

УДК 532.526.10

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ С ПРЕГРАДОЙ ПРИ РАЗНЫХ ВНЕШНИХ УСЛОВИЯХ. ЧАСТЬ 2. ИДЕНТИФИКАЦИЯ КОГЕРЕНТНЫХ СТРУКТУР

В. Г. КУЗЬМЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев
вул. Желябова, 8/4, 03680, МСП, Київ-180, Україна
E-mail: office@hydromech.com.ua

Получено 09.04.2015

Нестационарный трехмерный турбулентный поток несжимаемой жидкости над прямоугольной двумерной преградой в пограничном слое численно исследуется, используя гибридный LES/URANS-подход, пристенные модели и конечно-разностный метод. Отношение высоты к длине преграды составляет 4, число Рейнольдса для преграды Re равно 10500 и число Рейнольдса на “входе” $Re_\delta = \{10500; 31500; 52500\}$ для турбулентного пограничного слоя. Анализируются много различных критериев идентификации вихрей. Крупномасштабные когерентные структуры идентифицируются посредством Q -критерия (ряд пороговых величин $\{Q_{si}\}$ для всей области расчета). Численное моделирование выполнено для исследования Q -изолиний для трех входных чисел Рейнольдса. Обнаружены когерентные структуры разных конфигураций.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: турбулентный пограничный слой, преграда, численный метод, крупномасштабные когерентные структуры, критерий идентификации

Нестационарний тривимірний турбулентний потік нестисливої рідини над прямокутною двохвимірною перешкодою в приміжовому шарі чисельно досліджується, використовуючи гібридний LES/URANS-підхід, пристінні моделі та кінцево-різницевий метод. Співвідношення висоти до довжини перешкоди становить 4, число Рейнольдса для перешкоди Re дорівнює 10500 та число Рейнольдса на “вході” $Re_\delta = \{10500; 31500; 52500\}$ для турбулентного приміжового шару. Анализуються багато різних критеріїв ідентифікації вихорів. Великомасштабні когерентні структури ідентифікуються за допомогою Q -критерія (ряд порогових величин $\{Q_{si}\}$ для всієї області розрахунку). Чисельне моделювання було виконано для дослідження Q -ізоліній для трьох вхідних чисел Рейнольдса. Знайдені когерентні структури різних конфігурацій.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: турбулентний приміжовий шар, перешкода, чисельний метод, великомасштабні когерентні структури, критерій ідентифікації

The unsteady three-dimensional turbulent incompressible flow over a rectangular two-dimensional fence in a boundary layer is simulated using hybrid LES/URANS-approach, wall models and finite-difference method. The aspect ratio (height/length) of the fence are 4, fence Reynolds number Re are 10500, inflow Reynolds number are $Re_\delta = \{10500; 31500; 52500\}$ for turbulent boundary layer. Many different vortex identification criteria are analysed. The large-scale coherent structures are identified by the Q -criterion (set of threshold value $\{Q_{si}\}$ for total numerical domain). The simulation were performed to study the Q -isolines for three inflow Reynolds number. The coherent structures of different configurations were identified.

KEY WORDS: turbulent boundary layer, fence, numerical method, large-scale coherent structures, identification criterion

ВВЕДЕНИЕ

Исследование турбулентности представляет сложившуюся область знаний, но несмотря на значительные успехи при создании моделей, теоретические подходы о природе турбулентности на уровне фундаментальной науки еще далеки от своей завершенности. Турбулентный режим течения – это наиболее распространенная форма движения жидкости, которая встречается в подавляющем большинстве инженерных задач [1–47]. При описании турбулентного течения как пространственного и нестационарного процесса многие исследователи [5–34, 37–40, 43–47] интерпретируют его как локальное вихревое движение со значитель-

ной завихренностью. Турбулентные вихри различных масштабов вызывают энергичное смешение и эффективные турбулентные напряжения, намного превышающие ламинарные. В турбулентном течении вихри распределены непрерывно и постоянно соприкасаются друг с другом. В результате турбулентность трактуется как каскадный процесс передачи энергии от больших вихрей к малым для случая пренебрежимо малого влияния твердой стенки. В конечном итоге, самые маленькие вихри рассеивают энергию в тепло посредством молекулярной вязкости. Турбулентное движение всегда имеет все три компоненты, даже если у средней скорости есть две составляющие.

Большое число работ [1–47] исследуют: процес-

сы в нестационарных трехмерных турбулентных течениях с отрывом и присоединением потока при наличии преград; структуру пристенной турбулентности; связи между крупными и малыми масштабами; роль анизотропии и взаимодействия между временными и пространственными энергетическими каскадами. Поскольку все эти задачи находятся под влиянием геометрии стенки и формы преграды, много усилий приложено для исследования роли сложной пространственной и временной организации когерентных структур [1–4, 28, 39, 40, 43–47]. Что же касается более тонких характеристик, связанных с пульсационным характером течения, с развитием неустойчивости, исследованием структуры отрывной зоны, то здесь возникают значительные проблемы. Изучение вихревой структуры течений и, в частности, крупномасштабных энергонесущих вихрей, составляет значительную часть современной гидромеханики. Вихревые структуры вносят существенный вклад в процессы переноса. Вихри образуются в результате развития неустойчивости в сдвиговых течениях и при отрывном обтекании тел. Отрыв по своей природе нестационарен и всегда связан с вязким взаимодействием потока с поверхностью и, следовательно, с образованием пограничных слоев.

В широком смысле понятие когерентности включает в себе обоснованную взаимосвязь, эволюционность, последовательность и слаженность определенных характеристик течения, в том числе согласованное протекание волновых или колебательных процессов. Когерентные структуры играют важную роль в порождении, диссипации и переносе турбулентной энергии. Гидродинамической когерентной структурой можно назвать компактное образование, включающее в себя долгоживущую пространственную (обычно, вихревую) структуру, возникающую в результате продолжительного действия динамических градиентов, и продукты ее дискретного когерентного каскадного распада. Когерентная структура содержит как крупномасштабную, так и мелкомасштабную турбулентность. Размеры когерентной структуры нечеткие. Течения, внешние по отношению к главному вихрю, переносят продукты ее распада на значительные расстояния, образуя длинный турбулентный след. Когерентные структуры могут принимать различные формы (от уединенной упорядоченной вихревой структуры до систем периодически распределенных в пространстве гидродинамических возмущений). Часто более мелкие когерентные структуры оказываются вложенными в более крупные.

В работах [43–47] представлены способы разделения турбулентного течения на осредненную, когерентную и хаотическую составляющие для разных типов течений. Наличие организованных турбулентных структур обнаружено как в пристенной, так и во внешней областях пограничного слоя. Причем в каждой из этих областей присутствуют определенные типы когерентных структур, которые имеют свои характерные масштабы и времена жизни. Но эти структуры не существуют обособлено друг от друга, они взаимодействуют, обмениваются энергией, создают пульсации скорости и давления как внутри пограничного слоя, так и на обтекаемой поверхности. Поскольку когерентные структуры диссипируют намного медленнее некогерентных, правильная идентификация таких вихревых структур представляет наибольший интерес при исследовании турбулентных течений. В понимание такой картины течения внесли определенный вклад экспериментальные работы [1–3, 5–7, 27, 28, 36, 37, 39]. На основании работ [4, 28, 39, 40, 43–47] можно полагать, что когерентные структуры имеют место уже при наименьших масштабах, вблизи масштаба вязкой диссипации. Особое внимание уделяется трубчатым (выпуклым) структурам регионов высокой завихренности ("черви"). Термин выпуклые непосредственно связан с этими трубчатыми образованиями. Прямые численные методы [9, 48, 50] решения уравнений Навье-Стокса (DNS) позволяют определить присутствие когерентных структур даже малых масштабов (порядка масштаба вязкой диссипации), в том числе "тонких червей". Отметим, что вычислительная сетка для DNS намного мельче, чем для LES (моделирование крупных вихрей). Минимальный размер когерентных структур, определяемых LES, ограничен размером вычислительной ячейки и шириной фильтра, применяемого в подсеточной модели. Поэтому LES может выявить только более крупные когерентные структуры, согласно его прямому определению – моделирование крупных вихрей. Интересно, что трубчатые выпуклые структуры регионов высокой завихренности наблюдаются при использовании LES [9, 49] вблизи наименьших решаемых численно масштабов, хотя они являются более "толстыми", естественно, согласно выше упомянутым обстоятельствам. Присутствие более крупных "жирных червей" в турбулентности подтверждено при обработке фильтрованных DNS- и LES- данных [9, 48–50]. Подробные количественные сравнения таких структур все еще отсутствуют по причине спорного вопроса о существовании единого надежного критерия при опре-

делении когерентных структур различных масштабов.

Для изучения динамики и механизмов отрыва вихревых структур несжимаемой вязкой жидкости недостаточно трех общеизвестных интуитивных индикаторов вихрей (минимум давления, линии тока и изоповерхности завихренности). Методы идентификации когерентных структур могут быть классифицированы в двух категориях: технологии визуализации течения и статистические методы.

