

## О возможной природе электрической активности He II

В.М. Локтев, М.Д. Томченко

*Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины*

*ул. Метрологическая, 14-б, г. Киев, 03143, Украина*

E-mail: vloktev@bitp.kiev.ua

mtomchenko@bitp.kiev.ua

Статья поступила в редакцию 29 декабря 2007 г.

Сделана попытка объяснить природу электрических сигналов, наблюдавшихся в гелии II в стоячей волне второго звука. Исходя из общих принципов квантовой механики показано, что вследствие межатомного взаимодействия каждый атом гелия приобретает небольшой наведенный дипольный момент  $\mathbf{d}_{\text{ат}}$ , пульсирующий во времени и пространстве. В стоячей полуволне второго звука образуется направленный поток микроскопических вихревых колец, который частично упорядочивает хаотично направленные дипольные моменты атомов, что приводит к объемной поляризации гелия II. Наблюдаемая разность потенциалов  $\Delta U \approx k_B \Delta T / 2e$  объясняется теоретически в предположении, что каждое кольцо имеет дипольный момент  $d_{\text{вр}}$  порядка 10 средних значений модуля момента атома,  $d_{\text{вр}} \sim 10 \bar{d}_{\text{ат}}$ . Анализ с учетом граничных условий показывает также, что не исключена и другая возможная природа наблюдавшегося электрического сигнала  $\Delta U$ , а именно: этот сигнал связан не со свойствами He II, а с одним из видов термоэдс.

Зроблено спробу пояснити природу електричних сигналів, які спостерігались в гелії II у стоячій хвилі другого звуку. Виходячи із загальних принципів квантової механіки показано, що внаслідок міжатомної взаємодії кожний атом гелію здобуває невеликий наведений дипольний момент  $\mathbf{d}_{\text{ат}}$ , який пульсує в часі та просторі. У стоячій напівхвилі другого звуку існує направлений потік мікроскопічних вихрових кілець, який частково впорядковує хаотично направлені дипольні моменти атомів, що призводить до об'ємної поляризації гелію II. Спостережувану різницю потенціалів  $\Delta U \approx k_B \Delta T / 2e$  пояснено теоретично у припущенні, що кожне кільце має дипольний момент  $d_{\text{вр}}$  порядку 10 середніх значень модуля момента атома,  $d_{\text{вр}} \sim 10 \bar{d}_{\text{ат}}$ . Аналіз з урахуванням граничних умов показує також, що не виключена і інша можлива природа спостережуваного електричного сигналу  $\Delta U$ , а саме: цей сигнал пов'язаний не з властивостями He II, а з одним із видів термоедс.

PACS: 67.40.Pm Транспортные процессы, второй и другие звуки, теплоотдача, сопротивление Капицы.

Ключевые слова: гелий II, электрическая активность, дипольный момент, вихревые кольца.

### Введение

В 2004 г. в работе Рыбалко [1] был открыт необычный эффект: оказалось, что стоячая полуволна второго звука индуцирует в He II разность потенциалов  $U$ , колеблющуюся синфазно с колебаниями температуры  $T$ . Для амплитуд в области  $T = 1,4\text{--}2$  К установлено, что  $\Delta U / \Delta T \approx k_B / 2e$  (погрешность измерения  $\Delta U / \Delta T$  составляла  $\sim 10\%$  [2]). Эффект электрического отклика интересен, во-первых, потому, что свободный атом  $^4\text{He}$ , находящийся в одном из своих стационарных состояний, как известно, дипольным моментом (ДМ) не обладает, а во-вторых, гелий II — это диэлектрик с ма-

лой диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_{\text{He}} \approx 1,057$ , причем  $\epsilon_{\text{He}} \approx n^2$  [3] ( $n$  — коэффициент преломления). Из пропорциональности  $\epsilon \approx n^2$  следует, что и у взаимодействующих с соседями атомов гелия II тоже нет сколько-нибудь заметного собственного ДМ.

Уже предложено несколько моделей для объяснения этого эффекта [4–6]. Однако вполне удовлетворительная модель пока не построена. В частности, в объемных моделях [4–6] при расчете  $\Delta U / \Delta T$  не учитывались граничные условия для резонаторов. Как мы покажем, учет этих условий кардинально изменяет результат.

Анализ, проведенный в статье [4], является нестрогим, и из него не вполне ясен механизм поляризации гелия II волной второго звука.

В работе Мельниковского [5] предложена идея инерционной поляризации атомов гелия при ускорении. Однако полученная в таком подходе разность потенциалов оказывается на два–три порядка меньше наблюдаемой и сильно зависит от температуры:  $\Delta U / \Delta T \sim C(T)$ , где  $C$  — теплоемкость He II.

Интересной и стимулирующей является работа Пашицкого и Рябченко [6], но ее основной результат о конечном значении энтропии  $s_s$  сверхтекучей компоненты (СК),  $s_s \approx 2k_B$ , следует признать спорным. Поскольку этот результат затрагивает основы теории сверхтекучести, остановимся на нем подробнее. В этой работе для He II получено уравнение

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho} \nabla p - \frac{s}{m} \nabla T \right) = -\frac{2e}{m} \nabla \varphi, \quad (1)$$

где  $\rho$  — плотность He II,  $p, T, \varphi$  — соответственно давление, температура и потенциал электрического поля,  $m$  — масса атома  $^4\text{He}$ ,  $s$  — энтропия на один атом ( $s = mS/\rho$ , где  $S$  — энтропия на единицу объема). Из сопоставления (1) с наблюдаемой величиной  $\Delta U / \Delta T \approx k_B / 2e$  авторы [6] сделали вывод, что энтропия  $s$  гелия II содержит дополнительный, не зависящий от  $T$ , вклад  $s \approx 2k_B$ , который был отождествлен с  $s_s$ .

Заметим, что такая величина  $s_s$  значительно превосходит энтропию  $s_n$  нормальной компоненты (НК) — в 4 раза при  $T = 1,8 \text{ K}$ , и примерно в 200 раз при  $T = 1 \text{ K}$ . Формула (1) получена в [6] с использованием двухжидкостной гидродинамики (ДГ) Ландау. Но результат  $s_s \approx 2k_B$  противоречит этой ДГ, которая строится в предположении  $s_s = 0$ . В свое время критерием выбора между ДГ Ландау и Тиссы стала формула для скорости  $u_2$  второго звука. Согласно Тиссе, при  $T < 1 \text{ K}$  с уменьшением  $T$  значение  $u_2$  должно убывать до нуля, а по Ландау — расти до  $u_1 / \sqrt{3}$ , согласно формуле [7,8]

$$u_2 = \frac{s}{m} \sqrt{\frac{\rho \rho_s T}{\rho_n C(T)}}; \quad \rho = \rho_s + \rho_n. \quad (2)$$

Эксперимент подтвердил именно эту формулу, и правильным был признан подход Ландау. А модель Тиссы противоречила эксперименту при низких температурах. Формула (2), согласно Ландау, справедлива при  $s = s_n$ , но если подставить в (2)  $s = s_n + 2k_B$ , как предполагается в [6], то возникает противоречие с экспериментом не только при низких, но и при высоких  $T$ : при  $T = 2 \text{ K}$  и  $T = 1 \text{ K}$  величина  $u_2$  оказывается больше экспериментальной соответственно в несколько раз и в несколько сот раз. Другая ДГ, согласующаяся при  $s_s \approx 2k_B$  с экспериментом, в [6] не предложена.

Уравнение (1) получено в работе [6] двумя способами, и оба представляются дискуссионными. Один основан на идее о том, что гелий II можно рассматривать не как совокупность нейтральных атомов, а как заряженную электронно-ядерную плазму. Это предположение, на наш взгляд, не отражает свойства He II на микроуровне. Ведь в такой плазме должны были бы наблюдаться характерные линии рекомбинации, но на эксперименте, насколько известно, они не обнаружены. Кроме того, как микроскопические модели He II [9–11], так и экспериментальные кривые для потенциалов взаимодействия атомов гелия [12], свидетельствуют, что He II представляет собой совокупность взаимодействующих *отдельных* атомов, имеющих размер около  $2,6 \text{ \AA}$ , причем атомы являются очень упругими объектами. А представление об электронно-ядерной плазме означает, что в He II изолированных атомов гелия как таковых нет.

Другой, упрощенный вывод (1) основан на идее [5] о том, что дипольный момент атомов гелия есть следствие их ускорения. При этом поляризация  $\mathbf{P}$  гелия II связывается с ускорением СК следующим образом:

$$\mathbf{P} = -\gamma \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t}, \quad \gamma \approx \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \frac{m}{4e}. \quad (3)$$

При учете связи  $\mathbf{P}$  с напряженностью  $\mathbf{E}$ ,  $[4\pi / (\varepsilon - 1)]\mathbf{P} = \mathbf{E} = -\nabla \varphi$ , из (3) снова следует уравнение (1). Формула (3) предполагает, что атомы He II движутся с ускорением  $\partial \mathbf{v}_s / \partial t$ . Эта формула записана, видимо, на основе предположения, сделанного в [6], о том, что СК представляет собой составной конденсат — суперпозицию одно-, двухчастичного и высших конденсатов, — а НК соответственно есть совокупность атомов, не входящих ни в какой конденсат. Фактически, это современное обобщение модели Тиссы (в которой СК отождествлялась с одночастичным конденсатом). Между тем ДГ Ландау строится совершенно иначе — в ней НК не сопоставляется реальным атомам, а описывает газ квазичастиц:  $\rho_n$  вводится на основе законов распределения и дисперсии квазичастиц, и наличие конденсатов при этом вовсе не требуется. Поэтому не ясно, почему  $\rho_n$  должно также быть равно плотности частиц, не входящих в конденсаты. Кроме того, в [11] в результате расчета, выполненного в трехчастичном приближении, найдено, что при  $T = 0$  в составном конденсате находится только 22% атомов, а не 100%, как предполагается в [6]. Ввиду этого мы считаем, что пока нет оснований для отождествления СК и составного конденсата и что СК и НК — это только эффективные жидкости, то есть атомы гелия не делятся на «сверхтекучие» и «нормальные» (как обычно и полагают [7,8]). В этом случае в (3) вместо  $\mathbf{v}_s$  нужно подставить скорость атомов  $\mathbf{v}$ , которая определяется равенством

$$\mathbf{v} = \frac{\rho_s}{\rho} \mathbf{v}_s + \frac{\rho_n}{\rho} \mathbf{v}_n. \quad (4)$$

