

Динамические фазовые переходы в двумерном электронном кристалле и двумерной гелиевой пленке

В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: sivokon@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 11 июля 2011 г.

Экспериментально исследованы фазовые переходы в двумерном (2D) электронном кристалле над жидким гелием, вызванные электрическим полем в плоскости электронного слоя (динамические переходы). Проведено сравнение со сверхтекучим переходом в тонких гелиевых пленках в нелинейных условиях (при больших скоростях подложки). Установлено качественное соответствие между переходами. Поскольку плавление двумерного кристалла и сверхтекучий переход в двумерной пленке относятся к одному типу фазовых переходов, то найденное соответствие указывает на то, что динамический фазовый переход в 2D электронном кристалле может рассматриваться как нелинейное, или динамическое плавление.

Експериментально досліджено фазові переходи у двовимірному (2D) електронному кристалі над рідким гелієм, які викликані електричним полем у площині електронного шару (динамічні переходи). Проведено порівняння з надплинним переходом в тонких гелієвих плівках у нелінійних умовах (при великих швидкостях підкладки). Установлено якісну відповідність між переходами. Оскільки плавлення двовимірного кристалу і надплинний перехід в двовимірній плівці відносяться до одного типу фазових переходів, то знайдена відповідність вказує на те, що динамічний фазовий перехід в 2D електронному кристалі може розглядатися як нелінійне, або динамічне плавлення.

PACS: **73.20.-r** Электронные состояния на поверхностях и границах раздела;
67.90.+z Другие вопросы в области квантовых жидкостей и твердых тел.

Ключевые слова: фазовые переходы, двумерный электронный кристалл, гелиевая пленка.

1. Введение

Внешнее поле может оказывать существенное влияние на фазовые переходы в двумерных системах. В зависимости от конкретной системы это может быть электрическое, магнитное поле или поле скоростей. Внешнее поле наряду с температурой влияет на поведение системы и может привести либо к нелинейности характеристик вблизи термодинамически равновесного перехода, либо даже само инициировать динамический переход в условиях, далеких от термодинамического равновесия. Наличие поля усложняет картину фазового перехода, но дает возможность более детального исследования процессов, определяющих переход. Кроме того, возникает и принципиальный вопрос о том, применимы ли представления, разработанные для равновесных переходов, к динамическим переходам, а если применимы, то насколько.

Среди существующих двумерных систем электронный кристалл (ЭК) на поверхности жидкого гелия является весьма перспективной системой для изучения переходов плавления–кристаллизации. Электронный кристалл не содержит примесей, при достаточно низких температурах он взаимодействует, в основном, с возбуждениями на поверхности жидкости.

При кристаллизации–плавлении происходит появление или разрушение пространственного порядка, что сказывается на свойствах кристалла, например, появляется или исчезает модуль сдвига, который может рассматриваться как параметр порядка. В электронном кристалле на поверхности жидкого гелия фазовый переход проявляется в изменении комплексной проводимости электронного слоя.

Другая двумерная система, в которой подробно исследовался фазовый переход, — тонкие пленки гелия. В пленках гелия наблюдается переход в сверхтекучее

состояние, и экспериментально удается наблюдать как изменение параметра порядка (сверхтекучей плотности), так и диссипацию энергии при фазовом переходе.

Как плавление двумерного кристалла, так и сверхтекучий переход в гелиевой пленке представляют собой характерные для двумерных систем непрерывные фазовые переходы, существенную роль в которых играют топологические дефекты, вихри в гелиевой пленке, дислокации и дисклинации — в кристалле.

Модели, описывающие эти системы, относятся к одному классу 2D XY моделей, и фазовые переходы в них проходят, в принципе, по одному и тому же сценарию. Теория фазового перехода в 2D XY модели, предложенная Березинским, Костерлицем и Таулессом (БКТ) [1,2], является основой для анализа перехода тонкой изотропной гелиевой пленки в сверхтекучее состояние. Переход плавления в анизотропном кристалле, в котором в отличие от изотропной гелиевой пленки существует два типа симметрии, требует дополнительного анализа, который выполнен Нельсоном, Гальпериним и Янгом (НГЯ) [3] на основе теории БКТ.

Нелинейные фазовые переходы в 2D ЭК наблюдаются при исследовании проводимости (магнитопроводимости) ЭК в условиях больших полей, действующих в плоскости электронного слоя (ведущих полей). Проводимость ЭК в магнитном поле [3] испытывает скачок при некотором критическом значении поля, который авторы связывали с плавлением кристалла, индуцированным сдвиговыми деформациями. В серии работ [5] подробно исследована магнитопроводимость ЭК в различных экспериментальных условиях. Наблюдалась немонотонная зависимость магнитопроводимости от ведущего поля и скачки при критических значениях поля. На основании анализа полученных данных авторы предложили модель соскальзывания электронов с деформационного рельефа поверхности жидкости (луночного кристалла), который существует при наличии ЭК вследствие локализации электронов. Модель предусматривала возможность существования кристалла, скользящего вдоль поверхности жидкости и не образующего на ней лунок. При изучении комплексной проводимости ЭК в зависимости от ведущего поля [6,7] при температурах существенно ниже температуры термодинамически равновесного плавления было обнаружено немонотонное поведение проводимости и скачки как на активной, так и реактивной компонентах проводимости. Характер зависимостей позволил предположить, что наблюдается плавление в сильно нелинейном режиме (нелинейное или динамическое плавление), однако для более определенной интерпретации перехода нужны дополнительные исследования.

Сложность интерпретации результатов по нелинейной проводимости (магнитопроводимости) в значительной мере обусловлена особенностями взаимодействия электронов с «мягкой» подложкой (электрон-

риплонного взаимодействия), которые существенны для свойств как самого ЭК, так и для свойств электронной системы в области фазовых переходов. Как было отмечено выше, кристаллизация электронов приводит к появлению деформационного рельефа на поверхности жидкости и возможные фазовые переходы сопровождаются изменениями этого рельефа. Воздействие на ЭК в нелинейном режиме приводит как к искажению кристаллического порядка и появлению дефектов в кристалле, так и к нелинейным эффектам во взаимодействии электронной системы с поверхностью жидкости. Одновременный учет обоих факторов — очень сложная и пока еще нерешенная задача, но возможны два упрощающих подхода: считать, что кристаллическая структура не нарушается при переходе, а к переходу приводит нелинейность электрон-риплонного взаимодействия (модель соскальзывания) или рассматривать переход как нарушение кристаллической структуры, сопровождающееся перестройкой поверхности жидкости (нелинейное плавление).

Для понимания природы нелинейного фазового перехода в электронном кристалле важным является выяснение относительного влияния ведущего поля и температуры на переход, т.е. необходимы исследования поведения двух компонент проводимости ЭК в области динамических переходов при различных температурах. Кроме того, очень полезным представляется сравнение нелинейных переходов в разных системах, в частности в электронной системе на поверхности гелия и в тонкой пленке гелия.

Сверхтекучий переход в тонких пленках гелия исследовался методом торсионного осциллятора (ТО) [8], период колебаний которого и добротность связаны с массой экспериментальной ячейки и потерями энергии в ней. Изменение периода колебаний осциллятора и его добротности при фазовом переходе в пленке отражают изменение сверхтекучей плотности и диссипации энергии, величин, которые могут быть определены в рамках теории БКТ. Нелинейный режим фазового перехода проявляется при достаточно большой разности между скоростями сверхтекучей и нормальной компонент, которая увеличивается с ростом амплитуды колебаний ТО. Увеличение амплитуды колебаний ТО приводит к смещению диссипационного пика в область низких температур и к уменьшению сверхтекучей плотности вблизи перехода [9–13]; непосредственно зависимости связанных с пленкой гелия периода колебаний ТО и потерь от амплитуды ТО изучали при фиксированных температурах вблизи перехода в режиме свободного затухания ТО [14,15].

Цель настоящей работы — экспериментальное исследование динамического фазового перехода в ЭК и сравнение его и плавления ЭК в термодинамически равновесных условиях со сверхтекучими переходами в тонкой пленке гелия, включая переходы в нелинейном

режиме. Основанием для сравнения переходов в термодинамически равновесных условиях является то, что плавление кристалла и сверхтекучий переход в тонкой гелиевой пленке относятся к одному типу двумерных фазовых переходов и, в принципе, можно ожидать похожие зависимости параметра порядка и диссипации при переходе. При этом нужно иметь в виду особенности исследования электронного кристалла и его принципиальную связь с поверхностью сверхтекучей жидкости, поскольку измеряемые компоненты обратной проводимости электронного слоя лишь опосредованно отражают потери и параметр порядка при переходе. При сравнении нелинейных переходов важно иметь сопоставимые величины, которые характеризуют степень нелинейности. В нашем случае это разность сверхтекучей и нормальной компонент для гелиевой пленки и ведущее электрическое поле для электронного кристалла. Разность скоростей в пленке приводит к появлению силы Магнуса, а сила, действующая на электроны в кристалле, пропорциональна полю в плоскости электронного слоя.

