

Теория стохастического насыщения ферромагнитного резонанса

А.И. Угулава¹, Л.Л. Чоторлишвили^{1,2}, З.З. Токликишвили¹

¹ Тбилисский государственный университет, ул. Чавчавадзе, 3, г. Тбилиси, 0128, Грузия
E-mail: lchotor@yahoo.com

² Institut für Physik, Universität Aushurg, 86135 Aushurg, Germany

Статья поступила в редакцию 3 мая 2007 г., после переработки 2 января 2008 г.

Для изучения проблем ферромагнитного резонанса одной из основных моделей является феноменологическая модель Ландау–Лифшица. Согласно этой модели, динамика намагниченности в ферромагнетике описывается нелинейным уравнением Ландау–Лифшица. Из-за нелинейности этого уравнения физические свойства, описываемые им, чрезвычайно разнообразны. В зависимости от физической ситуации система характеризуется как солитонными, так и хаотическими решениями. Обычно предполагают, что для получения хаотического решения необходимым условием является воздействие на систему случайного поля, обусловленного флуктуациями локальной намагниченности. Показано, что хаотическую динамику можно получить и при регулярном внешнем воздействии. Определены условия возникновения гамильтонового хаоса и приведены численные оценки для конкретных веществ. Получено кинетическое уравнение, которое описывает динамику намагниченности в условиях стохастичности. Показано, что решение кинетического уравнения хорошо согласуется с решениями уравнения Ландау–Лифшица, что подтверждает применимость статистического описания для хаотических динамических систем.

Для вивчення проблем ферромагнітного резонансу однією з основних моделей є феноменологічна модель Ландау–Ліфшиця. Відповідно до цієї моделі, динаміка намагніченості у ферромагнетикі описується нелінійним рівнянням Ландау–Ліфшиця. Через нелінійність цього рівняння фізичні властивості, які описуються їм, надзвичайно різноманітні. Залежно від фізичної ситуації система характеризується як солітонними, так і хаотичними рішеннями. Звичайно припускають, що для одержання хаотичного рішення необхідною умовою є вплив на систему випадкового поля, що обумовлено флуктуаціями локальної намагніченості. Показано, що хаотичну динаміку можна одержати й при регулярному зовнішньому впливі. Визначено умови виникнення гамильтонового хаосу та наведено чисельні оцінки для конкретних речовин. Отримано кінетичне рівняння, яке описує динаміку намагніченості в умовах стохастичності. Показано, що рішення кінетичного рівняння добре погодиться з рішеннями рівняння Ландау–Ліфшиця, що підтверджує застосовність статистичного опису для хаотичних динамічних систем.

PACS: 76.60.–k Ядерный магнитный резонанс и релаксация.

Ключевые слова: ферромагнитный резонанс, нелинейный резонанс, стохастическое насыщение, кинетическое описание.

Опыты по ферромагнитному резонансу (ФР) [1,2] в принципе аналогичны опытам по ядерному и электронному спиновому резонансу в парамагнетиках, но есть и отличительные черты. Так, в формировании магнитного поля, вокруг которого прецессирует суммарный магнитный момент в ферромагнитных веществах, кроме внешнего постоянного поля H_0 , существ-

венный вклад вносят размагничивающее поле и поле магнитной анизотропии $H_A = \beta(M_z/M)$, где M — намагниченность насыщения ферромагнетика, M_z — его z -составляющая, β — коэффициент анизотропии. Ось z направлена вдоль намагниченности насыщения \mathbf{M} . Так как поле магнитной анизотропии пропорционально M_z , движение намагниченности носит в прин-

ципе нелинейный характер. Этим явление ферромагнитного резонанса отличается от явления обычного парамагнитного резонанса, хотя в большинстве случаев по ФР поглощению справедливым является линейное приближение $M_z \approx M$. Следует отметить, что и в редких случаях парамагнитного резонанса, таких как ЯМР в магнитоупорядоченных веществах с большим динамическим сдвигом частоты прецессии [3], становится существенным нелинейный характер прецессии.

Система спинов ферромагнетика весьма устойчива, и с помощью ФР ею невозможно управлять в такой же степени, как парамагнитной спиновой системой (ядер или электронов). Проблема получения больших отклонений заключается в том, что сама резонансная частота довольно сильно зависит от значения M_z . В процессе воздействия высокочастотного переменного поля даже незначительное изменение M_z может сильно расстроить условие резонанса и сделать воздействие ВЧ поля малоэффективным. Тем не менее в некоторых случаях удается довести величину M_z до нуля или изменить ее знак [4].