Но тогда получим  $\mathbf{P} = 0$ , так как в волне второго звука  $\mathbf{j} \equiv \rho_s \mathbf{v}_s + \rho_n \mathbf{v}_n = 0$ . В более точном приближении нужно учесть, что изменение  $T$  в волне второго звука приводит к малым, но ненулевым изменениям  $\rho$  и  $\rho$  [7,8]. Это приводит к небольшому потоку массы, пропорциональному коэффициенту теплового расширения  $\alpha$  [7]:  $j \approx \rho v_s \alpha u_2^2 m / s$ . Отметим, что в используемой нами формуле (20.21) из [7] описка, и можно убедиться, что правильный коэффициент

$$b_2 = \frac{\alpha \rho^2 u_1^2 u_2^3}{S(u_1^2 - u_2^2)}.$$

Такой поток приводит к поляризации  $\mathbf{P} = -(\gamma \alpha u_2^2 m / s) d\mathbf{v}_s / dt \approx -(\gamma \alpha u_2^2 m / s) \partial \mathbf{v}_s / \partial t$ , и вместо (1) приходим к уравнению

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\alpha u_2^2 m}{s \rho} \nabla p - \alpha u_2^2 \nabla T \right) = -\frac{2e}{m} \nabla \varphi. \quad (5)$$

Видно, что энтропия сократилась в коэффициенте перед  $\nabla T$ , а вместо нее появилась величина  $s_{\text{eff}} = \alpha u_2^2 m$ , которая в интервале  $T = 1,4 - 2$  К равна  $(2,4 \cdot 10^{-4} - 2,5 \cdot 10^{-3}) k_B$ , согласно данным для  $\alpha$  из [8]. В этом приближении  $\nabla p$  уже не равен нулю в волне второго звука, но все же пренебрежимо мал, так как  $\nabla p = -\partial \mathbf{j} / \partial t \sim \alpha \ll 1$ . Из (5) получим (без учета границ):  $\Delta U \approx (10^{-4} - 10^{-3}) \times k_B \Delta T / 2e$ . Таким образом, при учете колебаний плотности в волне второго звука электрический сигнал  $\Delta U$  возникает, но его амплитуда на 3–4 порядка меньше экспериментальной.

В работе [5] второй звук рассматривался в пренебрежении колебаниями плотности, то есть для случая  $\rho \mathbf{v} = \rho_s \mathbf{v}_s + \rho_n \mathbf{v}_n = 0$ . При этом поляризация, на порядок большая полученной нами выше, возникает из-за учета тепловых флуктуаций величин  $\rho$  и  $\mathbf{v}$ . Из формул [5], по-видимому, можно заключить, что флуктуации  $\rho$  и  $\mathbf{v}$  в волне второго звука приводят к макроскопическому ускоренному потоку атомов  $\rho \mathbf{v}_{\text{at}} \approx -C \rho_n (\dot{\mathbf{v}}_n - \dot{\mathbf{v}}_s) / 3S$ , который и обеспечивает ненулевую поляризацию.

Ниже показано, что дипольный момент возникает у атомов He II не только в волне второго звука, но и в любом состоянии He II, вследствие взаимодействия атомов с соседями. Вычислено среднее значение  $\bar{d}_{\text{at}}$  модуля такого момента, предложен механизм упорядочения этих моментов волной второго звука и приближенно оценено результирующее значение электрического сигнала  $\Delta U$ .

## 2. Наведенный дипольный момент атомов He II

Для вычисления  $\bar{d}_{\text{at}}$  нужно, строго говоря, рассматривать взаимодействие атома со многими соседними атомами. Решение такой многочастичной задачи затруднительно. Поэтому оценим сначала дипольный момент  $d_0$ , возникающий у атома гелия при взаимодействии только с одним соседом. Будет видно, что  $d_0$  быстро (как  $1/R^4$ ) убывает с ростом расстояния  $R$  между атомами, так что для оценки  $\bar{d}_{\text{at}}$  достаточно учесть лишь взаимодействие атома с ближайшими соседями.

Итак, рассмотрим два неподвижных взаимодействующих атома  ${}^4\text{He}$ , A и B, расположенных на расстоянии  $R$  друг от друга. Определим  $\mathbf{R}$  как радиус-вектор, соединяющий ядра атомов A и B и направленный к ядру B. Найдем волновую функцию  $\Psi_0^{AB}$  основного состояния двух взаимодействующих двухэлектронных атомов. Их ядра считаем неподвижными, так что  $\Psi_0^{AB}$  будет описывать состояние электронных оболочек:  $\Psi_0^{AB} = \Psi_0^{AB}(\mathbf{r}_1^A, \mathbf{r}_2^A, \mathbf{r}_1^B, \mathbf{r}_2^B, \mathbf{R})$  (спины пока опускаем). Здесь и ниже  $\mathbf{r}_k^A, \mathbf{r}_j^B$  — радиус-векторы  $k$ -го электрона атома A и  $j$ -го электрона атома B относительно своих ядер.

Будем решать задачу по теории возмущений, аналогично известной задаче Ван-дер-Ваальса. Невозмущенными состояниями считаем состояния невзаимодействующих атомов A и B. Тогда функцию  $\Psi_0^{AB}$  находим в виде разложения:

$$\Psi_0^{AB} = c_0 \Psi_0^A \Psi_0^B + c_1 \Psi_1^A \Psi_0^B + c_1 \Psi_0^A \Psi_1^B + c_2 \Psi_1^A \Psi_1^B + c_3 \Psi_0^A \Psi_2^B + c_3 \Psi_2^A \Psi_0^B + c_4 \Psi_1^A \Psi_2^B + c_4 \Psi_2^A \Psi_1^B + \dots \quad (6)$$

Здесь  $\Psi_0$  — основное состояние  $1s^2$  атома  ${}^4\text{He}$ ,  $\Psi_1$  — возбужденное состояние  $1s2p$  (в действительности  $2p$  — это три состояния, характеризующиеся квантовыми числами  $l=1, m=0; \pm 1$ ; как будет видно, актуален вклад в (6) лишь одного состояния, с  $l=1, m=0$ , он и подразумевается для  $\Psi_1$ );  $\Psi_2$  — состояние  $1s2s$ .

Дипольный момент атома A определяется выражением

$$\mathbf{d}_0^A = \int \Psi_0^{*AB} e(\mathbf{r}_1^A + \mathbf{r}_2^A) \Psi_0^{AB} d\mathbf{r}_1^A d\mathbf{r}_2^A d\mathbf{r}_1^B d\mathbf{r}_2^B. \quad (7)$$

Легко заметить, что после подстановки в него разложения (6) возникает ряд, содержащий матричные элементы вида

$$\langle k|\mathbf{d}|j \rangle = \int \Psi_k^* e(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \Psi_j d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \quad (8)$$

Согласно правилам отбора, они отличны от нуля только для  $\Delta l = 1, \Delta m = 0; 1$  ( $\Delta l, \Delta m$  — модули разности значений  $l, m$  для состояний  $\Psi_k$  и  $\Psi_j$ ). Поэтому ненулевой вклад в дипольный момент даст, в первую очередь, среднее  $\langle 1|\mathbf{d}|0 \rangle$ . Будет также вклад в  $d_0$ , например, от  $\langle 1s2p|\mathbf{d}|1s3d \rangle$ , поскольку здесь также  $\Delta l = 1, \Delta m = 0; 1$ , но

этот вклад порядка  $c_k c_j$  (где  $k, j \geq 1$ ), и в связи с тем, что  $|c_{k \geq 1}| \ll 1$ , этим и высшими вкладами можно пренебречь. Поэтому в разложении (6) достаточно оставить первые поправки, учитывающие  $\Psi_1$ :

$$\Psi_0^{AB} = c_0 \Psi_0^A \Psi_0^B + c_1 \Psi_1^A \Psi_0^B + c_1 \Psi_0^A \Psi_1^B + c_2 \Psi_1^A \Psi_1^B. \quad (9)$$

Возмущающий потенциал  $\hat{U}$  есть разность между полным гамильтонианом  $\hat{H}^{AB}$  двух взаимодействующих атомов и гамильтонианами  $\hat{H}^A, \hat{H}^B$  свободных атомов:

$$\hat{U} = \frac{Z^2 e^2}{|\mathbf{R}^A - \mathbf{R}^B|} + \sum_{i,j=1}^Z \frac{e^2}{|\mathbf{R}^A + \mathbf{r}_i^A - \mathbf{R}^B - \mathbf{r}_j^B|} - \sum_{i=1}^Z \frac{Ze^2}{|\mathbf{R}^A + \mathbf{r}_i^A - \mathbf{R}^B|} - \sum_{j=1}^Z \frac{Ze^2}{|\mathbf{R}^A - \mathbf{R}^B - \mathbf{r}_j^B|}, \quad (10)$$

где  $Z=2$ , а  $\mathbf{R}^A, \mathbf{R}^B$  — координаты ядер. Как видно из (10),  $\hat{U}$  есть сумма четырех потенциалов — взаимодействия ядер, электронов атома А с электронами атома В, электронов атома А с ядром атома В и электронов атома В с ядром атома А. Удобно записать  $\hat{U}$  (10) в виде, предложенном в [13]:

$$\hat{U} = \hat{Q}_A^+ \hat{Q}_B \frac{1}{R}, \quad \mathbf{R} = \mathbf{R}^B - \mathbf{R}^A, \quad (11)$$

где  $\hat{Q}$  — оператор заряда:

$$\hat{Q}_A = e \sum_{j=1}^Z \left( \exp(\mathbf{r}_j^A \nabla) - 1 \right), \quad (12)$$

$$\hat{Q}_A^+ = e \sum_{j=1}^Z \left( \exp(-\mathbf{r}_j^A \nabla) - 1 \right),$$

здесь и ниже  $\nabla \equiv \nabla_{\mathbf{R}} = \partial / \partial \mathbf{R}$ . Разлагая экспоненту в (12) в ряд, находим

$$\hat{Q} = \hat{Q}_d + \hat{Q}_q + \dots, \quad (13)$$

$$\hat{Q}_d = \mathbf{d} \nabla, \quad \hat{Q}_q = \sum_{\alpha, \beta=1}^3 Q_{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial R_\alpha} \frac{\partial}{\partial R_\beta},$$

где  $\mathbf{d} = e \sum_{j=1}^Z \mathbf{r}_j$  — оператор дипольного момента, а

$$Q_{\alpha\beta} = 0,5e \sum_{j=1}^Z x_j^\alpha x_j^\beta$$

связан с квадрупольным моментом. Более высокими  $l$ -полными моментами ( $l \geq 6$ ) в (13) пренебрегаем.

