

Магнитные свойства спиновой лестницы типа «ожерелье»

В.О. Черановский, Е.В. Езерская

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина
E-mail: cheranovskii@univer.kharkov.ua,
ezer@univer.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 15 ноября 2007 г.

На основе теории возмущений и численных расчетов методами Дэвидсона и DMRG изучена нижняя часть спектра диагональной спиновой лестницы типа «ожерелье» ($s = 1/2$) (NL) с пространственной и спиновой анизотропией соседних взаимодействий. Показано существование фазового перехода первого рода при нулевой температуре по параметру спиновой анизотропии, сопровождающегося макроскопическим скачком намагниченности. Также показана возможность появления плато в полевой зависимости намагниченности при z -проекции полного спина $M = 1/3 M_{\max}$ вследствие щелевого характера возбуждений, увеличивающих M . Амплитуда спиновой волны, характеризующей основное состояние NL с различными константами изотропных спиновых взаимодействий внутри и между элементарными ячейками, принимает максимальное значение, когда все взаимодействия одинаковые.

На основі теорії збурень та чисельних розрахунків методами Девідсона й DMRG вивчено нижню частину спектру діагональної спінової драбини типу «намисто» ($s = 1/2$) (NL) із просторовою й спіною анізотропією сусідніх взаємодій. Показано існування фазового переходу першого роду при нульовій температурі по параметру спінової анізотропії, що супроводжується макроскопічним стрибком намагніченості. Також показана можливість появи плато в польовій залежності намагніченості при z -проєкції повного спина $M = 1/3 M_{\max}$ внаслідок щілинного характеру збуджень, що збільшують M . Амплітуда спінової хвилі, що характеризує основний стан NL з різними константами ізотропних спінових взаємодій усередині й між елементарними комірками, приймає максимальне значення, коли всі взаємодії однакові.

PACS: 75.10.Jm Квантовые спиновые модели;
75.40.Cx Статические свойства (параметр порядка, статическая восприимчивость, теплоемкость, критическая экспонента и др.).

Ключевые слова: диагональная спиновая лестница, плато намагниченности.

1. Введение

Магнитные свойства ряда соединений переходных металлов, например SrCu_2O_3 , $(\text{C}_5\text{H}_{12}\text{N})_2\text{CuBr}_4$ и др., хорошо описываются моделью, называемой спиновой лестницей (spin ladder). Эта модель представляет собой гейзенберговский спиновый гамильтониан, определенный на решетках типа полосы, образованной несколькими взаимодействующими цепочками локализованных спинов s (обычно $s = 1/2$) [1–3]. Спиновые лестницы с антиферромагнитным взаимодействием обладают рядом интересных свойств. Например, изотропные спиновые лестницы, образованные четным числом цепочек n , имеют щель в спектре возбуждений, а при нечетном n эта щель отсутствует.

Несмотря на синглетное основное состояние, в полевой зависимости намагниченности лестницы из трех цепочек наблюдается плато промежуточной намагниченности [2]. Еще более разнообразными свойствами обладают так называемые диагональные спиновые лестницы (рис. 1). Такие решетки удобно характеризовать числом спинов в элементарной ячейке, которое для обычных лестниц совпадает с числом цепочек n . Оказывается, что щели в спектре диагональных лестниц нет не только при нечетных n , но и при четных $n = 4l$ ($l = 1, 2, \dots$) [4]. Кроме того, при нечетных n основное состояние диагональной лестницы ферромагнитное. Минимальное значение $n = 3$ отвечает так называемой лестнице-«ожерелье» (necklace spin

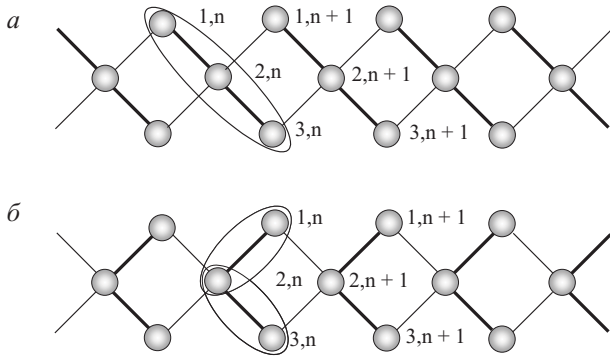


Рис. 1. Схематическое изображение фрагмента диагональной спиновой лестницы NL (показаны два типа элементарных ячеек).

ladder (NL)), которая является адекватной моделью магнитной подрешетки кристаллов $(\text{IPA})_2\text{CuCl}_4$ (IPA — изопрпилен-аммоний) [5].