Интерес к нелинейной динамике намагниченности в магнитоупорядоченных кристаллах в условиях ФР объясняется разнообразием динамических эффектов, а также возможностью получения больших отклонений намагниченности и реализации динамического хаоса. Одними из наиболее удобных объектов для реализации и исследования нелинейных динамических режимов являются тонкопленочные структуры [5]. При практическом использовании нелинейных эффектов, когда важна величина отклика системы на внешние воздействия, однородная прецессионная динамика является предпочтительной. Однако, как известно, при взаимно перпендикулярной ориентации высокочастотного и статического полей однородная прецессия неустойчива. Существует по крайней мере два механизма оттока энергии от однородной прецессии к спиновым волнам: трехмагнонный — распад магнона с волновым вектором $\mathbf{k} = 0$ на два магнона \mathbf{k} и $-\mathbf{k}$ с частотой $\omega_{\mathbf{k}} = \omega_0 / 2$, где ω_0 — частота однородной прецессии, и четырехмагнонный, при котором вместо двух магнонов с $\mathbf{k} = 0$ появляются два магнона с волновыми векторами \mathbf{k} и $-\mathbf{k}$ и частотой ω_0 . При превышении высокочастотным полем пороговых значений $\omega \geq \omega_0$ отмеченные выше процессы приводят к развитию спин-волновых неустойчивостей. Поэтому в перпендикулярно подмагниченных пленках при условии $\omega \leq \omega_0$ эти механизмы передачи энергии от однородной прецессии к спиновым волнам не реализуются. Для получения больших углов однородной прецессии намагниченности необходимо выполнение условия, при котором не могут развиваться неустойчивости, вызванные трех- и четырехмагнонными

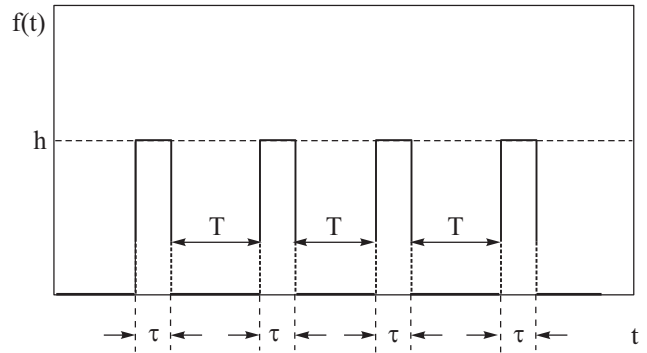


Рис. 1. Периодическая серия прямоугольных импульсов.

взаимодействиями. Для этого достаточно, чтобы частота не превышала минимального значения частоты $\omega(k)$ «зазора» в спектре спиновых волн. Ниже будем предполагать выполненными эти условия.

В дальнейшем будет показано, что поле анизотропии, мешающее получить большие отклонения при ФР с монохроматической накачкой, в случае накачки формы периодической серии ВЧ импульсов будет способствовать получению большого отклонения.

С целью получения больших отклонений намагниченности, на наш взгляд, целесообразно использовать метод стохастического насыщения, суть которого состоит в следующем. Если вместо монохроматической накачки воспользоваться периодической серией ВЧ импульсов (см. рис. 1,2):

$$h(t) = h e^{i\omega t} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f\left(\frac{t}{T} - n\right); \mathbf{h} \perp \mathbf{z}, \quad (1)$$

где h и ω — амплитуда и частота ВЧ поля в пике импульса, а $f(t)$ и τ определяют соответственно прямоугольную форму и длительность импульсов, T — интервал между импульсами, то отмеченная выше проблема отклонения намагниченности может не возникнуть. Действительно, благодаря наличию в спектре периодической серии импульсов, состоящих из числа гармоник с частотами, кратными частоте следо-

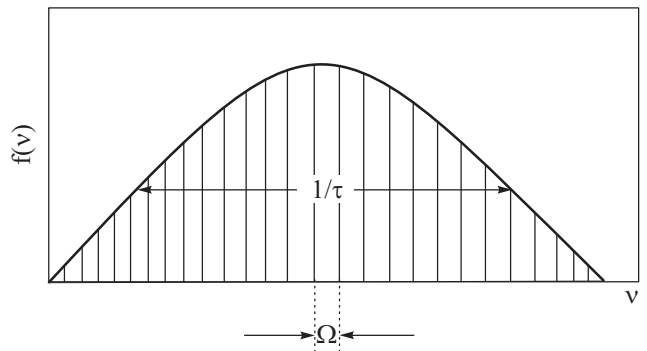


Рис. 2. Эквидистантный спектр фурье-разложения периодической серии прямоугольных импульсов.