Технологии визуализации течения используют мгновенные величины поля течения для обнаружения наличия специфических структур. На данный момент времени наиболее популярными представителями технологий визуализации течения являются следующие подходы. Рассмотрим расчленение тензора градиентов скорости на симметричную \mathbf{S} и антисимметричную $\mathbf{\Omega}$ части. В работах [43–47] представлены критерии идентификации когерентных структур для несжимаемой жидкости – критерии λ_2 , Q , Δ , H :

i) λ_2 – второе собственное значение характеристического уравнения для тензора $\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2$. Сердцевина вихревого течения определяется как совокупность подобластей течения с отрицательным вторым собственным значением ($\lambda_2 < 0$) в них;

ii) Q – второй инвариант характеристического уравнения тензора градиентов скорости. Критерий $Q > 0$ означает, что завихренность преобладает над деформацией;

iii) $\Delta = (Q/3)^3 + (R/2)^2$. Критерий $\Delta > 0$ требует лишь наличие локального вращения.

iv) спиральность (закручивание) $H = \vec{u} \cdot \vec{\omega}$. Идентификация вихрей происходит при условии $H > 0$.

Применяется также иной метод идентификации вихревых образований – визуализация сдвигового слоя, используя второй инвариант тензора скоростей деформаций S_{ij} :

$$II_S = (S_{ii}S_{jj} + S_{ij}S_{ij})/2.$$

Этот инвариант обеспечивает меру величины деформации независимо от координатной системы. Для $II_S < 0$ сдвиг сильнее, чем растяжение.

Статистические методы часто используются для экспериментальных исследований, но мало пригодны для качественной обработки численных данных, полученных с помощью LES:

а) методы условной выборки [4, 43–47]. Наиболее популярным является метод осреднения по времени на переменном интервале (*variable interval time-averaging* – VITA). Другие методы используют локальные градиенты, высокочастотные

перемежаемости, знак произведения двух компонент скорости. Не удивительно, они устанавливают, что выведенные различные условия дают наличие разных когерентных структур;

б) технологии расщепления [11, 12, 43–47] используют фильтрование структур. Большинство методов основываются на преобразованиях Фурье и расщеплении течения с помощью *wavelet* анализа. Наиболее популярный метод из них – истинное ортогональное расщепление (*proper orthogonal decomposition* – POD);

в) методы распознавания образца [37, 43–47]. Комбинация пространственных корреляций, POD-мод или иной образец с условной выборкой ведет к методам распознавания образца. Эти методы являются популярными у экспериментаторов и очень привлекательны, потому что много альтернативных методов часто требуют взятие производных от измеренных величин, которые в большинстве экспериментов непонятны и ведут к сигналам шума.

Уделим больше внимания следующим определениям. Выше упомянутые (в пунктах i) – iv) и работах [43–47]) критерии идентификации когерентных структур λ_2 , Q , Δ , H , II_S реализуются на основе анализа трехмерного поля скорости, примененного для непрерывных величин, и представлены в аналитическом виде. Ядро вихревого течения определяется как совокупность выпуклых подобластей течения с заданным пороговым значением для каждого из критериев идентификации когерентных структур. Методика выбора этих пороговых значений мало развита.

Для визуализации всего спектра вихревых структур в рамках рассматриваемой задачи в выбранной вычислительной области даже для небольших значений $Re=6000$ необходимо использовать тысячи миллиардов узлов сетки, что технически недостижимо в наше время. Поэтому при использовании гибридного LES/URANS-подхода возможно корректно идентифицировать только крупномасштабные когерентные образования.

Изучение нестационарного трехмерного отрывного турбулентного течения над горизонтальной стенкой и вертикально расположенного на ней двумерного препятствия [1–9, 34, 38] представляет практический интерес. Вычисления на основе DNS, LES, DES или RANS другими авторами ранее не проводились для случая конфигурации течения с преградой, соответствующей экспериментальной работе [1] при разных значениях высоты пограничного слоя и его характеристик на ”входе“ в вычислительную область.

Целью настоящей работы является исследо-



вание проблемы идентификации и визуализации крупномасштабных когерентных структур в турбулентном течении с отрывом и присоединением на основе анализа численных данных, полученных с применением гибридного LES/URANS-подхода, что является развитием работ [8, 34, 38].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ДЛЯ LES

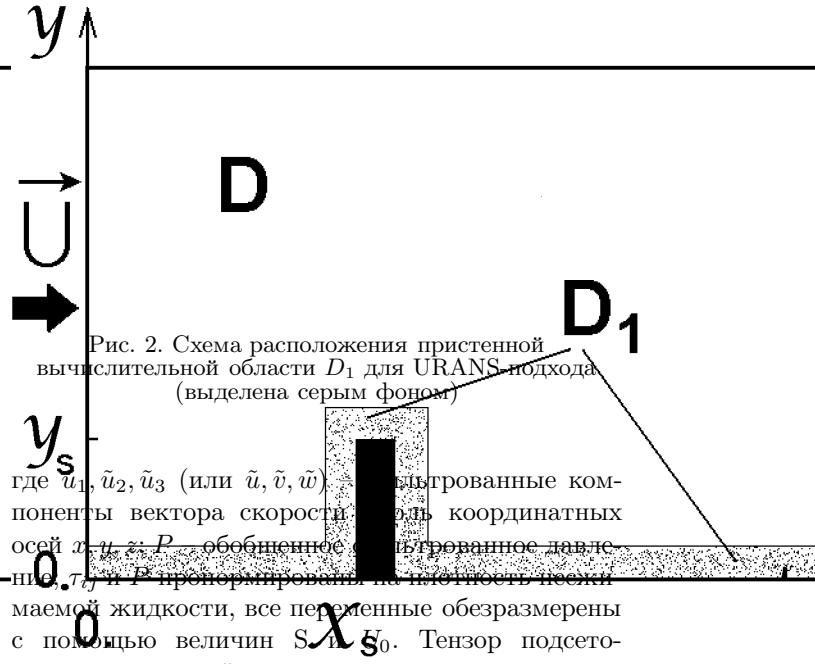
Модель состоит в следующем:

1) турбулентный поток вязкой несжимаемой жидкости при нулевом продольном градиенте давления на внешней границе с постоянными свойствами течет на участке $0 \leq X \leq X_k$ над полубесконечной пластиной с поперечной двумерной преградой; максимальная скорость внешнего потока U_0 ; высота преграды S ; ее длина $0.25S$; стенки пластины и преграды имеют пренебрежимо малую шероховатость; (принципиальная схема течения представлена на рис. 1); 2) исследуется трехмерное турбулентное течение при числе Рейнольдса $Re=U_0S/\nu=10500$ для преграды, числе Рейнольдса $Re_\delta = \{10500; 31500; 52500\}$ для турбулентного пограничного слоя при $X=0$ ($\delta = \{1; 3; 5\}$; $u_* = \{0.052; 0.0465; 0.0442\}$); 3) задача рассматривается в конечной трехмерной вычислительной области с заданными граничными условиями; 4) все параметры и уравнения представлены в безразмерном виде.

Уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости представим в виде безразмерных фильтрованных нестационарных уравнений Навье-Стокса [14–17, 34]:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0,$$



где $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$ (или $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$) – фильтрованные компоненты вектора скорости вдоль координатных осей x, y, z ; P – обобщенное фильтрованное давление; τ_{ij} и P пропорциональны вязкости несжимаемой жидкости, все переменные обезразмерены с помощью величин S и U_0 . Тензор подсеточных напряжений τ_{ij} параметризуется на основе динамической подсеточной модели [10, 34]. Для расчета используется преобразование координат ($y = \eta$, при $\eta \leq 3$ и $y=3+6\{(\eta - 3)/2\}^{1.257}$, при $3 < \eta \leq 5$), которое связывает регулярную, равномерную, не зависящую от времени разностную сетку ($\Delta\eta = \tilde{\Delta}_S$) в вычислительной области с физической областью D_1 с неравномерной сеткой по направлению к внешней границе. Для шагов вычислительной сетки задаем: $\Delta x = \Delta\eta = \Delta z = \tilde{\Delta}_S = 0.05$. В рамках LES-подхода каждое из уравнений (1) дискретизируется на прямоугольной расчетной сетке в вычислительной области $D = \{[0 \leq x \leq x_k; 0 \leq \eta \leq \eta_k]$ минус $[x_s < x < x_d; 0 < \eta < \eta_s]; 0 \leq z \leq z_k\}$, где $x_s=13$; $x_d = x_s+0.25$; $\eta_s=1$; $x_k=40$; $\eta_k=5$; $z_k=7$. В численном методе используется $\{N_x; N_y; N_z\} = \{801; 101; 141\}$ сеточных точек. Для вычисления коэффициента поверхностного трения, применяемого в представленной LES, используется двумерный URANS-подход для области D_1 (рис. 2). Описание граничных условий и деталей численного метода для LES и URANS имеют полностью аналогичный работе [34] вид.

2. КРИТЕРИИ ИДЕНТИФИКАЦИИ КОГЕРЕНТНЫХ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР

Существует очень много различных определений для вихря. Интуитивное представление вихря заключается в том, что он является движением вращения множества материальных частиц вокруг общего центра. Эти интуитивные опреде-

ления часто изображают вихрь в терминах замкнутых или скрученных линий тока или траекторий, минимумов локального давления, контуров и изоповерхностей завихренности. Однако скручивание линий тока или траекторий получается точно для наблюдателя, двигающегося совместно с вихрем, и наличие минимумов локального давления не гарантирует существование вихря (и наоборот). Завихренность описывает формирование, величину и искажение вихря в поле течения. Тензор завихренности является галилеевоинвариантной величиной (т.е. существует независимость от поступательной скорости наблюдателя). Но завихренность не пригодна в качестве характеристики для идентификации вихря, поскольку не может находить отличия между чистым сдвиговым движением и действительным закрученным движением вихря. Это свойство завихренности ведет к искажению геометрии вихря. Для понимания динамики и механизмов отрыва вихревых структур несжимаемой вязкой жидкости недостаточно трех общеизвестных интуитивных индикаторов вихрей (минимума давления, линии тока и изоповерхности завихренности). Поэтому предложены специальные методы визуализации, позволяющие идентифицировать большую часть вихрей в потоке:

1. Для идентификации вихревых образований часто применяется визуализация сдвигового слоя, используя второй инвариант тензора скоростей деформаций $II_S = (S_{ii}S_{jj} + S_{ij}S_{ij})/2$. Это определяет меру величины деформации независимо от координатной системы. Для $II_S < 0$ сдвиг сильнее, чем растяжение.