Теоретическое изучение особенностей энергетического спектра и магнитных свойств NL представляет несомненный практический интерес в контексте возможного применения соответствующего химического соединения в нанoeлектронике. До недавнего времени в основном изучалась модель с одинаковыми изотропными обменными взаимодействиями соседних спинов, которая может быть сведена к однородной антиферромагнитной спиновой цепочке с чередующимися значениями узельных спинов $s=1/2$ и $s=1$. В частности, нижние энергетические состояния такой изотропной NL изучались в работе [6] методом численной ренорм-группы Вайта (DMRG). В настоящей работе рассматривается NL с пространственной и спиновой анизотропией соседних взаимодействий. Главное внимание уделяется особенностям энергетического спектра NL и их влиянию на магнитные свойства модели.

2. Энергетический спектр и магнитные свойства диагональной спиновой лестницы при нулевой температуре

Гамильтониан анизотропной диагональной спиновой лестницы с элементарной ячейкой в виде линейного сегмента (рис. 1,а) может быть записан в виде

$$\begin{aligned}
 H = & \sum_{n=1}^N [J(S_{2,n}^x S_{1,n+1}^x + S_{3,n}^x S_{2,n+1}^x + S_{2,n}^y S_{1,n+1}^y + S_{3,n}^y S_{2,n+1}^y) + \\
 & + J'(S_{2,n}^z S_{1,n+1}^z + S_{3,n}^z S_{2,n+1}^z)] + \\
 & + \sum_{i=1}^2 \sum_{n=1}^N [J_0 S_{i,n}^z S_{i+1,n}^z + J_1 (S_{i,n}^x S_{i+1,n}^x + S_{i,n}^y S_{i+1,n}^y)] - \\
 & - h \sum_{i=1}^3 \sum_{n=1}^N S_{i,n}^z, \quad (1)
 \end{aligned}$$

где $S_{i,n}^\alpha$ ($\alpha = x, y, z$) — компоненты оператора спина $1/2$, локализованного на узле с номером i в n -й элементарной ячейке решетки; J, J' и J_0, J_1 — обменные интегралы, описывающие взаимодействия спинов между элементарными ячейками и внутри них соответственно; $h = g\mu_B H$, где H — постоянное продольное магнитное поле.

Оператор z -проекции полного спина анизотропной решетки $S^z = \sum_{\alpha=1}^3 \sum_{n=1}^N S_{\alpha,n}^z$ коммутирует с гамильтонианом (1), поэтому собственные функции (1) характеризуются собственными значениями S^z . С помощью унитарного преобразования $U = \exp\left(i\pi \sum_{n=1}^N S_{2,n}^z\right)$ мож-

но показать, что спектр гамильтониана (1) не меняется при одновременной замене знаков параметров J и J_1 . Для определенности в дальнейшем эти параметры будем считать неотрицательными величинами. Вследствие особенностей топологии лестницы-ожерелье в случае периодических граничных условий для точного энергетического спектра выполняется тождество

$$E_k(J, J', J_0, J_1) = E_k(J_1, J_0, J', J). \quad (2)$$

При $J = J' = 0$ лестница распадается на набор невзаимодействующих звеньев (элементарных ячеек) и ее энергетический спектр представляет собой набор различных комбинаций энергий изолированных звеньев. В нулевом магнитном поле энергии четырех уровней отдельного звена равны соответственно

$$\varepsilon_{1,2} = -\frac{1}{4} \left(J_0 \pm \sqrt{J_0^2 + 8J_1^2} \right), \quad \varepsilon_3 = 0, \quad \varepsilon_4 = \frac{J_0}{2}. \quad (3)$$