Дипольный момент  $\mathbf{d}_0$  атома А вычислим по общей формуле (7). Для этого необходимо знать коэффициенты  $c_1$  и  $c_2$  в (9). В первом порядке теории возмущений [13,14]

$$c_j = \frac{U_{j0}}{E_0^{(0)} - E_j^{(0)}}, \quad (14)$$

для нашего случая

$$E_0^{(0)} = 2E_0, \quad E_1^{(0)} = E_0 + E_1, \quad E_2^{(0)} = 2E_1, \quad (15)$$

где  $E_0 \equiv E(1s^2), E_1 \equiv E(1s2p)$ . В (15)  $E_0^{(0)}$  — это удвоенная энергия атома  ${}^4\text{He}$  в основном состоянии  $1s^2$ ;  $E_1^{(0)}$  — энергия двух свободных атомов  ${}^4\text{He}$ , причем один находится в состоянии  $1s^2$ , а другой — в состоянии  $1s2p$ ; и  $E_2^{(0)}$  — энергия двух свободных атомов в состоянии  $1s2p$  каждый. Запишем теперь матричные элементы оператора (10):

$$U_{10} = \int \Psi_1^{*A} \Psi_0^{*B} \hat{U} \Psi_0^A \Psi_0^B d\mathbf{r}_1^A d\mathbf{r}_2^A d\mathbf{r}_1^B d\mathbf{r}_2^B, \quad (16)$$

$$U_{20} = \int \Psi_1^{*A} \Psi_1^{*B} \hat{U} \Psi_0^A \Psi_0^B d\mathbf{r}_1^A d\mathbf{r}_2^A d\mathbf{r}_1^B d\mathbf{r}_2^B. \quad (17)$$

В выражениях (14)–(17) нужно знать  $\Psi_0, \Psi_1, E_0$  и  $E_1$  — волновые функции и энергию атома  ${}^4\text{He}$  в состояниях  $1s^2$  и  $1s2p$ . Эти величины точно не известны, однако анализ показывает [13–15], что двухэлектронный атом  ${}^4\text{He}$  хорошо описывается формулами для  $\Psi_0, E_0, \Psi_1$  и  $E_1$ , найденными в приближении невзаимодействующих электронов, но с перенормированным зарядом  $Z^*$  ядра (эта перенормировка учитывает экранировку заряда ядра другим электроном). В частности, для  $\Psi_0$  получено  $Z^* = Z - 5/16$ , такое же  $Z^*$  будем использовать и для  $\Psi_1$ . Тогда имеем [13,14]:

$$\Psi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, s_1, s_2) = \varphi_{1s}(\mathbf{r}_1) \varphi_{1s}(\mathbf{r}_2) \chi^a(s_1, s_2), \quad (18)$$

$$\varphi_{1s}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a},$$

$$\Psi_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, s_1, s_2) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_{1s}(\mathbf{r}_1) \varphi_{2p}(\mathbf{r}_2) + \varphi_{1s}(\mathbf{r}_2) \varphi_{2p}(\mathbf{r}_1)] \chi^a(s_1, s_2), \quad (19)$$

$$\varphi_{2p}^{m=\pm 1}(\mathbf{r}) = \mp R_{21} \left( \frac{r}{a} \right) \sqrt{\frac{3}{8\pi}} e^{\pm i\phi} \sin \Theta, \quad (20)$$

$$\varphi_{2p}^{m=0}(\mathbf{r}) = R_{21} \left( \frac{r}{a} \right) \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \Theta, \quad R_{21}(r) = \frac{1}{\sqrt{6a^3}} \frac{r}{2} e^{-r/2};$$

$$E_0 = -78,6 \text{ эВ}; \quad E_1 = -57,5 \text{ эВ}. \quad (21)$$

Здесь  $a = a_B / Z^* = 0,313 \text{ \AA}$ , и  $a_B = \hbar^2 / (me^2) = 0,529 \text{ \AA}$  — боровский радиус. Согласно [15] (§27, §35), использованные нами формулы для  $1s^2$ -состояния — достаточно точные, а для  $1s2p$ -состояния — менее точные, но для приближенного расчета они применимы.

Поскольку система из двух атомов инвариантна относительно поворота вокруг  $\mathbf{R}$ , такой же симметрией должна обладать и функция  $\varphi_{2p}$ . Значит, ось  $z$  атома

направлена вдоль  $\mathbf{R}$ , и в (19)  $\Theta$  — это угол между  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{r}$ . В этом случае задача становится одномерной по  $\mathbf{R}$ :  $\nabla \equiv \partial / \partial \mathbf{R} = \mathbf{i}_z \partial / \partial R$ , и из (13) находим:

$$\hat{Q} = d_z \frac{\partial}{\partial R} + Q_{zz} \frac{\partial^2}{\partial R^2}. \quad (22)$$

Учтем теперь спин электронов. В (7) опущено суммирование по  $s_1^A, s_2^A, s_1^B, s_2^B$  — всем спиновым состояниям электронов. У атома  ${}^4\text{He}$  два электрона, и спины этих электронов могут быть параллельны (ортосостояние  $\chi^s(s_1, s_2)$ ) либо антипараллельны (парасостояние  $\chi^a(s_1, s_2)$ ). Основное состояние атома гелия  $1s^2$  является парасостоянием. В пренебрежении спин-орбитальным взаимодействием состояния  $\chi^a(s_1, s_2)$  и  $\chi^s(s_1, s_2)$  ортогональны. Состояние атома гелия  $1s2p$  может быть и пара-, и орто-. Но для нас будет существен матричный элемент  $\langle 1|\mathbf{d}|0 \rangle \equiv \langle 1s2p|\mathbf{d}|1s^2 \rangle$ , и поскольку для  $1s2p$ -ортосостояния эта величина равна нулю, актуальным является только  $1s2p$ -парасостояние, что и отражено в (19). В (7) суммирование по спинам дает в итоге единицу, поэтому для простоты спины в формулах опущены.

Вычислим теперь  $c_1$  и  $c_2$  согласно (14)–(17), используя сначала для  $\hat{Q}$  дипольное приближение  $\hat{Q} = \mathbf{d}\nabla$ , которым обычно ограничиваются. Учитывая, что  $\mathbf{d}\nabla = d_z \partial / \partial R$ , после несложных вычислений находим

$$c_1 = 0, \quad c_2 = 1,43 \frac{a_B a^2}{R^3} \approx 0,0016. \quad (23)$$

Отметим, что

$$U_{20} = (\langle 1^A | -d_z^A | 0^A \rangle \partial / \partial R) (\langle 1^B | d_z^B | 0^B \rangle \partial / \partial R) R^{-1},$$

где  $d_z = e(z_1 + z_2)$ . В результате приходим к выражению

$$\Psi_0^{AB} = c_0 \Psi_0^A \Psi_0^B + c_2 \Psi_1^A \Psi_1^B. \quad (24)$$

Состояние (24) есть суперпозиция двух состояний пары атомов, и в каждом из этих состояний пары оба атома находятся в одинаковом состоянии ( $1s^2$  или  $1s2p$ ). Так как в состояниях  $1s^2$  и  $1s2p$  атом  ${}^4\text{He}$  не обладает дипольным моментом, то и в состоянии пары (24) атомы А и В по отдельности им не обладают. Это подтверждается и прямым расчетом  $d_0$  (7) с использованием (24).

Теперь вычислим  $c_1$  в квадрупольном приближении (13) для  $\hat{Q}$ , с учетом (22). В этом случае

$$U_{10} = \langle 1^A | \hat{Q}_{A,d}^+ + \hat{Q}_{A,q}^+ | 0^A \rangle \langle 0^B | \hat{Q}_{B,d} + \hat{Q}_{B,q} | 0^B \rangle R^{-1} = \langle 1^A | \hat{Q}_{A,d}^+ | 0^A \rangle \langle 0^B | \hat{Q}_{B,q} | 0^B \rangle R^{-1},$$

так как  $\langle 1^A | \hat{Q}_{A,q}^+ | 0^A \rangle = \langle 0^B | \hat{Q}_{B,d} | 0^B \rangle = 0$ . После несложного расчета получаем

$$c_1 = -8,15 \frac{a_B a^3}{R^4} \approx -7,9 \cdot 10^{-4}. \quad (25)$$

Учет того, что ось  $z$  атома направлена вдоль  $\mathbf{R}$ , существенно упрощает вычисления: вклад в  $c_1$  и  $c_2$  вносит только состояние  $1s2p$  с  $m=0$ , а состояния  $1s2p$  с  $m = \pm 1$  вклада не вносят. Это учтено в разложениях (6) и (9).

Теперь  $\Psi_0^{AB}$  определяется формулой (9), где  $c_1 \approx -7,9 \cdot 10^{-4}$ ,  $c_2 \approx 0,0016$ . Как видно,  $|c_{j \geq 1}| \ll 1$ , поэтому в (9) полагаем  $c_0 = 1$ . Из условия нормировки мы получили бы  $c_0 = 1 - \tilde{c}$ , где  $\tilde{c} \sim |c_j| \ll 1$ ; учет  $\tilde{c}$  в  $c_0$  даст при вычислении ДМ пренебрежимо малую поправку  $\sim c_j^2$ .

Если в (9) пренебречь поправкой  $c_2 \Psi_1^A \Psi_1^B$ , несущественно влияющей на  $d_0$ , то формулу (9) можно трактовать как свидетельство того, что вследствие взаимодействия атом гелия переходит в состояние

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_0 &= \Psi_0 + c_1 \Psi_1 = \varphi_{1s}(\mathbf{r}_1) \varphi_{1s}(\mathbf{r}_2) + \\ &+ \frac{c_1}{\sqrt{2}} [\varphi_{1s}(\mathbf{r}_1) \varphi_{2p}(\mathbf{r}_2) + \varphi_{1s}(\mathbf{r}_2) \varphi_{2p}(\mathbf{r}_1)] \approx \tilde{\varphi}_{1s}(\mathbf{r}_1) \tilde{\varphi}_{1s}(\mathbf{r}_2), \end{aligned} \quad (26)$$

где  $\varphi_{2p}$  — состояние с  $m = 0$ , а

$$\tilde{\varphi}_{1s}(\mathbf{r}) = \varphi_{1s}(\mathbf{r}) + \frac{c_1}{\sqrt{2}} \varphi_{2p}(\mathbf{r}). \quad (27)$$

Найдем форму электронной оболочки для волновой функции  $\tilde{\varphi}_{1s}(\mathbf{r})$ . Функция  $\varphi_{1s}(\mathbf{r})$  сферически симметричная, а у  $\tilde{\varphi}_{1s}(\mathbf{r})$  сферическая симметрия несколько нарушена. Чтобы увидеть, насколько, найдем, как сфера  $r = ka$  одинаковых значений  $|\varphi_{1s}(\mathbf{r})|^2$  деформируется при переходе к  $\tilde{\varphi}_{1s}(\mathbf{r})$ . Это можно определить из уравнения  $|\tilde{\varphi}_{1s}(\mathbf{r})|^2 = |\varphi_{1s}(ka)|^2 = e^{-2k}/(\pi a^3)$ . Полагая в  $\tilde{\varphi}_{1s}$   $r = a\tilde{r}(\theta)$  и учитывая малость  $c_1$ , в линейном по  $c_1$  приближении находим уравнение для  $\tilde{r}(\theta)$ :  $\tilde{r} \approx k + c_1 k \cos \theta e^{k/2}/8$ , или

$$\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + (\tilde{z} - kc_1 e^{k/2}/8)^2 = k^2. \quad (28)$$

Из (28) видно, что у  $\tilde{\varphi}_{1s}(\mathbf{r})$  поверхность одинаковых значений  $|\tilde{\varphi}_{1s}(\mathbf{r})|^2 = e^{-2k}/(\pi a^3)$  тоже является сферой радиусом  $r = ka$ , но эта сфера смещена на вектор  $\delta_1 = -\mathbf{i}_z ka |c_1| e^{k/2}/8$ , зависящий от  $k$ . Величина  $\delta_1$  быстро растет при удалении от ядра (увеличении  $k$ ), но при этом  $|\tilde{\varphi}_{1s}(\mathbf{r})|^2$  еще быстрее ( $\sim e^{-2k}$ ) убывает.

