

К теории взаимодействия электромагнитного излучения с бозе-эйнштейновским конденсатом магнонов

В.М. Локтев

*Институт теоретической физики им Н.Н. Боголюбова НАН Украины,
ул. Метрологическая, 14-б, г. Киев, 03680 ГСП, Украина
E-mail: vloktev@bitp.kiev.ua*

Статья поступила в редакцию 24 октября 2007 г., после переработки 5 ноября 2007 г.

Предпринята попытка проанализировать зависимость сечения рамановского рассеяния либо поглощения/испускания электромагнитных волн бозе-эйнштейновским конденсатом магнонов от их (магнонов) плотности. В частности, проведено сравнение интенсивности одно- и двухмагнонных переходов и сделан вывод, что последние в бозе-конденсате должны доминировать. Кратко обсуждены особенности межмагнонного взаимодействия и его возможная роль.

Зроблено спробу проаналізувати залежність перерізу раманівського розсіяння або поглинання/випромінювання електромагнітних хвиль бозе-ейнштейнівським конденсатом магнонів від їх (магнонів) густини. Зокрема, проведено порівняння інтенсивності одно- та двомагнонних переходів і зроблено висновок, що останні у бозе-конденсаті мають домінувати. Коротко обговорені особливості міжмагноної взаємодії та його можлива роль.

PACS: 03.75.Nt Другие явления конденсации Бозе–Эйнштейна;
75.30.Ds Спиновые волны;
76.60.Es Релаксационные эффекты.

Ключевые слова: бозе-эйнштейновская конденсация, магноны, комбинационное рассеяние света, когерентность.

1. Вследствие выполненных Демокритовым и др. весьма тонких измерений комбинационного рассеяния света (КРС) на пленках железо-иттриевого граната (ЖИГа), находящихся в поле интенсивной радиочастотной накачки, удалось фактически прямым образом наблюдать не только перераспределение накачанных магнонов по спектру, но и их накопление в его нижайшем состоянии [1–3]. Поскольку магноны, как хорошо известно (см., например, [4]), относятся к квазичастичным возбуждениям бозе-типа, авторы названных экспериментальных работ справедливо пришли к выводу об обнаружении ими явления *бозе-эйнштейновской конденсации* (БЭК) магнонов. Опубликованный (впервые в работе [1]) результат стал, в известной мере, сенсационным. Но не столько потому, что было обнаружено образование конденсата магнонов, о возможности формирования которого уже неоднократно упоми-

налось в работах различных авторов (см. публикации [5–7] и цитированную в них литературу), сколько из-за температуры, при которой проводились измерения, — она была *комнатной*. Во всех же известных теоретических подходах появление БЭК связывалось исключительно с низкими, ~ 1 К, температурами.

Тем не менее анализ, проведенный в недавней работе Бугрия и автора [8], привел к несколько другому выводу. Оказалось, что в достаточно тонкой ферромагнитной пленке с высокой плотностью спиновых волн* их распределение по состояниям может становиться существенно отличным от исходного теплового уже при температурах $\sim 10^2$ К. При этом в полном соответствии с предположением Бозе и Эйнштейна речь идет лишь о накоплении невзаимодействующих квазичастиц в нижайшем их квантовом состоянии. В работе [8]

* В экспериментах [1–3] толщина пленок ЖИГа составляла 5–10 мкм, а мощность накачки — более $2,5 \text{ Вт/см}^2$, что соответствовало плотностям магнонов $\approx 10^{18} - 10^{19} \text{ см}^{-3}$.

были также аналитически (и без использования различных приближений) рассчитаны числа заполнения всех имеющихся в пленке квазичастичных состояний и показано, что указанное накопление может иметь место фактически при любой температуре, если необходимым образом подобрана плотность накачки. Там же, опираясь на гипотезу о квазиравновесии газа магнов, удалось также количественно описать наблюдаемое в экспериментальной работе [1] распределение длинноволновых спиновых возбуждений по энергиям.

