

Особенности перехода к турбулентности в сверхтекучем ^4He при низких температурах

Г.А. Шешин, А.А. Задорожко, Э.Я. Рудавский, В.К. Чаговец

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: sheshin@ilt.kharkov.ua*

Л. Скрбек

Faculty of Mathematics and Physics, Charles University, Ke Karlovu 3, 121 16 Prague, Czech Republic

М. Блажкова

Institute of Physics ASCR, Na Slovance 2, 182 21 Prague 8, Czech Republic

Статья поступила в редакцию 16 мая 2008 г.

Проведено экспериментальное исследование кинетических и диссипативных процессов в He II с помощью колеблющегося пьезокварцевого резонатора (камертона), погруженного в жидкость. Измерялся электрический отклик камертона вблизи его резонансной частоты при различных возбуждающих напряжениях в области температур от 0,1 К до 4,2 К. Измеренные значения полуширины резонансных кривых позволили определить вязкость нормальной компоненты He II в широкой области температур. Обнаружен максимум эффективной вязкости при температуре $\sim 0,5$ К, который связан с переходом от гидродинамического режима к баллистическому режиму в фононном газе He II. Установлено, что при малых скоростях колебаний камертона наблюдается линейная зависимость скорости колебания от возбуждающей силы, что соответствует ламинарному течению жидкости в пограничном слое вблизи колеблющейся поверхности. При этом основной диссипативный процесс связан с вязкостью нормальной компоненты. Оценена толщина пограничного слоя вблизи поверхности колеблющегося камертона. При больших скоростях колебания камертона были обнаружены изломы на зависимости электрического отклика от возбуждающего напряжения, свидетельствующие о переходе к нелинейному характеру течения. При низких температурах этот режим сопровождался появлением на резонансных кривых плоских участков вблизи максимума. Такое поведение можно объяснить переходом от ламинарного к турбулентному течению жидкости, что также сопровождается появлением дополнительной диссипации, связанной с рождением квантованных вихрей. Определена критическая скорость перехода к турбулентному режиму, температурная зависимость которой качественно согласуется с измерениями, проведенными ранее с колеблющимися телами другой формы.

Проведено експериментальне дослідження кінетичних і дисипативних процесів у He II за допомогою п'єзокварцевого резонатора (камертона), зануреного в рідину, який коливається. Обміряно електричний відгук камертона поблизу його резонансної частоти при різних збуджуючих напругах в області температур від 0,1 К до 4,2 К. Обміряні значення напівширини резонансних кривих дозволили визначити в'язкість нормальної компоненти He II у широкій області температур. Виявлено максимум ефективної в'язкості при температурі $\sim 0,5$ К, що пов'язаний з переходом від гідродинамічного режиму до балістичного режиму у фононному газі He II. Встановлено, що при малих швидкостях коливань камертона спостерігається лінійна залежність швидкості коливання від збуджуючої сили, що відповідає ламінарному плину рідини в прикордонному шарі поблизу коливної поверхні. При цьому основний дисипативний процес пов'язано з в'язкістю нормальної компоненти. Оцінено товщину прикордонного шару поблизу поверхні коливного камертона. При більших швидкостях коливання камертона були виявлені злами на залежності електричного відгуку від збуджуючої напруги, що свідчать про перехід до нелінійного характеру плину. При низьких температурах цей режим супроводжувався появою плоских ділянок на резонансних кривих поблизу максимуму. Таке поводження можна пояснити

переходом від ламінарного до турбулентного плину рідини, що також супроводжується появою додаткової дисипації, яка пов'язана з народженням квантованих вихорів. Визначено критичну швидкість переходу до турбулентного режиму, температурна залежність якої якісно погодиться з вимірами, отриманими раніше з коливними тілами іншої форми.

PACS: 67.25.B– Нормальная фаза ^4He ;
67.25.dk Вихревое движение и турбулентность.

Ключевые слова: сверхтекучий гелий, турбулентность, вязкость, кварцевый камертон.

1. Введение

В последнее время повысился интерес к исследованию процессов возникновения и развития квантовой турбулентности в сверхтекучей жидкости [1–7]. В отличие от классической жидкости, в сверхтекучем гелии присутствует одновременно два поля скоростей, связанных с нормальным и сверхтекучим движением. Хотя при малых скоростях течения сверхтекучая компонента движется без трения, при достаточно больших скоростях в жидкости возникают квантованные вихри, которые замыкаются либо на границе жидкости, либо образуют вихревые кольца. При большой концентрации вихрей устанавливается турбулентный характер движения.

Особенностью He II является сильная зависимость его свойств от температуры. Поэтому за счет изменения температуры в сверхтекучем гелии в широких пределах можно реализовать разные режимы течения. Особенно интересным является случай низких температур (ниже ~ 1 К), когда плотность нормальной компоненты пренебрежимо мала.

Экспериментальные исследования турбулентности в сверхтекучем гелии можно проводить, в частности, с помощью погружаемых в жидкость колеблющихся твердых тел: проволочки [5], сферы [4] или сеточки [6]. Во всех этих случаях колеблющаяся поверхность вызывает появление вихрей и, в конечном счете, турбулентности, что оказывает на поверхность обратное механическое воздействие. Таким образом, регистрируя изменения в амплитуде и частоте колебаний, можно судить об особенностях процесса турбулентности.

Совсем недавно для исследования процессов течения жидкого и газообразного гелия в Пражской группе была успешно использована новая экспериментальная методика, основанная на применении колеблющегося кварцевого резонатора (камертона) [8–9], который может обеспечивать высокую чувствительность измерений. Авторы наблюдали четкий переход от ламинарного к турбулентному режиму течения и показали, что в качестве характерного размера в критическое число Рейнольдса, характеризующее такой переход, следует подставлять глубину проникновения

вязкой волны. Эти исследования были продолжены в сверхтекучем гелии, однако все они были проведены при сравнительно высоких температурах (выше 1,3 К).

Данная работа продолжает серию экспериментов с колеблющимся пьезоэлектрическим кварцевым резонатором (камертоном) до температур ~ 100 мК. Особенностью низкотемпературной области является то, что почти вся жидкость является сверхтекучей и ее движение определяется квантовомеханическими закономерностями (квантованием циркуляции). Из-за большой длины свободного пробега элементарных возбудений в этой области не может быть реализован гидродинамический режим, поэтому теряют смысл такие гидродинамические характеристики, как вязкость и глубина проникновения вязкой волны. Вместе с тем при больших возбуждающих напряжениях, подаваемых на камертон, могут возникать диссипативные процессы, отличные от обычной вязкостной диссипации. Весь обозначенный круг вопросов и составляет содержание данной работы. Измерения в области температур 100 мК–2,6 К были проведены в Харькове, а в области 1,3–4,2 К — в Праге. Полученные результаты сопоставляются с данными, полученными другими методами.

