v_q u_q \sum_k v_k u_k. \end{aligned}$$

Минимальная величина, на которую изменится энергия системы, будет в случае, когда квазичастица находится на уровне Ферми. При этом  $\epsilon_q = 0$ ,  $v_q u_q = 1/2$  и

$$E_q = \Delta = V \sum_k v_k u_k = V \sum_k v_k \sqrt{(1 - v_k^2)}.$$

Заменим суммирование по состояниям интегрированием по энергии. Функция  $v_k (1 - v_k^2)^{1/2}$  представляет собой перевернутую параболу. Вблизи максимума в интервале  $\delta\epsilon_{hc}$ , где  $v_k^2$  недалеко от  $1/2$ , она близка к величине  $1/2$ . Примем для оценки  $v_k (1 - v_k^2)^{1/2} \cong 1/2$  внутри интервала  $\delta\epsilon_{hc}$  и проинтегрируем в тех же пределах:

$$\Delta \cong V \int_{-\delta\epsilon_{hc}/2}^{\delta\epsilon_{hc}/2} n(E_F)(1/2)d\epsilon. \quad (1)$$

Чтобы сравнить жесткость сверхпроводящих состояний для случая слабой связи модели БКШ и промежуточного случая, вычислим сначала сверхпроводящую щель  $\Delta_{wc}$  для модели БКШ. Возьмем для  $Vn(E_F)$  величину  $1/2$ , которая возможна в модели

БКШ [11] и  $\hbar\omega_D = 400$  К. Тогда  $\delta\varepsilon_{wc}/2 \cong \Delta_{wc} \cong 1,75\hbar\omega_D \times \exp(-1/V(E_F)) \cong 90$  К. Для промежуточного случая возьмем ту же величину  $Vn(E_F) \cong 1/2$ , а для размазки  $\delta\varepsilon_{hc}/2 \cong \hbar\omega_D = 400$  К. В этом случае для  $\Delta$ , согласно формуле (1), найдем большую, по сравнению с 90 К, величину 200 К, т.е. действительно, если каким-то образом обеспечить большую размазку, то можно получить большую величину  $\Delta$ . Оценим величину  $\tau_{wc} \cong \hbar/2\Delta_{wc}$ , которая пригодится нам в дальнейшем. Подставляя  $\Delta_{wc} \cong 90$  К, получаем  $\tau_{wc} \cong 2,5 \cdot 10^{-13}$  с. Оценим длину когерентности  $\xi_0$  для промежуточного случая. Ее смысл тот же, что и в модели БКШ. Тогда  $\xi_0 \cong \hbar v_F/\pi\Delta$ . Оценка для  $\Delta = 200$  К при характерной в ВТСП скорости Ферми  $v_F \cong 10^7$  см/с дает величину  $\xi_0 = 12 \text{ \AA}$ , согласующуюся по порядку с характерной величиной в ВТСП.

#### 4. Равновесное состояние в присутствии квантовых флуктуаций волн зарядовой плотности

В литературе неоднократно обсуждался вопрос о присутствии в ВТСП квантового фазового перехода (см., например, [12]). В равновесном состоянии для поддержания большой размазки мы предлагаем использовать флуктуации волны зарядовой плотности (ВЗП) вблизи квантового фазового перехода. В случае, когда флуктуации распределены равномерно во всем объеме сверхпроводника, они, как и температура, будут разрушать сверхпроводящее состояние. Для того чтобы этого избежать, мы предлагаем разнести пространственно флуктуации и сверхпроводящее состояние, воспользовавшись пространственной неоднородностью. В ВТСП методом атомной силовой микроскопии наблюдается неоднородность в виде упорядоченных островков масштаба  $d$  порядка 10–20  $\text{ \AA}$  с расстоянием между ними того же порядка [3]. Они расположены, по-видимому, в соответствии с симметрией  $C_4$ . Пусть в двумерном проводнике на подобных островках в нормальном состоянии с уменьшением концентрации носителей заряда возникает квантовый фазовый переход в состояние с ВЗП. Будем считать, что на островках вблизи квантового фазового перехода происходят флуктуации ВЗП, а вне островков они невозможны. Для дальнейших оценок примем  $d = 15 \text{ \AA}$ . Пусть ВЗП имеет период  $d$  и симметрию  $C_4$ . Будем считать, что перераспределение заряда в результате флуктуации происходят в двух взаимно перпендикулярных направлениях и флуктуация симметрична пространственно (см. рис. 1). Пусть ВЗП является ВЗП вигнеровского типа. То есть считаем ионную систему неподвижной, и поэтому она не может изменить энергию электронов при рассеянии. Ввиду сложности полное квантово-механическое описание взаимодействия электронов и квантовых флуктуаций отсутствует в литературе. В данной работе мы предлагаем феноменологически учесть такое взаимодействие. Допустим, что справедлива следующая картина. Для