Очевидно, что в отсутствие поля основное состояние лестницы $2N$ кратно вырождено и может иметь z -проекцию полного спина M из интервала значений $(-N/2, N/2)$. Соответствующие волновые функции лестницы имеют вид прямых произведений собственных функций элементарных ячеек с энергией ε_1 :

$$\Psi_0(M) = \prod_{i=1}^N \varphi_1(m_i, i), \quad m_i = \pm \frac{1}{2}, \quad M = \sum_{i=1}^N m_i, \quad (4)$$

где $\varphi_1(m_i, i)$ — функция основного состояния i -й элементарной ячейки, имеющей спиновый момент m_i . Например, в изотропном случае ($J_0 = J_1$)

$$\varphi_1\left(\frac{1}{2}, i\right) = \frac{1}{\sqrt{6}} (S_{1,1}^- - 2S_{2,1}^- + S_{3,1}^-) |0\rangle, \quad (5)$$

где $|0\rangle$ — состояние ячейки, отвечающее максимально возможному значению спинового момента $m = 3/2$ и энергии ε_4 .

Взаимодействие между элементарными ячейками снимает вырождение. Рассматривая матричные элементы оператора, описывающего это взаимодействие на функциях набора изолированных ячеек, можно показать, что нижняя часть спектра лестницы в первом порядке теории возмущений по параметрам J и J' описывается эффективным спиновым гамильтонианом XXZ -цепочки со спином $1/2$:

$$H = N\varepsilon_1 + A \sum_{i=1}^N (S_i^x S_{i+1}^x + S_i^y S_{i+1}^y + \Delta S_i^z S_{i+1}^z) - h \sum_{i=1}^N S_i^z; \quad (6)$$

$$A = \frac{2J_1 J (J_0 - a)}{a^2}, \quad \Delta = \frac{(a + J_0) J_0 J'}{2(a - J_0) J_1 J}, \quad a = \sqrt{J_0^2 + 8J_1^2}.$$

Включение продольного магнитного поля h не должно примешивать возбужденные состояния ячеек. Поэтому формула (6) справедлива только если $|\varepsilon_1 - h| \gg \gg \max(J, J')$.

Используя известные точные результаты для спектра цепочки XXZ [7], можно показать, что при $h = 0$ соответствующая спиновая лестница имеет основное состояние, отвечающее минимальному значению z -проекции полного спина M при $\Delta < 1$ и максимальному значению M при $\Delta \geq 1$ (при $J_1 \neq 0$ параметр A принимает только отрицательные значения).

В пределе слабого взаимодействия элементарных ячеек при $\Delta \geq 1$ основное состояние гамильтониана (6) отвечает значению $M = 0,5N$ и имеет энергию

$$\frac{E_0}{N} = \varepsilon_1 + \frac{A\Delta}{4} - \frac{h}{2}.$$

При $\Delta < 1$ значение M будет зависеть от величины магнитного поля h . Например, в случае слабого XU -взаимодействия между ячейками легко показать, что

$$\frac{M}{N} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arccos\left(\frac{h}{A}\right).$$

Можно также показать, что при $\Delta < 1$ основное состояние отвечает значению $M = 0,5N$, если магнитное поле находится в интервале $A(\Delta - 1) \leq h < (J_0/2) - \varepsilon_1$.

При $h > (J_0/2) - \varepsilon_1$ основное состояние набора изолированных ячеек будет отвечать параллельной ориентации всех узельных спинов. Поэтому для взаимодействующих ячеек увеличение поля h выше некоторого критического значения приводит к увеличению z -проекции полного спина основного состояния вплоть до максимально возможного значения $M = 1,5N$. Таким образом, в полевой зависимости намагниченности лестницы при нулевой температуре должно наблюдаться плато промежуточной намагниченности. Если $\Delta \geq 1$, это плато начинается при нулевом значении поля h .