Однако возникает вопрос, отражается ли появление квазичастичного конденсата на характеристиках того или иного (в частности, одно- либо двухчастичного) электромагнитного отклика пленки в целом? Если обратиться к эксперименту, то именно «нетепловое» распределение магнов по энергиям, извлекаемое из формы линии КРС, стало, по сути, единственным источником для идентификации явления БЭК в ЖИГе. В то же время, согласно принятым и использованным в работе [3] представлениям, наличие когерентной подсистемы частиц, каковой только и должен быть конденсат, должно влиять на ее взаимодействие со световой волной.

2. Чтобы убедиться, так это или не так в случае квазичастиц, напомним, что *одномагنونное* КРС, как хорошо и давно известно, может осуществляться благодаря нескольким механизмам, эффективность которых подробно проанализирована в монографии В.В. Еременко [9]. Из нее, в частности, следует, что наиболее вероятным в магнитных диэлектриках является спин-орбитальный механизм, когда электрическое поле световой волны инициирует электродипольный внутриионный переход, а спин-орбитальная связь «смешивает» пространственную и спиновую координаты электрона. В результате однократного срабатывания спин-орбитального взаимодействия и после «обратного» — и иначе поляризованного — электродипольного перехода в основное электронное ионное состояние в магнитоупорядоченном кристалле рождается либо уничтожается спиновое возбуждение. Соответственно, частота рассеянного света уменьшается (стоксова компонента) либо увеличивается (антистоксова компонента). Не останавливаясь на деталях расчета, который может быть проведен в общем виде, запишем выражение для интенсивности рамановского рассеяния в форме [9]

$$I_{RS}(\mathbf{Q}_{scatt}, \mathbf{Q}_{inc}) = |\Gamma_{RS}|^2 (2n_{Q_{scatt}-Q_{inc}} + 1) = I_{Stokes}^{RS} + I_{anti-Stokes}^{RS}, \quad (1)$$

причем $I_{Stokes}^{RS} = n_{Q_{scatt}-Q_{inc}} + 1$, а $I_{anti-Stokes}^{RS} = n_{Q_{scatt}-Q_{inc}}$. В выписанной формуле (1) \mathbf{Q}_{scatt} и \mathbf{Q}_{inc} — волновые векторы рассеянной и падающей электромагнитных волн, $n_{\mathbf{k}}$ — число магнов с частотой $\Omega(\mathbf{k})$ и волновым вектором $\mathbf{k} = \mathbf{Q}_{scatt} - \mathbf{Q}_{inc}$, а Γ_{RS} — матричный элемент (он приведен в [9]) второго порядка, описывающий КРС из состояния с волновым вектором \mathbf{Q}_{inc} и частотой $c|\mathbf{Q}_{inc}|$ в состоянии с волновым вектором \mathbf{Q}_{scatt} и частотой $c|\mathbf{Q}_{scatt}|$ (c — скорость света в кристалле). При этом в каждом из направлений распространения — $\mathbf{Q}_{scatt} = \mathbf{Q}_{inc} + \mathbf{k}$ и $\mathbf{Q}_{scatt} = \mathbf{Q}_{inc} - \mathbf{k}$ — рассеянная волна содержит как стоксову, так и антистоксову компоненту, разнящиеся по частоте на $2\Omega(\mathbf{k})$.

Формула (1) получена в предположении об отсутствии взаимодействия между магнонами. Последнее, будучи, в принципе, важным для формирования спектра системы в целом [10], не слишком сильно отражается на числах заполнения, которые тем самым можно рассчитывать в приближении невзаимодействующих возбуждений. Тогда, как видно из (1), интенсивность КРС на магнонной моде с данным \mathbf{k} полностью определяется ее числом заполнения, и нижайшее по энергии состояние (в пленках ЖИГа оно имеет особенность и характеризуется некоторым *конечным* волновым вектором \mathbf{k}_0 [1,3]), с которым, по определению, ассоциируется конденсат, не вносит в КРС как процесс каких-либо серьезных изменений. В этом смысле спектр КРС действительно с большой точностью воспроизводит бозевское распределение магнов по энергии для заданных температуры и полного числа частиц, которое с необходимостью включает и их тепловое количество. Присутствие бозе-эйнштейновского конденсата, а фактически макроскопическое заполнение нижайшей по энергии моды приводит к соответствующему сильному пику в спектре КРС.