вания импульсов Ω , из-за нелинейного характера движения может осуществляться так называемый эффект перекрытия резонансов [6]. При этом намагниченность, будучи не в состоянии «удержаться» в резонансе с какой-либо гармоникой, блуждает по различным гармоникам, и в результате в течение действия серии импульсов система не перестает поглощать энергию [6]. Метод стохастического насыщения ранее был применен [7–9] в ядерном магнитном резонансе (ЯМР) магнитоупорядоченных кристаллов с большим динамическим сдвигом частоты прецессии.

Движение намагниченности в магнитоупорядоченных кристаллах описывается с помощью феноменологического уравнения Ландау–Лифшица [2]. Исследование решений этого уравнения имеет давнюю историю [10,11], но до сих пор интерес к нему не уменьшается. Дело в том, что из-за нелинейности решения уравнения Ландау–Лифшица обладают большим разнообразием физических свойств: от решений солитонного типа до стохастических решений [4,12–17]. В частности, для получения стохастического решения уравнения Ландау–Лифшица в работе [9] автор рассматривает флуктуации локального значения намагниченности как необходимое условие для получения хаотических решений.

Уравнение движения намагниченности (уравнение Ландау–Лифшица) во вращающейся с частотой ω вокруг оси z системе координат можно представить в виде:

$$\begin{cases} \frac{dm_z}{dt} = m_{\perp} V(\varphi, t) + \lambda \omega_1(m_z)(1 - m_z^2), \\ \frac{d\varphi}{dt} = -\omega(m_z) - \frac{m_z}{m_{\perp}} \frac{\partial V(\varphi, t)}{\partial \varphi}, \end{cases} \quad (2)$$

где

$$V(\varphi, t) = -\omega_1 \sin \varphi \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f\left(\frac{t}{T} - n\right), \quad \mathbf{m} = \frac{\mathbf{M}}{M},$$

$$\omega(m_z) = \omega_0 - \omega - \omega_p m_z, \quad m_{\perp} = \sqrt{1 - m_z^2}, \quad \omega_1 = \gamma h, \\ \omega_p = \gamma \beta, \quad \omega_1(m_z) = \omega_0 + \omega_p m_z \dots,$$

здесь ω_0 — статическая часть частоты ФР, определяемая внешним постоянным магнитным полем и размагничивающим полем, φ — фаза вращения поперечной составляющей намагниченности, γ — гиромагнитное отношение, λ — феноменологическая константа затухания [3,4].

Считая выполненным условие δ -образности импульсов $|\omega(m_z)|\tau \ll 2\pi$ (τ — длительность каждого прямоугольного импульса $f(t/T - n)$) и малости переменного поля $\tilde{\omega}_1 T \ll 1$ ($\tilde{\omega}_1 = \omega_1 \tau / T$), можно показать, что для значений параметра стохастичности [6–8]

$K \approx \tilde{\omega}_1 \omega_p T^2 > 1$, для времен порядка $t \gg t_0 = 2T / \ln K$ движение намагниченности \mathbf{m} становится случайным и описывается функцией распределения $\rho(m_z, t)$, удовлетворяющей кинетическому уравнению

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = D \frac{\partial}{\partial m_z} (1 - m_z^2) \frac{\partial \rho}{\partial m_z} - \lambda \frac{\partial}{\partial m_z} [\omega_1(m_z)(1 - m_z^2)\rho], \quad (3)$$

где $D = (1/4)\tilde{\omega}_1^2 T$ — коэффициент «диффузии». Переход от динамического описания к статистическому проводится по методу Заславского [6], разработанному для нелинейных колебательных систем. Детали применения этого метода в случае стохастического ЯМР в условиях большого динамического сдвига частоты приведены в [7,8]. В случае ФР техника расчетов почти аналогична. Поэтому, не вдаваясь в подробности, приводим лишь конечный результат (3).