Исследованы кристаллы с поверхностной плотностью электронов $n_s = 12,4 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$, $8,6 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ и $6,5 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ при температурах $T = 90, 270$ и 480 мК и при полях в плоскости электронного слоя (ведущих полях) $E_{||}$ до 100 мВ/см . Измерения проводились на частотах $f = 2, 3$ и 4 МГц . Сверхтекучий переход исследовали [14] в субмонослойной гелиевой пленке с температурой сверхтекучего перехода $T_c = 0,88 \text{ К}$ при температурах $T = 0,85\text{--}0,88 \text{ К}$. Разность скоростей сверхтекучей и нормальной компонент достигала 2 см/с .

2. Эксперимент

При исследовании динамического фазового перехода в ЭК определяли две компоненты комплексной обратной проводимости электронного слоя $\chi = \sigma^{-1}$. Для этого измеряли кондактанс экспериментальной ячейки, содержащей слой электронов. Ячейка представляла собой круглый плоско-параллельный конденсатор диаметром $2,7 \text{ см}$, в 2-х мм зазоре которого примерно по середине располагался слой гелия с электронами на его поверхности. К нижнему электроду прикладывался потенциал, удерживающий электроны у поверхности жидкости, а верхний электрод, состоящий из кольцевых электродов с наружными диаметрами $27, 16$ и 8 мм , был предназначен для измерений. На входной (внешний) измерительный электрод подавалось переменное напряжение $V_{||}$ с частотой ω , что приводило к появлению электрического поля в плоскости электронного слоя и, следовательно, тока в слое. Этот ток наводил в выходном (внутреннем) электроде ток J , который измеряли в эксперименте:

$$J = (G_1 + i\omega G_2)V_{||} \exp(i\omega t). \quad (1)$$

Компоненты кондактанса ячейки G_1 и G_2 зависят от компонент обратной проводимости электронного слоя $\chi_1 = \text{Re } \chi$ и $\chi_2 = \text{Im } \chi$. Система из двух уравнений, описывающих связь между кондактансом ячейки и обратной проводимостью χ слоя,

$$G_1 = G_1(\chi, \omega, A), G_2 = G_2(\chi, \omega, A) + G_0, \quad (2)$$

установлена в результате анализа ячейки на основе решения уравнений Максвелла. Здесь A — параметр, определяемый геометрическими характеристиками ячейки, а G_0 — кондактанс ячейки в отсутствие электронного слоя.

Полученное решение позволяло также найти величину электрического поля $E_{||}$, действующего в плоскости электронного слоя. Подробно ячейка и ее анализ обсуждались в наших предыдущих работах [6,16].

Сверхтекучий фазовый переход в гелиевой пленке исследовали в пористом стекле со средним размером пор 10 мкм методом торсионного осциллятора. Использовали Ве–Си торсионный осциллятор с частотой $266,07 \text{ Гц}$ и добротностью $Q = 3,1 \cdot 10^6$ (пустой осциллятор при температуре $T = 0,25 \text{ К}$ и при малых амплитудах колебаний). Диаметр экспериментальной ячейки составлял $D = 25 \text{ мм}$, геометрическая площадь поверхности стекла $S = 2,55 \text{ м}^2$, а отношение объема ячейки к площади поверхности стекла $V/S = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$. При исследовании сверхтекучего фазового перехода в пленке в линейном режиме торсионный осциллятор работал при постоянной амплитуде возбуждения. Максимальная линейная скорость стекла при измерениях составляла $v_{\text{max}} = 0,32\text{--}0,85 \text{ см/с}$. Измеряли частоту и амплитуду колебаний осциллятора при изменении температуры со скоростью 2 мК/с . При исследовании нелинейного перехода в пленке торсионный осциллятор работал в режиме свободного затухания [14].

Изменение периода колебаний торсионного осциллятора $\Delta P / P_0$ и изменение амплитуды его колебаний (или добротности Q , которая пропорциональна амплитуде) связаны с гелиевой пленкой и паром над ней [17]:

$$\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{\pi(\rho_t - \rho_s)r^4}{I_0} + \frac{\alpha\pi r^4}{I_0} \left(\frac{\rho_g \eta}{2\omega} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

$$\Delta Q^{-1} = \Delta Q_f^{-1} + \frac{\alpha\pi r^4}{I_0} \left(\frac{\rho_g \eta}{2\omega} \right)^{1/2}, \quad (4)$$

где ρ_t и ρ_s — общая и сверхтекучая плотности двумерной гелиевой пленки, ρ_g и η — плотность пара и его вязкость, ω, r и I_0 — резонансная частота, радиус экспериментальной ячейки и момент инерции торсионного осциллятора, α — коэффициент связи между подложкой и паром. Первые члены в выражениях (3) и (4) представляют собой вклады гелиевой пленки в период колебаний и потери торсионного осциллятора,

вторые — вклад пара. В настоящем эксперименте влиянием пара пренебрегли.

3. Динамические переходы в 2D электронном кристалле

На рис. 1 представлены зависимости двух компонент обратной проводимости χ от ведущего поля $E_{||}$ для трех кристаллов с различной поверхностной плотностью электронов $n_s = 12,4 \cdot 10^8$, $8,6 \cdot 10^8$ и $6,5 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$. Измерения проведены при температуре $T = 90 \text{ мК}$, что существенно ниже температур плавления этих кристаллов в термодинамически равновесных условиях, соответственно $T_m = 0,77$, $0,645$ и $0,56 \text{ К}$. Частота измерительного сигнала $f = \omega/2\pi = 3 \text{ МГц}$, что ниже основных мод связанных электрон-риплонных колебаний, которые по оценкам в рамках самосогласованной теории [18,19] равны соответственно $f_{0,1} = 5,7 \text{ МГц}$, $6,2 \text{ МГц}$ и $6,4 \text{ МГц}$.

Для всех трех кристаллов наблюдается немонотонная зависимость обеих компонент проводимости от ведущего поля, в частности скачки, при достижении некоторых критических значений поля, которые тем

меньше, чем меньше поверхностная плотность кристалла. Обращает на себя внимание наличие максимумов на зависимостях $\chi_1(E_{||})$ и $\chi_2(E_{||})$. Скачок происходит не при максимальном значении компонент проводимости, а после их некоторого снижения. Исключение составляет только компонента χ_1 для кристалла с самой большой плотностью. Вполне вероятно, что при динамическом переходе существует взаимосвязь между нарушениями кристаллической структуры и динамикой лунки, которая и приводит к наблюдаемым особенностям проводимости. Следует отметить, что кристаллы, свойства которых отражены на рис. 1, исследованы в условиях полной экранировки прижимающего потенциала, т.е. при различных значениях прижимающего поля и нельзя исключить, что главную роль в повышении устойчивости кристалла при увеличении поверхностной плотности играет именно прижимающее поле.

На рис. 2 приведены зависимости компонент обратной проводимости кристалла с поверхностной плотностью $n_s = 8,6 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ при температуре $T = 90 \text{ мК}$, измеренные при различных частотах возбуждающего напряжения f , МГц: 2 (★), 3 (○) и 4 (●).