2. Методика эксперимента

Движение сверхтекучей жидкости возбуждалось и детектировалось с помощью колеблющегося пьезоэлектрического кварцевого резонатора (камертона), имеющего форму вилки [8] (высота ноги камертона 3,9 мм, сечение ноги $0,28 \times 0,39$ мм), который погружался в He II . На камертон подавалось напряжение $U_{\text{in}} = U_0 \cos(\omega t)$, где ω и U_0 — угловая частота и амплитуда колебания. Колебания кварцевого резонатора возбуждались на частотах, близких к его резонансной частоте, которая при комнатной температуре в вакууме была $f_0 = \omega_0 / 2\pi = 2^{15}$ Гц = 32768 Гц. Выходной сигнал от камертона $U_{\text{out}} = U(\omega) \cos(\omega t + \alpha)$ подавался на синхронный анализатор (5208 Two Phase Lock-in Analyzer) вместе с опорным сигналом возбуждающего генератора. Такая система позволяла измерять амплитуду $U(\omega)$ в интервале от 10^{-6} до 5 В. В экс-

перименте использовалось несколько кварцевых резонаторов промышленного производства, у которых разброс резонансной частоты не превышал 1 Гц, а добротность при комнатной температуре в вакууме составляла $\sim 10^5$.

Кварцевый резонатор помещался в специальную герметичную ячейку, которая при комнатной температуре заполнялась исследуемым ^4He при высоком давлении, после чего капилляр заполнения механически пережимался и запаивался. Отсутствие капилляра заполнения исключало возможные в нем потоки жидкости и, следовательно, влияние на измерения. После конденсации гелия при низкой температуре количества вещества в ячейке было достаточно, чтобы камертон был полностью погружен в исследуемую жидкость, которая находилась при давлении насыщенного пара.

Измерительная ячейка имела постоянный тепловой контакт с плитой камеры растворения, что позволяло проводить измерения от 100 мК до 1,3 К. Температура измерялась с помощью термометра сопротивления RuO_2 , прокалиброванного по кристаллизационному термометру, основанному на кривой плавления ^3He . Одновременно с этим проводилась серия измерений при температурах от 1,6 до 3 К, когда рефрижератор растворения работал в режиме криостата испарения.

В эксперименте измерялась среднеквадратичная амплитуда выходного сигнала U (rms) в зависимости от амплитуды возбуждающего напряжения U_0 (peak to peak), а также ширина дисперсионных кривых при различных температурах.

3. Анализ резонансных кривых

Измерения амплитудно-частотных характеристик кварцевого резонатора, погруженного в сверхтекучий гелий, позволили получить резонансные кривые $U(f)$ при различных возбуждающих напряжениях U_0 и температурах ячейки. Эволюция формы резонансных кривых с ростом U_0 показана на рис. 1 для двух температур. Для температуры 350 мК из-за высокой добротности время измерения каждого последующего шага по частоте составляло 60 с. Как видно на графиках, с увеличением возбуждающей силы резонансные кривые уширяются, а также несколько смещается резонансная частота. Аналогичные зависимости были получены ранее для кварцевого резонатора при более высоких температурах [8] и для колеблющейся сетки [6].

Наблюдаемые зависимости можно описать в рамках простой модели вынужденных колебаний линейного осциллятора (см., например, [10]). Если на кварцевый резонатор, имеющий собственную резонансную частоту $\omega_0 = 2\pi f_0$, действует внешнее переменное на-

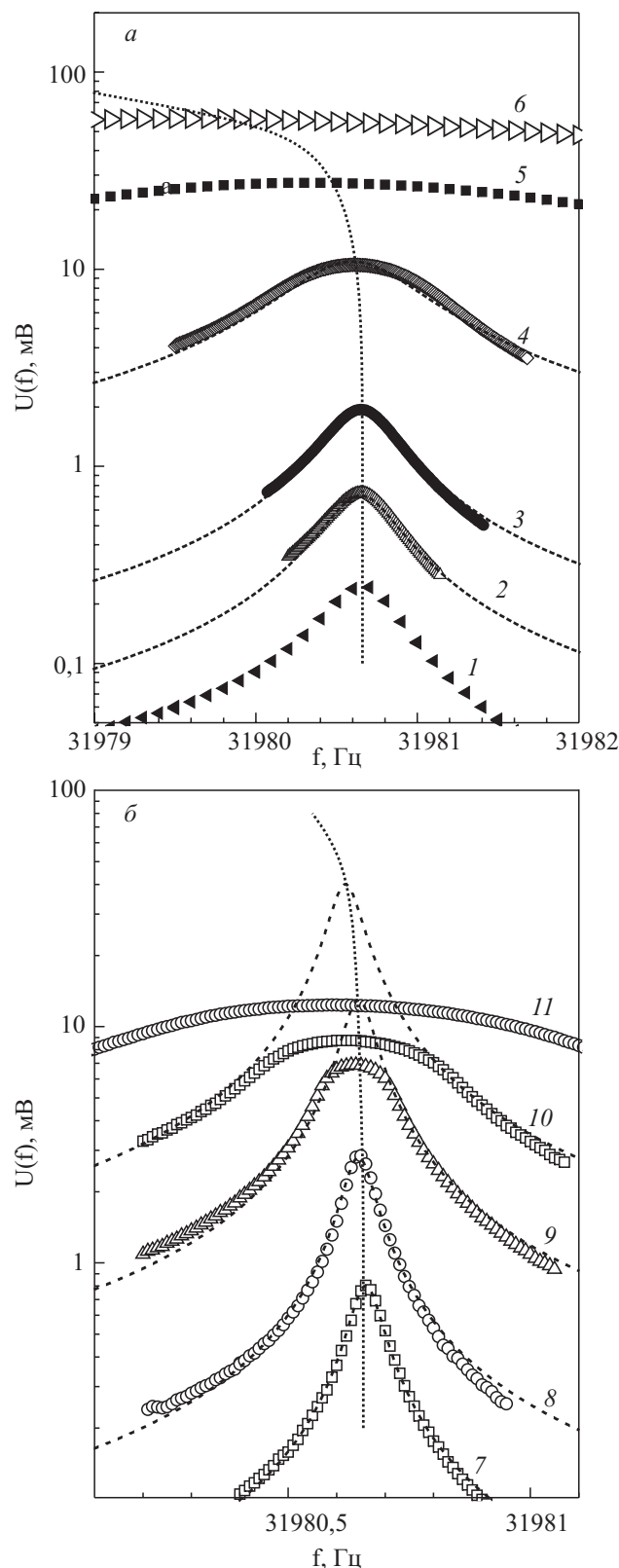


Рис. 1. Резонансные характеристики кварцевого резонатора, погруженного в He II при температурах T , мК: 835 (а), 350 (б). Резонансные кривые соответствуют различным возбуждающим напряжениям U_0 , мВ: 1 (1); 3 (2); 10 (3) В; 100 (4); $1 \cdot 10^3$ (5); $4 \cdot 10^3$ (6); 0,3 (7); 1 (8); 10 (9); 30 (10), 100 (11). Точечные линии соединяют резонансные частоты. Штриховые кривые соответствуют аппроксимации по формуле (1).

пряжение $U_{in} = U_0 \cos(\omega t)$, то выходное напряжение $U_{out} = U(f) \cos(\omega t + \alpha)$ сильно зависит от того, насколько частота внешней силы f близка к частоте собственных колебаний резонатора f_0 . При слабой диссипации в условиях равенства этих частот (резонанс) амплитуда колебаний максимальна. При увеличении диссипации, обусловленной вязким трением, амплитуда максимума уменьшается, а ширина резонансной кривой увеличивается.