Отсутствие качественного влияния конденсата магнов на спектр КРС объясняется, по-видимому, тем, что квазичастицы уже сами являются волноподобными когерентными объектами (этим они отличаются от обычных частиц, которые могут быть некогерентными). И коль скоро мы имеем в виду именно квазичастицы, а конкретно — спиновые волны, так называемый *конденсат*, — это лишь одно из всех возможных их *делокализованных* состояний, хотя и очень сильно заполненное. Поэтому переходы с появлением новых или уничтожением уже имеющихся (квази)частиц в конденсате под действием на него электромагнитного излучения суть переходы не в разных или независимых, как утверждается в [3], излучателях, а в одном*, который есть не что

* В связи с чем неприменимой является фактически использованная в [3] аналогия с эффектом сверхизлучения Дикке [11], когда в случае когерентности *n* разных излучателей имеются резервы для сильного усиления — до $\sim n^2$, а не $\sim n$ — вероятности испускания. Но даже в этом случае необходимым условием сверхизлучения является наличие в системе приблизительно равного между собой количества возбужденных и невозбужденных частиц, в то время как в рассматриваемом случае относительное число возбужденных накачкой составляет $\sim 10^{-3}$ [8].

иное, как единственный в системе осциллятор, отвечающий моде с волновым вектором \mathbf{k}_0 и исходным числом заполнения $n_{\mathbf{k}_0}$ (в отдельных случаях, в зависимости от условий на границах магнитной среды, может выполняться и равенство $\mathbf{k}_0 = 0$). Вследствие этого поиск проявления и наблюдения когерентных свойств (квазичастичного, что существенно) бозе-конденсата по спектрам КРС, строго говоря, представляется несостоятельным. При этом присутствие в ЖИГе двух вырожденных по энергии конденсатов, отвечающих двум макроскопически заполненным осцилляторным модам $\pm \mathbf{k}_0$, не вносит в этот вывод каких-либо изменений. Предполагая же, если так можно сказать, межконденсатную когерентность, то ее проявления требуют, скорее всего, специальных поисков. Заметим лишь, что, согласно сказанному выше, КРС на магнонах должно иметь место в *недиагональной* (продольно-поперечной) поляризации, одна из которых (так называемая продольная) должна совпадать с направлением намагниченности \mathbf{M} . Было бы интересно проверить экспериментально и это.

3. Достаточно необычная поляризационная зависимость может сопровождать и прямые — первого порядка — процессы превращения фотонов в магноны (поглощение) или магнонов в фотоны (испускание). В самом деле, простейшее магнитодипольное взаимодействие световой волны с локализованными спинами магнитного диэлектрика имеет вид [9]

$$W(t) = -\mu_B g \sum_{\mathbf{n}} \mathbf{h}_{\mathbf{n}}(t) \mathbf{S}_{\mathbf{n}} = -\mu_B g \sum_{\mathbf{n}} \left[\frac{1}{2} h_{\mathbf{n}}^+(t) S_{\mathbf{n}}^- + \frac{1}{2} h_{\mathbf{n}}^-(t) S_{\mathbf{n}}^+ + h_{\mathbf{n}}^Z(t) S_{\mathbf{n}}^Z \right];$$

$$\mathbf{h}_{\mathbf{n}}(t) = \mathbf{h} \cos(\mathbf{v}t - \mathbf{Q}\mathbf{n}), \quad (2)$$

в котором μ_B — магнетон Бора, g — g -фактор магнитного иона, $\mathbf{h}_{\mathbf{n}}(t)$ — магнитное поле световой волны на спине $\mathbf{S}_{\mathbf{n}}$ в узле \mathbf{n} . Если далее использовать представление Холстейна–Примакова для преобразования спиновых операторов в бозевские, легко убедиться, что в поперечной поляризации, когда $\mathbf{h}_{\mathbf{n}}(t) \perp \mathbf{M}$, интенсивность поглощения или испускания света, как и в случае КРС, пропорциональна числу заполнения (в данном случае — $n_{\mathbf{Q}}$, где (см. (2)) \mathbf{Q} — волновой вектор электромагнитной волны с частотой $\nu = c|\mathbf{Q}| = \Omega(\mathbf{Q})$).