2. Наиболее перспективный подход поиска когерентных вихревых структур основан на различных характеристиках тензора градиента скорости. Рассмотрим расчленение тензора градиентов скорости $\partial u_i / \partial x_j$ на симметричную (скорость деформации) \mathbf{S} и антисимметричную (вращение) $\mathbf{\Omega}$ части, где

$$|S|^2 = 2S_{ij}S_{ij}; \quad |\Omega|^2 = 2\omega_{ij}\omega_{ij}.$$

У симметричного тензора $A = \mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2$ есть три действительных собственных значения с таким свойством: $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$. На первом этапе вычисляем детерминант матрицы $\det |A - \lambda I| = 0$. Собственные значения определяются из характеристического уравнения $\lambda^3 + P_a \lambda^2 + Q \lambda + R = 0$, где P_a – первый инвариант характеристического уравнения, для несжимаемой жидкости $P_a = 0$; Q – второй инвариант характеристического уравнения; R – третий инвариант.

В работах [43–47] представлены критерии идентификации когерентных структур для несжимаемой жидкости:

1) λ_2 – второе собственное значение характеристического уравнения для тензора $\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2$. Сердцевина вихревого течения определяется как совокупность подобластей с отрицательным вторым собственным значением ($\lambda_2 < 0$) тензора $\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2$ в них. Метод обеспечивает локальность критерия идентификации вихрей. Использование локальных процедур приводит к выбору особого привилегированного направления, которое рассматривается как ось вихря. λ_2 -критерий захватывает расположение минимума давления в плоскости поперек вихря, но не вдоль его.

2) Q – второй инвариант характеристического уравнения тензора градиентов скорости

$$Q = -\frac{1}{2} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}.$$

Предполагается, что когерентные вихри представляют собой вихревые трубки, касательные к вектору скорости. Из этого следует, что такие трубки отображают самый низкий уровень для динамического давления $P = p + \rho \bar{u}^2 / 2$ (статическое давление p). Критерий $Q > 0$ определяет регион наименьшего давления в трубке малого выпуклого сечения (сердцевина трубки). Соотношение $Q = \nabla^2 p / 2$ подразумевает, что Q –критерий содержит в себе намного больше маломасштабной активности, чем критерий, основанный на давлении. Q –критерий выдвигает условие – завихренность преобладает над деформацией если $Q > 0$.

3) $\Delta = (Q/3)^3 + (R/2)^2$. Необходимо, чтобы $\Delta > 0$. Это означает, что дискриминант характеристического уравнения больше нуля. Критерий $\Delta > 0$ требует лишь наличие локального вращения и идентифицирует только сам регион вихря, но без определения направлений его осей. В свою очередь, критерий $Q > 0$ выдвигает более строгое условие (завихренность преобладает над деформацией).

4) Спиральность H определяется как скалярное произведение скорости \vec{u} и завихренности $\vec{\omega}$, а именно, $H = \vec{u} \cdot \vec{\omega}$. Идентификация вихрей с величинами $H > 0$ и ее отличие от нуля отражает нарушение зеркальной симметрии течения. Главный недостаток H –критерия – не выполняется свойство галилеевой инвариантности.

Проведены тестовые визуализации крупномасштабных когерентных структур на основе критериев идентификации λ_2 , Q , II_S , Δ и H . Нужно отметить, что методы Q и λ_2 показали подобные результаты в общем расположении структур для данного типа турбулентного течения. В результа-

те сравнительного анализа применения критериев λ_2 , Q , II_S , Δ и H установлено, что наиболее информативным и физически значимым для крупномасштабных когерентных структур является критерий идентификации Q . Такой критерий также и наиболее часто используется в последние годы в научной литературе [43–47], при этом назначается только одно пороговое значение.

Критерий идентификации $Q > 0$ определяет лишь общее месторасположение когерентных структур без выделения конкретного набора искомым масштабов вихрей. Необходимо, исходя из неких соображений, для определения соответствующей геометрически трехмерной конфигурации поверхности когерентных структур назначить пороговое значение Q , как это обычно делается [43–47]. Но мы исследуем нестационарное отрывное турбулентное течение с трехмерным неравномерным распределением пульсаций скорости. Поэтому для всей вычислительной области нельзя назначать только одно универсальное пороговое значение $Q = Q_s$ при определении видов когерентных структур разных масштабов. В общем случае эффективная визуализация когерентных структур разных размеров для каждого отдельного региона в большой вычислительной области требует выбрать соответствующий набор значений $\{Q_s(x, y, z)\}$. В нашем исследовании предлагается использовать ряд (универсальный во всей большой области) оптимальных значений $\{Q_{si}\}$ при идентификации и визуализации крупномасштабных, но заметно отличающихся по размеру и энергосодержанию когерентных структур для данного типа течений.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Проведена идентификация крупномасштабных когерентных структур на основе численных результатов работы [38] в нестационарном турбулентном течении перед, над и за преградой для числа Рейнольдса $Re = 10500$ при принятых наборах параметров на входе в вычислительную область $Re_\delta = \{10500; 31500; 52500\}$; $\delta = \{1; 3; 5\}$; $u_* = \{0.052; 0.0465; 0.0442\}$, применяя гибридный LES/URANS-подход и его численный алгоритм.

Для вычислений использовался компьютер INTEL PENTIUM COREi5 с тактовой частотой 4 ГГц и оперативной памятью 4 Гб. Статистика была собрана на каждом шаге по времени в процессе расчета полностью нестационарного режима течения. Для одного варианта параметров на входе в вычислительную область было проведено

20000 шагов по времени с $\Delta t = 0.03$ за промежуток времени $T_{calc} = 100$ в безразмерных единицах измерения. Реальное время расчета задачи на компьютере равно 35 минутам.

Результаты идентификации и визуализации крупномасштабных когерентных структур в трехмерном турбулентном течении с преградой на плоской пластине при наличии отрыва и присоединения представлены на следующих графиках. На рис. 3–35 изображены линии уровня мгновенных значений Q при $Re = 10500$; $Re_\delta = \{10500; 31500; 52500\}$; $t = 40$. Осредненный по z размер большой рециркуляционной зоны за преградой x_R^z равен 12.5 ($x = 25.75$). Идентификация крупномасштабных когерентных структур для большой вычислительной обла-

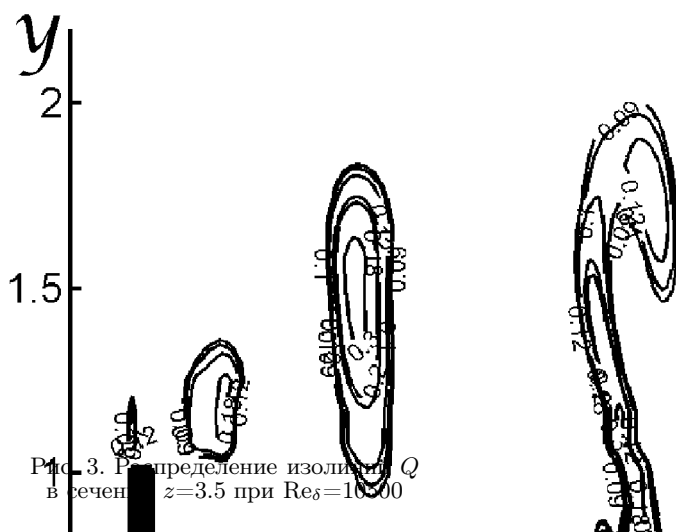


Рис. 3. Распределение изолиний Q в сечении $z=3.5$ при $Re_\delta=10500$



Рис. 4. Распределение изолиний Q в сечении $z=3.5$ при $Re_\delta=31500$

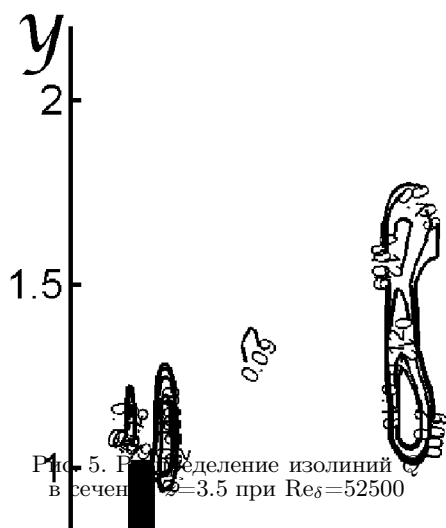


Рис. 5. Распределение изолиний Q вблизи сечения $z=3.5$ при $Re_\delta=52500$



Рис. 7. Распределение изолиний Q вблизи сечения $z=3.5$ при $Re_\delta=31500$



Рис. 6. Распределение изолиний Q вблизи сечения $z=3.5$ при $Re_\delta=10500$

ляет усложнить исследование когерентных структур криволинейной области, так и вблизи криволинейного течения.