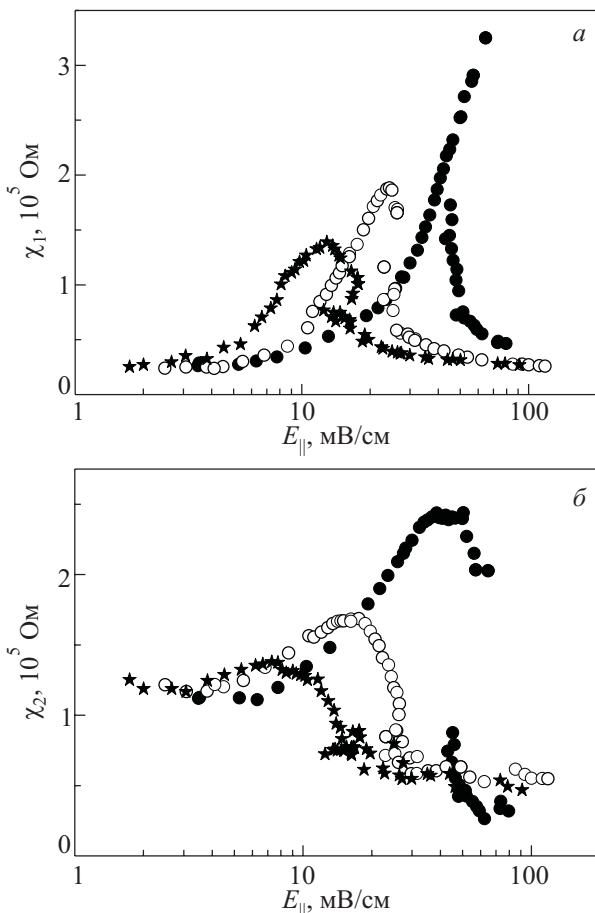


Рис. 1. Зависимости активной (а) и реактивной (б) компонент обратной проводимости χ от ведущего поля $E_{||}$ при $T = 90 \text{ мК}$ для кристаллов с различной поверхностной плотностью электронов $n_s, 10^8 \text{ см}^{-2}$: $12,4$ (●), $8,6$ (○) и $6,5$ (★).

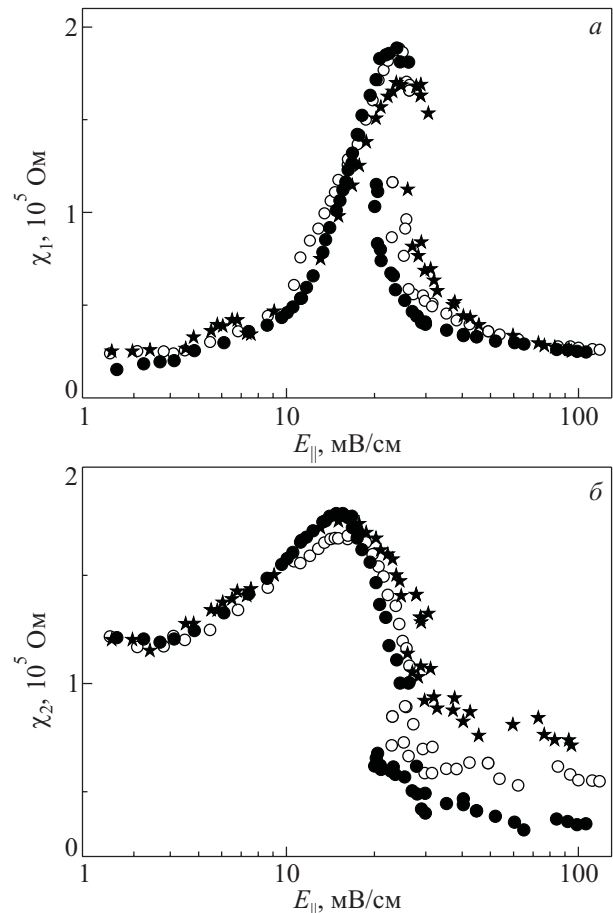


Рис. 2. Зависимости активной (а) и реактивной (б) компонент обратной проводимости кристалла с поверхностной плотностью $n_s = 8,6 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ от ведущего поля $E_{||}$ при температуре $T = 90 \text{ мК}$, измеренные при различных частотах возбуждающего напряжения f , МГц: 2 (★), 3 (○) и 4 (●).

го напряжения $f = 2, 3$ и 4 МГц. Эти результаты весьма близки к результатам, полученным нами для кристалла с похожими параметрами: $n_s = 8 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$, $T = 70$ мК и $f = 3, 4$ и 5 МГц [7]. Несмотря на то, что наблюдается заметный разброс в области перехода и при больших ведущих полях, наши данные не дают оснований предполагать частотную зависимость проводимости при динамическом переходе. Систематическое отклонение реактивной компоненты проводимости χ_2 при больших ведущих полях (это наблюдается и при исследовании кристаллов с другой поверхностной плотностью) может быть связано с особенностью решения уравнений (2) при малых χ_2 , т.е., скорее, зависеть от общей погрешности измерений, существенно влияющей на решение при этих условиях, чем отражать какие-либо физические закономерности.

Рисунок 3 показывает изменение компонент обратной проводимости при динамическом фазовом переходе при разных температурах. Приведены результаты измерений χ_1 и χ_2 кристалла с $n_s = 12,4 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ при температурах $T = 90, 270$ и 480 мК. Частота измерительного сигнала составляла 4 МГц.

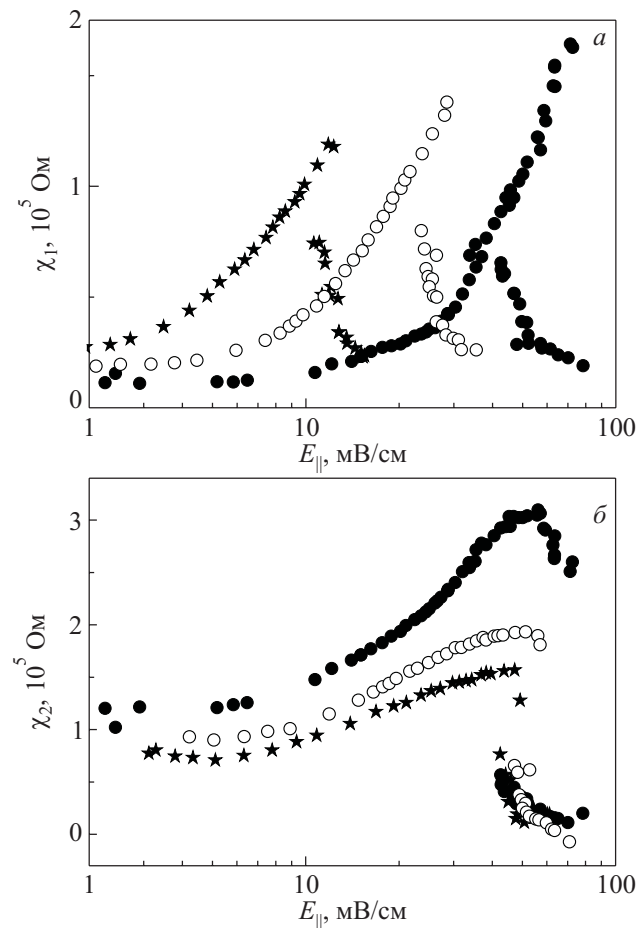


Рис. 3. Зависимости активной (а) и реактивной (б) компонент обратной проводимости для кристалла с $n_s = 12,4 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ при температурах T , мК: 90 (●), 270 (○) и 480 (★). Частота измерительного сигнала составляла 4 МГц. Зависимости на рис. 3,а, отвечающие температурам 270 и 480 мК, смещены для удобства влево на $\lg 2$ и $\lg 4$ соответственно.

мерительного сигнала составляла 4 МГц.

Зависимости на рис. 3,а, отвечающие температурам 270 и 480 мК, смещены для удобства влево на $\lg 2$ и $\lg 4$ соответственно. Поведение χ_1 и χ_2 при динамическом переходе качественно подобно при всех температурах, но критическое ведущее поле E_{cr} , соответствующее скачкам проводимости, уменьшается при увеличении температуры, уменьшаются и максимальные значения компонент обратной проводимости.

Такая картина наблюдается и в кристаллах с другой поверхностной плотностью. Зависимости критического поля от плотности, определенные при различных температурах, приведены на рис. 4. Качественно зависимости $E_{cr}(n_s)$ при различных температурах почти одинаковы, но по мере роста температуры смещаются в область меньших значений поля. Кривые на рис. 4 отражают результаты параболической аппроксимации экспериментальных данных. Следует еще раз подчеркнуть, что эти данные получены в условиях полной экранировки прижимающего потенциала, т.е. различными величинами n_s на рис. 4 соответствуют различные значения прижимающего поля, так что сделать вывод о том, что сильнее влияет на критическую температуру, поверхностная плотность электронов или прижимающее поле, на основании данных рис. 4 нельзя.