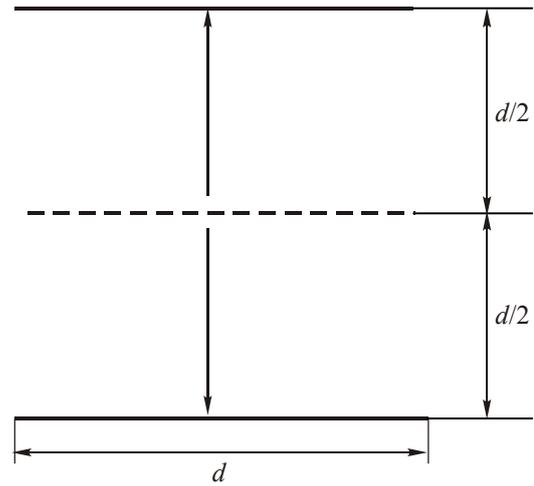


Рис. 1. Схематическое изображение флуктуаций в одном из двух главных направлений. Линии на рисунке — экстремумы волны зарядовой плотности с периодом  $d$ . Стрелками показаны направления перераспределения зарядов в некоторый момент времени.

эффективности взаимодействия электронов с островками за время взаимодействия  $\tau_d \cong d/v_F \cong 1,5 \cdot 10^{-14}$  с должна произойти флуктуация, т.е. время  $\tau_{fl}$ , характеризующее флуктуацию в электронной системе, должно быть порядка или не больше  $\tau_d$ . Выясним, может ли выполняться неравенство  $\tau_d \geq \tau_{fl}$  в случае численных параметров ВТСП. Оценим  $\tau_{fl}$ . В соответствии с соотношением неопределенности для квантовой флуктуации  $\tau_{fl} \sim \hbar/\varepsilon_{fl}$  [13], где  $\varepsilon_{fl}$  — энергия флуктуации. Оценим энергию флуктуации. Примем, что  $\varepsilon_{fl}$  складывается из энергий отдельных электронов порядка щели ВЗП  $\varepsilon_{cdw}$ , находящихся в объеме  $V_{fl} = ddt$ , занимаемом флуктуацией, где  $t \cong 10 \text{ \AA}$  — характерная толщина слоя в слоистой структуре ВТСП. Число электронов  $N_{fl}$ , находящихся в объеме  $V_{fl}$ , равно  $n_e V_{fl}$ , где  $n_e \cong 10^{21} \text{ см}^{-3}$  — характерная плотность носителей заряда в оптимально допированном ВТСП. Тогда  $N_{fl} \cong 2$ . Известно, что в ВТСП присутствует анизотропная псевдощель с симметрией  $C_4$ , возможно, связанная с ВЗП. Ее максимальная величина в области оптимального допирования в межузловом направлении  $\varepsilon_{pg} \cong 800$  К [14]. Далее в оценках пренебрежем анизотропией. Допустим, что  $\varepsilon_{cdw} \cong \varepsilon_{pg}$ , а  $\varepsilon_{fl} \cong \varepsilon_{cdw} N_{fl}$ . Подставив соответствующие величины, получим  $\tau_{fl} \cong 3 \cdot 10^{-14}$  с. Учитывая грубость оценок, можно допустить, что  $\tau_{fl} \cong \tau_d$ , т.е. взаимодействие электронов с островками в принципе может быть эффективным. Флуктуация ВЗП может быть в двух состояниях: когда максимум плотности заряда находится в середине флуктуации (штриховая линия на рис. 1) или когда максимумы плотности заряда ближе к краям флуктуации (сплошные линии на рис. 1). В силу симметрии флуктуации в реальном и импульсном пространстве взаимодействие электронов с островком должно быть парным. Результат рассеяния зависит от