На рис. 6–8 показаны линии уровня Q вблизи преграды по сечению $z=3.5$ для случаев $Re_\delta = \{10500; 31500; 52500\}$, соответственно. Перед преградой, примерно на полторы высоты, существует одна крупномасштабная когерентная структура. В данном случае при $z=3.5$ перед вершиной преграды и немного выше нее также наблюдается когерентная структура. Непосредственно видно преимущество визуализации крупномасштабных когерентных структур, используя ряд оптимальных пороговых значений $\{Q_{si}\}$, а не только одну пороговую величину Q .

Это подтверждается результатами, представленными на рис. 12–14, где показаны линии уровня значений Q вблизи преграды по сечению $z=3.75$. При сравнении рис. 6–8 и рис. 12–14 наблюдается заметное отличие в расположении крупномасштабных когерентных структур перед и над преградой, что указывает на их трехмерную конфигурацию при нестационарном обтекании двумерной преграды турбулентным пограничным слоем. Поэтому при условии использования фиксированного набора пороговых значений $\{Q_{si}\}$ существует возможность по-иному образом описать (по характеру изменения Q а именно, его увеличения) направление продвижения к оси трехмерного когерентного образования. Иными словами, только таким способом можно гарантированно выявить ядро вихревой структуры различных типов при условии использования фиксированного набора пороговых значений $\{Q_{si}\}$ для всей большой

сти проводится при помощи ряда оптимальных пороговых значений $\{Q_{si}\} = \{0.09; 0.1; 0.12; 0.15; 0.3; 0.4\}$. На рис. 9–11 представлены изолинии Q вблизи сечения $z=3.5$ в плоскости x для $Re_\delta = \{10500; 31500; 52500\}$ перед, над и за преградой. В области крупномасштабные когерентные структуры перед и над преградой распространяются в направлении вдоль x имеет тенденцию по мере приближения когерентных структур к горизонтальной стенке до зоны вхождения отрывного слоя. Такое поведение подтверждается при сравнительном анализе рис. 3–5. Установлено, что развитие когерентных структур вдоль по потоку имеет очевидные общие черты для случаев $Re_\delta = \{10500; 31500; 52500\}$ по сечению $z=3.5$.

Предлагаемая технология визуализации позво-

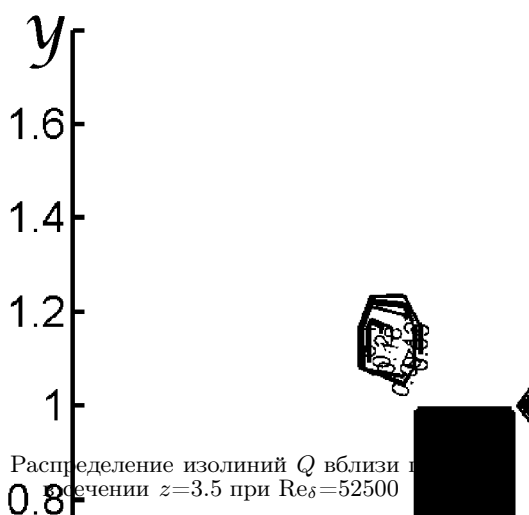


Рис. 8. Распределение изолиний Q вблизи препятствия по сечению $z=3.5$ при $Re_\delta=52500$

вычисленной области для заданного момента времени. Применение одного подхода к визуализации когерентных структур в малой подобласти. В иных случаях можно задавать свое соответствующее изображение структурам Q для каждого вида когерентных структур. При этом способ выбора этой подобласти величины Q необходимо будет каким-то образом обосновать.

На рис. 9–11 представлены линии уровня значений Q по сечению $z=3.75$ в плоскости xu для случаев $Re_\delta=\{10500; 31500; 52500\}$ соответственно. При сравнении рис. 3–5 и рис. 9–11 наблюдается заметное отличие в расположении крупномасштабных когерентных структур перед и над преградой, что подтверждается более подробным изображением структур на рис. 6–8 и рис. 12–14 соответственно. Существование такого рода отличий указывает на трехмерную конфигурацию крупномасштабных когерентных структур при обтекании двумерной преграды турбулентным пограничным слоем. Подтверждением этой тенденции являются следующие результаты расчетов, представленные в плоскости xz .

На рис. 15–35 изображены линии уровня мгновенных значений Q в плоскости xz в различных сечениях по $y=\{0.08; 0.5; 1.; 1.5\}$ для случаев $Re_\delta=\{10500; 31500; 52500\}$ соответственно. Отметим, что плоская вершина преграды находится на высоте $y=1$.

На рис. 15 представлены линии уровня мгновенных значений Q по сечению $y=0.08$ при $Re_\delta=10500$. Вблизи поверхности вдоль оси x перед преградой наблюдаются округлые когерентные

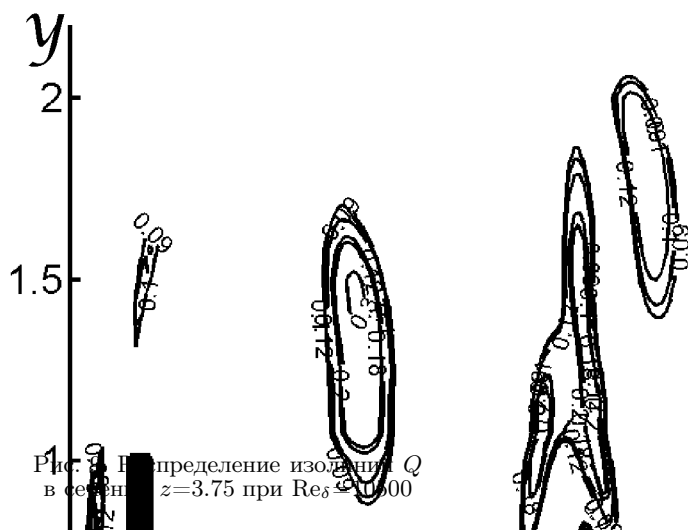


Рис. 9. Распределение изолиний Q в сечении $z=3.75$ при $Re_\delta=10500$

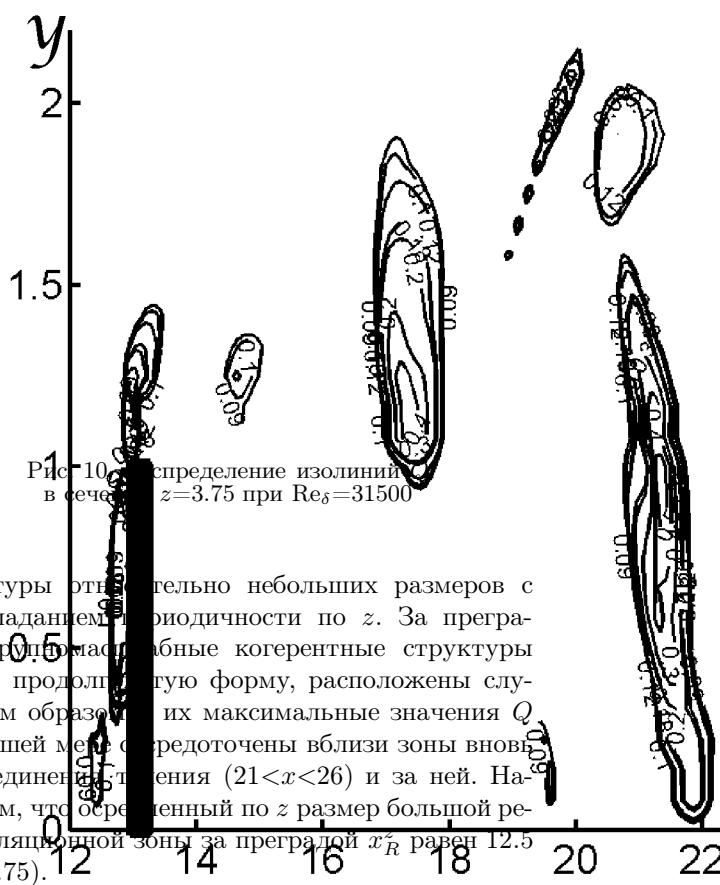


Рис. 10. Распределение изолиний Q в сечении $z=3.75$ при $Re_\delta=31500$

структуры относительно небольших размеров с преобладанием периодичности по z . За преградой крупномасштабные когерентные структуры имеют продолговатую форму, расположены случайным образом, их максимальные значения Q в большей мере сосредоточены вблизи зоны вновь присоединения ($21 < x < 26$) и за ней. Напомним, что осредненный по z размер большой рециркуляционной зоны за преградой x_R^* равен 12.5 ($x=25.75$).