Температурная зависимость критического поля в исследованной области температур близка к линейной (рис. 5). Прямые линии — результат линейной аппроксимации. Связь между температурой и критическим полем указывает на то, что оба фактора, поле и температура, влияют на фазовый переход. Существующая связь дает основания рассматривать динамический фазовый переход как плавление в условиях, когда внешнее поле является существенным фактором, определяющим поведение системы, т.е. в нелинейных условиях. В этом случае естественно полагать, что термодинами-

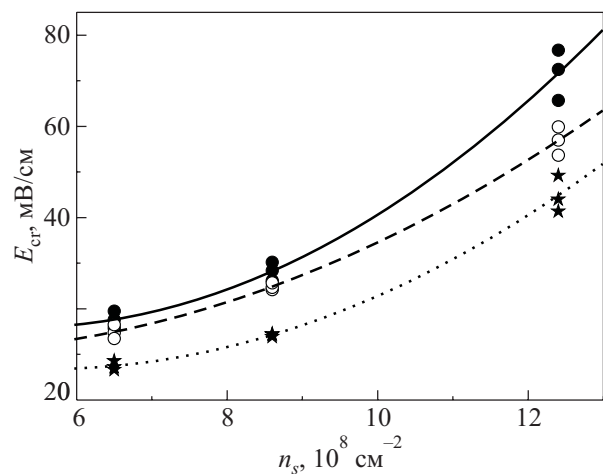


Рис. 4. Зависимости критического поля от плотности, определенные при различных температурах T , мК: 90 (●), 270 (○) и 480 (★). Линии соответствуют аппроксимации данных параболой.

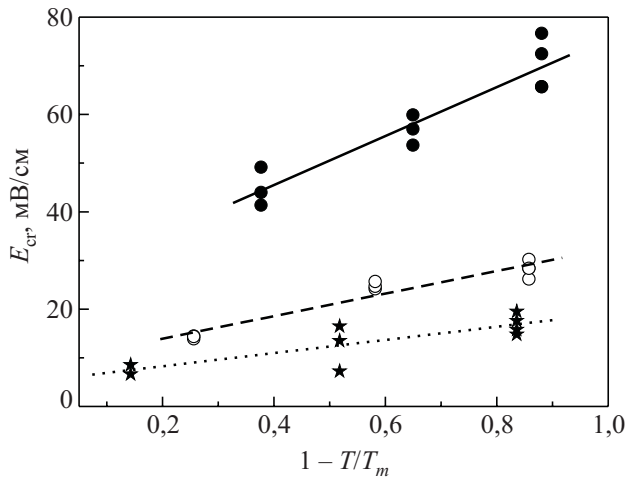


Рис. 5. Зависимости критического поля от температуры для кристаллов с поверхностной плотностью электронов $n_s, 10^8 \text{ см}^{-2}$: 12,4 (●), 8,6 (○) и 6,5 (★). Линии соответствуют линейной экстраполяции.

чески равновесное плавление есть динамический переход в нулевом внешнем поле. Обоснованность такого предположения иллюстрирует рис. 6. На рис. 6 температуры плавления исследованных кристаллов T_m сравниваются с температурами, полученными при линейной экстраполяции зависимостей рис. 5, к температуре, отвечающей нулевому критическому полю $T(E_{cr} = 0)$. Несмотря на то, что $T(E_{cr} = 0)$ оказываются несколько выше T_m (возможно, что линейная экстраполяция является довольно грубой), обе температуры явно связаны одна с другой.

Как было сказано выше, во многих двумерных системах фазовые переходы могут быть описаны в рамках теории Березинского–Костерлица–Таулеса [1,2]. Основная идея теории заключается в том, что механизм фазового перехода обусловлен поведением топологических дефектов в системе. При температуре ниже температуры фазового перехода (критической темпе-

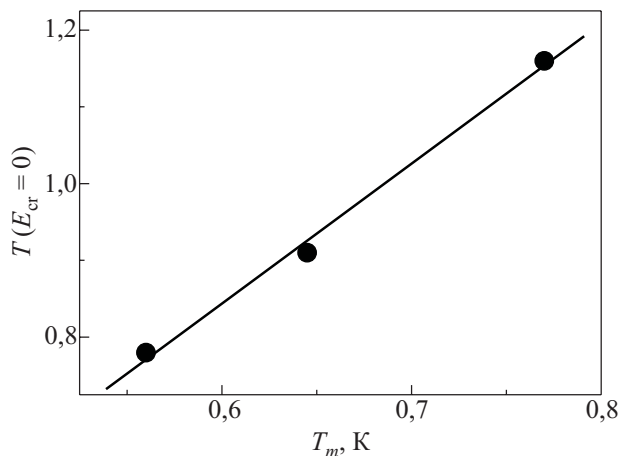


Рис. 6. Корреляция между температурой плавления кристаллов и температурой, полученной экстраполяцией температурной зависимости критического поля (рис. 5) к нулевому значению.

ратуры) топологические дефекты существуют в виде связанных пар, поскольку энергия отдельного дефекта велика. При достижении критической температуры, при которой свободная энергия дефекта обращается в нуль, происходит разделение пар, которое, согласно теории, является механизмом, определяющим фазовый переход. Примером такого фазового перехода является переход в сверхтекучее состояние в тонких (субмонослойных) пленках жидкого гелия. Топологическим дефектом в такой системе является двумерный вихрь.

Теория плавления двумерного кристалла развита в работах Гальперина, Нельсона и Янга [3] на основе теории БКТ и учитывает более сложный характер плавления по сравнению с фазовым переходом в изотропной среде, что связано с наличием в двумерном кристалле двух видов порядка и, соответственно, двух типов топологических дефектов. Один из дефектов, дислокация, отражает нарушение трансляционного порядка. При температурах ниже температуры плавления существуют связанные пары дислокаций с противоположно направленными векторами Бюргерса. При температуре плавления дислокационные пары разрушаются, появляется много свободных дислокаций и дальний трансляционный порядок исчезает. Этот переход описывается так же, как и сверхтекучий переход в гелиевой пленке. Из-за наличия в кристалле еще одного типа порядка, ориентационного, в результате перехода образуется не изотропная жидкость, а гексатик, жидкокристаллическая фаза, в которой отсутствует дальний трансляционный порядок, но есть ориентационный. Топологическим дефектом, соответствующим этому типу порядка, является дисклинация, которая может быть положительной или отрицательной. Пара дисклинаций с противоположными знаками образует дислокацию. Распад дислокаций, существующих в гексатике, и появление свободных дисклинаций соответствует фазовому переходу из гексатической жидкой фазы в изотропную. Экспериментально гексатическая фаза в двумерной электронной системе пока не наблюдалась.

Несмотря на более сложный характер плавления двумерного кристалла по сравнению с фазовым переходом в изотропной среде, эти переходы качественно подобны, что и дает основание качественно сравнивать результаты их экспериментального исследования.

4. Динамические переходы в 2D гелиевой пленке

Критическая температура сверхтекучего фазового перехода в теории БКТ появляется в результате расчета свободной энергии вихревой системы. Кинетическая энергия, связанная с одиночным вихрем, имеет вид

$$E = \frac{\pi \hbar^2 \rho_s^0}{m^2} \ln(L/r_0), \quad (5)$$

где ρ_s^0 — сверхтекучая плотность, L и r_0 — размер области, в которой находится вихрь, и радиус кора вихря, m — масса атома гелия. Энтропия, связанная с вихрем,

$$S = 2k_B \ln(L/r_0), \quad (6)$$

а свободная энергия

$$F = \left(\frac{\pi\hbar^2 \rho_s^0}{m^2} - 2k_B T \right) \ln(L/r_0). \quad (7)$$

Свободная энергия обращается в нуль при некоторой критической температуре

$$T_{KT} = \frac{\pi\hbar^2 \rho_s^0}{2m^2 k_B}. \quad (8)$$

При этой температуре образуется большое количество пар вихрей, что ведет к разрушению сверхтекучести. При температурах ниже T_{KT} термически активируемыми дефектами являются преимущественно вихревые пары, образованные вихрями с противоположными циркуляциями, поскольку их энергия ниже, чем энергия свободного вихря. Энергия вихревой пары с расстоянием r между вихрями

$$E_p^0(r) = \frac{2\pi\hbar^2 \rho_s^0}{m^2} \ln(r/r_0) + 2E_c, \quad (9)$$

где E_c — энергия кора вихря. В системе вихревых пар эта энергия изменяется, поскольку зависит от экранирующего влияния других пар. Вводя величину $\varepsilon(r)$, учитывающую взаимную экранировку,

$$E_p^0(r) = 2 \frac{\pi\hbar^2 \rho_s^0}{m^2} \int_{r_0}^r \frac{dr'}{r' \varepsilon(r')} + 2E_c, \quad (10)$$