Умножая уравнение (3) на z -компоненту намагниченности m_z и интегрируя от -1 до $+1$, получаем следующее уравнение движения для среднего значения продольной намагниченности:

$$\frac{d\bar{m}_z}{dt} = -2D\bar{m}_z + \lambda \omega_0 \left(1 + \frac{\omega_p}{\omega_0} \bar{m}_z\right) (1 - \bar{m}_z^2). \quad (4)$$

Для анализа уравнения (4) достаточно ограничиться случаем $\omega_p < \omega_0$, так как этот случай соответствует реальной физической ситуации. Учитывая условия $\omega_p < \omega_0$, $\bar{m}_z < 1$, легко видеть, что член $(\omega_p / \omega_0) \bar{m}_z$ значительно меньше единицы, и в правой части уравнения (4) с хорошей точностью им можно пренебречь.

С учетом сделанного допущения уравнение (4) принимает более простую форму

$$\frac{d\bar{m}_z}{dt} = f(\bar{m}_z) = -2D\bar{m}_z + \lambda \omega_0 (1 - \bar{m}_z^2). \quad (5)$$

Стационарными точками уравнения (7) являются следующие решения:

$$(\bar{m}_z)_1 = \left[\sqrt{1 + \left(\frac{D}{\lambda \omega_0}\right)^2} - \left(\frac{D}{\lambda \omega_0}\right) \right], \quad (6)$$

$$(\bar{m}_z)_2 = - \left[\sqrt{1 + \left(\frac{D}{\lambda \omega_0}\right)^2} + \left(\frac{D}{\lambda \omega_0}\right) \right].$$

Только решение $(\bar{m}_z)_1$ является устойчивым физическим решением, так как $f'((\bar{M}_z)_1) < 0$ и $|(\bar{m}_z)_1| < 1$ и средняя намагниченность \bar{m}_z должна стремиться к значению $(\bar{m}_z)_1$. Это видно также и из решения уравнения (5):

$$\bar{m}_z(t) = \frac{(\bar{m}_z)_1[1 - (\bar{m}_z)_2] - (\bar{m}_z)_2[1 - (\bar{m}_z)_1] \exp[-2\omega_0 t \sqrt{\lambda^2 + (D/\omega_0)^2}]}{[1 - (\bar{m}_z)_2] - [1 - (\bar{m}_z)_1] \exp[-2\omega_0 t \sqrt{\lambda^2 + (D/\omega_0)^2}]}, \quad (7)$$

где $\bar{m}_z(0) = 1$.

Как видно из (7), при $t \rightarrow \infty$ намагниченность стремится к значению $\bar{m}_z \rightarrow (\bar{m}_z)_1$.

Для оценки (\bar{m}_z) воспользуемся значениями параметров, подобранных для реальных тонкопленочных сплавов пермаллоидного класса (Fe-Ni и Fe-Co-Ni): $\lambda = 10^{-5}$, $\omega_0 = 10^9$ Гц, $D = 14 \cdot 10^4$ с⁻¹. В результате получим оценку $(\bar{m}_z)_1 \approx 0,035$, которая хорошо согласуется с результатами численных расчетов (см. рис. 4).

Хорошее согласие между численным решением точного уравнения (4) и аналитическим решением приближенного уравнения (5) (в обоих случаях решение экспоненциально стремится к значению $(\bar{m}_z)_1$) свидетельствует, что в уравнении (4) членом $(\omega_p / \omega_0)\bar{m}_z$ можно пренебречь.

Отметим, что полученное аналитическое решение (7) явным образом не зависит от параметра сдвига частоты ω_p . Однако следует помнить, что само условие применимости кинетического описания $K \approx \tilde{\omega}_1 \omega_p T^2 > 1$ зависит от величины ω_p .

Данная теория может быть применена для исследования ФР в тонкопленочных сплавах пермаллоидного

класса [4]. Толщина пленок d считается равной 0,1 мкм. Поле анизотропии можно оценить по формуле [1] $\beta = 2K_1 / M_s$, где K_1 — коэффициент анизотропии, M_s — намагниченность насыщения.

Приводим графики результатов численного интегрирования уравнений (2) и (4) (рис. 3, 4).