состояния флуктуации во время рассеяния пары. Будем считать, что электроны пары в зависимости от текущего (одного из двух) состояния могут равновероятно получить или потерять энергию величиной порядка  $\varepsilon_{cdw}$ . Пусть в проводнике с островками размером  $d \cong 15 \text{ \AA}$ , в области которых происходят флуктуации ВЗП с энергией  $\varepsilon_{\Pi}$ , между островками присутствует сверхпроводящее состояние. Допустим, что это состояние соответствует неравновесной размазке порядка  $\delta\varepsilon/2 \cong \varepsilon_{pg} \cong 800 \text{ K}$  и слабой связи (промежуточный случай). Без какой-либо поддержки сверхпроводящее состояние должно релаксировать к состоянию БКШ, отвечающему  $\delta\varepsilon_{wc}$ , за время  $\tau_{wc}$ . Время, характеризующее флуктуацию  $\tau_{\Pi} \cong 3 \cdot 10^{-14} \text{ с}$ , существенно меньше времени жизни неравновесного сверхпроводящего БКШ состояния с  $\tau_{wc} \cong 2,5 \cdot 10^{-13} \text{ с}$ , поэтому пары за время  $\tau_{\Pi}$ , характеризующее соотношение неопределенности, в условиях флуктуации взаимодействуют с островками, изменяя при этом свою кинетическую энергию. Поскольку нижележащие по энергии состояния заселены больше, чем вышележащие, процессы рассеяния пар на островках при достаточно частых флуктуациях приводят к увеличению среднего значения функции  $v_k^2$ . Процесс роста  $v_k^2$  ограничен тем, что увеличение кинетической энергии в сверхпроводящей системе не может быть больше уменьшения потенциальной энергии в системе островков с флуктуациями ВЗП. Если объемы и количество электронов в системах равны, то увеличение кинетической энергии не может быть больше, по крайней мере, энергии порядка  $\varepsilon_{cdw} \cong \varepsilon_{pg} \cong 800 \text{ K}$  на один электрон. Тогда в сверхпроводящей системе поддерживается размазка порядка  $\delta\varepsilon_{hc}/2 \cong \varepsilon_{pg} \cong 800 \text{ K}$ . В ВТСП  $\hbar\omega_D$  может быть порядка 800–1600 К [15]. Примем, что в данном сверхпроводнике возможно соотношение  $\hbar\omega_D \geq 800 \text{ K}$ . Оценка  $\Delta$  для  $Vn(E_F) = 1/2$  с размазкой по энергии  $\delta\varepsilon/2 \cong \varepsilon_{pg} \cong 800 \text{ K}$ , согласно формуле (1), дает  $\Delta = 400 \text{ K}$ . Оценим, не влияет ли неупругая релаксация при электрон-электронном рассеянии на состояние с  $\Delta = 400 \text{ K}$ . В рамках теории жидкости Ферми время жизни электронов на уровне, удаленном на  $\delta\varepsilon/2 = 800 \text{ K}$  от уровня Ферми, определяется электрон-электронным рассеянием и равно  $\tau_{ee} \cong \hbar E_F / (\delta\varepsilon/2)^2$  [16]. Приняв обычную для ВТСП величину энергии Ферми  $E_F = 3000 \text{ K}$ , найдем  $\tau_{ee} \cong 2 \cdot 10^{-13} \text{ с}$ , что на порядок больше времени  $\tau_{\Pi}$  и порядка величины  $\tau_{wc}$ , следовательно, релаксация при электрон-электронном рассеянии не должна разрушить сверхпроводящее состояние.

### 5. Сравнение основных характеристик предлагаемой модели и модели, используемой для описания ВТСП материалов

Заметим, что в предлагаемой модели, как и в ВТСП, справедливо следующее.

1. Большая величина сверхпроводящей щели, порядка нескольких сот градусов.
2. Небольшая длина когерентности порядка  $10 \text{ \AA}$ .
3. Зависимость  $\Delta(n_e)$  является, согласно модели, как и в ВТСП, функцией с максимумом, поскольку при удалении от квантового фазового перехода вероятность квантовых флуктуаций падает.
4. Изотопический эффект, согласно модели, может быть близок к нулю вблизи квантового фазового перехода, если  $\hbar\omega_D$  больше  $\varepsilon_{pg}$  (ничто не запрещает выполнению этого в ВТСП). В таком случае  $\Delta$  в нашей модели зависит от размазки, а не от величины  $\hbar\omega_D$ . При удалении от квантового фазового перехода, как и в ВТСП [6] при удалении от оптимального допирования, изотопический эффект может расти до характерных для БКШ значений.
5. Сверхпроводящая щель в предлагаемой модели может быть анизотропной вследствие анизотропии  $\varepsilon_{pg}$ , которая, в свою очередь, обусловлена анизотропией ВЗП. Возможно, необходимой в этом случае может быть анизотропия электрон-фононного взаимодействия (обсуждение совместимости фононного механизма спаривания и анизотропии см. в [17]).
6. Предложенное сверхпроводящее состояние, как и в ВТСП, является пространственно неоднородным.