и используя технику перенормировки при решении статистической задачи, Костерлиц и Таулесс получили систему дифференциальных уравнений (рекурсионные соотношения):

$$K^{-1} = K_0^{-1} + 4\pi^3 \int_0^l y^2(l') dl', \quad (11)$$

$$y^2(l) = y_0^2 \exp(4l - 2\pi \int_0^l y^2(l') dl'), \quad (12)$$

где $l = \ln(r/r_0)$, $K^{-1}(l) = \varepsilon(l)/K_0$, $y_0^2 = \exp(-2E_c/k_B T)$, $K_0 = \rho_s^0 \hbar^2 / m^2 k_B T$. Решение уравнений позволяет найти сверхтекучую плотность, $\rho_s = \rho_s^0 / \varepsilon$, которая может быть измерена в эксперименте, и равновесную поверхностную плотность вихревых пар с расстоянием между вихрями r : $n_s(r) = y^2(r)/r^4$. Важным результатом статической теории является связь между сверхтекучей плотностью и температурой фазового перехода:

$$\rho_s(T_{KT}) = \frac{2k_B m^2}{\pi\hbar^2} T_{KT}. \quad (13)$$

В статической теории учитываются все пары вихрей независимо от их размера. В экспериментах, которые проводятся при конечных частотах, есть осциллирующий поток сверхтекучей компоненты жидкости относительно нормальной, причем не все вихри успевают занять соответствующее минимуму энергии положение из-за того, что их движение имеет диффузионный характер и нужно определенное, зависящее от коэффициента диффузии вихрей время, чтобы вихревая пара изменила свое положение относительно потока. Для учета взаимосвязи между потоком и вихрями в динамической теории [20] вместо статической величины ε вводится комплексная динамическая величина $\varepsilon(\omega)$, которая учитывает изменение распределения вихревых пар в условиях осциллирующего потока. Распределение пар находится в результате решения уравнения диффузионного типа (уравнения Фоккера–Планка), что дает возможность найти $\varepsilon(\omega)$. В задаче появляется характерная длина r_D , зависящая от коэффициента диффузии D и частоты ω : $r_d = (14D/\omega)^{1/2}$. Эта длина существенна для динамики системы и определяет границу малыми вихревыми парами, которые успевают подстроиться под осциллирующий поток, и большими парами, которые не успевают и не вносят вклад в перенормировку сверхтекучей плотности. Сверхтекучий переход несколько смещается в сторону высоких температур, поскольку есть возможность существования пар с достаточно большими размерами (больше r_D) выше T_{KT} .

При исследовании сверхтекучего перехода в пленке методом ТО активная компонента $\varepsilon(\omega)$ определяет изменение периода осциллятора $\Delta P/P$, а реактивная компонента — потери в системе ΔQ^{-1} :

$$\Delta P/P = \frac{S \rho_s}{2M_{\text{eff}}} \text{Re}(\varepsilon(\omega^{-1})), \quad (14)$$

$$\Delta Q^{-1} = \frac{S \rho_s}{M_{\text{eff}}} \text{Im}(\varepsilon(\omega^{-1})), \quad (15)$$

где S — площадь поверхности пленки гелия, а M_{eff} — эффективная масса торсионного осциллятора.

Рассчитанный в рамках теории отклик торсионного осциллятора хорошо согласуется с экспериментальными исследованиями сверхтекучего перехода в тонких гелиевых пленках [21], описывая как изменение частоты осциллятора, так и характерный пик диссипации в области перехода.

На базе теории [22] проанализированы также особенности плавления двумерного кристалла. Как отмечено выше, теория БКТ описывает сверхтекучий переход в гелиевой пленке в статическом режиме, а в теории [22] рассматривается переход в условиях реального эксперимента, когда существует осциллирую-

ший поток сверхтекучей компоненты относительно нормальной. Предполагается, что скорость потока относительно мала и не сказывается существенно на распределение вихревых пар и на процесс их образования и разрушения, таким образом, рассматривается фазовый переход в линейном режиме.

В нелинейном режиме, когда скорость потока является фактором, существенно влияющим на характер фазового перехода, можно говорить о нелинейном или динамическом переходе. Теоретические исследования фазового перехода БКТ при учете нелинейных по скорости потока эффектов проводились в работах [20,23–25]. При наличии потока на вихри действует сила Магнуса, которая дает вклад в энергию взаимодействия пар:

$$E_M(r) = -\frac{2\pi\hbar\rho_s^0}{m} \mathbf{z} \times (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s) \cdot \mathbf{r}, \quad (16)$$

где \mathbf{z} — единичный вектор нормали к поверхности пленки, \mathbf{v}_s и \mathbf{v}_n — соответственно сверхтекучая и нормальная скорость. Со скоростью потока связана характерная длина $r_v = \hbar/mv_n$. Если эта величина сравнима с r_D , то нелинейные эффекты существенно проявляются в системе.

Влияние силы Магнуса приводит к появлению седловой точки $(r_s, 0)$ в энергии взаимодействия пар. Энергия максимальна, когда вихревая пара ориентирована под прямым углом к направлению скорости потока. Поток способствует аннигиляции и диссоциации пар с размерами, соответственно, меньше и больше r_s .

В работе [23] рассмотрены первые нелинейные поправки к сдвигу периода и добротности торсионного осциллятора при исследовании гелиевых пленок.

$$\Delta P/P - iQ^{-1} = \frac{S\rho_s^0}{2M_{\text{eff}}} \left(\frac{1}{\varepsilon(\omega)} - \frac{r_D^2}{4r_v^2} G \right), \quad (17)$$

где G — некая рассчитанная в теории комплексная функция.

Таким образом, нелинейный вклад в отклик торсионного осциллятора пропорционален квадрату нормальной скорости. Экспериментальных работ, в которых исследовали нелинейные эффекты при сверхтекучем переходе в пленке, относительно немного. Изучали зависимости $\Delta P/P$ и Q^{-1} от температуры при различных скоростях торсионного осциллятора [9–13] и зависимости от скорости при фиксированных температурах в области сверхтекучего перехода [14]. Предсказанная квадратичная зависимость от скорости в области слабой нелинейности находится в согласии с имеющимися экспериментальными данными [11].

5. Сравнение переходов в кристалле и пленке

Сверхтекучий переход в тонкой гелиевой пленке может быть рассмотрен и проанализирован на основе теории БКТ с учетом динамических и нелинейных эф-

фектов. Плавление двумерного электронного кристалла тоже относится к этому же классу фазовых переходов (экспериментальные свидетельства в работах [26,27]), так что сравнение полученных экспериментально особенностей этих переходов не только обоснованно, но и может оказаться весьма полезным для дальнейшего развития теории.

Перед сравнением экспериментальных результатов, касающихся исследования этих систем, необходимо сделать ряд замечаний. При исследовании перехода в гелиевой пленке измеряется изменение периода колебаний $\Delta P/P$ и обратной добротности ΔQ^{-1} торсионного осциллятора, которые пропорциональны непосредственно параметру порядка (сверхтекучей плотности) и потерям в гелиевой пленке, обусловленным появлением и движением вихрей. При исследовании плавления электронного кристалла над жидким гелием существенным является взаимодействие электронов с поверхностью жидкости. Определяемая в эксперименте комплексная проводимость электронной системы зависит не только от процессов, происходящих непосредственно в кристалле (образование дефектов и их эволюция в процессе фазового перехода), но и самым непосредственным образом связана с особенностями электрон-риплонного взаимодействия. Так, изменение реактивной части проводимости при переходе обусловлено возрастанием эффективной массы электронов при кристаллизации вследствие появления деформационного рельефа жидкости. Нет сомнений, что существует взаимосвязь между реактивной компонентой проводимости и параметром порядка, но взаимно-однозначного соответствия, по-видимому, нет. Непрямой является и взаимосвязь между наблюдаемыми потерями в системе (активная компонента обратной проводимости) и наличием дефектов кристаллической структуры. Ясно, что с ростом числа дефектов потери растут, но обусловлены они не только наличием дефектов, но и спецификой электрон-риплонного взаимодействия.