Однако в *продольной* поляризации $\mathbf{h}_{\mathbf{n}}(t) \parallel \mathbf{M}$, определяющейся оператором $S_{\mathbf{n}}^Z$, который выражается через операторы рождения $b_{\mathbf{k}}^+$ (или уничтожения $b_{\mathbf{k}}$) пар (\mathbf{k}

примеру, $b_{\mathbf{k}} b_{-\mathbf{k}}$) магнонов, процесс испускания будет пропорционален множителю $\sqrt{n_{(\mathbf{Q}/2)+\mathbf{k}} n_{(\mathbf{Q}/2)-\mathbf{k}}}$, а интенсивность — произведению $n_{(\mathbf{Q}/2)+\mathbf{k}} n_{(\mathbf{Q}/2)-\mathbf{k}}$ ($\gg n_{\mathbf{k}}$). При этом частота магнона будет составлять половину частоты фотона. Очевидно, что в условиях БЭК продольно поляризованное двухмагنونное испускание в длинноволновой области спектра должно стать доминирующим каналом для электромагнитного затухания конденсата, когда магнитодипольное излучение, не исключено, может достичь величины электродипольного.

По существу, такое испускание есть процесс, обратный продольной накачке, хотя и с одним небольшим, но важным отличием. В случае накачки ее частота ν_p , как правило, фиксирована, а потому формально нет так называемого кинематического «раскрытия» спиновой зоны, хорошо наблюдаемого во многих двухмагнунных процессах и превращающего линии в полосы (особенно в поглощении (см. [9])). При спонтанном испускании подобной фиксации нет, и в двухмагнунных излучательных переходах могут принимать участие магноны со всеми векторами $(\mathbf{Q}/2) \pm \mathbf{k}^*$, что в дипольном приближении ($\mathbf{Q} \rightarrow 0$) отвечает парам с векторами $\pm \mathbf{k}$. Тем самым, в продольной поляризации (в однодоменной, разумеется, пленке) форма линии излучения может (и должна) отличаться от формы линии КРС. Кроме того, можно высказать предположение: наблюдающаяся в экспериментах сравнительно более быстрая деградация конденсатного пика рассеяния при более мощных накачках происходит как раз благодаря «продольным» двухмагнунным радиационным процессам. Их интенсивность должна превосходить одночастичные именно в области больших плотностей (см. Приложение).

Таким образом, приведенные простые соображения показывают, что сама по себе когерентность конденсатного состояния квазичастиц не приводит к каким-либо особенностям его взаимодействия со светом, которые могли бы быть обнаружены экспериментально. В то же время думается, что вычисленные в [8] *объемный* и *поверхностный* вклады в бозе-распределение магнонов в пленке могут себя проявить не только в КРС, но и в продольно поляризованном испускании. Его изучение, как и роль флуктуаций, требует, однако, отдельного исследования.

4. Везде выше (а также в работе [8]) магноны считались свободными. Однако они суть невзаимодействующие квазичастицы лишь в гармоническом прибли-

* Представляется небезынтересным отметить, что, строго говоря, закон сохранения импульса налагает определенные ограничения на процесс двухчастичного поглощения/испускания, так что не могут одновременно родиться/уничтожиться два *одинаковых* магнона. Это значит, что магнетик с одним бозе-конденсатом заведомо не может испустить фотон с частотой, равной частоте двух квантов однородной прецессии, если в нем конденсату отвечает $\mathbf{k}_0 = 0$. Когда же волновой вектор дна спин-волновой зоны $\mathbf{k}_0 \neq 0$, то закон сохранения квазиимпульса в процессе излучения, в принципе, может выполняться для магнонов из разных конденсатов, и тогда все будет зависеть от закона сохранения энергии.