Как видно из (26), (28), в атоме  ${}^4\text{He}$  оба электрона находятся в состоянии  $\tilde{\varphi}_{1s}$ , в котором электронное облако вытянуто в противоположную от соседнего атома сторону. За счет такой вытянутости атом приобретает ДМ, который по определению есть

$$\mathbf{d}_0 = \int \tilde{\Psi}_0^* \mathbf{e}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \tilde{\Psi}_0 d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \quad (29)$$

Подставляя в (29) явный вид функции  $\tilde{\Psi}_0$ , находим

$$\mathbf{d}_0 = \int \tilde{\varphi}_{1s}^*(\mathbf{r}) 2e\mathbf{r}\tilde{\varphi}_{1s}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \approx 2,1 eac_1 \frac{\mathbf{R}}{R} = -2e\delta \frac{\mathbf{R}}{R}, \quad (30)$$

$$\delta = 2,63 \cdot 10^{-4} \text{ \AA}.$$

Точный расчет  $d_0$ , согласно (7), (9), дает величину в  $1+c_2$  раз большую. Таким образом, взаимодействие с другим атомом индуцирует у исходного атома небольшой ДМ (30), направленный плюсом ко второму атому. В силу наличия центра инверсии векторная сумма моментов этих двух атомов равна нулю.

Интересно, что значение найденного выше смещения  $\delta_1$  совпадает с  $\delta = 1,05a|c_1|$  (30) для  $k=2,4$ , т.е. это смещение сферы радиусом  $r \approx 2,4a$ , содержащей почти все электронное облако ( $\sim 98\%$  плотности вероятности). Такое значение  $k$  физически вполне разумно. Сфера радиусом  $r = a$  содержит  $80\%$  плотности вероятности и смещается в 5 раз меньше, на  $\delta_1 = 0,2a|c_1|$ .

В He II каждый атом окружен примерно шестью ближайшими и многими более удаленными соседями. Среднее расстояние между атомами He II составляет  $\bar{R} \approx 3,6 \text{ \AA}$ . Из приведенного выше расчета следует, что  $d_0 \sim c_1 a \sim (a/R)^4$ . Поскольку для соседних атомов  $R \approx \bar{R}$ , величину  $a/R \approx 1/12$  можно рассматривать как малый параметр задачи. Его наличие позволяет при вычислении коэффициентов  $c_{j \geq 1}$  ограничиваться нижайшими (дипольным или квадрупольным) приближениями для оператора заряда (13), так как каждый последующий мультиполь в (13) дает поправку к  $c_{j \geq 1}$  с дополнительным множителем  $a/R$ . А убывание  $c_{j \geq 1}$  с ростом  $j$  связано в основном с уменьшением перекрытия волновых функций  $\Psi_0$  и  $\Psi_j$  (из-за роста квантовых чисел  $n$  и  $l$  у состояний  $\Psi_j$ ). Диаметр «твердой сердцевинки» атома гелия  $d_{\text{core}} \approx 2,64 \text{ \AA}$  [12]. В принципе, атомы могут сближаться и на расстояние, меньшее  $d_{\text{core}}$ , но с малой вероятностью.

Величины  $R$  для соседних атомов гелия разбросаны вблизи  $\bar{R}$ . Этот разброс характеризуется структурной функцией  $S_1(R)$  [10,11], через которую выражается волновая функция основного состояния He II:

$$\Psi_0 \approx \frac{1}{\sqrt{Q}} \prod_{k,j=1}^N \exp(S_1(|\mathbf{R}_k - \mathbf{R}_j|)). \quad (31)$$

Согласно анализу [10,11], функция  $S_1(R)$  изменяется довольно плавно, и поэтому вероятность обнаружить атом на расстоянии  $R$  от соседа убывает с ростом  $|R - \bar{R}| \equiv \Delta R$  сначала медленно, а при  $\Delta R \geq 0,4 \text{ \AA}$  — быстро (на порядок — при  $\Delta R = 0,4 \text{ \AA}$ ). Это значит, что для большинства атомов расстояние  $R$  до соседнего атома находится почти равновероятно в широком интервале — примерно от  $3,2 \text{ \AA}$  до  $4 \text{ \AA}$ . Предположим такую конфигурацию: атомы А, В, и С расположены примерно на одной линии вдоль оси  $x$ , и расстояние между А и В равно  $R_A = \bar{R} = 3,6 \text{ \AA}$ , а расстояние между В и С —  $R_C = 4 \text{ \AA}$  (взяты характерные расстояния). Тогда из-за

различия  $R_A$  и  $R_C$  атом В имеет наведенный ДМ (НДМ)  $d_{\text{at}}^x = d_0(\bar{R}^4/R_A^4 - \bar{R}^4/R_C^4) \approx d_0/3$ . Максимальное, но маловероятное, значение  $d_{\text{at}}^x$  получим при  $R_A = R_{\text{min}} = d_{\text{core}}$ ,  $R_C = R_{\text{max}} = 2\bar{R} - d_{\text{core}}$ :  $d_{\text{at}}^{x,\text{max}} \approx 3d_0$ . Вдоль осей  $y$  и  $z$  у атома В также есть соседи, и поэтому есть НДМ  $d_{\text{at}}^y, d_{\text{at}}^z$ . Как видно, НДМ атома  $\mathbf{d}_{\text{at}} = i\mathbf{d}_x + j\mathbf{d}_y + k\mathbf{d}_z$  имеет среднее значение модуля  $\bar{d}_{\text{at}}$ , близкое к  $d_0$ , а направление  $\mathbf{d}_{\text{at}}$  у разных атомов различное. Поскольку  $d_0 \sim R^{-4}$ , взаимодействием с более далекими соседями можно пренебречь.

Хотя у изолированной пары взаимодействующих атомов  ${}^4\text{He}$  суммарный НДМ всегда равен нулю, в многоатомном коллективе из-за неодинаковости расстояний между соседними атомами каждый атом имеет уже ненулевой НДМ  $\mathbf{d}_{\text{at}}$ . Вектор  $\mathbf{d}_{\text{at}}$  пульсирует во времени и пространстве, в соответствии с изменением конфигурации соседей, и у разных атомов направлен в разные стороны, в среднем хаотично, и величина НДМ также хаотично изменяется от атома к атому. При этом в макроскопических объемах гелия II суммарный НДМ атомов, разумеется, равен нулю. В однородной и изотропной жидкости суммарный вектор НДМ всех атомов, деленный на число атомов, должен совпадать с НДМ одного атома, усредненным по всем конфигурациям всех остальных атомов; такой НДМ выражается через свертку волновой функции основного состояния He II и сводится к интегралу от диагональной двухчастичной матрицы плотности и вектора ДМ (30), и легко показать, что в ответе имеем точно нуль. Однако среднее значение модуля мгновенного НДМ атома He II нулю не равно (это среднее по времени для данного атома или среднее мгновенное значение модуля всех атомов) и приближенно совпадает с  $d_0$  (30).

Таким образом, приходим к выводу, что хотя свободный атом  ${}^4\text{He}$  не имеет ДМ, атом гелия II вследствие взаимодействия с соседями приобретает некоторый наведенный ДМ, средняя величина модуля которого  $\bar{d}_{\text{at}} \approx 2e\delta, \delta = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ \AA}$ .

Несложно показать, что учет взаимодействия НДМ атомов друг с другом приводит к тому, что в общем потенциале кроме парного взаимодействия атомов появляется дополнительный, *трехчастичный*, потенциал взаимодействия атомов.

НДМ не вносит вклад в диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_{\text{He}}$  гелия II, поскольку он сильно связан с соседними атомами. Чтобы НДМ внес вклад в  $\epsilon_{\text{He}}$ , нужно, чтобы внешнее поле  $\mathbf{E}_0$ , прикладываемое для измерения  $\epsilon_{\text{He}}$ , смогло повернуть НДМ атома. Однако НДМ атомов He II не являются свободными, как у полярных диэлектриков, а возникают вследствие определенного расположения соседних атомов, поэтому для поворота НДМ нужно изменить конфигурацию соседей, для чего требуется очень сильное электри-

ческое поле, порядка внутриаомного. Используемые на практике  $E_0$  слишком слабы.

Наличие у атомов гелия наведенных ДМ может привести к поляризации He II, если есть механизм, благодаря которому НДМ атомов оказываются направленными преимущественно в одну сторону.

### 3. Механизм фокусировки дипольных моментов атомов

Электрический сигнал наблюдался в He II, когда в сосуде создавалась стоячая полуволна второго звука [1]. Частота второго звука подбиралась резонансным способом так, что длина  $L$  резонатора (сосуда с гелием) была равна половине длины волны  $\lambda$  второго звука. На левой  $A$  и правой  $B$  торцевых стенках резонатора были пучности, так что температура в сосуде изменялась по закону

$$T = T_0 - 0,5\Delta T \cos(\omega_2 t) \cos(z\pi/L), \quad (32)$$

здесь  $L = \lambda/2 = u_2/2\omega_2$ , а  $u_2$  и  $\omega_2$  — скорость и частота второго звука.