На рис. 16 видны линии уровня значений Q по сечению $y=0.5$ при $Re_\delta=10500$. Наблюдаются различные конфигурации когерентных структур вдоль по потоку. Перед преградой существуют округлые крупномасштабные когерентные структуры с периодичностью по z . За преградой крупномасштабные когерентные структуры: име-

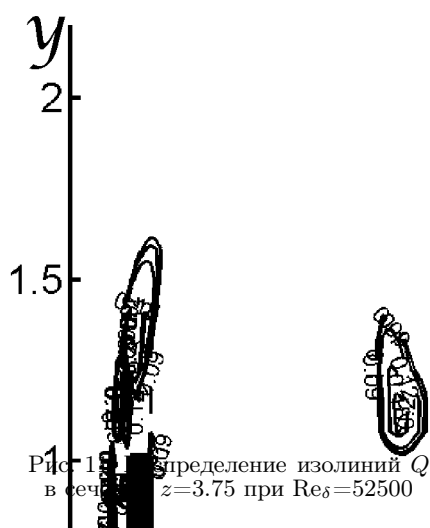


Рис. 11. Распределение изолиний Q в сечении $z=3.75$ при $Re_\delta=52500$

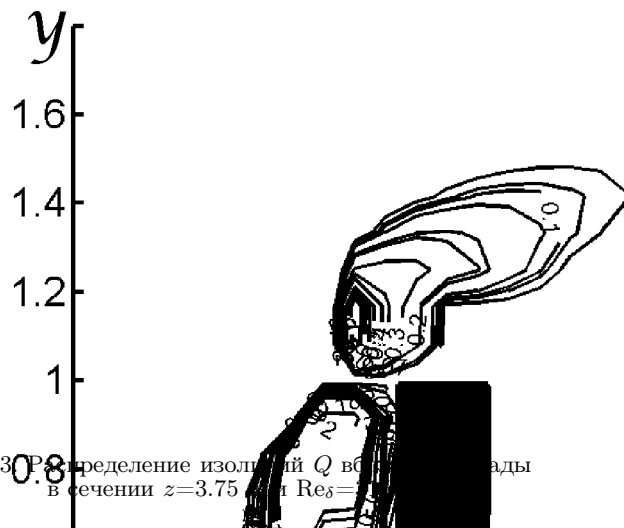


Рис. 13. Распределение изолиний Q в сечении $z=3.75$ при $Re_\delta=10500$

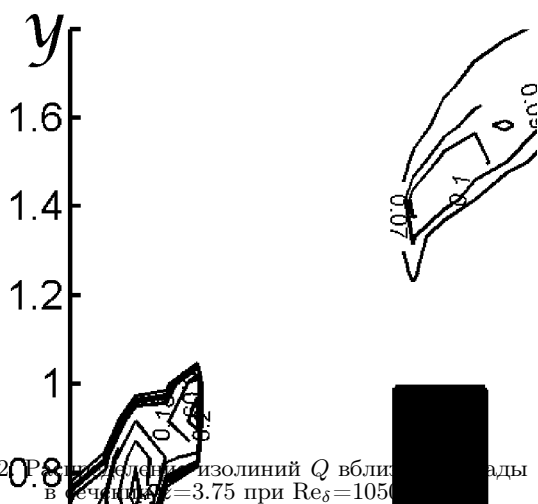


Рис. 12. Распределение изолиний Q вблизи преграды в сечении $z=3.75$ при $Re_\delta=10500$

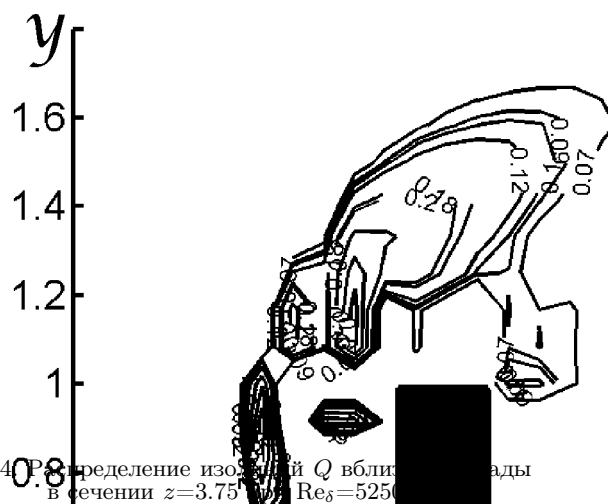


Рис. 14. Распределение изолиний Q вблизи преграды в сечении $z=3.75$ при $Re_\delta=52500$

ют различные конфигурации, расположенные случайным образом, занимают большую часть в сравнении с рис. 15 и имеют более высокие значения Q . Предложенная визуализация крупномасштабных когерентных структур, используя ряд оптимальных пороговых значений, позволяет эффективно выявить направления при приближении к оси когерентной структуры даже при ее сложной геометрической конфигурации.

На рис. 17 показаны изолинии Q по сечению $y=1$ при $Re_\delta=10500$. По сравнению с рис. 16, перед преградой все также расположены округлые когерентные структуры с периодичностью по z , но периодичность уже иная, чем по сечению $y=0.5$ (рис. 16) и размеры образований меньше. Крупномасштабные когерентные структуры за преградой: 1) вытянуты преимущественно вдоль оси z в зо-

не $16 < x < 20$; 2) расположены случайным образом при $x > 20$. Они занимают большую часть в сравнении с рис. 16 и имеют более высокие значения Q .

На рис. 18 представлены линии уровней значений Q по сечению $y=1.5$ (выше плоской поверхности) при $Re_\delta=10500$. Над преградой наблюдаются когерентные образования округлой формы, периодические по z . По сравнению с $y=0.5$ (рис. 16) для структур перед преградой, периодичность образований над преградой в несколько раз больше, как и их количество. За преградой в зоне ($16 < x < 18$) наблюдаются округлые крупномасштабные когерентные структуры (периодические по z), которые соединены в цепочку и вытянуты вдоль оси z . На участке $19 < x < 22$ постепенно изменяется конфигурация когерентных структур. Они уже располага-

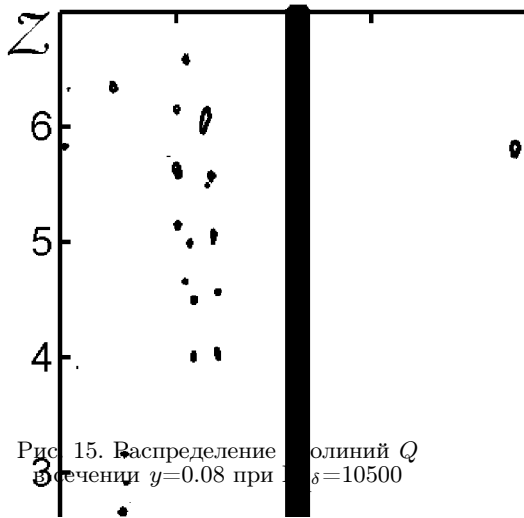


Рис. 15. Распределение изолиний Q в сечении $y=0.08$ при $Re_\delta=10500$

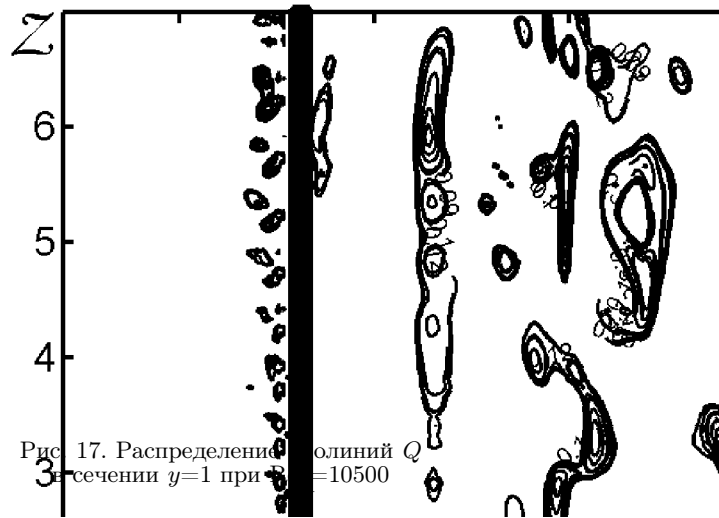


Рис. 17. Распределение изолиний Q в сечении $y=1$ при $Re_\delta=10500$

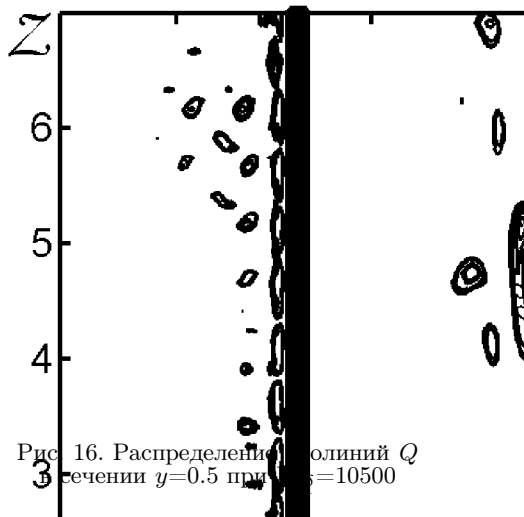


Рис. 16. Распределение изолиний Q в сечении $y=0.5$ при $Re_\delta=10500$

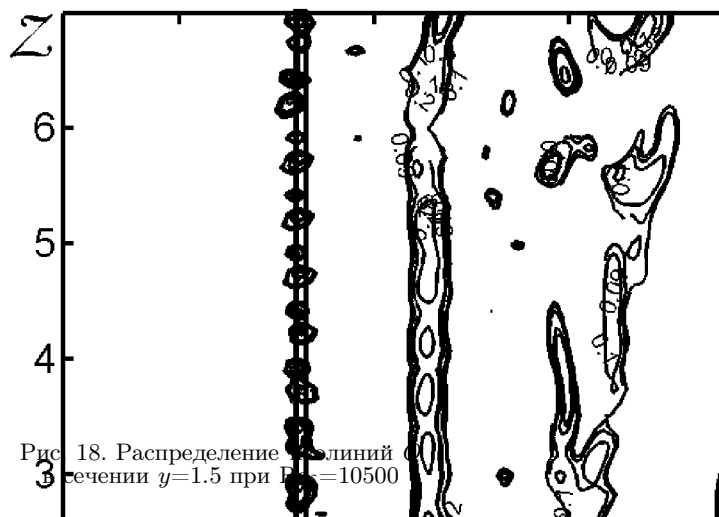


Рис. 18. Распределение изолиний Q в сечении $y=1.5$ при $Re_\delta=10500$

ются не в ряд, а только преимущественно вытянуты вдоль оси z . В зоне $x > 23$ когерентные структуры имеют хаотическое распределение и количество их меньше. Это указывает на тенденцию постепенного приближения крупномасштабных когерентных структур к горизонтальной стенке за преградой при их движении вдоль по потоку, что подтверждается анализом рис. 15–5, 9–11.