Решение задачи о вынужденных колебаниях осциллятора при наличии диссипации можно записать в виду [10]:

$$U(f) = \frac{U_m f_0 \Delta f}{\sqrt{(f^2 - f_0^2)^2 + (f \Delta f)^2}}, \quad (1)$$

где $U_m = U(f_0)$ — максимум амплитуды выходного сигнала, а Δf — ширина (на половине высоты) дисперсионной кривой.

Проведенный анализ показал, что полученные резонансные кривые при сравнительно высоких температурах (рис. 1, а, $T = 835$ мК) могут быть аппроксимированы формулой (1) для приведенных на рис. 1 значений U_0 . При низких температурах (рис. 1, б, $T = 350$ мК) резонансные кривые проявляют новую особенность — начиная с некоторых значений U_0 у них появляется плоский участок (плато) в районе максимума амплитуды, при этом ширина резонансной кривой, описываемой лоренцианом (штриховая линия), в пределах погрешности измерений не изменялась. Отметим, что такой же эффект наблюдался и при изучении колебаний сетки, погруженной в сверхтекучий гелий, при низких температурах [6]. Этот эффект можно связать с появлением избыточной диссипации, о чем подробнее будет сказано в разд. 5.

Влияние температуры на форму резонансных кривых более наглядно проиллюстрировано на рис. 2. При малых амплитудах возбуждающего напряжения ($U_0 = 1$ мВ) с ростом температуры ширина линии увеличивается, а амплитуда выходного сигнала уменьшается, что свидетельствует о росте диссипации.

Такая зависимость в гидродинамическом режиме была получена ранее [8] и имеет вид:

$$\Delta f = \left(\frac{f_0}{f_{0vac}} \right)^2 \left(\Delta f_{vac} + \frac{1}{2m_{vac}} \sqrt{\frac{\rho_n \eta_n f_0}{\pi}} CS \right), \quad (2)$$

где f_{0vac} , Δf_{vac} и m_{vac} соответственно резонансная частота кварцевого резонатора, ширина резонансной кривой в вакууме и масса одной ноги камертона, S — площадь поверхности ноги камертона, ρ_n и η_n — соответственно плотность и вязкость нормальной компоненты, C — численная константа, определяемая геометрией колеблющегося тела. Первое слагаемое в выражении (2) учитывает изменение полуширины ре-

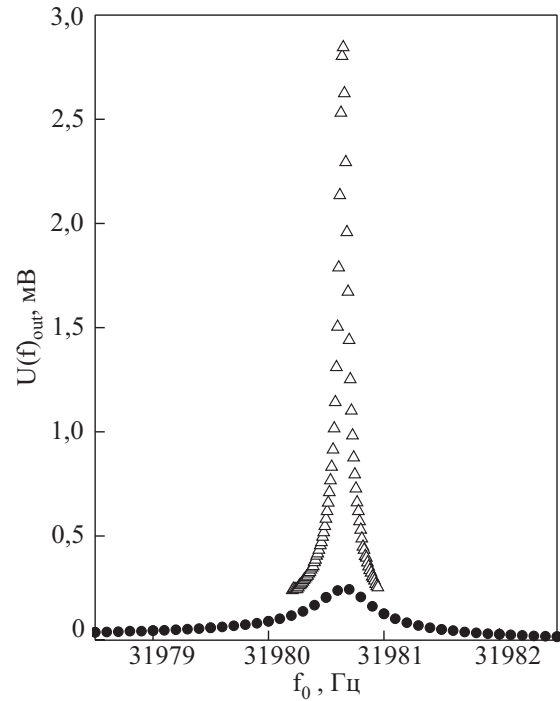


Рис. 2. Форма резонансных кривых при одинаковом возбуждающем напряжении $U_0 = 1$ мВ и двух температурах: Δ — 350 мК; \bullet — 835 мК.

зонансной кривой в жидкой среде по сравнению с вакуумом, а второе слагаемое в основном обусловлено плотностью и вязкостью нормальной компоненты сверхтекучей жидкости. При температурах выше ~ 1 К первым слагаемым можно пренебречь из-за его малости, а при температуре около 0,1 К это слагаемое уже вносит основной вклад в уравнение (2). Экспериментальные данные температурной зависимости полуширины резонансной кривой при $U_0 = 1$ мВ и расчет с учетом первого слагаемого в выражении (2) приведены на рис. 3.

Что же касается резонансной частоты f_0 кварцевого резонатора, погруженного в He II, то ее температурная зависимость (рис. 4) показывает, что при низких температурах ($T < 1$ К) величина f_0 практически не зависит от температуры. Уменьшение f_0 наблюдалось вблизи λ -точки, где оно составляет ~ 20 Гц и в основном [8] определяется температурной зависимостью плотности гелия ρ при давлении насыщенного пара:

$$\left(\frac{f_{0vac}}{f_0} \right)^2 = \frac{m}{m_{vac}} = 1 + \frac{\rho}{\rho_q} \left(\beta + B \frac{S}{V} \delta \right), \quad (3)$$

где ρ_q — плотность кварцевого камертона, m — сумма массы вытесненного сверхтекучего He II и присоединенной массы, определяемой толщиной слоя жидкости δ , увлекаемой колеблющимся телом, примерно равной глубине проникновения вязкой волны

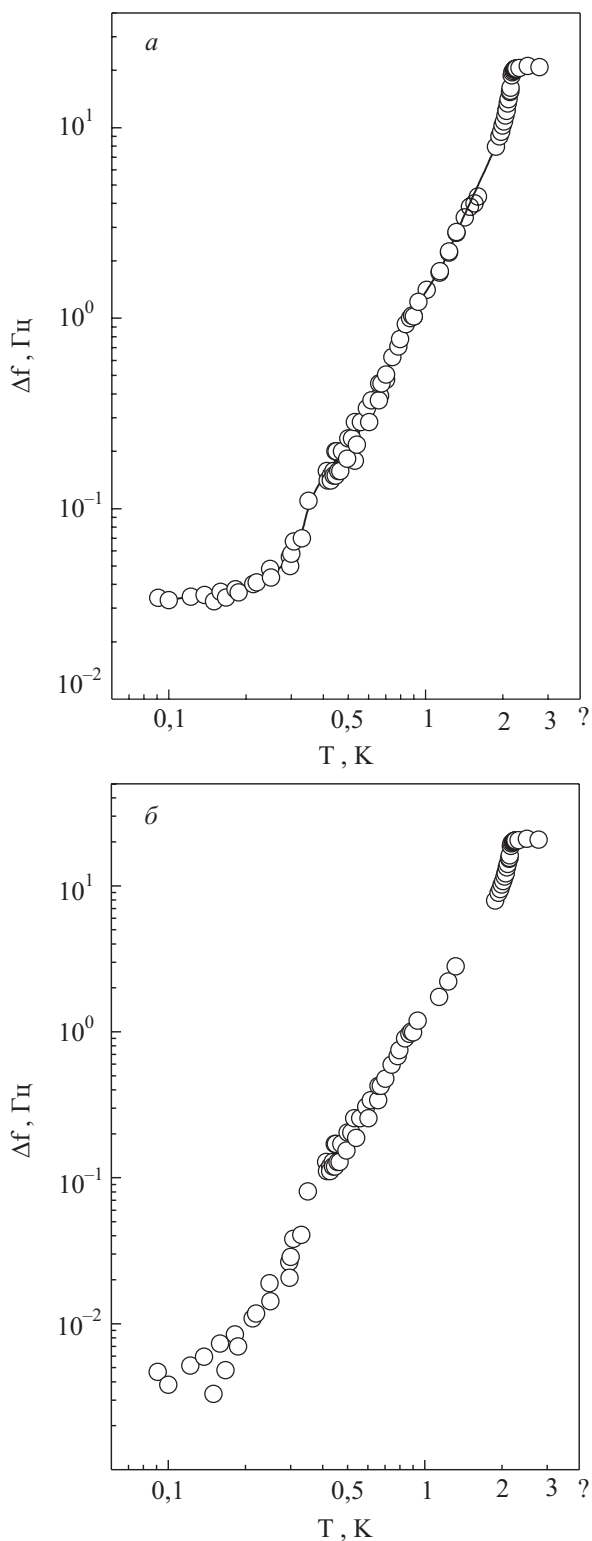


Рис. 3. Температурная зависимость ширины дисперсионной кривой при $U_0 = 1$ мВ; экспериментальные данные (а); те же данные за вычетом первого слагаемого в выражении (2) (б).