При $J_0 = J_1 = 0$ и циклических граничных условиях лестница представляет собой набор изолированных

трехцентровых сегментов, которые можно рассматривать как новые элементарные ячейки. В этом случае теория возмущений по слабому взаимодействию между такими ячейками приведет к эффективному спиновому гамильтониану с одноосной анизотропией, который получается из (6) заменой $J_0 \leftrightarrow J'$, $J_1 \leftrightarrow J$. Следовательно, как при слабом, так и при сильном взаимодействии между элементарными ячейками лестницы, при нулевой температуре должно наблюдаться плато промежуточной намагниченности.

Представляет интерес проверить возможность существования такого плато при промежуточных значениях взаимодействия элементарных звеньев. Для этого мы провели численные расчеты методом Дэвидсона [8] нижних энергетических уровней решеточных кластеров из $N = 4-7$ элементарных ячеек (до 21 спина включительно). Матрицы гамильтонианов строились отдельно в каждом подпространстве спиновых конфигураций с заданным значением M . В случае изотропного обменного взаимодействия внутри и между элементарными ячейками NL сохраняется полный спин кластера. Используя редукцию по полному спину (базис функций правильного спина), можно значительно уменьшить размеры матрицы гамильтониана кластера. Для надежности в нашей работе кластеры с изотропным обменным взаимодействием рассчитывались как в базисе спиновых конфигураций, так и в базисе функций правильного спина. В последнем случае для построения матричных элементов применялся алгоритм диаграмм ветвления [9].

Численные расчеты спектра NL проводились также методом DMRG для «бесконечных» систем [10]. Использовали C_2 -симметрию лестницы (рис. 1,а) и учитывали до 32 оптимизированных состояний при 500 итерациях процедуры перенормировки (1002 элементарные ячейки). Даже такое небольшое количество оптимизированных состояний давало хорошее согласие расчетов методом DMRG с расчетами нижней части точного спектра конечных кластеров NL, поскольку спектр возбуждений с $M \geq N/2$ хорошо обусловлен. В качестве примера рассмотрим разницу в энергии $\Delta E(N)$ между основным состоянием ($M = N/2$) и нижним состоянием, отвечающим $M = N/2 + 1$, для линейных кластеров NL. Расчеты методом Дэвидсона для набора параметров $J_0 = J_1 = 1$, $J' = J = 0,5$ дают $\Delta E(4) = 1,4727$ и $\Delta E(7) = 1,4705$. В то же время 500 итераций DMRG дают значение $\Delta E = 1,4676$. Таким образом, щель ΔE конечная и слабо зависит от размера кластера. Результаты расчетов методом Дэвидсона энергии нижних состояний с заданным M для циклических кластеров из шести элементарных ячеек с анизотропным спиновым взаимодействием ($J_0 = J' = 1$, $J_1 = J$) представлены на рис. 2.

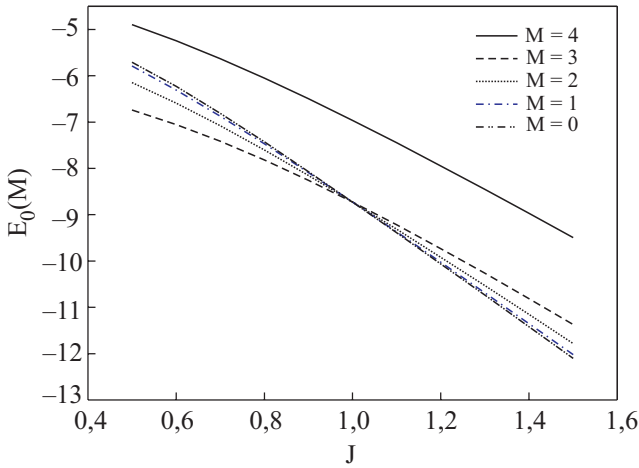


Рис. 2. Нижние энергетические уровни кластера NL из 18 спинов ($J_0 = J' = 1$, $J_1 = J$, $h = 0$).

Полученная при численном моделировании энергетическая щель качественно согласуется с результатами анализа по теории возмущений и приводит к промежуточному плато в полевой зависимости намагниченности NL при нулевой температуре.