Предположим, что электрический сигнал обусловлен объемными свойствами He II. При его исследовании не будем использовать феноменологический подход к природе сверхтекучей и нормальной компонент, поскольку он скрывает микроскопическую природу явления. Учитывая, что электрический сигнал наблюдался в волне второго звука, которая представляет собой волну сгущения-разрежения в газе квазичастиц [7], ясно, что последние должны быть некоторым образом ответственными за предполагаемый эффект. В объемном He II есть два вида квазичастиц — *фононы* (в том числе *ротоны*) и микроскопические *вихревые кольца*. Поскольку фонон — это длинноволновое колебательное движение, он не должен обладать ДМ. Наша идея состоит в том, что эффект, наблюдаемый в [1], обусловлен наличием ДМ у вихревого кольца, а объемная поляризация He II возникает из-за направленного потока колец в волне второго звука.

Подробно свойства колец рассмотрены в [8,16]. На рис. 1 показано поле скоростей, индуцируемое классическим вихревым кольцом в жидкости. Кольцо, то есть его торообразная сердцевина, движется вправо со скоростью  $v_{vr} \sim 1/R_{vr}$  [8,16], где  $R_{vr}$  — радиус кольца (тора). При этом атомы вокруг кольца вовлекаются в движение со скоростью  $v_{at}$ , как показано на рис. 1 стрелками. По мере удаления от кольца на расстояние  $R$  скорость  $v_{at}$  атомов достаточно быстро ( $\sim R^{-2}$ ) убывает. Квантовое вихревое кольцо имеет определенный минимальный размер [17]. В He II кольца квантовые, что видно уже из их размеров: радиус сердцевинки кольца  $a_{vr} \simeq 1 \text{ \AA}$ , а радиус минимального кольца  $R_{vr}^{\min} \simeq 2-3 \text{ \AA}$ . Такие кольца являют-

ся вихрями в поле вероятности  $\Psi(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)$ , а не в классической среде из атомов, поэтому малые размеры кольца вполне физичны.

По характеру поля скоростей вихревое кольцо подобно диполю (рис. 1), и можно предположить, что кольцо обладает собственным ДМ  $d_{vr}$ . Рассмотрим два возможных механизма генерации  $d_{vr}$ .

1. Как видно из формулы (28) и как уже отмечалось, электронная оболочка атома  $^4\text{He}$  несколько вытянута в противоположную от соседнего атома сторону. Соответственно ядро смещено (относительно центра масс электронной оболочки) в обратную сторону на величину  $\approx \delta = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ \AA}$ . Согласно рис. 1, кольцо при движении втягивает в себя атомы из левого полупространства и прокачивает их сквозь себя. За кольцом, слева, поле скоростей стремится собрать атомы к оси и обладает некоторым градиентом. Градиент создает вращательный момент, а поскольку у атома ядро смещено относительно электронной оболочки, то этот момент стремится развернуть атом так, чтобы легкая вытянутая часть электронной оболочки сориентировалась вдоль вектора скорости, а тяжелое ядро осталось сзади. В результате, в некоторой области за кольцом атомы должны быть частично сфокусированы так, что их НДМ ориентируются преимущественно вдоль оси кольца, отрицательным зарядом в направлении движения кольца. Правда, этот эффект будет ослаблен из-за того, что НДМ не свободны, а обусловлены определенным расположением соседних атомов.

2. Другой возможный источник ДМ кольца, способный дать  $d_{vr}$  больший, чем  $\bar{d}_{at}$ , — это неодинаковость модуля градиента плотности жидкости перед кольцом и за ним. Во внутренней области кольца плотность жидкости значительно меньше средней [17], и поскольку у кольца есть асимметрия (выделенное направление его скорости), она способна вызвать разность градиентов. Пусть при удалении от кольца плотность жидкости перед ним медленнее растет до средней, чем за кольцом. Согласно разд. 2, в этом случае у атомов за кольцом индуцируется НДМ минусом

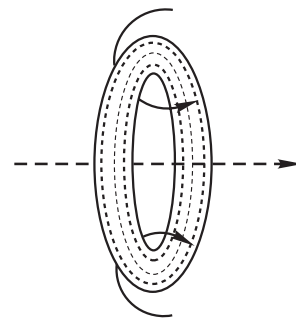


Рис. 1. Стрелками качественно показано поле скоростей, индуцируемое в жидкости вихревым кольцом. Пунктирная стрелка показывает также направление скорости самого кольца.

в направлении движения кольца, а у атомов перед кольцом индуцируется обратный НДМ, меньший по абсолютной величине. Такое кольцо обладает ДМ, направленным минусом в сторону движения кольца.

Симметричные соображения подтверждают высказанные соображения и разрешают кольцу иметь собственный ДМ. При изменении знака времени ( $t \rightarrow -t$ ) у кольца, очевидно, меняется знак циркуляции и скорости ( $\mathbf{v}_{\text{вр}} \rightarrow -\mathbf{v}_{\text{вр}}$ ). Как меняется заряд при  $t \rightarrow -t$ , видно из СРТ-теоремы квантовой теории поля, согласно которой СРТ — инвариант, поэтому при  $t \rightarrow -t$  должно быть  $\text{CP} \rightarrow -\text{CP}$ , но  $C$  — это заряд частицы, а  $P$  — радиус-вектор, то есть  $\text{CP}$  соответствует дипольному моменту  $e\mathbf{r}$ , поэтому при  $t \rightarrow -t$  ДМ, как и скорость кольца, меняет знак ( $e\mathbf{r} \rightarrow -e\mathbf{r}$ ).

В недавней работе Нацика [18] проведен анализ возможных электрических свойств вихрей и показано, что вблизи сердцевин вихря возникает инерционная поляризация атомов, вращающихся вокруг сердцевин, при этом интегральная поляризация среды вихрем (в том числе кольцевым) равна нулю. Однако в [18] вихревое кольцо рассматривалось в квазиклассическом приближении (классические формулы, но с квантованной циркуляцией) и не учитывались предложенные выше два возможных квантовых механизма генерации ДМ кольца. Мы же рассматриваем наименьшие кольца, являющиеся тепловыми возбуждениями He II, они имеют атомарные размеры и являются существенно квантовыми объектами, и вполне корректно могут описываться лишь  $N$ -частичной волновой функцией  $\Psi_{\text{вр}}$  кольца. Уже в приближении среднего поля, которое плохо описывает внутреннюю структуру кольца, решение [17] для квантового кольца заметно отличается от классического (или квазиклассического): поле скоростей и профиль плотности жидкости вблизи кольца отличаются от соответствующих распределений вблизи классического кольца. Полную информацию о свойствах кольца можно получить лишь из  $\Psi_{\text{вр}}$ : увидеть, есть ли различие градиентов плотности за и перед кольцом, и моделировать другие его свойства. Однако  $\Psi_{\text{вр}}$  неизвестна, поэтому ниже мы постулируем, что вихревое кольцо обладает средним ДМ  $\mathbf{d}_{\text{вр}}$ , направленным вдоль оси кольца. Проверим, позволит ли это объяснить результаты [1].

Приведенные рассуждения, конечно, не являются строгим доказательством наличия ДМ у кольца, но они качественно обосновывают такую возможность. Заметим также, что  $\mathbf{d}_{\text{вр}}$  является собственным ДМ кольца, который как волна бежит по гелию вместе с кольцом. При этом кольцо не совершает работу по индуцированию НДМ атомов, поскольку такая работа истощила бы его энергию за короткое время. На эксперименте, однако, кольцо пролетает сосуд без заметных потерь энергии [19].

#### 4. Поляризация He II стоячей полуволной второго звука

В тепловом равновесии кольца хаотично движутся в разные стороны, и так как ДМ кольца  $\mathbf{d}_{\text{вр}}$  направлен вдоль оси кольца, то и направления  $\mathbf{d}_{\text{вр}}$  у колец в среднем хаотичны. Но в стоячей полуволне второго звука образуется направленный поток колец (см. ниже), поляризующий He II.

Отметим важный момент. Нам нужно найти поток колец в стоячей волне второго звука; это поток, который меняет распределение колец в волне второго звука. Поскольку изменение  $T$  в волне второго звука в опыте Рыбалко ничтожно мало,  $\Delta T \sim 10^{-6}T$ , а период колебаний второго звука много больше характерных времен столкновения квазичастиц (для рассматриваемых  $T > 1,3$  К), то распределение колец и фононов в стоячей волне второго звука можно считать с высокой точностью равновесным. В этом случае мы знаем плотность колец  $n_{\text{вр}}(z, t)$  (43) для всех  $z$  и  $t$ , поскольку известна (32) температура  $T(z, t)$ . А зная  $n_{\text{вр}}(z, t)$ , легко находим и поток колец (см. ниже). Обратим внимание, что для нахождения этого потока нам не нужно решать кинетическое уравнение для колец, поскольку параметры стоячей волны второго звука задают это решение. Неточность такого подхода связана только с тем, что известная формула для распределения колец (см. (43)) получена [16] в пренебрежении взаимодействием колец с другими кольцами и фононами. При  $T > 1,3$  К эта формула неточна, что может привести к заметному отличию результата для потока колец от точного (может быть, даже в несколько раз). Но для получения приближенного решения такая точность достаточна.

Рассмотрим опыт [1] более детально. Резонатор расположен горизонтально вдоль оси  $z$ . Ось  $z$  направим влево, вдоль оси резонатора и градиента температур. Разобьем гелий на вертикальные слои толщиной  $\Delta z$  и площадью  $S_l$ . Объем слоя  $\Delta\Omega = S_l\Delta z$ . Пусть температура  $T$  распределена согласно (32),  $t = 0$ :

$$T = T_0 - 0,5\Delta T \cos(z\pi/L). \quad (33)$$

Крайний левый слой 1 имеет  $z = L$  и наибольшую  $T$ :  $T_1 = T_0 + \Delta T/2$ . В соседнем слое 2 (справа от слоя 1) температура  $T_2 = T_1 + \delta T$ , где  $\delta T = \nabla_z T \Delta z < 0$ . В слое 1 температура больше, а поскольку кольца в He II находятся в тепловом равновесии [16], то в слое 1 колец больше (согласно (43)), чем в слое 2. В том числе больше колец, направленных и движущихся вправо. Поэтому в слой 2 будет входить из слоя 1 больше колец, чем из слоя 2 в 1, и температура  $T_1$  со временем будет уменьшаться. При распределении температур (33) имеем  $\nabla_z T \Delta z < 0$  во всем сосуде, поэтому по всему объему гелия будет поток колец и фононов вправо, выравнивающий температуру в сосуде.