$\delta = \sqrt{2\eta_n / \omega_0 \rho_n}$. Коэффициенты β и B — постоянные, зависящие от формы тела, V — объем жидкости, вытесненной кварцевым резонатором.

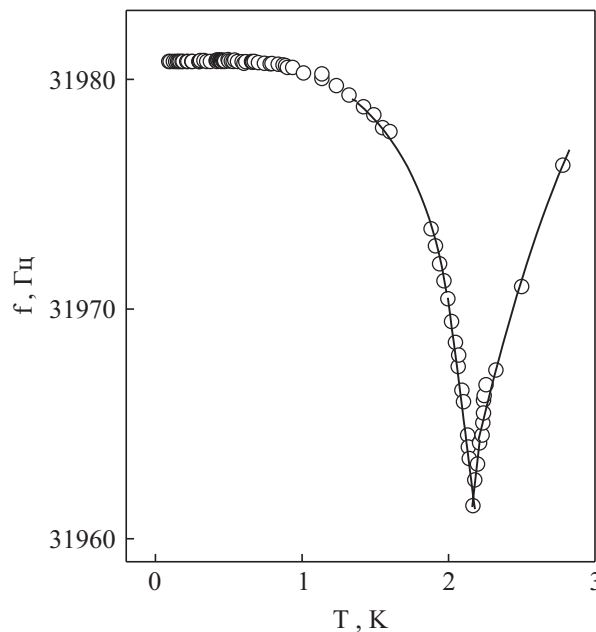


Рис. 4. Температурная зависимость резонансной частоты кварцевого резонатора, погруженного в He II.

Выражение (2) и измеренные значения резонансных частот были использованы для определения вязкости He II (см. разд. 4).

4. Температурная зависимость вязкости He II

В работе [8] впервые было отмечено, что в линейном режиме колеблющийся кварцевый резонатор может быть удобным средством для измерения вязкости окружающей его сверхтекучей жидкости. Если такой жидкостью служит He II, то в эксперименте регистрируется вязкость нормальной компоненты, которая обусловлена переносом импульса элементарными возбуждениями — фононами и ротонами. При этом полная вязкость η_n складывается из фононной и ротонной частей [11]:

$$\eta_n = \eta_{ph} + \eta_r. \quad (4)$$

Поскольку количество фононов и ротон в He II и их длины свободного пробега ℓ_{ph} и ℓ_r зависят от температуры, то в сверхтекучем гелии можно реализовать разные режимы и механизмы вязкой диссипации. При высоких температурах (выше $\sim 0,7$ К) доминирует ротонная вязкость в (4), а при низких температурах основной вклад вносит фононная вязкость.

Ситуация усложняется еще и тем, что при достаточно низких температурах, когда ротонны «вымерзают» и длина свободного пробега фононов ℓ_{ph} становится большой, нарушается условие гидродинамического рассмотрения, при котором имеет смысл само понятие вязкости:

$$\ell_{ph}, \delta \ll a, \quad (5)$$

где a — характерный размер измерительного устройства.

В настоящей работе измерения проводились в широкой области температур, что позволило наблюдать не только гидродинамическую вязкость, соответствующую условию (5), но и кнудсеновский (баллистический) режим рассеивания фононов (когда $\ell_{ph} \gg a$). В последнем случае можно условно ввести понятие эффективной вязкости He II η_{eff} .

Как уже указывалось в предыдущем разделе, при малых возбуждающих напряжениях вязкость является основным диссипативным процессом, определяющим ширину резонансной кривой кварцевого резонатора, колеблющегося в He II. Формула (2) для полуширины линии Δf была получена в работе [8] для гидродинамического режима. Тогда, используя измеренные значения Δf , с учетом полуширины в вакууме, и f_0 , можно определить значение вязкости нормальной компоненты:

$$\eta_n = \left[\frac{2m_{vac}\Delta f}{\rho_n CS(f_0/f_{0vac})^2 f_0} \right]^2 \pi f_0 \rho_n. \quad (6)$$

Поскольку значения постоянных параметров f_{0vac} , m_{vac} , C и S , входящих в (6), для условий данного эксперимента точно не были известны, то проводилась нормировка измеренных значений η_{eff} к литературным данным [4, 12–14] при температуре 1,7 К, где вязкость практически не зависит от температуры. В результате нормировки была получена подгоночная константа $2m_{vac}f_{0vac}^2 / CS = 1,2 \cdot 10^7 \text{ г} \cdot \text{с}^2 / \text{см}^2$.

Полученные таким образом экспериментальные данные приведены на рис. 5 вместе с другими имеющимися данными о вязкости He II. На рисунке не приведены значения вязкости, полученные в данной работе ниже ~ 200 мК, поскольку при этих температурах сильно возрастает ошибка в измерении ширины резонансной линии. Как видно на рисунке, экспериментальные данные настоящей работы хорошо согласуются с литературными данными при температурах выше $\sim 0,6$ К. Эта температура является граничной для гидродинамического описания вязкости.

Экспериментальные значения вязкости, полученные в гидродинамическом режиме, можно сопоставить с расчетом по формуле (4). Фононная часть вязкости согласно [11] определяется выражением

$$\eta_{ph} = \frac{1}{5} \rho_{ph} c^2 \tau, \quad (7)$$

ρ_{ph} — фононная часть плотности нормальной компоненты, c — скорость звука, которая в условиях данного эксперимента намного больше скорости колебаний камертона, а τ_{ph} — эффективное время релаксации в фононной подсистеме, которое определяется време-

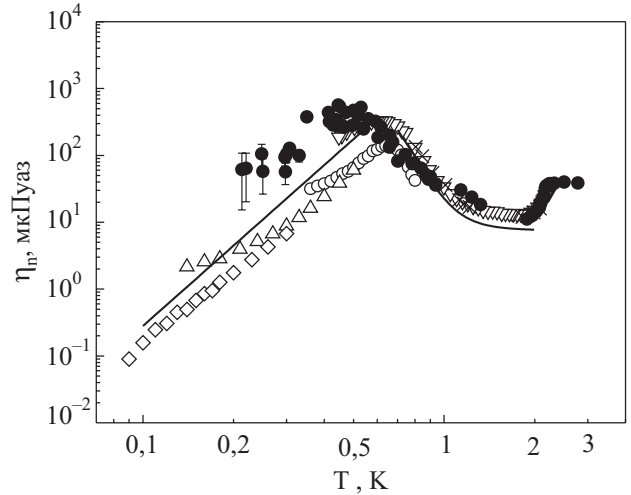


Рис. 5. Температурная зависимость вязкости He II. Данная работа (●), ^4He , специально очищенный от примесей ^3He [10] (◇), данные работы [4] для ^4He с природной концентрацией ^3He и с $x = 10^{-6}$ соответственно (Δ) и (○); данные работы [12] (▽); данные работы [13] (×), сплошная линия — расчет в соответствии с кинетической теорией He II (см. текст).