Представляет интерес полученная при численных расчетах зависимость z -проекции полного спина основного состояния лестницы M_0 от анизотропии взаимодействий. Согласно рис. 2, в нулевом поле в окрестности изотропной точки $J_0 = J' = J_1 = J$ наблюдается скачкообразное увеличение M_0 от нулевого значения до значения $M_0 = N/2$. Таким образом, при нулевой температуре в лестнице наблюдается фазовый переход первого рода по параметру анизотропии $J_0 - J_1$ при его переходе через нулевое значение. Отметим, что этот результат согласуется с анализом по теории возмущений, приведенным выше.

Рассмотрим теперь спиновую структуру основного состояния лестницы с изотропным обменным взаимодействием в нулевом поле при слабом взаимодействии между элементарными ячейками. В этом случае решеточный гамильтониан (1) может быть переписан в виде

$$H = \alpha \sum_{n=1}^N (\mathbf{S}_{2,n} \mathbf{S}_{1,n+1} + \mathbf{S}_{3,n} \mathbf{S}_{2,n+1}) + \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^N \mathbf{S}_{m,n} \mathbf{S}_{m+1,n}, \quad (7)$$

где $\alpha = J/J_0$.

Первый порядок теории возмущений по параметру анизотропии α показывает, что спиновые плотности на узлах элементарной ячейки имеют вид

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \langle \Psi_0(N/2) | S_{1,n}^z | \Psi_0(N/2) \rangle = \frac{1}{3} + \frac{10}{81} \alpha + O(\alpha^2), \\ \rho_2 &= \langle \Psi_0(N/2) | S_{1,n}^z | \Psi_0(N/2) \rangle = \frac{1}{2} - 2\rho_1. \end{aligned} \quad (8)$$

Этот результат согласуется с теоремой о том, что при ненулевом спине основное состояние двухподрешеточного магнетика имеет характер спиновой волны с противоположными знаками спиновых плотностей на соседних узлах решетки [11,12]. Согласно (8), при малых α амплитуда спиновой волны увеличивается с ростом α . При $\alpha \gg 1$ можно построить аналогичное разложение по параметру α^{-1} , которое также показывает увеличение амплитуды спиновой волны с увеличением α^{-1} . Таким образом, эта амплитуда должна иметь по крайней мере один максимум в интервале $0 \leq \alpha \leq \infty$. Численное моделирование как методом Дэвидсона для конечных кластеров с циклическими граничными условиями ($N \leq 7$), так и методом DMRG дают одинаковый ответ: максимум достигается в точке $\alpha = 1$ (рис. 3).

Гамильтониан (7) описывает NL с одинаковыми взаимодействиями внутри элементарной ячейки, имеющей вид линейного сегмента (рис. 1,а). Аналогичный гамильтониан может быть записан для NL с элементарной ячейкой «углового типа» (рис. 1,б):

$$H = \alpha \sum_{n=1}^N (\mathbf{S}_{1,n} + \mathbf{S}_{3,n}) \mathbf{S}_{2,n+1} + \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^N \mathbf{S}_{m,n} \mathbf{S}_{m+1,n}. \quad (9)$$

Разумеется, при $\alpha = 1$ оба гамильтониана имеют одинаковый спектр, так как отвечают различным нумерациям спинов одной и той же NL. Если $\alpha \neq 1$, гамильтонианы (7) и (9) описывают разные спиновые решетки. Так, в отличие от (7), для гамильтониана (9) выполняется условие

$$H(\mathbf{S}_{1,n} + \mathbf{S}_{3,n})^2 = (\mathbf{S}_{1,n} + \mathbf{S}_{3,n})^2 H, \quad n = 1, 2 \dots N, \quad (10)$$

которое означает, что верхний и нижний спины каждой элементарной ячейки образуют чистый синглет или чистый триплет. Если такой композитный спин