В слое 1 больше направленных вправо колец, чем в слое 2, на величину

$$\Delta n_{vr}(\Omega_1) = [n_{vr}(T_1) - n_{vr}(T_2)] \Delta z S_l / 2, \quad (34)$$

где  $n_{vr}$  — концентрация колец. Множитель  $1/2$  в (34) учитывает, что в слое 1 примерно половина колец движется вправо, а другая половина — влево. Аналогично, в каждом слое будут избыточные кольца, направленные вправо и перемещающиеся вправо. Они создают направленный поток колец. Так как каждое кольцо обладает дипольным моментом  $d_{vr}$ , такой поток вызывает поляризацию:

$$\mathbf{P}(z) = \frac{\mathbf{i}_z}{4\epsilon_{He}} d_{vr} \frac{\partial n_{vr}}{\partial T} \delta T. \quad (35)$$

Здесь возник еще один множитель  $1/2$ , из-за усреднения  $d_{vr} \cos \theta$  по  $\theta$  ( $\theta$  — угол между  $\mathbf{d}_{vr}$  и осью  $z$ ). В итоге имеем

$$P_z(z) = \frac{d_{vr}}{4\epsilon_{He}} \frac{\partial n_{vr}}{\partial T} \nabla_z T \Delta z. \quad (36)$$

В (36) нужно подставить физически минимальное значение  $\Delta z$ , которое определяется средним расстоянием  $l = n_{vr}^{-1/3}$  между кольцами (это длина свободного пробега кольца), спроецированным на ось  $z$ :  $\Delta z = l \cos \theta_2$ ; после усреднения по  $\theta_2$  получим  $\Delta z = l/2$ . С учетом (32) запишем

$$P_z(z) = \frac{\eta}{L} \cos(\omega_2 t) \sin\left(\frac{z\pi}{L}\right), \quad \eta = \frac{\pi}{16\epsilon_{He}} d_{vr} \frac{\partial n_{vr}}{\partial T} \Delta T l. \quad (37)$$

Итак, имеем жидкость с системой диполей, направленных вдоль оси  $z$  в сторону большей температуры и распределенных равномерно по сечению  $S_l$ . Найдем разность потенциалов  $U$ , индуцируемую этими диполями между торцевыми стенками  $A$  и  $B$  резонатора. Значение  $U$  можно найти, зная напряженность  $\mathbf{E}$ . Но она неизвестна, и находить ее из соотношений вида  $\mathbf{E} = \tilde{\gamma}\mathbf{P}$ , вообще говоря, некорректно, поскольку  $\mathbf{E}$  является внутренним (а не внешним) полем, создаваемым известной системой диполей. В этом случае  $\tilde{\gamma}$  неизвестно, и его следует вычислять с учетом граничных условий. Поэтому нужно находить  $U = \varphi_A - \varphi_B$  из уравнения Лапласа для потенциала с граничными условиями, или суммируя потенциалы, создаваемые отдельными диполями. Используем второй способ.

Диполь, помещенный в начало координат, создает в точке  $\mathbf{r}$  потенциал [20]

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{d\mathbf{r}}{\epsilon r^3}. \quad (38)$$

В [1] один из резонаторов имеет форму цилиндра длиной  $L = 1,05$  мм и диаметром 1 мм, другой — параллель-

лелепед длиной 28 мм с сечением 1,4 мм × 3 мм. Резонаторы сделаны из металла, торцы изнутри покрыты диэлектрическим напылением с  $\epsilon_D \approx 9,3$ , на которое помещены металлические пластинки: на одном торце — нагреватель, на другом — электрод. Пластинка покрывает не всю площадь торца [2]: между пластинкой и резонатором остается ненакрытая пластинкой полоска напыления шириной 0,1–0,2 мм.

Согласно методу изображений [20,21], заряды дипольных моментов отражаются в металлических и диэлектрических поверхностях, и потенциал внутри резонатора можно найти лишь с учетом этих образов. Описанные выше граничные условия являются смешанными и слишком сложными, для них потенциал внутри резонатора может быть найден лишь путем численного моделирования, что выходит за рамки данной работы (аналитически не находится потенциал *одного* заряда в проводящем цилиндре). Однако можно сделать оценку потенциала.

Пусть в резонаторе находится заряд  $q$ . Тогда на металлической плоской стенке резонатора возникнет индукционный заряд, эквивалентный зеркально-симметричному «образу»  $-q$ , а на диэлектрической плоской стенке — «образу»  $q(\epsilon_{He} - \epsilon_D)/(\epsilon_{He} + \epsilon_D)$  [21]. Нас интересует проекция диполя на ось  $z$ ,  $d_z$ . «Образ» диполя  $d_z$  в боковой металлической стенке есть  $d_z^{im,Me} = -d_z$ , а «образ» в торцевой диэлектрической стенке —  $d_z^{im,D} = d_z(\epsilon_D - \epsilon_{He})/(\epsilon_{He} + \epsilon_D)$ . Можно убедиться, что при суммировании потенциалов от диполей в резонаторе и от их «образов» последние дают вклад противоположного знака, то есть ослабляют поле диполей. Если пренебречь «образами» и считать индукционные заряды на стенках равными нулю, то можно найти верхний предел потенциала внутри резонатора.

Отметим, что в [1] резонатор имел конечную толщину и плавал в большой колбе с He II. Однако возможные индукционные заряды на внешней поверхности резонатора неважны, так как резонатор металлический, и поэтому не пропускает поле этих зарядов во внутреннюю полость.

В [1] измерялась разность потенциалов  $U = \varphi_A - \varphi_B$  между заземленным резонатором,  $\varphi_A \equiv \varphi(z=L) = 0$ , и электродом на торце,  $\varphi_B \equiv \varphi(z=0)$ . Для нее имеем

$$\begin{aligned} U = -\varphi_B &= \int dV \frac{P_z(z)z}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^L dz \int_0^R \rho d\rho \frac{P_z(z)z}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} = \\ &= 2\pi \int_0^L dz P_z - 2\pi \int_0^L dz P_z \frac{z}{(R^2 + z^2)^{1/2}}. \end{aligned} \quad (39)$$

При неучете границ ( $R = \infty$ ) величина  $U$  равна первому слагаемому в (39), откуда  $\mathbf{E} = 2\pi\mathbf{P}$  (это случай бесконечной среды). Из (37) и (39) следует

$$U = \eta \cos(\omega_2 t) \gamma(R, L), \quad (40)$$

где

$$\gamma(R, L) = 2\pi \int_0^1 \sin(\pi y) dy \left[ 1 - \frac{y}{\sqrt{y^2 + b^2}} \right], \quad b = \frac{R}{L}. \quad (41)$$

При  $b \ll 1$  интеграл (41) оценивается аналитически:

$$\gamma(R, L) \approx \pi^2 b^2 \ln \frac{2}{\pi b}. \quad (42)$$

Из (40) видно, что колебания напряжения синфазны колебаниям температуры, что соответствует условиям [1].

Резонатор [1] в форме параллелепипеда имел  $b \approx \sqrt{\frac{1,4 \cdot 3}{\pi}} \frac{\text{мм}}{L} \approx 1/24$ , и тогда  $\gamma \approx 1/20$ ; а у цилиндра  $b = 1/2$ , и численный расчет интеграла дает  $\gamma \approx 1,38$ . Видно, что  $U$  и  $\gamma$  сильно зависят от граничных условий: при их неучете ( $R = \infty$ )  $\gamma = 4$ , для короткого резонатора  $\gamma \approx 1,38$ , а для длинного —  $\gamma \approx 1/20$ .

Выражение (40) дает верхний предел для  $U$ , а учет индукционных зарядов на стенках уменьшит  $U$ . Приближенные оценки показали, что «образы» от боковых металлических стенок уменьшают  $\gamma$  примерно в 2 раза. На торцевых стенках более сложные смешанные условия (металл и диэлектрик), и для них оценку сделать трудно. Если бы электрод был мал, то учет граничных условий на правом торце уменьшил бы  $\gamma$  в  $(\epsilon_D + \epsilon_{\text{He}}) / 2\epsilon_{\text{He}} \approx 5$  раз.

Заметим, что полученные формулы универсальны и справедливы для микроскопических ДМ любой природы. Если бы авторы работ [4–6] учли граничные условия, то дополнительный множитель  $\gamma$  был бы получен и в этих работах.

Таким образом, приходим к заключению, что хотя при расчетах граничные условия [1] были учтены не вполне точно, из полученных формул видно, что  $\Delta U$  должно зависеть от размеров резонатора. На эксперименте  $\Delta U$  найдено для двух разных резонаторов, описанных выше, и для них  $\Delta U$  совпало, что удивительно. Но поскольку исследовалось только два резонатора, нельзя исключить возможность случайного совпадения. Для короткого цилиндрического резонатора на  $\Delta U$  должны также сильно влиять торцы — это два параллельных металлических зеркала, обрамленные диэлектриком; в них диполи многократно отражаются, что увеличивает эффективную длину резонатора и, возможно, ослабляет зависимость  $\Delta U$  от  $R$  и  $L$ .

Вернемся к кольцам и сделаем оценки. Выразим ДМ кольца через атомный:  $d_{\text{вр}}(T) = N \bar{d}_{\text{ат}} / \beta = 2Ne\delta / \beta$ , где  $N$  — число, а  $\beta(T)$  учитывает уменьшение  $d_{\text{вр}}$  из-за тепловых колебаний атомов. Концентрация колец описывается формулой [16]:

$$n_{\text{вр}} = 8\pi \left( \frac{P_0}{2\pi\hbar} \right)^3 \frac{k_B T}{E_0} \exp\left(-\frac{E_0}{k_B T}\right) g(T), \quad (43)$$

где  $P_0$  и  $E_0$  — импульс и энергия наименьшего кольца, а  $g(T) \approx 0,6$  для  $T$  от 0 до 2 К. В гелии II должны быть кольца разного радиуса, но большинство из них имеют радиус, близкий к минимальному [16]:  $R_{\text{вр}} \approx R_{\text{вр}}^{\text{min}} = 2-3 \text{ \AA}$ , так что для простоты будем считать, что все кольца имеют одинаковый радиус  $R_{\text{вр}}^{\text{min}}$ . Индуцированное на стенках напряжение есть  $U_{\text{ind}} = -U$ , и для амплитуды его колебаний получаем

$$\begin{aligned} \Delta U_{\text{ind}}(T) &= 2\eta\gamma(R, L) \approx \\ &\approx \frac{\partial n_{\text{вр}}}{\partial T}(T) l(T) \frac{\pi N}{\beta(T) 8\epsilon_{\text{He}}} \Delta T \gamma(R, L) 2e\delta. \end{aligned} \quad (44)$$

Для  $R_{\text{вр}}^{\text{min}}$  возьмем среднее значение  $R_{\text{вр}}^{\text{min}} = 2,5 \text{ \AA}$  [16], при котором  $E_0 = 12,8 \text{ К}$ ,  $P_0 / \hbar = 2,67 \text{ \AA}^{-1}$ . Формула (43) получена без учета взаимодействия колец, что оправдано при  $T < 1,2 \text{ К}$ . Поэтому для оценки  $\Delta U_{\text{ind}}$  выбираем наименьшую  $T$  из [1]:  $T = 1,4 \text{ К}$ , тогда  $l \approx 40,7 \text{ \AA}$  [16]. Из (43), (44) находим окончательно

$$\begin{aligned} \frac{\Delta U_{\text{ind}}(T) 2e}{k_B \Delta T} &\approx \frac{E_0}{12,8 \text{ К}} \left( 1 + \frac{k_B T}{E_0} \right) \left( \frac{1,4 \text{ К}}{T} \right)^2 \times \\ &\times \left( \frac{40,7 \text{ \AA}}{l} \right)^2 \gamma(R, L) \frac{N}{3,9\beta(T)}. \end{aligned} \quad (45)$$

Коэффициент  $\beta(T)$  нормируем на единицу при  $T = 1,4 \text{ К}$ . Согласно эксперименту, левая часть (45) равна примерно единице — для этого справа должно быть  $N \approx 3,9 / \gamma$ . Величина  $\gamma(R, L)$  находится точнее для длинного резонатора:  $\gamma(R, L) \approx 1/20$ , откуда  $N \approx 78$ . Для короткого резонатора  $\gamma(R, L) \approx 1,38$ , значит  $N \approx 2,8$ .