нем фонон-фононного τ_{ph-ph} и фонон-ротонного τ_{ph-r} рассеяния [11]:

$$\tau_{ph} = (\tau_{ph-ph}^{-1} + \tau_{ph-r}^{-1})^{-1}. \quad (8)$$

Поскольку в фононной подсистеме He II при разных условиях возможны различные кинетические процессы, то, как показал анализ [15,16], в области температур $T > 0,7$ К доминирует процесс с характерным временем $\tau_{ph-ph} = 2,63 \cdot 10^{-8} T^{-9}$, в области $0,2 \text{ К} < T < 0,7 \text{ К}$ имеем $\tau_{ph-ph} = 2,27 \cdot 10^{-7} T^{-5}$, а при $T < 0,2 \text{ К}$ $\tau_{ph-ph} = 2,52 \cdot 10^{-10} T^{-9}$. Характерное время фонон-ротонного рассеивания τ_{ph-r} , входящее в (8), в соответствии с [11] определяется как $\tau_{ph-r} = 1,94 \cdot 10^{-12} T^{-9/2} \exp(\Delta/T)$, где Δ — минимальная энергия ротона.

Численные значения фононной вязкости, полученные по формулам (7), (8) с учетом приведенных значений характерных времен релаксации, показаны на рис. 6 штриховой линией I .

Ротонная часть вязкости He II по аналогии с (7) имеет вид:

$$\eta_r = \frac{1}{5} \rho_r \frac{\ell_r^2}{\tau_r}, \quad (9)$$

где ρ_r — ротонная часть плотности нормальной компоненты, $\ell_r = 3,45 \cdot 10^{-4} \pi \hbar^3 \exp(\Delta/T) / p_0^4$ — длина свободного пробега ротонов [17], p_0 — импульс ротона, соответствующий его минимальной энергии, а τ_r — характерное время ротон-ротонного взаимодействия [17]:

$$\tau_r = (\tau_{r-r}^{-1} + \tau_{r-ph}^{-1})^{-1} = 4,545 \cdot 10^9 N_r^{-1}, \quad (10)$$

где N_r — число ротонов в единице объема гелия. При выводе выражения (10) было учтено лишь характерное время τ_{r-r} ротон-ротонного взаимодействия. Что же касается времени τ_{r-ph} , то, поскольку $\tau_{r-ph} \gg \gg \tau_{r-r}$, процессами взаимодействия ротонов с фононами в данном случае можно пренебречь.

Рассчитанные по (9) и (10) значения ротонной вязкости He II показаны на рис. 6 штриховой линией 2. Видно, что в этой области ротонная вязкость очень слабо зависит от температуры. Отметим, что в работе [19] ротонная вязкость в области температур 1,5–1,9 К считалась величиной, не зависящей от температуры и равной 11 мкПуаз.

Таким образом, рассчитанная в рамках кинетической теории вязкость He II находится в качественном согласии с экспериментальными данными настоящей работы, при этом в расчете не использовались подгонные параметры.

При температурах ниже $\sim 0,5$ К, когда ротоны «вымерзают», а в фононной подсистеме, в связи с большой длиной свободного пробега реализуется баллистический режим, проведенное выше гидродинамическое рассмотрение не применимо. Если же и в этой области использовать формулу (6) для определения эффективной вязкости, то последняя имеет максимум, что связано с переходом от гидродинамического режима к баллистическому. В этом случае эффективная фононная вязкость определяется заменой ℓ_{ph} на характерный размер камертона L

$$\eta_{ph} = \frac{1}{5} \rho_{ph} cL \quad (11)$$

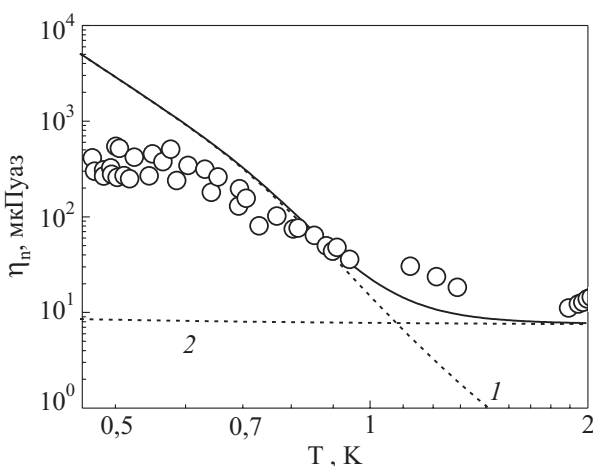


Рис. 6. Вязкость He II в гидродинамической области. 1 — фононная вязкость, рассчитанная по формулам (7), (8), 2 — ротонная вязкость, рассчитанная по формулам (9),(10). Сплошная линия — полная вязкость. Экспериментальные точки — данные настоящей работы.

и имеет ту же температурную зависимость, что и фононная часть плотности нормальной компоненты ρ_{ph} , т.е. $\sim T^4$. Эта зависимость, показанная сплошной линией на рис. 5, при температурах ниже 0,5 К качественно согласуется с экспериментальными данными.

Вязкость He II при низких температурах также изучена в работе [12] методом крутильных колебаний сферы, в работе [4] методом колеблющейся микросферы и в работе [17] с помощью колеблющейся проволочки. Во всех случаях также наблюдались максимумы на температурной зависимости вязкости, связанные с переходом от гидродинамического к кинетическому режиму. Однако отметим, что положение максимума в каждом случае определяется размером использованных измерительных устройств, причем чем больше характерный размер прибора, тем выше значение максимума и тем ниже он находится по температуре.

5. Режимы течения He II, вызванные колебаниями камертона

Колеблющийся кварцевый камертон, погруженный в жидкий гелий, генерировал в нем потоки, характер которых можно идентифицировать из анализа его электрического отклика. В эксперименте измерялась зависимость максимальной амплитуды выходного сигнала $U_m = U(f_0)$ от амплитуды возбуждающего сигнала U_0 , подаваемого на кварцевый резонатор при фиксированных температурах. Результаты измерений представлены на рис. 7 вместе с данными, полученными Пражской группой с помощью аналогичного камертона при более высоких температурах и амплитудах возбуждающего напряжения.

Из приведенного графика видно, что на зависимостях U_m от U_0 можно выделить несколько характерных участков. При достаточно малых возбуждающих напряжениях U_0 величина выходного напряжения U_m имеет линейную зависимость от U_0 . На рис. 7 линейная зависимость показана сплошными линиями, проведенными по экспериментальным данным для разных температур. С увеличением возбуждающего напряжения наблюдается переход к нелинейной зависимости сигнала отклика, причем в зависимости от температуры наблюдаются различные нелинейные процессы, обсуждаемые ниже.