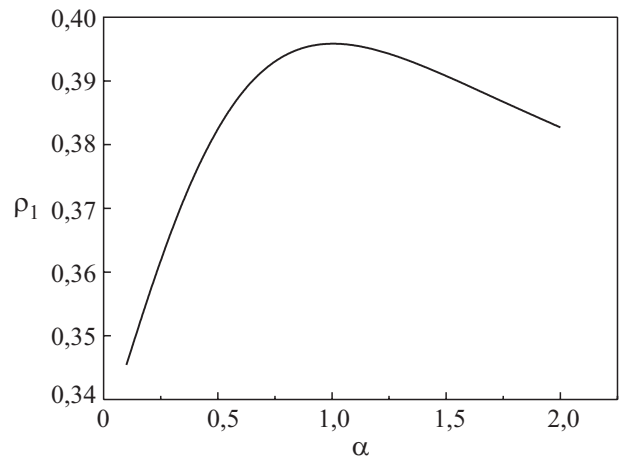


Рис. 3. Зависимость спиновой плотности ρ_1 от параметра пространственной анизотропии α для циклического кластера NL из 18 спинов.

одной из ячеек равен нулю, то он не взаимодействует с окружением и энергия решетки повышается. В результате при $\alpha \geq 0$ в основном состоянии гамильтониана (9) композитные спины всех элементарных ячеек равны единице. Отметим, что при $\alpha = 1$ аналогичное рассмотрение для NL проведено в работе [6]. Как показывают численные расчеты, для гамильтониана (7) спиновый коррелятор $\rho_{1,3} = \langle \Psi_0 | S_{1,n+1} S_{3,n} | \Psi_0 \rangle$ достигает максимального значения 0,25 только в точке $\alpha = 1$ (рис. 4), в то время как для гамильтониана (9) аналогичный коррелятор равен 0,25 при любом α . В то же время энергии основного состояния двух типов NL при $\alpha \neq 1$ различаются незначительно. Например, для циклического кластера из 18 спинов при $\alpha = 0,5$ эти энергии равны $-6,885$ и $-6,884$ соответственно.

3. Магнитные свойства NL при конечных температурах

В общем случае изучение термодинамических характеристик лестницы может быть проведено только численно. Для этого энергетический спектр решеток конечных размеров, содержащих до 12 спинов, определялся методом точной диагонализации матриц соответствующих спиновых гамильтонианов в каждом подпространстве с заданным значением M . На основе точного спектра строилась решеточная статистическая сумма, и по известным спектральным формулам вычислялись температурная и полевая зависимости намагниченности, магнитной восприимчивости и удельной теплоемкости.

В частном случае слабого XY-взаимодействия между ячейками, $J' = 0$, $J \ll |J_0| J_1$, представляет интерес простое приближение для статистической суммы бесконечной лестницы, основанное на учете только точных энергий стационарных состояний с одним пере-

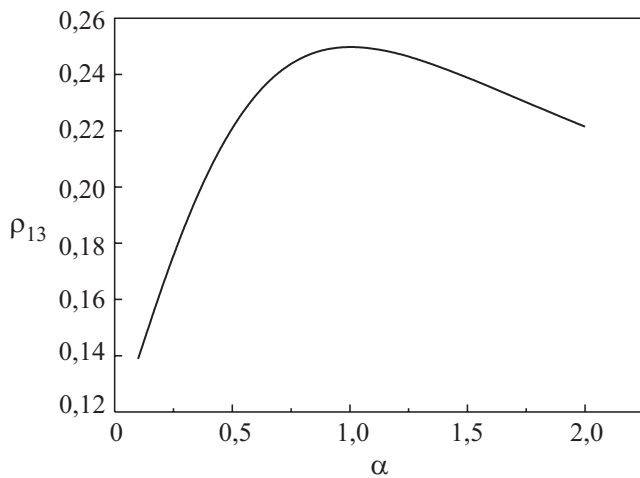


Рис. 4. Зависимость спинового коррелятора ρ_{13} от параметра пространственной анизотропии α для циклического кластера NL из 18 спинов.