На рис. 19–21 показаны изолинии Q вблизи преграды при $Re_\delta=10500$ в сечениях $y=\{0.3; 1; 1.5\}$ соответственно. С ростом y (в пределах $0.4 < y < 1.7$) наблюдается тенденция к изменению конфигурации и растяжению вдоль оси x крупномасштабных когерентных структур с последовательным смещением их вдоль основного потока.

На рис. 22–25 приведены линии уровня мгновенных значений Q при $Re_\delta=31500$ в сечениях

$y=\{0.08; 0.5; 1; 1.5\}$ соответственно. На рис. 22 представлены изолинии Q по сечению $y=0.08$ при $Re_\delta=31500$. Вблизи поверхности вдоль оси x перед преградой наблюдаются округлые когерентные структуры относительно небольших размеров с преобладанием периодичности по z еще меньших размеров, чем для случая $Re_\delta=10500$ (рис. 15). Крупномасштабные когерентные структуры расположены за преградой случайным образом, имеют преимущественно вытянутую форму и их максимальные значения Q в большей мере сосредоточены вблизи зоны вновь присоединения течения ($21 < x < 26$) и за ней (аналогично рис. 15).

На рис. 23 видны линии уровня значений Q по сечению $y=0.5$ при $Re_\delta=31500$. Перед преградой наблюдаются также округлые крупномасштабные когерентные структуры с периодичностью по z . За

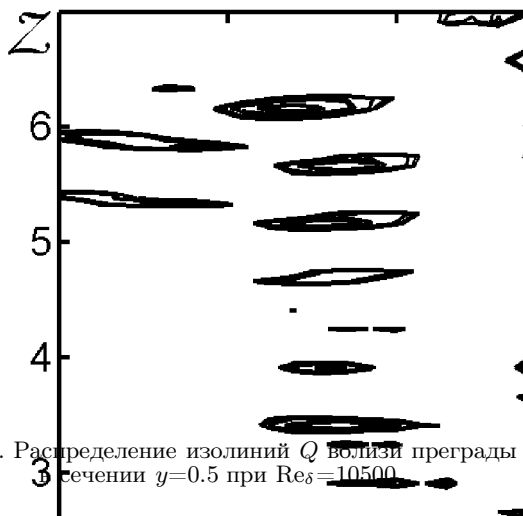


Рис. 19. Распределение изолиний Q вблизи преграды в сечении $y=0.5$ при $Re_\delta=10500$

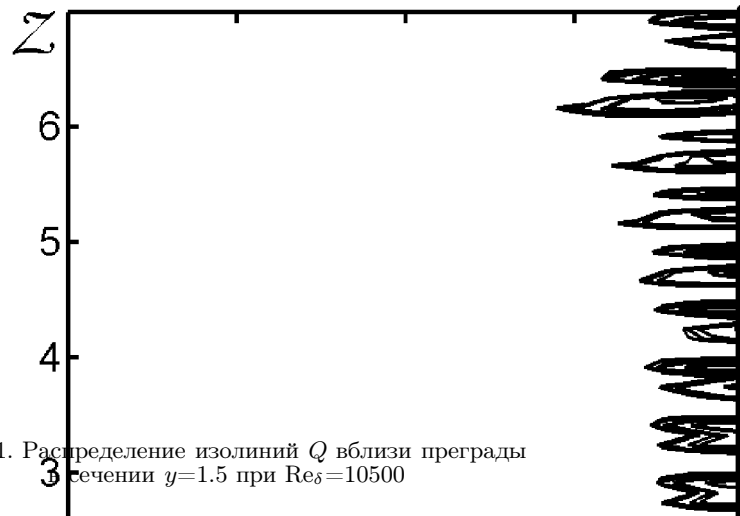


Рис. 21. Распределение изолиний Q вблизи преграды в сечении $y=1.5$ при $Re_\delta=10500$

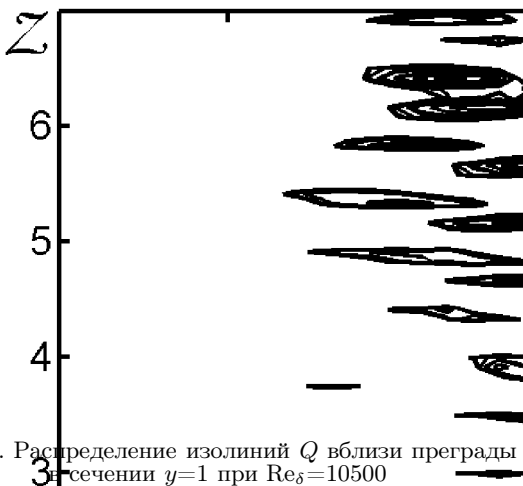


Рис. 20. Распределение изолиний Q вблизи преграды в сечении $y=1$ при $Re_\delta=10500$

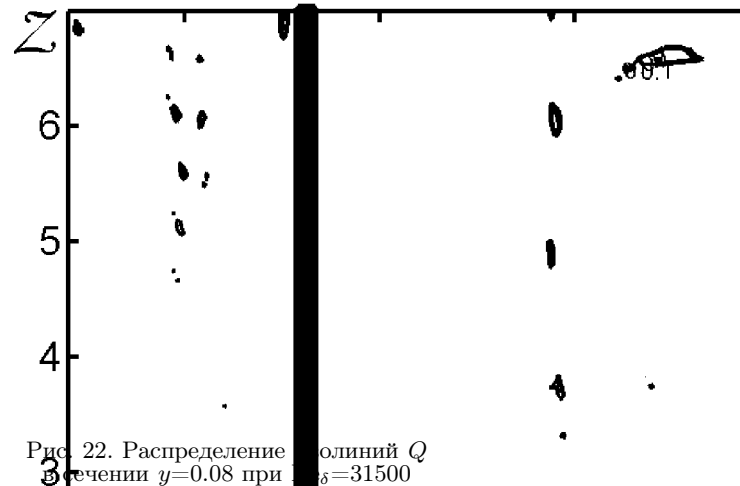


Рис. 22. Распределение изолиний Q в сечении $y=0.08$ при $Re_\delta=31500$

преградой крупномасштабные когерентные структуры: имеют различные конфигурации, расположены случайным образом, их количество меньше в сравнении с рис. 16 ($Re_\delta=10500$).

На рис. 24 показаны изолинии Q по сечению $y=1$ при $Re_\delta=31500$. Округлые крупномасштабные когерентные структуры с периодичностью по z расположены перед преградой. Крупномасштабные когерентные структуры за преградой: 1) вытянуты преимущественно вдоль оси z в зоне $16 < x < 20$; 2) расположены случайным образом при $x > 20$. Структуры имеют меньшие пиковые значения Q в сравнении с рис. 17 ($Re_\delta=10500$).

На рис. 25 представлены линии уровня значений Q по сечению $y=1.5$ (выше плоской вершины) при $Re_\delta=31500$. Над преградой расположены образования округлой формы, периодиче-

ские по z . В сравнении с рис. 18 ($Re_\delta=10500$): 1) структуры имеют меньшие пиковые значения Q ; 2) над преградой уменьшается количество крупномасштабных образований округлой формы, периодических по z ; 3) за преградой при продвижении вдоль основного потока наблюдается тенденция к тому, что округлые крупномасштабные когерентные структуры (периодические по z) соединяются в цепочку и вытянуты вдоль оси z .

На рис. 26–28 показаны изолинии Q вблизи преграды при $Re_\delta=31500$ в сечениях $y=\{0.5; 1; 1.5\}$ соответственно. Наблюдается уменьшение размеров и интенсивности крупномасштабных когерентных структур перед и над преградой на рис. 27, 28 в сравнении с рис. 20, 21 ($Re_\delta=10500$).