Для большей наглядности удобно перейти от измеряемой величины U_{out} к скорости колебаний камертона v и от U_0 к амплитуде f_0 , возбуждаемой колебаниями силы F . Сигнал на выходе камертона определяется током $I(t)$, обусловленным пьезоэлектрическим эффектом, который в свою очередь пропорционален производной по времени от амплитуды смещения x камертона [8], т.е. скорости камертона:

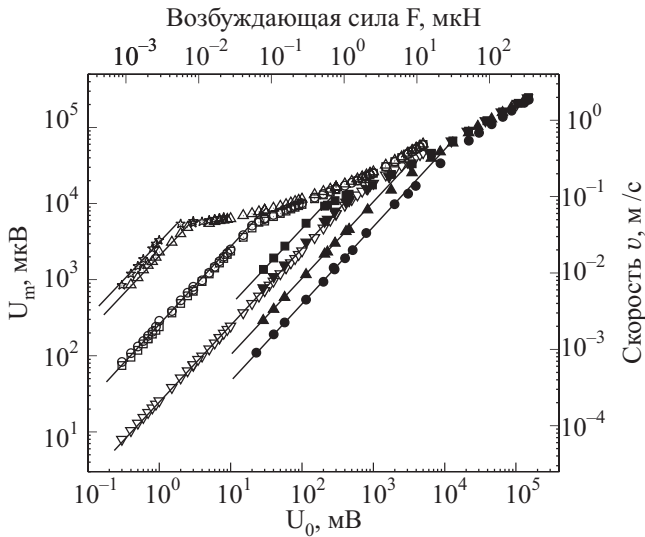


Рис. 7. Зависимость амплитуды сигнала на выходе кварцевого резонатора от амплитуды возбуждающего сигнала при различных температурах T , К: 1,695 (∇); 0,778 (Δ); 0,731 (\circ); 0,43 (Δ); 0,307 (\star), 4,2 (\bullet), 2,144 (\blacktriangle), 1,642 (\blacktriangledown), 1,305 (\blacksquare). Сплошные линии проведены по экспериментальным точкам и соответствуют линейной зависимости.

$$U_{out}(t) = I(t)R = aR \frac{dx(t)}{dt} = aRv(t), \quad (12)$$

где $R = 4\pi m \Delta f / a^2$ — электрическое сопротивление измерительной цепи, a — константа, определяемая пьезоэлектрическими свойствами кварцевого камертона. Поскольку измерения проводились на резонансной частоте, когда скорость колебаний камертона имеет максимальное значение v , то формулу (12) для резонансной частоты можно записать в виде:

$$U_{out}(t) = kv(t), \quad (13)$$

где k — соответствующий коэффициент пропорциональности, который играл роль подгоночного параметра при определении скорости v . Величина k определялась путем нормировки измеренных значений U_m при температуре 1,48 К к вольт-амперной характеристике камертона, полученной в работе [9], где были определены значения скорости v . В результате было получено значение $k = 8,2 \cdot 10^{-4}$ мкВ·с·см $^{-1}$, которое не должно зависеть от температуры и давления.

Для определения возбуждающей силы используем тот факт, что на резонансной частоте электрическая мощность, возбуждающая колебания обеих ног камертона $U_{in}^2 / (2R)$, равна мощности диссипации на них $2F^2 / (4\pi m \Delta f)$. Тогда связь между возбуждающим напряжением и возбуждающей силой можно записать в виде:

$$F = (a/2)U_0, \quad (14)$$

где $a = 4,8 \cdot 10^{-9}$ Н/мВ. На правой и верхней осях рис. 7 приведены рассчитанные с помощью найденных выше значений k и a значения скорости и возбуждающей силы.

Полученные значения силы, возбуждаемой камертоном, в зависимости от скорости движения ноги камертона v приведены на рис. 8 для температур ниже 1 К. На рис. 8 видно, что при малых скоростях наблюдается линейная зависимость между F и v (на участке 1 эта зависимость отмечена сплошной линией). Линейный участок соответствует потенциальному течению сверхтекучей компоненты и ламинарному течению нормальной компоненты, когда можно пренебречь нелинейным по скорости членом в уравнении Навье–Стокса.

Как отмечалось ранее, при больших скоростях движения линейная зависимость нарушается и, как показал анализ, прикладываемая сила пропорциональна квадрату скорости (участок 2), данная зависимость показана на рис. 8 штриховой линией. На этом участке соответствующие разным температурам экспериментальные точки лежат практически на единой кривой (см. рис. 7). В области 2 преобладают нелинейные эффекты, которые приводят к нестабильности ламинарного течения и появлению турбулентности.

Кроме указанных областей 1 и 2, на рис. 8 виден промежуточный участок 3, который особенно четко проявляется при низких температурах. На этом участке большие изменения прикладываемой силы соответствуют малому изменению скорости.

Анализ зависимостей, аналогичных приведенным на рис. 7 и 8, при различных температурах показал, что промежуточный участок 3 четко появляется лишь при температурах ниже $\sim 0,8$ К. Значение скорости, при которой нарушается линейная зависимость, обычно называется критической скоростью. На рис. 8 она

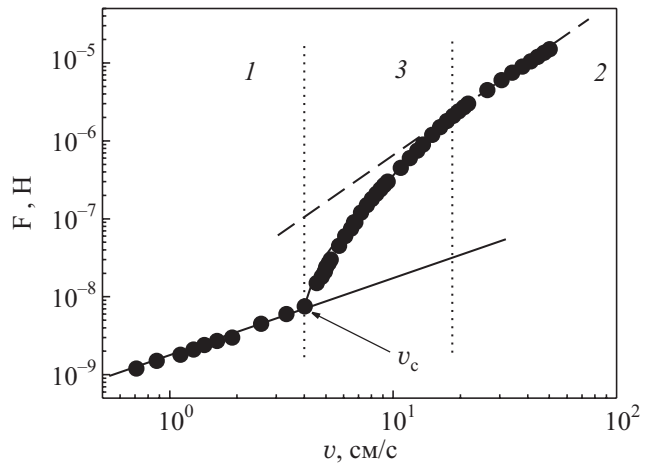


Рис. 8. Связь между силой F и скоростью v при $T = 0,431$ К. Сплошная линия соответствует линейной зависимости, штриховая линия — квадратичной зависимости.

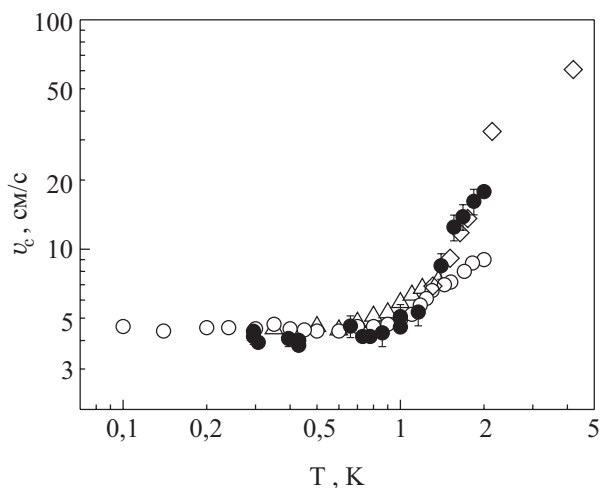


Рис. 9. Температурная зависимость критической скорости перехода к нелинейному режиму течения по данным разных работ: колеблющийся кварцевый резонатор при высоких температурах [9] (\diamond); колеблющийся кварцевый резонатор при низких температурах, данная работа (\bullet); колеблющаяся сетка [6] (Δ) и колеблющаяся проволочка [20] (\circ).