вернутым спином $\varepsilon_{1,2k}$, ε_3 и приближенных энергий (без дисперсии по k) связанных состояний с двумя и тремя перевернутыми спинами ($\varepsilon_{2,\pm}^{\text{bound}}$, $\varepsilon_2^{\text{bound}}$ и $\varepsilon_3^{\text{bound}}$). Полный спектр модели строится из всех возможных комбинаций перечисленных состояний с учетом принципа Паули, а статистическая сумма определяется следующим выражением:

$$Z = \exp\left(-\frac{E_{\text{ferro}}}{T}\right) \prod_k Z_N, \quad E_{\text{ferro}} = -\frac{(3h + J_0)N}{2},$$

$$Z_N = 1 + \exp\left(-\frac{\varepsilon_{1,k}}{T}\right) + \exp\left(-\frac{\varepsilon_{2,k}}{T}\right) + \exp\left(-\frac{\varepsilon_{3,k}}{T}\right) +$$

$$+ \exp\left(-\frac{\varepsilon_{2,+}^{\text{bound}}}{T}\right) + \exp\left(-\frac{\varepsilon_{2,-}^{\text{bound}}}{T}\right) +$$

$$+ \exp\left(-\frac{\varepsilon_2^{\text{bound}}}{T}\right) + \exp\left(-\frac{\varepsilon_3^{\text{bound}}}{T}\right), \quad (11)$$

$$\varepsilon_{1,2k} = h + \frac{3J_0}{4} \pm \frac{1}{4} [J_0^2 + 2(J_1^2 + J^2 + 2JJ_1 \cos k)]^{1/2},$$

$$\varepsilon_3 = h + \frac{J_0}{2}, \quad \varepsilon_{2,\pm}^{\text{bound}} = 2h + \frac{3J_0}{4} \pm \left[\left(\frac{J_0}{4}\right)^2 + \frac{J_1^2}{2} \right]^{1/2},$$

$$\varepsilon_2^{\text{bound}} = 2h + \frac{J_0}{2}; \quad \varepsilon_3^{\text{bound}} = 3h.$$

Все состояния, за исключением $\varepsilon_{1,2k}$, N -кратно вырождены. Связанные состояния, энергии которых учитываем приближенно, не должны быть нижними среди соответствующих состояний с двумя и тремя перевернутыми спинами.

Наше приближение дает плато промежуточной намагниченности при $M = M_s/3$, где M_s — намагниченность насыщения, с критическими полями

$$h_{1c} = \frac{1}{4} \{ (J_0^2 + 8J_1^2)^{1/2} - [J_0^2 + 2(J_1 - J)^2]^{1/2} \},$$

$$h_{2,3c} = \frac{1}{4} \{ [J_0^2 + 2(J_1 \mp J)^2]^{1/2} - 3J_0 \}. \quad (12)$$

Результаты численного моделирования на основе точного спектра конечных систем и приближенное рассмотрение хорошо согласуются (рис. 5) по крайней мере для приведенного набора параметров и демонстрируют плато промежуточной намагниченности, уменьшающееся с ростом температуры.

4. Заключение

На основе теории возмущений и численных расчетов методами Дэвидсона и DMRG проведено изучение нижней части спектра диагональной спиновой лестницы-«ожерелье» (NL) с пространственной и спино-

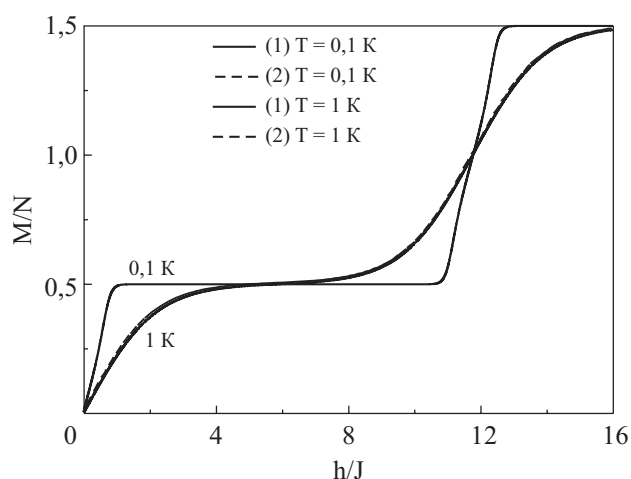


Рис. 5. Полевая зависимость среднего значения z -проекции полного спина в расчете на элементарную ячейку NL для $J_0 = 6$ К, $J_1 = 10$ К, $J = 1$ К при разных температурах: расчет на основе приближения (11) для бесконечной лестницы (1); пунктир — точный расчет для циклического кластера из 12 спинов (2).