На рис. 29 представлены линии уровня мгновенных значений Q по сечению $y=0.08$ при

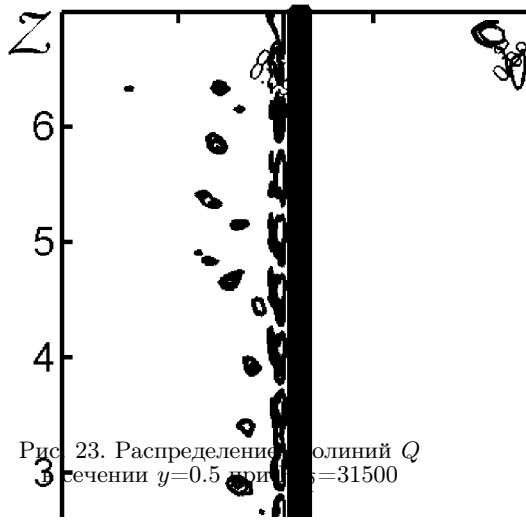


Рис. 23. Распределение изолиний Q по сечению $y=0.5$ при $Re_\delta=31500$

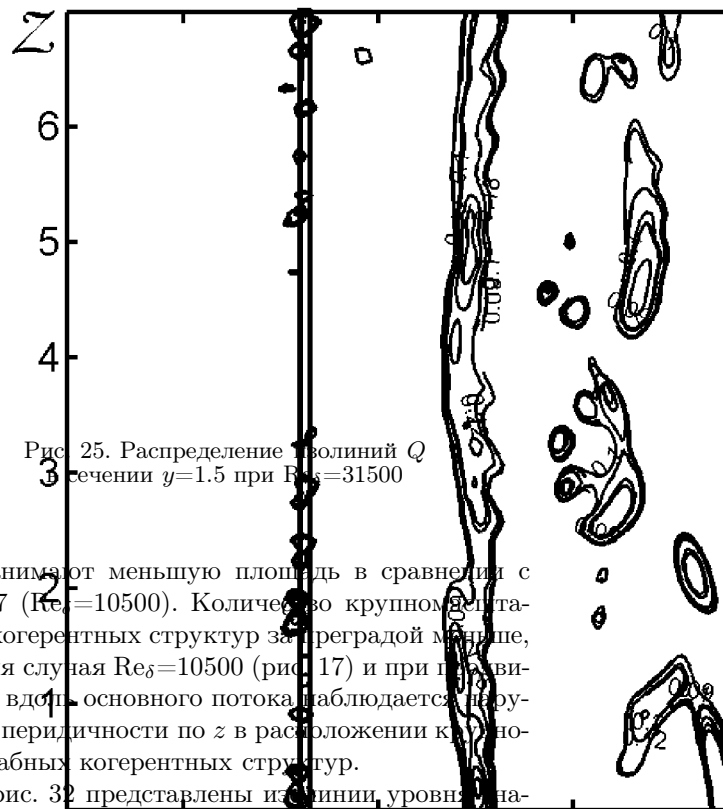


Рис. 25. Распределение изолиний Q по сечению $y=1.5$ при $Re_\delta=31500$

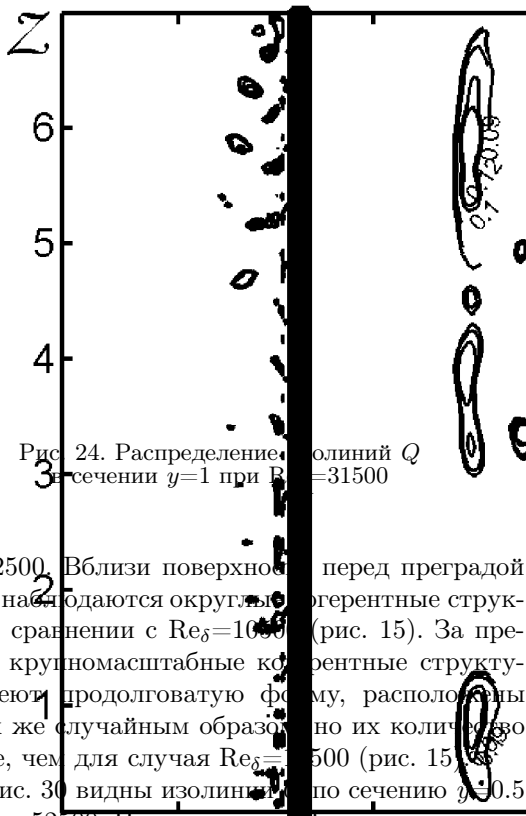


Рис. 24. Распределение изолиний Q по сечению $y=1$ при $Re_\delta=31500$

$Re_\delta=52500$. Вблизи поверхности перед преградой уже не наблюдаются округлые когерентные структуры в сравнении с $Re_\delta=10500$ (рис. 15). За преградой крупномасштабные когерентные структуры имеют продолговатую форму, расположены все так же случайным образом, но их количество меньше, чем для случая $Re_\delta=10500$ (рис. 15).

На рис. 30 видны изолинии Q по сечению $y=0.5$ при $Re_\delta=52500$. Перед преградой все также существуют округлые крупномасштабные когерентные структуры с периодичностью по z . За преградой количество крупномасштабных когерентных структур меньше, чем для случая $Re_\delta=10500$ (рис. 16).

На рис. 31 показаны линии уровня значений Q по сечению $y=1$ при $Re_\delta=52500$. Перед преградой расположены округлые крупномасштабные когерентные структуры с периодичностью по z , но

они занимают меньшую площадь в сравнении с рис. 17 ($Re_\delta=10500$). Количество крупномасштабных когерентных структур за преградой меньше, чем для случая $Re_\delta=10500$ (рис. 17) и при движении вдоль основного потока наблюдается нарушение периодичности по z в расположении крупномасштабных когерентных структур.

На рис. 32 представлены изолинии уровня значений Q по сечению $y=1.5$ (выше плоской вершины) при $Re_\delta=52500$. В сравнении с рис. 19 ($Re_\delta=10500$): 1) структуры имеют меньшие пиковые значения Q и их количество меньше; 2) выше плоской вершины уменьшается количество крупномасштабных образований округлой формы периодических по z ; 3) за преградой заметно ослабевает тенденция к тому, что округлые крупномасштабные когерентные структуры (периодические по z) соединяются в цепочку и вытянуты вдоль оси.

На рис. 33–35 показаны изолинии Q вблизи преграды при $Re_\delta=52500$ в сечениях $y=\{0.5; 1; 1.5\}$ соответственно. К отличительным чертам можно отнести то, что наблюдается заметное уменьшение размеров пиковых значений Q для крупномасштабных когерентных структур перед и над преградой на рис. 34, 35 в сравнении с рис. 20, 21 ($Re_\delta=10500$).

На основе сравнительного анализа рис. 20, 27, 34 и рис. 21, 28, 35 установлено, что увеличение Re_δ ведет к уменьшению размеров и интенсивности крупномасштабных когерентных структур: 1) перед преградой на уровне ее плоской вершины $y=1$ (рис. 20, 27, 34); 2) над преградой по сечению $y=1.5$ (рис. 21, 28, 35). Важно отметить, что только за преградой в зоне ($16 < x < 18$) обнаруже-

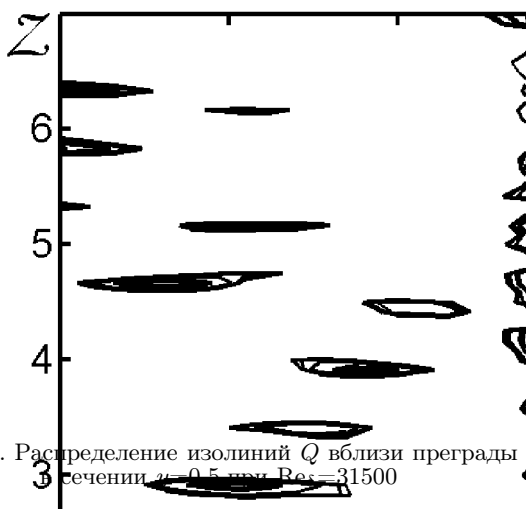


Рис. 26. Распределение изолиний Q вблизи преграды в сечении $x=0.5$ при $Re_\delta=31500$

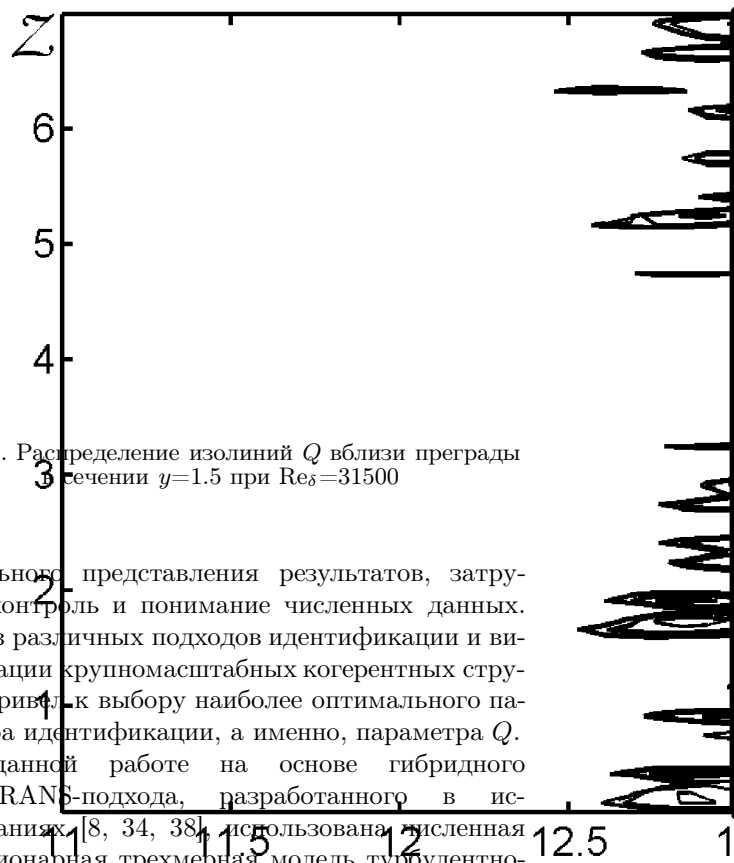


Рис. 28. Распределение изолиний Q вблизи преграды в сечении $y=1.5$ при $Re_\delta=31500$

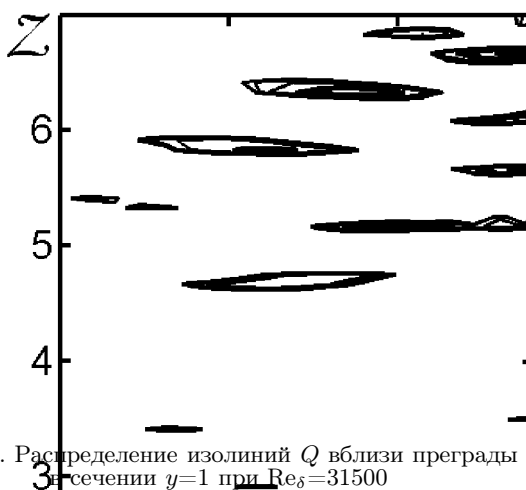


Рис. 27. Распределение изолиний Q вблизи преграды в сечении $y=1$ при $Re_\delta=31500$

ны округлые трехмерные крупномасштабные когерентные структуры (периодические по z), которые соединены в цепочку и вытянуты в направлении z (рис. 18, 25, 32 по сечению $y=1.5$). Следовательно, при обтекании "двумерного" препятствия (с геометрической симметрией вдоль оси z) турбулентным потоком не существует аналогичных "двумерных" когерентных структур в пространстве, что подтверждает общее положение о трехмерном характере турбулентности.