показана стрелкой. Критические скорости смены режимов при разных температурах приведены на рис. 9 вместе с имеющимися данными работ [6,9], в которых в качестве зондов использовались колеблющаяся сетка и камертон. Как видно на рисунке, эти данные хорошо согласуются между собой. Однако следует заметить, что на рис. 9 не показаны значения критических скоростей, полученные в экспериментах с колеблющейся микросферой [4]. Эти значения находятся на 20% ниже приведенных на рис. 9.

Отметим, что в настоящей работе не наблюдались гистерезисные явления, связанные с переходом от ламинарного к турбулентному режиму течения, встречающиеся, например, в работах с осциллирующей сферой или колеблющейся проволокой. Отсутствие гистерезисных явлений, по-видимому, связано с большей, по сравнению с другими колеблющимися телами, массой камертона.

6. Влияние квантованных вихрей

При малых скоростях v колебаний камертона при его обтекании нормальная компонента He II совершает ламинарное течение, а сверхтекучая — потенциальное. Можно считать, что ламинарное движение нормальной компоненты распространяется на расстояниях порядка глубины проникновения вязкой волны $\delta = \sqrt{2\eta_n / \omega_0 \rho_n}$, причем на поверхности камертона ее скорость соответствует скорости резонатора. Сверхтекучая компонента совершает потенциальное течение до тех пор, пока скорость камертона не превысит

критического значения v_c , когда начинают генерироваться квантованные вихри. Этот процесс приводит к дополнительному торможению камертона. Кроме того, наличие вихрей, в свою очередь, приводит к возникновению взаимного трения между нормальной и сверхтекучей компонентами.

С одной стороны, гомогенное рождение квантованных вихрей в объеме сверхтекучей жидкости, как это было показано в [21], требует больших критических скоростей потока сверхтекучей жидкости, на два порядка выше наблюдаемых в эксперименте. С другой стороны, известно, что вихри могут зарождаться на поверхности движущегося тела вследствие быстрого охлаждения или других неконтролируемых неравновесных процессов, то есть речь идет о гетерогенном рождении квантованных вихрей при меньших скоростях потока путем перецепления (reconnection) и их размножения, что, в свою очередь, может привести к образованию вихревого клубка или турбулентности сверхтекучей компоненты. Данное явление исследовано в работе [22].

Оценим по порядку величины критические условия возникновения вихрей, подразумевая, что они имеют форму колец или петель в виде полуколец. Если предположить, что в результате колебаний камертона рождаются вихревые кольца диаметром d , то необходимая для этого критическая скорость связана с d [23,24]:

$$v_{cv} = \frac{\kappa}{\pi d} \ln \left(\frac{4d}{a_0} \right), \quad (15)$$

где $\kappa = h/m$ — квант циркуляции скорости сверхтекучей компоненты, a_0 — радиус кора вихря. Как следует из (15), легче могут образоваться вихревые кольца с большим радиусом, так как для их образования требуется меньшая критическая скорость. Обычно размер вихревых колец ограничивается стенками ячейки или, если в движение вовлечена не вся жидкость, толщиной пограничного слоя.

Выражение (15) можно использовать для оценки размера вихревого кольца из измеренных значений критической скорости. Найденные таким образом значения диаметра вихревого кольца d приведены на рис. 10. Для сравнения также показана температурная зависимость глубины проникновения вязкой волны δ , генерируемая колеблющимся камертоном в нормальной жидкости. Значения δ рассчитывались с использованием данных по вязкости, полученных в настоящей работе. При низких температурах, когда не выполняются условия гидродинамического режима, значение δ показано штриховой линией.

Как видно на рис. 10, при температурах выше ~ 1 К соответствующий размер вихревого кольца превышает глубину проникновения вязкой волны, означая тем

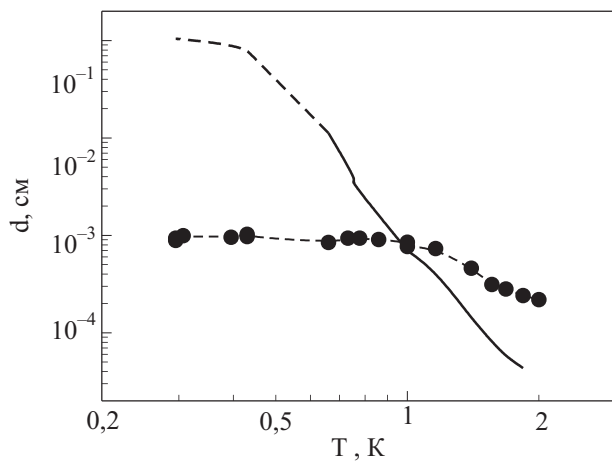


Рис. 10. Температурная зависимость диаметра вихревого кольца, возникающего при критической скорости течения He II. Сплошная линия — температурная зависимость глубины проникновения вязкой волны на частоте камертона.

самым, что образование вихревых колец в этой области практически невозможно. При $T < 0,8$ К образование и рост вихревых колец может происходить в слое, пограничном с колеблющейся поверхностью камертона. Это в свою очередь должно вызвать дополнительную диссипацию, что, как уже отмечалось, как раз при этой температуре приводит к увеличению ширины резонансной кривой и появлению плоского участка в районе максимума (см. рис. 1,б).

Так как размер вихревых колец ($\leq 10^{-3}$ см), генерируемых колебаниями ножек камертона, намного меньше размера самих ножек (около $3 \cdot 10^{-2}$ см), то естественно предположить, что вихревые кольца могут генерироваться неровностями поверхности. Исследования поверхности камертона, проведенные с помощью оптического микроскопа, показали, что типичный размер шероховатостей составляет $(5-10) \cdot 10^{-4}$ см. Это делает данное предположение вполне правдоподобным.

Таким образом, для условий данного эксперимента температура $\sim 0,8$ К может являться той критической температурой, ниже которой квантованные вихревые кольца могут легко рождаться и двигаться в пограничном слое. При этом они могут уходить в глубь жидкости и отводить часть энергии колеблющегося кварцевого резонатора. Возможно, что эти процессы и определяют тот промежуточный участок между линейной и квадратичной зависимостями от скорости (рис. 8), который наблюдался в эксперименте при температурах ниже $\sim 0,8$ К. Количественный анализ процессов вихреобразования и диссипации требует дополнительного экспериментального и теоретического исследований.

7. Заключение

В проведенной серии экспериментов колеблющийся пьезоэлектрический кварцевый резонатор (камертон) был впервые использован для изучения кинетических процессов в сверхтекучем гелии при сверхнизких температурах. В отличие от высокотемпературной области, при температурах ниже $\sim 0,8$ К были зарегистрированы три режима течения: ламинарный режим с линейной зависимостью от скорости течения, турбулентный режим с квадратичной зависимостью и промежуточный режим, который ранее наблюдался в экспериментах с сеточкой [12]. Кроме того, в промежуточном режиме также наблюдалось изменение формы резонансных кривых — появление плато в области максимума резонансной кривой. Переход к нелинейному промежуточному режиму сопровождался пороговым механизмом диссипации с рождением квантованных вихрей, обусловленным шероховатостями колеблющейся поверхности.