вой анизотропией соседних взаимодействий. Показано существование фазового перехода первого рода при нулевой температуре по параметру спиновой анизотропии, сопровождающегося макроскопическим скачком намагниченности. Показана возможность появления плато в полевой зависимости намагниченности при значении z -проекции полного спина $M = 1/3 M_{\max}$ и небольших температурах вследствие щелевого характера возбуждений, увеличивающих M . Для лестниц со слабым XY-взаимодействием элементарных ячеек предложен простой приближенный способ расчета термодинамических характеристик, согласующийся с результатами расчетов для конечных решеточных кластеров. Проведено изучение одночастичных и двухчастичных спиновых корреляторов для основного состояния NL с различными константами изотропных спиновых взаимодействий внутри и между элементарными ячейками. Показано, что амплитуда спиновой волны, характеризующей основное состояние NL, принимает максимальное значение, когда все взаимодействия одинаковые.

Работа выполнена при поддержке Государственного фонда фундаментальных исследований (грант Ф25-4/013).

Авторы признательны В.Я. Кривнову, Д.В. Дмитриеву и И. Рихтеру за обсуждение результатов работы.

1. H.-J. Mikeska and A.K. Kolezhuk, *Lect. Notes Phys.* **645**, 1 (2004).
2. K. Tandon, S. Lai, S.K. Pati, S. Ramasesha, and D. Sen, *Phys. Rev.* **B59**, 396 (1999).
3. B.C. Watson, V.N. Kotov, M.W. Meisel, D.W. Hall, G.E. Granroth, W.T. Montfrooij, S.E. Nagler, D.A. Jensen, R. Backov, M.A. Petruska, G.E. Fanucci, and D.R. Talham, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5168 (2001).
4. M.A. Martin-Delgado, J. Rodriguez-Laguna, and G. Sierra, *Phys. Rev.* **B72**, 104435 (2005).
5. H. Akagi and N. Uryu, *Phys. Lett.* **A86**, 248 (1981).
6. G. Sierra, et al. cond-mat 9806251v1.
7. Ю.А. Изюмов, Ю.Н. Скрыбин, *Статистическая механика магнитоупорядоченных систем*, Наука, Москва (1987), с. 264.
8. E.R. Davidson, *J. Comput. Phys.* **17**, 87 (1975).
9. В.О. Черановский, *Теор. Эксперим. Химия* **20**, 468 (1984).
10. S.R. White, *Phys. Rep.* **301**, 187(1998).
11. А.А. Овчинников, В.О. Черановский, *Теор. Эксперим. Химия* **16**, 147 (1980).
12. D.J. Klein and S.A. Alexander, *Studies in Phys. and Theor. Chem.* **51**, 404 (1987).

Magnetic properties of necklace spin ladder

V.O. Cheranovskii and E.V. Ezerskaya

The lowest energy states of necklace spin-1/2 ladder (NL) with the spin and space anisotropy were studied by means of perturbation theory and numerically with the help of Davidson and DMRG methods. It was shown the existence of zero temperature first order phase transition in spin anisotropy parameter with macroscopic jump of magnetization. It was also shown the possibility of appearance of plateau in the field dependence of magnetization at the value of z projection of total spin $M = 1/3 M_{\max}$ due to the gap character of the excitations with the increase of M . It was found that the spin wave amplitude of the ground state of NL with different isotropic coupling inside and between NL unit cells takes maximum if all coupling constants are equal each other.

PACS: 75.10.Jm Quantized spin models;
75.40.Cx Static properties (order parameter, static susceptibility, heat capacities, critical exponents, etc.).

Keywords: necklace spin ladder, magnetization plateau.