жении. Учет взаимодействия между ними, как показал Боголюбов [10], чрезвычайно важен для спектра над-конденсатных частиц, который в случае затравочного отталкивания удовлетворяет критерию сверхтекучести Ландау [12]. Квазичастицы (и в частности, магноны) — объекты, несколько отличные от обыкновенных частиц. Прежде всего, нетрудно проверить, что спиновые одно-ионные возбуждения — *притягивающиеся* между собой объекты. Во-вторых, следующее из гамильтониана Гейзенберга эффективное взаимодействие низкоэнергетических ($ka \ll 1$) магнонов в кубическом (как и ЖИГ) ферродиэлектрике имеет вид

$$V_{\text{mag-mag}} = \frac{Ja^2}{4N} \times \sum_{\{\mathbf{k}_j\}} (\mathbf{k}_1^2 + \mathbf{k}_3^2 - 4\mathbf{k}_1\mathbf{k}_3) b_{\mathbf{k}_1}^+ b_{\mathbf{k}_2}^+ b_{\mathbf{k}_3} b_{\mathbf{k}_4} \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4), \quad (3)$$

где индекс j пробегает значения от 1 до 4, J — обменная спин-спиновая константа, $\delta(\mathbf{k})$ — дельта-функция Дирака, a — постоянная решетки, N — число ячеек. Выражение (3) свидетельствует, что длинноволновые магноны являются слабозадействующими квазичастицами, а в пределе $\mathbf{k}_j \rightarrow 0$ взаимодействие обменной природы между магнонами вообще исчезает. Для магнонов же нижней энергетической моды, когда $\mathbf{k}_j = \mathbf{k}_0$ (т.е. для магнонов из одного конденсата), оно имеет характер притяжения, или прямо противоположный критерию справедливости теории слабозадействующего бозе-газа Боголюбова. Такой знак межмагнонного взаимодействия, разумеется, не препятствует формированию конденсата, однако последний, скорее всего, не будет сверхтекучим. В нем должны быть сильно развиты двухчастичные корреляции, а его поведение должно напоминать поведение бозе-газа экситонов с притяжением, приводящим к образованию электронно-дырочных капель. Иная картина, если взаимодействуют магноны из разных конденсатов; тогда $\mathbf{k}_1 = -\mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_0$, и такие магноны, как следует из (3), уже отталкиваются. Другими словами, в целом бозе-конденсат магнонов может оказаться не только неоднородным, но и состоять из областей ограниченного объема, которые при этом взаимодействуют. Все это говорит о том, что изучение свойств конденсатного магнонного состояния (в том числе в ЖИГе) нуждается в дальнейших целенаправленных экспериментальных и теоретических исследованиях.

Я искренне признателен С.О. Демокриту, любезно приславшему работу [3] до ее опубликования, за исключительно полезное обсуждение проблемы БЭК в магнетиках и критические замечания. Выражаю благодарность А.И. Бугрию, прочитавшему рукопись и давшему ряд полезных советов, а также Г.А. Мелкову

и В.Л. Сафонову за интерес к работе и конструктивные дискуссии по проблеме бозе-конденсации ферромагнонов.

Приложение

Предположим, что в результате импульса накачки и установления квазиравновесия распад того или иного многочастичного состояния описывается простейшим балансовым уравнением

$$\frac{dn_{qp}}{dt} = -\frac{n_{qp}}{\tau_1} - \frac{n_{qp}^2}{\tau_2}, \quad (П.1)$$

в котором n_{qp} — число квазичастиц, а τ_1 и τ_2 — времена одно- и двухчастичного процессов релаксации. Решение уравнения (П.1) имеет вид

$$n_{qp}(t) = n_{qp}(0) \frac{\tau_2}{\tau_2 e^{t/\tau_1} + \tau_1 n_{qp}(0) (e^{t/\tau_1} - 1)}, \quad (П.2)$$