Колеблющийся камертон также был использован для измерения вязкости нормальной компоненты He II. Полученные данные качественно согласуются с результатами, полученными с помощью других методов. В гидродинамической области температурная зависимость вязкости хорошо описывается современной кинетической теорией He II. В условиях данного эксперимента при температуре $\sim 0,5$ К наблюдался переход от гидродинамического режима к баллистическому режиму, когда можно рассматривать некоторую эффективную вязкость, имеющую максимум при температуре перехода между режимами.

Поскольку при изучении кинетических процессов, по-видимому, очень важную роль играет частота колебаний, то представляет интерес проведение аналогичных экспериментов с использованием камертонов, работающих на других частотах. Тогда должна измениться глубина проникновения вязкой волны, толщина пограничного слоя, а также температура, при которой один режим течения сменяется другим.

Кроме того, представляет собой отдельный интерес изучение влияния нормальной компоненты на появление и развитие турбулентного режима в широком интервале температур. Для этой цели полезно проведение измерений в сверхтекучих растворах $^3\text{He}-^4\text{He}$ и сопоставление с экспериментами в He II.

Авторы благодарят И.Н. Адаменко и С.И. Шевченко за полезные дискуссии.

Работа была выполнена при поддержке гранта УНТЦ (проект 3718), гранта Министерства образования Чешской Республики № MS 0021620834 и GACR 202/08/0276.

1. A.P. Finne, T. Araki, R. Blaauwgeers, V.B. Eltsov, N.B. Kopnin, M. Krusius, L. Skrbek, M. Tsubota, and G.E. Volovik, *Nature* **424**, 1022 (2003).
2. W.F. Vinen and J.J. Nemela, *J. Low Temp. Phys.* **128**, 167 (2002).
3. G.E. Volovik, *JETP Lett.* **78**, 533 (2003); G.E. Volovik, *J. Low Temp. Phys.* **136**, 309 (2004).
4. M. Niemetz, H. Kerscher, and W. Schoepe, *J. Low Temp. Phys.* **126**, 287 (2002); M. Niemetz and W. Schoepe, *J. Low Temp. Phys.* **135**, 447 (2004).
5. D.I. Bradley, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1252 (2000); H. Yano, A. Handa, H. Nakagawa, K. Obara, O. Ishikawa, T. Hata, and M. Nakagawa, *J. Low Temp. Phys.* **138**, 561 (2005).
6. H.A. Nichol, L. Skrbek, P.C. Hendry, and P.V.E. McClintock, *Phys. Rev.* **E70**, 056307 (2004); D. Charalambous, L. Skrbek, P.C. Hendry, P.V.E. McClintock, and W.F. Vinen, *Phys. Rev.* **E74**, 036307 (2006).
7. Проблемы сверхтекучей турбулентности, методы исследований и многое другое можно найти в журнале *J. Low Temp. Phys.* **145** (2006), содержащем труды конференции «*Universal Features in Turbulence: from Quantum to Cosmological Scales*».
8. R. Blaauwgeers et al., *J. Low Temp. Phys.* **146**, 537 (2007); M. Blazkova, M. Clovecko, E. Gazo, L. Skrbek, and P. Skyba, *J. Low Temp. Phys.* **148**, 305 (2007).
9. M. Blazkova, D. Schmoranzner, and L. Skrbek, *Phys. Rev.* **E75**, 025302(R) (2007).
10. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Механика*, Наука, Москва (1965).
11. И.М. Халатников, *Теория сверхтекучести*, Наука, Москва (1971).
12. Б.Н. Есельсон, О.С. Носовицкая, Л.А. Погорелов, В.И. Соболев, *Письма в ЖЭТФ* **31**, 34 (1980).
13. A.D.V. Woods and A.C. Hollis Hallett, *Can. J. Phys.* **41**, 596 (1963).
14. R.J. Donnelly and C.F. Varenghi, *J. Phys. Chem. Ref. Data* **27**, 1217 (1998).
15. В.Л. Гуревич, *Кинетика фононных систем*, Наука, Москва (1980).
16. Ю.А. Косевич, *ФНТ* **9**, 479 (1983).
17. M. Morishita, T. Kuroda, A. Sawada, and T. Satoh, *J. Low Temp. Phys.* **76**, 387 (1989).
18. И.Н. Адаменко, В.А. Слюсарев, *ФНТ* **5**, 1113 (1979).
19. Л.Д. Ландау, И.М. Халатников, *ЖЭТФ* **19**, 637 (1949).
20. H. Yano, N. Hashimoto, A. Handa, M. Nakagawa, K. Obara, O. Ishikawa, and T. Hata, *Phys. Rev.* **B75**, 012502 (2007).
21. E. Varoquaux, G.G. Ihas, O. Avenel, and R. Aarts, *J. Low Temp. Phys.* **89**, 207 (1992).
22. R. Goto, S. Fujiyama, H. Yano, Y. Nago, N. Hashimoto, K. Obara, O. Ishikawa, M. Tsubota, and T. Hata, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 045301 (2008).
23. Seth J. Putterman, *Suprfluid Hydrodynamics*, North-Holland Publishing–Company Amsterdam–London–American Elsevier Publishing Company, Inc. New York (1974).
24. R.P. Feynman, in: *Progress in Low Temperature Physics*, vol. 1, Chap.2, C.J. Gorter (ed.), North Holland Publishing Co., Amsterdam (1955).

Features of transition to turbulence in superfluid ^4He at low temperatures

G.A. Sheshin, A.A. Zadorozhko, E.Ya. Rudavskii, V.K. Chagovets, L. Skrbek, and M. Blazkova

The kinetic and dissipative processes in He II were studied with a vibrating piezoquartz resonator (tuning fork) immersed into liquid helium. The electric response of the tuning fork near by its resonant frequency was measured at different values of exciting voltage in the temperature range 0.1–4.2 K. The resonance curve half-widths have allowed to determine the viscosity of normal components of He II in the wide temperature range. A maximum of the effective viscosity is observed at $T = 0.5$ K which is connected with the hydrodynamic ballistic mode transition in the phonon gas of He II. It is established that at small velocities of the tuning fork the vibration velocity depends linearly on exciting force. This corresponds to a laminar flow of the liquid in the boundary layer near the vibrating surface. Thus, the basic dissipative process is connected with the normal component viscosity. The thickness of the boundary layer nearly the vibrating tuning fork surface is estimated. At high vibration velocities of the tuning fork one can observe kinks in the dependence of the electric response on exciting voltage, suggesting that there is a transition to a nonlinear character of the flow. At low temperatures there appear flat portions in the resonance curves near by the maximum. This behavior may be explained by the transition from laminar to turbulent flow of the liquid, which is also accompanied by an additional dissipation connected with the formation of quantized vortices. A critical velocity, the temperature dependence of which is in qualitative agreement with the measured data obtained previously with vibrating bodies of other forms, is determined.

PACS: 67.25.B– Normal phase of ^4He ;
67.25.dk Vortices and turbulence.

Keywords: superfluid ^4He , turbulence, viscosity, quartz tuning fork.