Согласно (45),  $\Delta U$  зависит от  $T$  как

$$\frac{n_{\text{вр}}^{2/3}}{\beta(T) T^2}.$$

Вычислить  $\beta(T)$  затруднительно. Поскольку тепловые колебания атомов вблизи кольца индуцируются всеми квазичастицами, в первую очередь ротонами и кольцами, можно для оценки предположить, что

$$\beta(T) \sim \frac{n_{\text{вр}}(T) + n_r(T)}{n_{\text{вр}}(1,2 \text{ К}) + n_r(1,2 \text{ К})}.$$

Концентрация  $n_r$  ротонов выражается формулой

$$n_r = 0,051 e^{-\Delta/T} \left( \frac{q_r}{1,925 \text{ \AA}^{-1}} \right)^2 \sqrt{\frac{\mu T}{0,14 m_4 \text{ К}}} \text{ \AA}^{-3}.$$

С учетом  $n_{\text{вр}} \ll n_r$ ,  $\Delta \approx 2E_0 / 3$  получаем

$$\Delta U(T) \sim \frac{n_{\text{вр}}^{2/3}}{n_r T^2} \sim T^{-11/6} \exp\left(\frac{\Delta - 2E_0 / 3}{k_B T}\right) \approx T^{-11/6}.$$

Как видно, тепловые флуктуации ослабляют зависимость  $\Delta U$  от  $T$ , и в принципе способны ее погасить.

Существует еще один механизм поляризации, обусловленный тем, что в волне второго звука незначительно меняется плотность:  $\delta\rho = -\rho\alpha(T)\delta T$ . Для  $T = 1,4-2$  К коэффициент теплового расширения  $\alpha$  равен  $(-1,4 \div -12) \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  [8]. Среднее расстояние между двумя атомами  ${}^4\text{He}$ , видимо, даже на микроуровне чувствует это малое изменение  $\rho$ :  $\bar{R}(T) = \bar{R}[1 + \delta T \rho \alpha(T) / 3]$ . Вследствие этого (см. разд. 2) атомы  ${}^4\text{He}$  приобретают НДМ  $d_\rho$ , направленный вдоль градиента  $T$ :

$$d_\rho = \frac{2\pi\alpha\bar{R}}{3\sqrt{3}L\beta_2} d_0 \delta T \cos(\omega_2 t) \sin(\pi z / L),$$

где  $\beta_2$  описывает тепловое ослабление. Получим  $\Delta U(T) = 2\eta_2 \gamma(R, L)$ , где

$$\eta_2 = \frac{2\pi d_0}{3\sqrt{3}\beta_2 \varepsilon_{\text{He}}} \frac{\alpha \delta T}{\bar{R}^2}.$$

Для длинного резонатора  $\gamma \approx 1/20$ , и для  $T = 1,4-2$  К,  $\beta_2 \sim 1$ , находим  $\Delta U(T) 2e / (k_B \Delta T) \approx 0,002-0,02$ , что на 2-3 порядка меньше экспериментального. Отметим, что  $\mathbf{d}_\rho$  направлены плюсом в сторону большей  $\rho$ . При  $T = 1,2$  К эта поляризация исчезает, так как  $\Delta U \sim \alpha$ , а  $\alpha$  обращается в нуль. Без учета границ ( $\gamma = 4$ ) мы бы получили  $\Delta U(T) 2e / (k_B \Delta T) \approx 0,16-1,6$ . Видно, что градиент  $\rho$  в волне второго звука приводит к поляризации гелия вследствие упорядочения НДМ атомов и вследствие инерционного эффекта (см. разд. 1), причем первый эффект на 3 порядка больше второго.

### 5. Обсуждение результатов

Проведенный выше анализ показывает, что механизм, основанный на идее индуцирования вихревым кольцом однонаправленных ДМ у атомов  ${}^4\text{He}$ , в принципе способен объяснить наблюдавшуюся в He II [1] разность потенциалов. Из анализа видно, что для получения экспериментального значения электрического сигнала  $\Delta U \approx k_B \Delta T / 2e$  необходимо допустить, что каждое вихревое кольцо имеет ДМ  $d_{\text{вр}} \sim 10\bar{d}_{\text{ат}}$ , причем для согласия с [1] ДМ кольца должен быть направлен минусом в сторону движения кольца.

Значение  $d_{\text{вр}} \sim 10\bar{d}_{\text{ат}}$  является достаточно большим (учитывая малые размеры кольца), но реальным. Мы рассматривали два возможных механизма генерации  $d_{\text{вр}}$  — инерционный и основанный на различии градиентов плотности перед и за кольцом. В первом значении  $d_{\text{вр}} \sim 10\bar{d}_{\text{ат}}$  возможно из-за того, что область больших скоростей (и градиентов скоростей) имеет радиус около двух радиусов кольца и содержит около 10-20 атомов, а радиус следа может быть еще больше. Но нужна сильная фокусировка НДМ атомов. Более правдоподобный второй механизм способен обеспечить

$d_{\text{вр}} \sim 10\bar{d}_{\text{ат}}$ , если кольцо состоит из двух подсистем: торообразной сердцевинки радиусом  $R_{\text{вр}} \simeq 2,5 \text{ \AA}$  и диска в несколько раз большего радиуса, параллельного плоскости тора и имеющего внутри пониженную плотность. Пусть плотность жидкости в плоскости кольца равна  $\bar{\rho}/2$ , впереди кольца она нарастает (вдоль оси кольца, линейно) до средней  $\bar{\rho}$  на расстоянии  $5 \text{ \AA}$ , а за кольцом — на расстоянии  $1 \text{ \AA}$ . Ось диска совпадает с осью кольца, а радиус равен  $2,5(R_{\text{вр}} + a_{\text{вр}}) \approx 9 \text{ \AA}$ . Тогда для атома на оси кольца соседний атом за кольцом находится на расстоянии  $R_1 \approx 3,6 \text{ \AA}$ , а сосед перед кольцом — на расстоянии  $R_2 \approx 4,8 \text{ \AA}$ ; согласно формуле  $d_{\text{ат}} = d_0(\bar{R}^4/R_1^4 - \bar{R}^4/R_2^4)$ , такой атом приобретает НДМ  $d_{\text{ат}} \simeq 2d_0/3$ . В диске около 15 атомов, и получаем  $d_{\text{вр}} \sim 10\bar{d}_{\text{ат}}$ . Наличие такой дископодобной области пониженной плотности у квантового кольца возможно, как видно из рисунков профиля плотности в [17].

Следует отметить, что совершенная независимость экспериментального отношения  $\Delta U_{\text{инд}} / \Delta T$  от размеров резонатора и температуры (для  $1,4 \text{ K} \leq T \leq 2 \text{ K}$ ) является удивительной и вселяет сомнения в объемном характере эффекта [1]. Проведенный нами расчет показал, что если эффект связан с объемной поляризацией среды, то  $\Delta U_{\text{инд}} / \Delta T$  должно сильно зависеть от размеров резонатора. Причем из формул следует, что такая зависимость будет при произвольном (разумном) объемном распределении диполей, природа которых может быть любой. Независимость от  $T$  также, скорее, в пользу необъемного характера эффекта, ведь в He II все микро- и макропараметры (конденсаты,  $\rho_s$ , и т.д.) зависят от  $T$ , за исключением разве что полного числа атомов  $N$ , и особенно сильной зависимости от  $T$  становится при  $T \rightarrow T_\lambda$ .

В целом можно сделать вывод, что для выяснения природы наблюдавшегося электрического сигнала нужны дальнейшие исследования. В первую очередь, нужно определить, является ли эффект объемным (что более интересно) или нет. Для этого достаточно провести только один опыт — поставить дополнительный электрод  $M$  (небольшой, чтобы он не влиял на граничные условия) посередине резонатора, на расстоянии  $L/2$  от торцов и в центре сечения. Если эффект объемный и граничные условия на торцах примерно одинаковы, то напряжение между электродом  $M$  и землей должно быть равно нулю:

$$\begin{aligned} \Delta U_M &= \varphi_A - \varphi_M = -\varphi_M = \\ &= 2\pi \frac{\eta}{L} \cos(\omega_2 t) \int_{-L/2}^{L/2} dz z \sin(\pi z / L) \int \frac{\rho d\rho}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} = 0 \end{aligned}$$

(диполи, находящиеся с разных сторон от электрода  $M$ , дают равный, но противоположный по знаку вклад в  $\varphi_M$ ). При этом  $\varphi_M - \varphi_B \approx \varphi_A - \varphi_B \approx k_B \Delta T / 2e$ . Не-объемный эффект может быть связан с поверхностны-

ми процессами в He II вблизи нагревателя или с термоэде, контактной или возникающей из-за градиента температур в проводнике. При необъемном эффекте будет  $\Delta U_M \approx k_B \Delta T / 2e$ . Поскольку частота тока в нагревателе в 2 раза меньше частоты второго звука и частоты колебаний  $\Delta U$ , электромагнитная наводка от нагревателя на резонатор исключена.