Проведем анализ полученных численных результатов. Как видно, результаты, полученные путем интегрирования системы уравнений (4), представленные на рис. 3, хорошо согласуются с результатом численного интегрирования кинетического уравнения (6), представленным на рис. 4. В частности, в хаотическом случае с коэффициентом стохастичности $K > 1$, которому на рис. 3 соответствует кривая 1, мы видим, что продольная составляющая намагниченности становится примерно равной $m_z \approx 0,035$, что хорошо согласуется с результатом, представленным на рис. 4. В нехаотическом случае $K < 1$, который представлен на рис. 3 кривой 3, продольная компонента намагниченности сохраняет свое начальное значение. Кривая 2 на рис. 3 соответствует промежуточному случаю со значением коэффициента стохастичности $K \approx 1$. Как видно, в этом случае продольная составляющая намагниченности отклоняется от равновесного значения, но стохастическое насыщение ФР не происходит. Как видно из подрисуночных подписей, подбор численных зна-

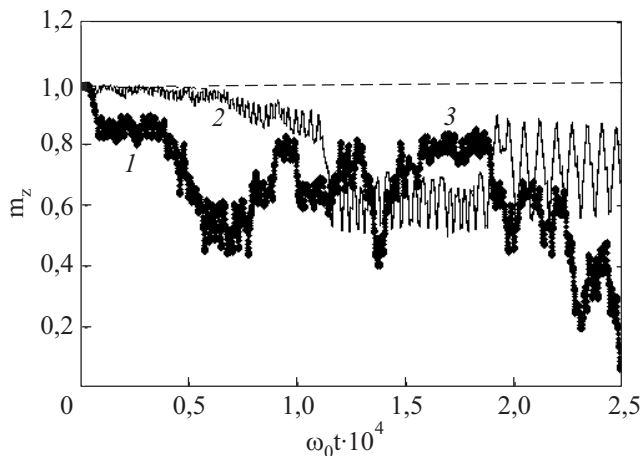


Рис. 3. График зависимости m_z от $\omega_0 t$, построенный с помощью численного интегрирования системы уравнений (4), для следующих значений параметров: $\omega_0 = 10^9$ Гц, $\omega = 0,6 \cdot 10^9$ Гц, $\Omega = 10^8$ Гц, $T = 2\pi \cdot 10^{-8}$ с, $\tau = 2\pi \cdot 10^{-10}$ с, $\lambda = 10^{-5}$. Линии 1 и 3 соответствуют сплаву Fe-Ni (Fe — 25%, Ni — 65%), в этом случае [4,18] $K_1 = 15 \cdot 10^3$ эрг/см³, $M_s = 914$ Гс, $\beta = 32,8$ Э, $\omega_p = 0,57 \cdot 10^9$ Гц, для линии 1 $\tilde{\omega}_1 = 1,5 \cdot 10^6$ Гц, коэффициент стохастичности $K \approx 3,37$, для линии 3 $\tilde{\omega}_1 = 1,5 \cdot 10^5$ Гц, $K \approx 0,337$, линия 2 соответствует сплаву Fe-Co-Ni (Fe — 25%, Co — 25%, Ni — 50%), в этом случае $K_1 = 4 \cdot 10^3$ эрг/см³, $M_s = 1025$ Гс, $\beta = 7,27$ Э, $\omega_p = 0,138 \cdot 10^9$ Гц, $\tilde{\omega}_1 = 1,5 \cdot 10^6$ Гц, $K \approx 1$.

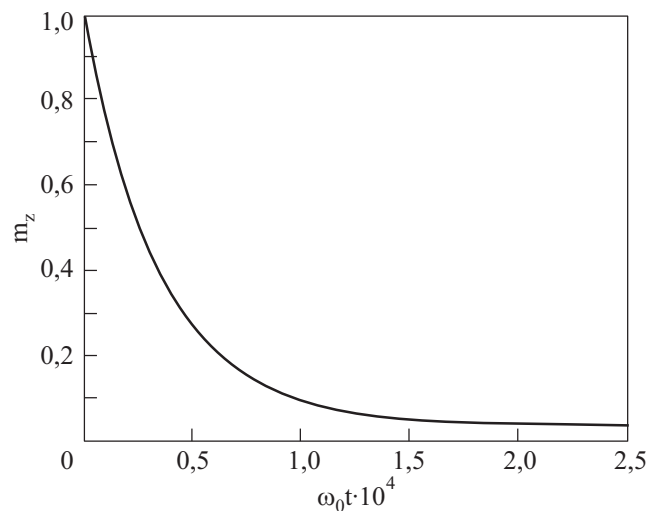


Рис. 4. График зависимости m_z от $\omega_0 t$, построенный с помощью численного интегрирования уравнения (6), для следующих значений параметров: $\omega_0 = 10^9$ Гц, $\omega = 0,6 \cdot 10^9$ Гц, $\Omega = 10^8$ Гц, $T = 2\pi \cdot 10^{-8}$ с, $\tau = 2\pi \cdot 10^{-10}$ с, $\lambda = 10^{-5}$, $\omega_p = 0,57 \cdot 10^9$ Гц, $\tilde{\omega}_1 = 2,9 \cdot 10^6$ Гц, $D = 14 \cdot 10^4$ с⁻¹ и коэффициент стохастичности $K \approx 6,5$.