где $n_{qp}(0)$ — начальное число квазичастиц в системе, сформировавшееся к концу действия импульса накачки. Из этого решения, в частности, видно, что если одночастичной релаксации нет (что соответствует условию $\tau_1 \rightarrow \infty$), то число квазичастиц релаксирует неэкспоненциально:

$$n_{qp}(t) = \frac{n_{qp}(0)}{\tau_2 + n_{qp}(0)t},$$

что само по себе является необычным. Однако когда τ_1 конечно, то в актуальной области времен $t / \tau_1 > 1$ из той же общей формулы (П.2) для $n_{qp}(t)$ следует, что изменение числа квазичастиц (в том числе они могут быть конденсатными) от времени описывается выражением

$$n_{qp}(t) \approx n_{qp}(0) \left\{ \frac{\tau_2}{\tau_2 + \tau_1 n_{qp}(0)} e^{-t/\tau_1} + \frac{\tau_1 \tau_2}{[\tau_2 + \tau_1 n_{qp}(0)]^2} e^{-2t/\tau_1} \right\}, \quad (П.3)$$

или двухвременной зависимостью, близкой к той, о которой в [3] идет речь как об экспериментально наблюдающейся.

Хотел бы поблагодарить Ю.Б. Гайдидея, обратившего мое внимание на присутствие в выражении (П.2) асимптотики (П.3).

Примечание к корректуре

Когда настоящая статья уже находилась в редакции журнала ФНТ, появилась работа А.А. Звягина (*ФНТ* **33**, 1248 (2007)), которая также посвящена проблеме бозе-

эйнштейновской конденсации магнонов в свете эксперимента [1]. В частности, в ней предлагается отличный от рассмотренных ранее механизм перераспределения накачанных частиц по спектру. Однако вопросы о зависимости электродинамических процессов от плотности квазичастиц и роли в них (процессах) межмагнонного взаимодействия в этой работе не затрагиваются.

1. S.O. Demokritov, V.E. Demidov, O. Dzyapko, G.A. Melkov, A.A. Serga, B. Hillebrands, and A.N. Slavin, *Nature* **443**, 430 (2006).
2. V.E. Demidov, O. Dzyapko, S.O. Demokritov, G.A. Melkov, and A.N. Slavin, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 037205 (2007).
3. V.E. Demidov, O. Dzyapko, S.O. Demokritov, G.A. Melkov, and A.N. Slavin, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 047205 (2008).
4. Ch. Kittel, *Quantum Theory of Solids*, John Wiley & Sons, N.Y. (1963).
5. Y.D. Kalafati and V.L. Safonov, *Sov. Phys. JETP* **68**, 1162 (1989).
6. G.A. Melkov, V.L. Safonov, A.Yu. Taranenko, and S.V. Sholom, *J. Magn. Magn. Mater.* **132**, 180 (1994).
7. М.И. Каганов, Н.Б. Пустыльник, Т.И. Шалаева, *УФН* **167**, 198 (1997).
8. А.И. Бугрий, В.М. Локтев, *ФНТ* **33**, 51 (2007).
9. В.В. Еременко, *Введение в оптическую спектроскопию магнетиков*, Наукова думка, Киев (1975).

10. Н.Н. Боголюбов, *Изв. АН СССР*, сер. физ. **11**, 77 (1947).
11. R.Y. Dicke, *Phys. Rev.* **93**, 99 (1954).
12. L.D. Landau, *J. Phys.* **11**, 91 (1947).

On the theory of interaction of electromagnetic waves with Bose–Einstein magnon condensate

V.M. Loktev

An attempt is made to analyze the dependence of cross-section of Raman scattering or absorption/emission of electromagnetic waves by magnon condensate on magnon density. In particular, the intensities of single- and two-magnon processes in the presence of magnon condensate is carried out. The features and the role of inter-magnon interaction are briefly discussed.

PACS: 03.75.Nt Other Bose–Einstein condensation phenomena;
75.30.Ds Spin waves;
76.60.Es Relaxation effects.

Keywords: Bose–Einstein condensation, magnons, Raman light scattering, coherence.