При необъемном источнике эффекта значение  $\Delta U$  должно зависеть не от размеров резонатора, а от размеров и свойств «необъемного источника». Изменяя условия эксперимента, можно найти тот размер или параметр, от которого зависит  $\Delta U$ , и это даст информацию о природе эффекта.

Если экспериментальное  $U(z)$  будет соответствовать объемному эффекту, интересно исследовать зависимость  $\Delta U$  от размеров резонатора. Для этого лучше использовать длинный резонатор (с  $L \gg R$ ) — в этом случае  $\Delta U$  на правом торце  $B$  не зависит от граничных условий на левом торце  $A$  и легче вычислить  $\Delta U$ . Достаточно провести хотя бы один эксперимент — увеличить или уменьшить длину резонатора-параллелепипеда [1] в 2–3 раза (чтобы  $L$  заметно изменилось, но сохранялось  $L \gg R$ ), не меняя остальные параметры резонатора. Найденное изменение  $\Delta U$  можно сравнить с (40), (42). В этом опыте желательно уменьшить в несколько раз площадь электрода, чтобы граничное условие на правом торце соответствовало диэлектрику (а электродом можно было пренебречь) — в этом случае  $\Delta U$  будет с приемлемой точностью определяться формулами (40), (42), где  $\gamma$  нужно уменьшить в  $(\epsilon_D + \epsilon_{He}) / 2\epsilon_{He} \approx 5$  раз. Можно также провести опыты с резонатором из диэлектрика.

Исследовать слабые электрические свойства He II труднее, чем его сверхтекучие свойства, так как электрическими свойствами обладает не только He II, но и все материалы, используемые для измерения  $\Delta U$ . На наш взгляд, без дополнительных экспериментов вопрос о природе электроиндукции [1] останется без ответа.

Отметим, что в опыте со стоячей полуволной первого звука [1] индукция не наблюдалась из-за того, по-видимому, что амплитуда сигнала была недостаточной. Индукция должна быть — ведь в такой звуковой полуволне атомы ускоряются в одну сторону, что приведет к небольшой инерционной поляризации среды. А из-за однонаправленного градиента расстояний между атомами вклад в поляризацию должны внести НДМ атомов.

Также интересно отметить, что во внешнем электрическом поле кольца с ДМ будут поворачиваться минусом в сторону плюса внешнего поля, а значит, и двигаться к этому плюсу, это приведет к тому, что вблизи «плюсовой» стенки сосуда сформируется более плотное облако колец и повысится  $T$ . Однако из-за

малости  $d_{vr}$  этот эффект будет размываться тепловым движением, поскольку взаимодействие колец с другими кольцами и фононами намного сильнее взаимодействия с внешним полем  $E$ , и оценки показывают, что эффект становится наблюдаемым только для очень сильных полей  $E$  (когда  $Ed_{vr} \sim k_B T$ ), сравнимых с внутриаомным  $E_{in}$ , что недостижимо на эксперименте. А для более слабых полей эффект будет заметен для очень малых температур, например при  $E \sim 1000$  В/см (что на 6 порядков меньше  $E_{in}$ ) и  $d_{vr} \sim 10\bar{d}_{at}$  — для  $T \lesssim 5 \cdot 10^{-4}$  К. Так что эффект практически не наблюдаем.

## 6. Заключение

Проведенные расчеты позволили получить несколько результатов. В частности, показано, что: 1) вследствие взаимодействия атомов He II с ближайшими соседями у каждого атома индуцируется флуктуирующий дипольный момент, со средним значением модуля  $\bar{d}_{at} \simeq 2e\delta$ , где  $\delta = 2,6 \cdot 10^{-4}$  Å; 2) экспериментальное напряжение  $\Delta U \approx k_B \Delta T / 2e$  [1] можно объяснить теоретически в предположении, что вихревые кольца в He II обладают дипольным моментом  $d_{vr} \sim 10\bar{d}_{at}$ ; при этом поляризация He II обусловлена наличием в стоячей полуволне второго звука направленного потока колец; 3) учет граничных условий приводит к зависимости разности потенциалов  $\Delta U$  от размеров резонатора; в [1] такая зависимость не наблюдалась, поэтому эффект [1] может оказаться связанным не с объемными, а с поверхностными свойствами гелия II или с электрическими свойствами материалов, используемых для измерения  $\Delta U$ .

Вывод о наличии у атомов He II наведенного дипольного момента представляет самостоятельный интерес. Из разд. 2 видно, что электроны атомов He II находятся не в основном состоянии  $1s$ , а в состоянии  $1s$  с небольшой примесью возбужденных состояний  $2s, 2p$  и высших, так что электронная оболочка атома гелия деформирована, причем эта деформация пульсирует во времени и меняет направление. Учет этих малых деформаций атомов может привести к особенностям в микроскопических характеристиках гелия II — в частности, к размытию одночастичного и высших конденсатов.

Авторы благодарны Ю.В. Штанову за плодотворные дискуссии, А.С. Рыбалко за подробное объяснение особенностей своего эксперимента, а также Э.Я. Рудаковскому и С.И. Шевченко за критическое обсуждение результатов. Работа выполнена при финансовой поддержке Отделения физики и астрономии НАН Украины в рамках Целевой программы фундаментальных исследований.

Примечания при корректуре

Когда настоящая статья была уже в редакции, нам стало известно о двух более ранних работах, имеющих, в известной степени, отношение к изученным нами вопросам. В частности, в статье Воловика [22] предсказана спонтанная электрическая поляризация некоторых типов квантовых вихрей в сверхтекучем  $^3\text{He}$ , обусловленная взаимным влиянием атомов и асимметрией трехатомных конфигураций в сердцевине вихря. Не исключено, что физические причины возникновения собственного ДМ в квантовых вихрях и квантовых вихревых кольцах схожи. Другой является работа Кроуэлла [23], где рассматривалась задача, аналогичная решенной в разд. 2 нашей работы, а именно: найден НДМ исходно неполярного атома, взаимодействующего с таким же атомом. Задача решалась вариационным методом, однако достаточно упрощенно и нестрого. Не останавливаясь на деталях, отметим, что основной недостаток расчета [23] состоит в том, что волновая функция  $\Psi_0^{AB}$  двух взаимодействующих атомов бралась в виде, не соответствующем точному решению (6). Тем не менее оказалось, что если вычислить НДМ для атомов  $^4\text{He}$  по формулам [23], то числовое значение НДМ близко к полученному нами (см. (30)). Но это, скорее, определенное совпадение и, возможно, следствие приближенного учета в [23] диполь-квадрупольной структуры  $\Psi_0^{AB}$ . В нашем же расчете ненулевое значение коэффициента  $c_1$  и величина НДМ возникли при последовательном учете квадрупольной поправки к оператору заряда (13), вследствие чего матричный элемент  $U_{10}$  имеет в итоге вид диполь-квадрупольного произведения. В работе [23] диполь-квадрупольная структура также учтена в  $\Psi_0^{AB}$ , но не благодаря присутствию дополнительных вкладов в волновую функцию основного состояния, а в ее явном функциональном виде. Однако априорный выбор такой структуры остался не обоснованным и несколько искусственным.

Хотели бы выразить признательность рецензентам работы, обратившим наше внимание на упомянутые выше публикации.

1. А.С. Рыбалко, *ФНТ* **30**, 1321 (2004).
2. А.С. Рыбалко, частное сообщение.
3. Б.Н. Есельсон, В.Н. Григорьев, В.Г. Иванцов, Э.Я. Рудаковский, Д.Н. Саникадзе, И.А. Сербин, *Свойства жидкого и твердого гелия*, Изд-во стандартов, Москва (1978).
4. А.М. Косевич, *ФНТ* **31**, 50 (2005); там же **31**, 1100 (2005).
5. L.A. Melnikovsky, *cond-mat/0505102* (2005).
6. Э.А. Пашицкий, С.М. Рябченко, *ФНТ* **33**, 12 (2007).
7. И.М. Халатников, *Теория сверхтекучести*, Физматгиз, Москва (1971).
8. С. Паттерман, *Гидродинамика сверхтекучей жидкости*, Мир, Москва (1978).

9. Е.А. Pashitskii, S.V. Mashkevich, and S.I. Vilchinsky, *J. Low Temp. Phys.* **134**, 851 (2004).
10. М.Д. Томченко, *ЖЭТФ* **129**, 157 (2006).
11. М. Томченко, *ФНТ* **32**, 53 (2006).
12. R.A. Aziz, V.P.S. Nain, J.S. Carley, W.L. Taylor, and G.T. McConville, *J. Chem. Phys.* **70**, 4330 (1979).
13. I.O. Вакарчук, *Квантова механіка*, Львовский нац. университет, Львов (2004).
14. А.С. Давыдов, *Квантовая механика*, Физматгиз, Москва (1963).
15. Г. Бете, Э. Солпитер, *Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами*, Физматгиз, Москва (1960).
16. М.Д. Томченко, *ФНТ* **31**, 483 (2005).
17. С.А. Jones and P.H. Roberts, *J. Phys.* **A15**, 2599 (1982).
18. В.Д. Нацик, *ФНТ* **33**, 1319 (2007).
19. G.W. Rayfield and F. Reif, *Phys. Rev. Lett.* **11**, 305 (1963); *УФН* **83**, 755 (1964).
20. С.Г. Калашников, *Электричество*, Наука, Москва (1985).
21. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Физматлит, Москва (2005).
22. Г.Е. Воловик, *Письма в ЖЭТФ* **39**, 169 (1984).
23. A.D. Crowell, *J. Chem. Phys.* **61**, 3485 (1974).

On a possible nature of the electric activity of He II

V.M. Loktev and M.D. Tomchenko

An attempt is made to explain the nature of the electric signals observed in a standing wave of the second sound in helium II. From the general quantum-mechanical principles we show that, due to interatomic interaction, each atom of He II acquires a small induced dipole moment  $\mathbf{d}_{\text{at}}$ , which pulses in time and space. A directed flow of microscopic vortex rings is formed in the standing halfwave of the second sound and partially orders the initially chaotically directed dipole moments of the atoms, leading to a volume polarization of He II. The observed electric induction  $\Delta U \approx k_B \Delta T / 2e$  is explained theoretically basing on the assumption that each vortex ring has an individual dipole moment  $d_{\text{vr}}$  of the order of ten atomic moments,  $d_{\text{vr}} \sim 10d_{\text{at}}$ . The analysis, which takes into account the boundary conditions, shows that the another possible nature of the observed induction  $\Delta U$  is not excluded: namely, this induction may be connected not with the properties of He II, but with the same kind of the thermoelectromoving force.

PACS: 67.40.Pm Transport processes, second and other sounds, and thermal counterflow; Kapitza resistance.

Keywords: helium II, electrical activity, dipole moment, vortex rings.