Нелинейный переход в гелиевой пленке исследован в работе [14], результаты которой использованы при сравнении с переходом в двумерном электронном кристалле. На рис. 7 приведены изменение сдвига частоты и обратной добротности (диссипации) в торсионном осцилляторе (ТО) при сверхтекучем фазовом переходе в субмонослойной гелиевой пленке с температурой перехода $T_c = 0,88$ К. Пленка находилась в пористом стекле с очень большими порами (порядка 10 мкм), и ее можно рассматривать как почти плоскую. Измерения проводили как в режиме, близком к линейному (максимальная линейная скорость подложки составляла $v_{\text{max}} = 0,32$ см/с, так и в режиме, при котором проявляются нелинейные эффекты ($v_{\text{max}} = 0,85$ см/с). Хорошо виден диссипационный пик при переходе (рис. 7,а), причем при возрастании скорости величина пика увеличивается и он смещается в область низких

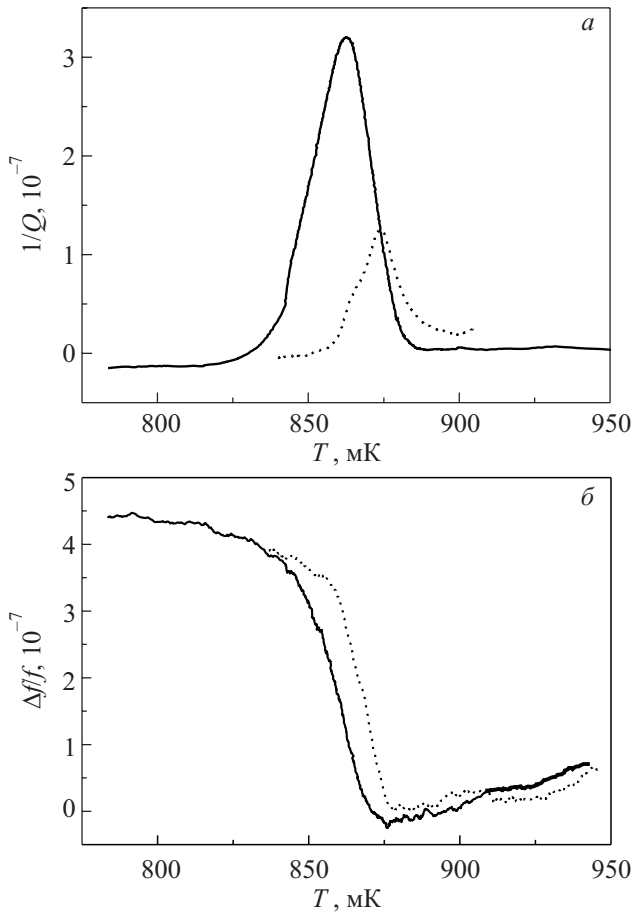


Рис. 7. Температурные зависимости величины обратной добротности ТО (а), пропорциональной диссипации в пленке, обусловленной вихрями, и относительного сдвига частоты ТО, который пропорционален сверхтекучей плотности ρ_s , вблизи температуры сверхтекучего перехода в тонкой пленке гелия в 10 мкм пористом стекле (б). Максимальная линейная скорость пористого стекла $v_{\max} = 0,32$ см/с (сплошная линия) и $v_{\max} = 0,85$ см/с (штриховая линия)

температур. Изменение частоты колебаний ТО (рис. 7,б), которое отражает поведение параметра порядка при переходе (сверхтекучей плотности), тоже несколько отлично в линейном и нелинейном режимах.

На рис. 8 приведены активная (а) и реактивная (б) компоненты обратной проводимости электронного кристалла в зависимости от температуры вблизи плавления. Ведущее напряжение при измерениях проводимости составляло $V_{\parallel} = 10$ мВ. По-видимому, это напряжение соответствовало линейному режиму измерений, но определенно утверждать это нельзя из-за недостатка необходимых экспериментальных данных. Проявление нелинейных эффектов при плавлении ЭК требует дополнительных исследований.

Рисунки 7 и 8 очень похожи. Реактивная часть проводимости ведет себя так же, как параметр порядка при сверхтекучем переходе, наблюдается возрастание потерь в электронной системе при кристаллизации,

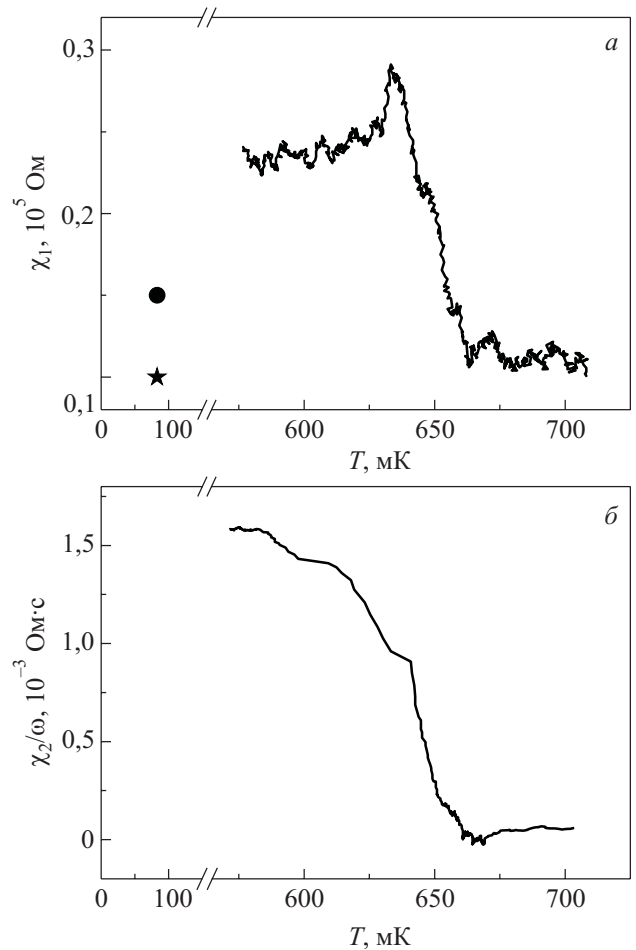


Рис. 8. Температурная зависимость активной (а) и реактивной (б) компонент обратной проводимости ЭК с поверхностной плотностью электронов $n_s = 8,5 \cdot 10^8$ см⁻² вблизи температуры плавления. Измерительная частота $f = 3$ МГц, ведущее напряжение $V_{\parallel} = 10$ мВ, прижимающее поле $V_{\perp} = 800$ В/см. Значения активной компоненты, измеренной ранее [31] при температуре $T = 83$ мК, приведены для кристаллов: $n_s = 9,1 \cdot 10^8$ см⁻² при $V_{\perp} = 1150$ В/см (★) и $n_s = 6,4 \cdot 10^8$ см⁻² при $V_{\perp} = 800$ В/см (●).

однако четко выраженного диссипационного пика нет. Небольшой всплеск на зависимости, достаточно типичный, интерпретировать как диссипационный пик не удастся. Такие попытки делались [28–30], но к определенности в этом вопросе не привели. Одна из возможных причин отсутствия пика связана с тем, что наблюдаемые потери могут быть в основном обусловлены с электрон-риплонным взаимодействием, а дополнительный вклад за счет дефектов кристалла может быть не замечен на общем фоне потерь. Другая возможная причина может быть в том, что пик существует, но в отличие от гелиевой пленки он не локализован в узком температурном интервале, а проявляется в широкой температурной области. В пользу этого предположения свидетельствуют значения потерь в кристалле, измеренные ранее при низкой температуре $T = 83$ мК для

кристаллов с близкими параметрами: $n_s = 9,1 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ при $V_{\perp} = 1150 \text{ В/см}$ (★) и $n_s = 6,4 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ при $V_{\perp} = 800 \text{ В/см}$ (●) [31]. Это значение заметно ниже, чем непосредственно вблизи перехода. Потери резко возрастают при переходе в кристалл, а затем падают по мере уменьшения температуры, что собственно и указывает на наличие максимума диссипации.

Сравнение нелинейных особенностей при двумерном сверхтекучем переходе и двумерном плавлении представлено на рис. 9. Нелинейные эффекты связаны с воздействием внешнего поля на системы. Сила этого воздействия в случае заряженной системы есть $\mathbf{F} = e\mathbf{E}$ (это, по-видимому, справедливо и для электронного кристалла), а в случае гелиевой пленки ([22], табл. 1)

$$\mathbf{f} = -\frac{2\pi\hbar\rho_s^0}{m} \mathbf{z} \times (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s), \quad (18)$$

так что величины E и $v_n - v_s$, приводящие к нелинейности в этих системах качественно подобны.