### 6. Заключение

В работе предложена феноменологическая модель, пригодная для качественного описания свойств двумерного БКШ сверхпроводника с большой сверхпроводящей щелью, сравнимой с наблюдаемой в ВТСП материалах. Предложенное состояние основано на симбиозе двух квантовых систем: сверхпроводящей, типа БКШ, и системы флуктуаций волн зарядовой плотности. При этом спаривание происходит за счет электрон-фононного взаимодействия, а увеличение щели по сравнению с моделью БКШ связано с увеличением среднего значения  $v_k^2$  за счет уменьшения потенциальной энергии в системе флуктуаций волн зарядовой плотности. Предложенное состояние, хотя и состоит из двух систем, в действительности есть единое самосогласованное квантовое состояние. Естественно, что для строгого обоснования используемых в данной феноменологической модели положений в дальнейшем необходимы точные квантово-механические расчеты.

Работа поддержана Программой РАН «Квантовые мезоскопические и неупорядоченные структуры».

1. В.Б. Ефимов, Л.П. Межов-Деглин, *ФНТ* **23**, 278 (1997) [*Low Temp. Phys.* **23**, 204 (1997)].
2. K. Saito and M. Kaise, *Phys. Rev. B* **57**, 11786 (1998).
3. W.D. Wise, M.C. Boyer, Kamallesh Chatterjee, Takeshi Kondo, T. Takeuchi, H. Ikuta, Yayu Wang, and E.W. Hudson, *Nature Phys.* **4**, 696 (2008).
4. М.В. Садовский, *УФН* **171**, 539 (2001).

5. Е.Г. Максимов, О.В. Долгов, *УФН* **177**, 983 (2007).
6. D.J. Pringle, G.V.M. Williams, and J.L. Tallon, *Phys. Rev. B* **62**, 12527 (2000).
7. J. Bardeen, L.N. Cooper, and J.R. Schrieffer, *Phys. Rev.* **106**, 162 (1957).
8. Л.Н. Булаевский, В.Л. Гинзбург, Г.Ф. Жарков, Д.А. Киржниц, Ю.В. Копаев, Е.Г. Максимов, Д.И. Хомский, *Проблема высокотемпературной сверхпроводимости*, Наука, Москва (1977).
9. В.П. Галайко, *ЖЭТФ* **61**, 382 (1971).
10. В.В. Шмидт, *Введение в физику сверхпроводников*, МЦНМО, Москва (2000).
11. В.Л. Гинзбург, *УФН* **95**, 91 (1968).
12. С.М. Стишов, *УФН* **174**, 853 (2004).
13. В.Ф. Гантмахер, В.Т. Долгополов, *УФН* **178**, 3 (2008).
14. S. Huefner, M.A. Hossain, A. Damascelli, and G.A. Sawatzky, *Rep. Prog. Phys.* **71**, 062501 (2008).
15. И.Н. Аскерзаде, *УФН* **179**, 1033 (2009).
16. А.А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, Наука, Москва (1987).
17. Е.Г. Максимов, *УФН* **170**, 1033 (2000).

## A possibility of large superconducting gap in the presence of quantum fluctuations

I.N. Zhilyaev

According to the BCS model the probability of electron states filling  $v_k^2$  as a function of kinetic energy is smeared. A modified mechanism of  $v_k^2$  formation is proposed which takes the fluctuations near the quantum phase transition into account. The estimations of a superconducting gap in the presence of fluctuations for a material with HTS parameters give values comparable with those observed. The characteristic features of the proposed model resemble the properties of HTS.

PACS: 74.20.Fg BCS theory and its development;  
74.40.Kb Quantum critical phenomena;  
**74.72.-h** Cuprate superconductors.

Keywords: high-temperature superconductivity, quantum fluctuations, BCS.