чений параметров соответствует конкретным веществам.

Это свидетельствует о том, что статистический подход для анализа динамики нелинейно прецессирующих систем является адекватным.

Таким образом, увеличение нелинейности при использовании накачки формы периодической серии ВЧ импульсов способствует насыщению, а не препятствует ему, как это имело место при ФР с монохроматической накачкой.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке проектов № GNSF/STO7/4-197, № GNSF/STO7/4-179 Грузинским национальным научным фондом.

1. *Magnetism*, G.T. Rado and H. Suhl (eds.) vol.1, Acad. Press, New-York (1963); *Ферромагнитный резонанс*, С.В. Вонсовский (ред.), ГИФМЛ, Москва (1961).
2. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Собрание трудов*, т. 1, Наука, Москва (1969), стр. 128. L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *Phys. Zs. Sowjet* **8**, 153 (1935).
3. А.С. Боровик-Романов и др., *УФН* **142**, 537 (1984); Ю.М. Буньков, Б.С. Думеш, *ЖЭТФ* **68**, 1161 (1975).
4. Д.И. Семенцев, А.М. Шутый, *УФН* **177**, 831 (2007).
5. *Нанотехнологии в электронике*, Ю.Л. Чаплигин (ред.), Техносфера, Москва (2005).
6. Г.М. Заславский, Р.З. Сагдеев, *Введение в нелинейную физику*, Наука, Москва (1988); Г.М. Заславский, *Стохастичность динамических систем*, Наука, Москва (1984).
7. Л.Л. Буишвили, А.И. Угулава, *ФТТ* **25**, 2370 (1983).
8. В.И. Кесаев, А.И. Угулава, *ФТТ* **27**, 1259 (1985).
9. Л.Л. Чоторлишвили, В.М. Цхварадзе, *ФНТ* **30**, 981 (2004).
10. В.М. Елеонский, Н.Н. Кирова, *ЖЭТФ* **75**, 658 (1978).
11. А.М. Kosevich, В.А. Ivanov, and A.S. Kovalev, *Phys. Rep.* **194**, 117 (1990).
12. N. Giorgadze and R. Khomeriki, *Phys. Status Solidi* **B207**, 249 (1998).
13. D.A. Garanin, *Phys. Rev.* **B55**, 3050 (1997).
14. J.L. Garcia-Palacios and P. Svedlindh, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3724 (2000).
15. G. Wysin and A.R. Bishop, *J. Magn. Magn. Mater.* **54–57**, 1132 (1986).

16. H. Yamazaki and M. Mino, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **98**, 400 (1989).
17. М.М. Богдан, М.И. Кобец, Е.Н. Хацько, *ФНТ* **25**, 263 (1999).
18. И.К. Кикоин, *Таблицы физических величин*, Атомиздат, Москва (1976).

Theory of stochastic saturation of ferromagnetic resonance

A.I. Ugulava, L.L. Chotorlishvili, and Z.Z. Toklikishvili

One of the basic models for ferromagnetic resonance is the phenomenological model proposed by Landau and Lifshitz. According to this model, the dynamics of magnetization in ferromagnets obeys the Landau–Lifshitz nonlinear equation. Due to nonlinearity, solutions of this equation are of great variety. Depending on a particular physical situation, the system is characterized by both soliton- and chaotic-like solutions. It is generally assumed that, for chaotic solutions action on the system by a random field is needed. In its turn the random field is considered to be formed by fluctuations of local magnetization. It is shown that the chaotic like-dynamics, is quite possible even at a regular external action. Conditions for chaos formation and possible numerical values of parameters for particular materials are estimated. A kinetic equation is derived to describe the magnetization dynamics in stochasticity conditions. It is shown that the solution of the kinetic equation is in good agreement with the solution of the Landau–Lifshitz equation. This confirms that the kinetic description is relevant for chaotic dynamical systems.

PACS: **76.60.–k** Nuclear magnetic resonance and relaxation.

Keywords: Ferromagnetic resonance, nonlinear resonance, stochastic saturation, kinetic description.