На зависимостях, отражающих потери ($\chi_1(E_{\parallel})$ и $Q^{-1}(v_{\max})$), видно, что при малых внешних полях (ли-

нейный или почти линейный режим измерений) потери тем больше, чем больше температура. Начало появления нелинейности смещается по мере возрастания температуры в область меньших полей. При некотором значении поля наблюдается максимум потерь. Правда, на зависимости $Q^{-1}(v_{\max})$ наличие максимума не столь отчетливо выражено, как на $\chi_1(E_{\parallel})$. Причина в том, что в торсионном осцилляторе возможности достижения больших скоростей ограничены и при достаточно низких температурах максимум не удается наблюдать. Видно, что значение потерь в максимуме уменьшается с ростом температуры. При температурах выше критической температуры перехода в обоих случаях зависимости потерь от поля в пределах погрешности измерений нет.

Поведение величин $\chi_2(E_{\parallel})$ и $\Delta f/f(v_{\max})$ тоже во многом сходно, но есть и различия. Наблюдается рост $\chi_2(E_{\parallel})$ при малых E_{\parallel} и максимум, чего нет на зависимости $\Delta f/f(v_{\max})$. Причина различий может быть в том, что реактивная компонента обратной проводимости кристалла во многом зависит и от его взаимо-

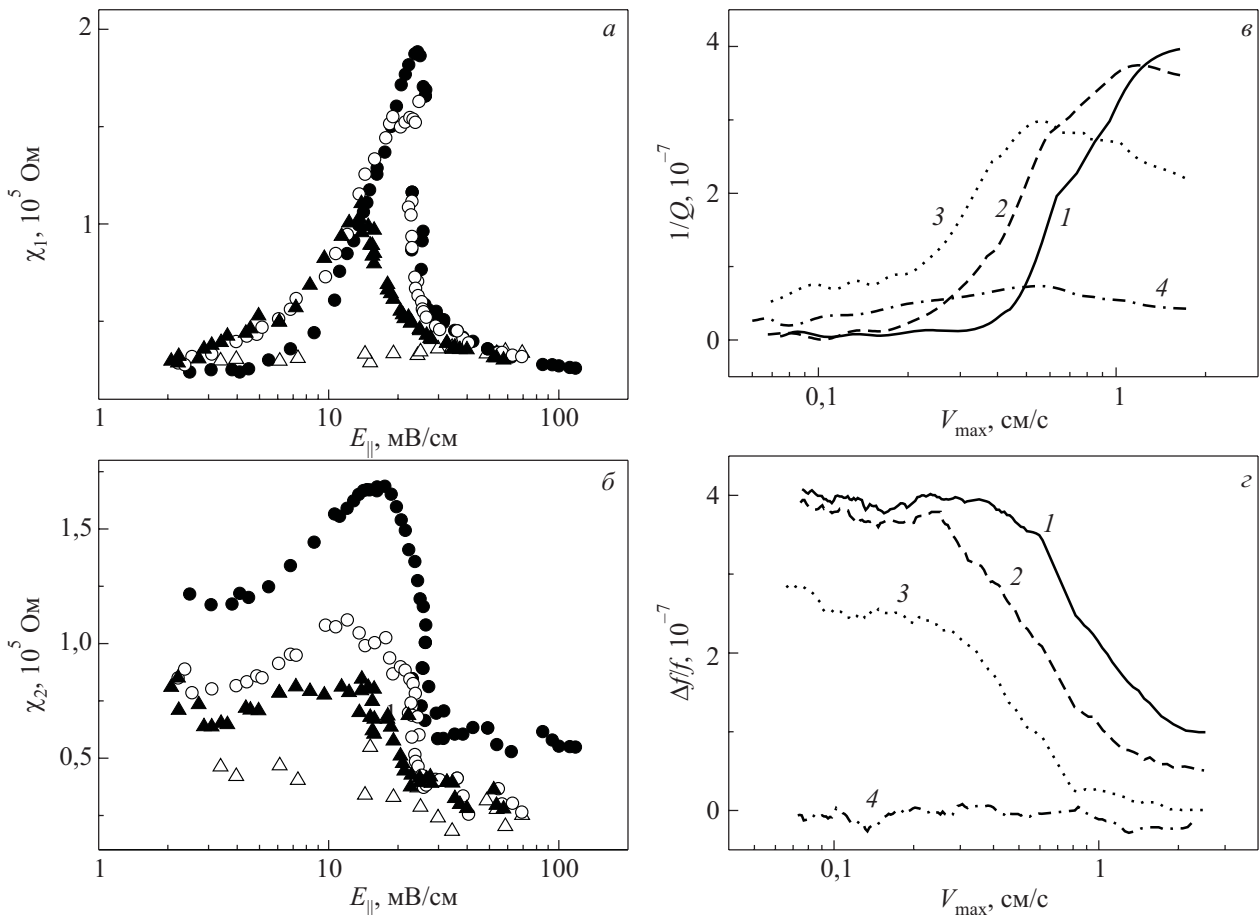


Рис. 9. Динамические переходы в ЭК и гелиевой пленке при различных температурах: активная (а) и реактивная (б) компоненты обратной проводимости ЭК с поверхностной плотностью электронов $n_s = 8,6 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ при температурах T , мК: 90 (●), 270 (○), 480 (Δ) и 750 (▲) в зависимости от ведущего поля. Измерительная частота $f = 3 \text{ МГц}$. Температура плавления ЭК $T_m = 645 \text{ мК}$. Сдвиг частоты ТО ($\sim \rho_s$ в пленке) (в) и обратная добротность (диссипация, обусловленная процессами энергетических потерь в области сверхтекучего фазового перехода) (г) при температурах T , мК: 849 (1), 864 (2), 872 (3) и 880 (4) в зависимости от максимальной скорости подложки.

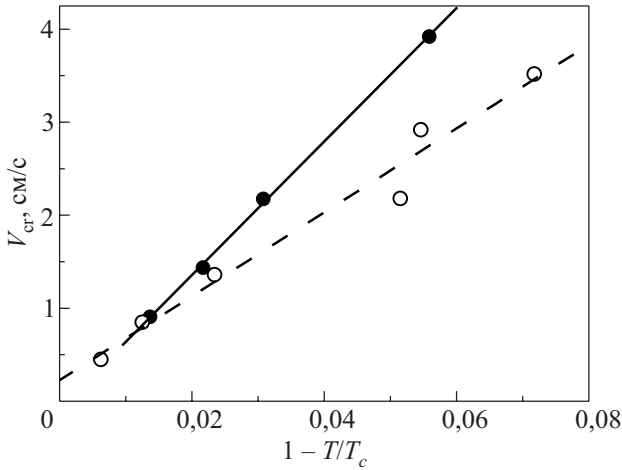


Рис. 10. Температурная зависимость критической скорости в тонких гелиевых пленках с температурами сверхтекучего перехода T_c , К: 0,64 (●) и 0,88 (○).

действия с поверхностью жидкости. Возрастание χ_2 можно объяснить ангармонизмами в электрон-риплонном взаимодействии [32].

Следует отметить еще одну особенность в измерениях нелинейных свойств как гелиевой пленки, так и электронного кристалла. Распределение внешнего поля (ведущего поля в кристалле и поля скоростей в пленке) неоднородно по образцу, причем в кристалле максимальное поле в центре образца, а в пленке — на периферии. Эта особенность в значительной мере затрудняет сравнение поведения этих двух систем, поскольку может по-разному проявляться в измеряемых интегральных величинах. Однако, несмотря на существующие различия зависимостей $\chi_2(E_{\parallel})$ и $\Delta f/f(v_{\max})$, наблюдаемое сходство между ними дает основания

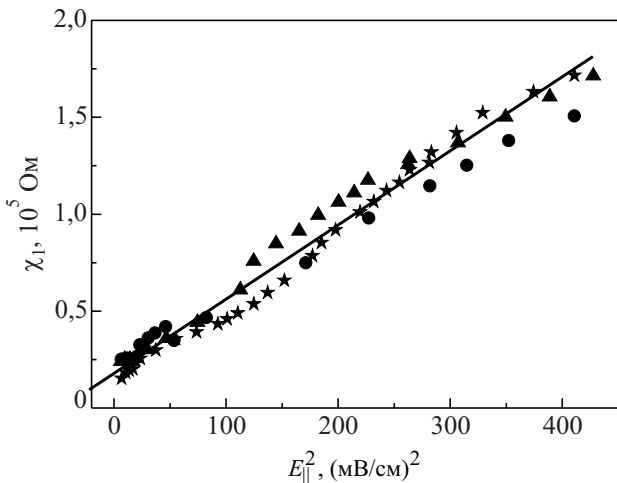


Рис. 11. Зависимость активной компоненты обратной проводимости ЭК с поверхностной плотностью электронов $n_s = 8,6 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ при $T = 90 \text{ мК}$ при частотах f , МГц: 2 (○), 3 (▲) и 4 (★) от квадрата ведущего поля E_{\parallel}^2 . Прямая — результат линейной аппроксимации.

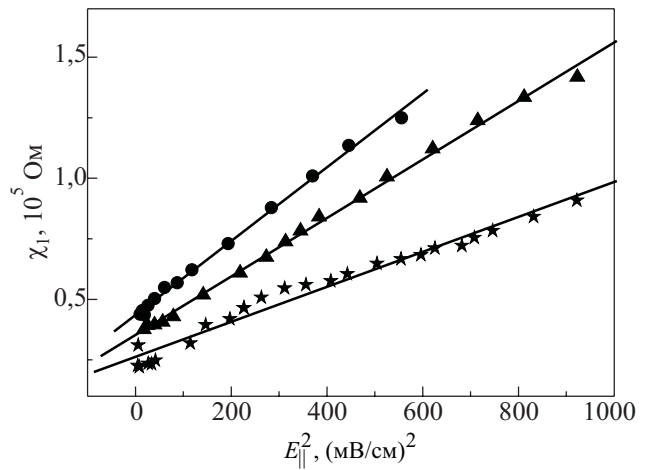


Рис. 12. Зависимость активной компоненты обратной проводимости ЭК с поверхностной плотностью электронов $n_s = 12,4 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ при температурах T , мК: 90 (★), 270 (▲) и 480 (●) при частоте $f = 4 \text{ МГц}$ от квадрата ведущего поля E_{\parallel}^2 . Прямые — результат линейной аппроксимации.

предполагать, что эти зависимости отражают похожие процессы в поведении этих систем.

На рис. 5 показаны зависимости критического поля $E_{\text{cr}}(T)$ для электронных кристаллов с различной поверхностной плотностью. Критическое поле соответствовало скачкам на зависимостях $\chi_{1,2}(E_{\parallel})$. Наблюдалось почти линейное уменьшение критического поля с ростом температуры. Качественно подобное поведение наблюдается и для критической скорости при сверхтекучем переходе в пленке (рис. 10). Критическая скорость в этом случае определялась как результат экстраполяции зависимости $\Delta f/f(V_{\max})$: $\Delta f/f(v_{\text{cr}} = 0)$. Видно, что и здесь критическая скорость линейно уменьшается с ростом температуры.

Как было отмечено выше, в случае слабой нелинейности теория предсказывает при постоянной температуре рост потерь, пропорциональный квадрату скорости [23]. Аналог этой зависимости для электронного кристалла — $\chi_1(E_{\parallel}^2)$ представлен на рис. 11 и рис. 12 для различных экспериментальных условий. Хорошо видно, что потери в кристалле вполне соответствуют предсказанной закономерности.

6. Заключение

В работе представлены экспериментальные данные по динамическому фазовому переходу в двумерном электронном кристалле в сравнении со сверхтекучим переходом в субмонослойной гелиевой пленке в условиях нелинейности. Переходы в кристалле и пленке качественно подобны, что позволяет рассматривать динамический переход в кристалле как динамическое плавление, т.е. плавление в условиях существенного влияния внешнего электрического поля.

Работа частично поддержана УНТЦ (проект 5211).

1. В.Л. Березинский, *ЖЭТФ* **59**, 907 (1970); *ЖЭТФ* **61**, 1144 (1971).
2. J.M. Kosterlitz and D.J. Thouless, *J. Phys.* **C6**, 1181 (1973).
3. D. Nelson and B.I. Halperin, *Phys. Rev.* **B19**, 2457 (1979); A.P. Young, *Phys. Rev.* **B19**, 1855 (1979).
4. L. Wilen and R. Gianetta, *Jpn. J. Appl. Phys.* **26**, 2105 (1987).
5. K. Shirahama and K. Kono, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 781 (1995); K. Shirahama and K. Kono, *Surf. Sci.* **362**, 826 (1996); K. Kono and K. Shirahama, *J. Low Temp. Phys.* **104**, 237 (1996).
6. В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, А.С. Неонета, *ФНТ* **34**, 761 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 600 (2008)].
7. В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, *ФНТ* **36**, 1267 (2010) [*Low Temp. Phys.* **36**, 1023 (2010)].
8. D.J. Bishop and J.D. Reppy, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 1727 (1978).
9. D.J. Bishop and J.D. Reppy, *Phys. Rev.* **B22**, 5171 (1980).
10. G. Agnolet, D.F. McQueeney, and J.D. Reppy, *Phys. Rev.* **B39**, 8934 (1989).
11. P.W. Adams and W.I. Glaberson, *Phys. Rev.* **B35**, 4633 (1987).
12. V. Kovacic, M. Fukuda, M.K. Zalalutdinov, T. Igarashi, and M. Kubota, *Techn. Rep. ISSP, ser. A*, № 3224 (1997).
13. M. Fukuda, M.K. Zalalutdinov, V. Kovacic, T. Igarashi, and M. Kubota, *Czech. J. Phys.* **46**, Suppl. **S1**, 143 (1996).
14. V. Syvokon and M. Kubota, *J. Low Temp. Phys.* **126**, 563 (2002).
15. V. Syvokon, K. Ooyama, M. Fukuda, T. Obata, T. Igarashi, and M. Kubota, *Physica* **B284–288**, 113 (2000).
16. В.Е. Сивоконь, В.В. Доценко, С.С. Соколов, Ю.З. Ковд-ря, В.Н. Григорьев, *ФНТ* **22**, 1107 (1996) [*Low Temp. Phys.* **22**, 845 (1996)].
17. P.W. Adams and V. Pant, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2350 (1992).
18. Ю.П. Монарха, *ФНТ* **7**, 692 (1981) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **7**, 338 (1981)].
19. Ю.П. Монарха, В.Б. Шикин, *ФНТ* **9**, 913 (1983) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **9**, 471 (1983)].
20. V. Ambegaokar, B.I. Halperin, D.R. Nelson, and E.D. Siggia, *Phys. Rev.* **B21**, 1806 (1980).
21. D.J. Bishop and J.D. Reppy, *Phys. Rev.* **B22**, 5171 (1980).
22. A.J. Dahm, M.A. Stan, and R.G. Petschek, *Phys. Rev.* **B40**, 9006 (1989).
23. R.M. Bowley and S. Giorgini, *J. Low Temp. Phys.* **92**, 263 (1993).
24. R.M. Bowley and S. Giorgini, *J. Low Temp. Phys.* **93**, 987 (1993).
25. S. Giorgini and R.M. Bowley, *J. Low Temp. Phys.* **102**, 171 (1996).
26. G. Deville, A. Valdes, E.Y. Andrei, and F.I.B. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 588 (1984).
27. D.C. Glatli, E.Y. Andrei, and F.I.B. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 420 (1988).
28. R. Mehrotra, B.M. Guenin, and A.J. Dahm, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 641 (1982).
29. S.Y. Guo, D.B. Mast, R. Mehrotra, Y.-Z. Ruan, M.A. Stan, and A.J. Dahm, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1461 (1983).
30. M.A. Stan and A.J. Dahm, *Phys. Rev.* **B40**, 8995 (1989).
31. В.Е. Сивоконь, *ФНТ* **30**, 509 (2004) [*Low Temp. Phys.* **34**, 600 (2008)].
32. V.E. Syvokon, Yu.Z. Kovdrya, and K.A. Nasyedkin, *J. Low Temp. Phys.* **144**, 35 (2006).

Dynamic phase transitions in a two-dimensional electron solid and a two-dimensional helium film

V.E. Syvokon and K.A. Nasyedkin

The phase transitions, induced by the electric field in the electron layer plane (dynamic transitions), are studied experimentally in a two-dimensional electron crystal over liquid helium. The transitions are compared with superfluid transitions in thin helium films under non-linear conditions (at high velocities of substrates). A qualitative correspondence between the transitions is found. Because the melting of the 2D solid and the 2D superfluid transition are of the same type of phase transitions, the correspondence found means that the dynamic phase transition in the 2D electron solid can be considered as non-linear or dynamic melting.

PACS: **73.20.-r** Electron states at surfaces and interfaces;
67.90.+z Other topics in quantum fluids and solids.

Keywords: phase transitions, two-dimensional electron solid, helium film.