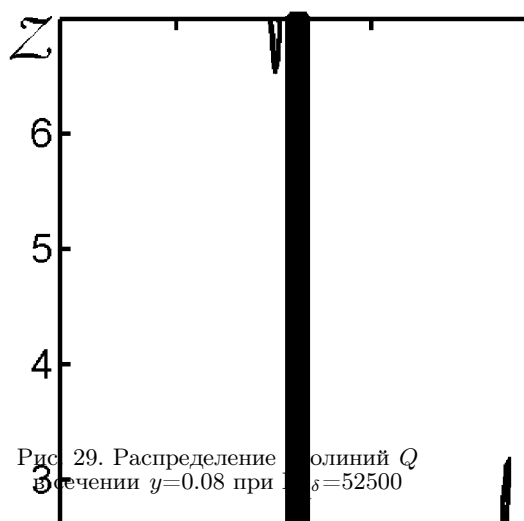
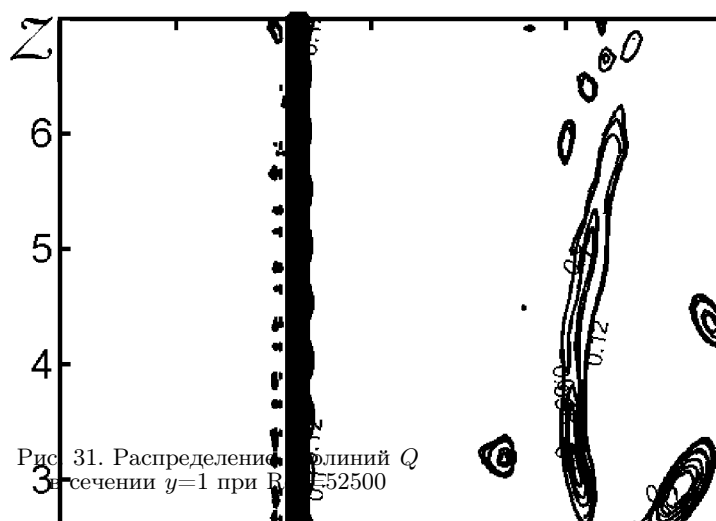
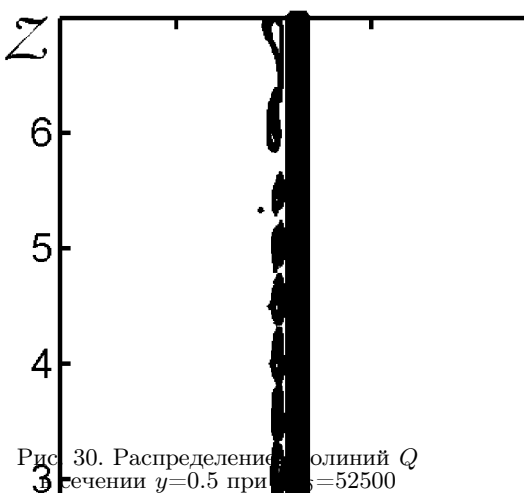
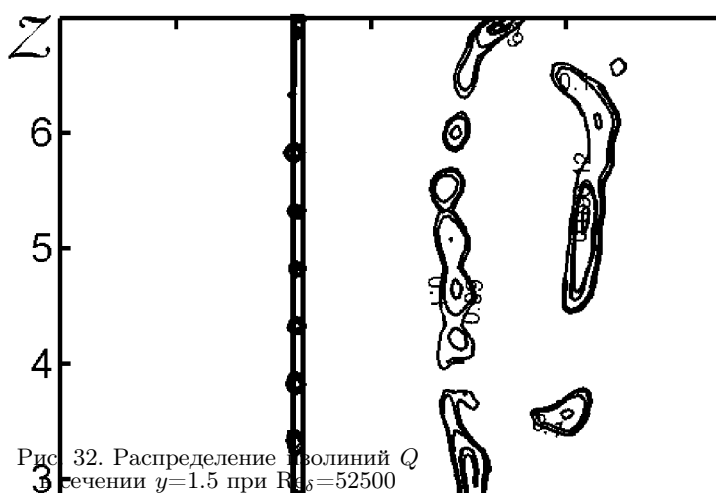
ВЫВОДЫ

Рассмотрены концепции и методы визуального представления результатов численных исследований. Трехмерность моделируемого нестационарного течения создает существенные трудности для

визуального представления результатов, затрудняя контроль и понимание численных данных. Анализ различных подходов идентификации и визуализации крупномасштабных когерентных структур привел к выбору наиболее оптимального параметра идентификации, а именно, параметра Q .

В данной работе на основе гибридного LES/URANS-подхода, разработанного в исследованиях [8, 34, 38], использована численная нестационарная трехмерная модель турбулентного течения несжимаемой жидкости с поперечной преградой на стенке для ряда параметров первоначального турбулентного пограничного слоя с нулевым поперечным градиентом давления. В модели все уравнения и уравнения имеют безразмерный вид. Численная модель содержит три основных параметра: 1) число Рейнольдса Re_δ ; 2) число Рейнольдса турбулентного пограничного слоя Re_τ при $x=0$; 3) динамическая вязкость ν^* . Динамическая подсеточная модель имеет параметр C_V . Впервые в работе гибридного LES/URANS-подхода для отрыва нестационарного трехмерного турбулентного течения несжимаемой жидкости с поперечной преградой на стенке для ряда параметров ($Re_\delta=\{10500; 31500; 52500\}$; $Re_\tau=\{1; 3; 5\}$; $\nu^*=\{0.052; 0.0465; 0.0442\}$) получены новые численные значения компонент скорости и параметра Q в пространстве для мгновенных величин. Установлено, что увеличение Re_δ ведет к уменьшению размеров и интенсивности крупномасштабных когерентных структур перед преградой на уровне ее плоской вершины и непосредственно над ней.

Правильная взаимосвязь входных условий

Рис. 29. Распределение изолиний Q в сечении $y=0.08$ при $Re_\delta=52500$ Рис. 31. Распределение изолиний Q в сечении $y=1$ при $Re_\delta=52500$ Рис. 30. Распределение изолиний Q в сечении $y=0.5$ при $Re_\delta=52500$ Рис. 32. Распределение изолиний Q в сечении $y=1.5$ при $Re_\delta=52500$

(численно-аналитический способ задания), сравнительно большой размер вычислительной области (особенно в поперечном направлении z), адекватность и точность численного алгоритма гибридного LES/URANS-подхода позволили получить новые результаты о трехмерном характере распределения когерентных структур перед, над и за двумерной преградой и определить отличия при разных параметрах первоначального турбулентного пограничного слоя.

Разработана новая технология идентификации и визуализации крупномасштабных когерентных структур, которая основана на применении ряда пороговых значений параметра Q в большой вычислительной области. В исследованиях других авторов [40, 43–52] используется визуализация изоповерхности только при одном пороговом значе-

нии Q в трехмерном пространстве, что приводит к неточной идентификации крупномасштабных когерентных структур для разных типов течений. В каждой из этих работ [40, 43–52] пороговая величина Q назначается на усмотрение автора при условии $Q > 0$ и все пороговые Q в каждом исследовании абсолютно разные. Даже для одного типа течения не существует общепринятой единой пороговой величины Q для визуализации изоповерхности. Выбор значения Q для определения поверхности когерентных структур в трехмерном пространстве влечет за собой существенные изменения в геометрических размерах визуализируемых вихревых образований, а именно, чем больше пороговое Q тем меньше размеры изображаемых когерентных структур. Применение одной пороговой величины параметра Q может быть эф-

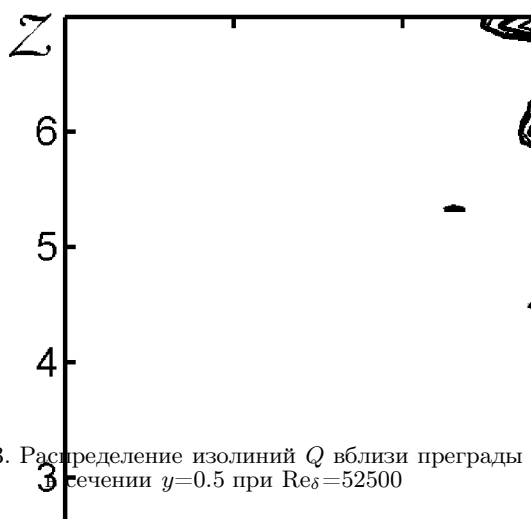


Рис. 33. Распределение изолиний Q вблизи преграды в сечении $y=0.5$ при $Re_\delta=52500$

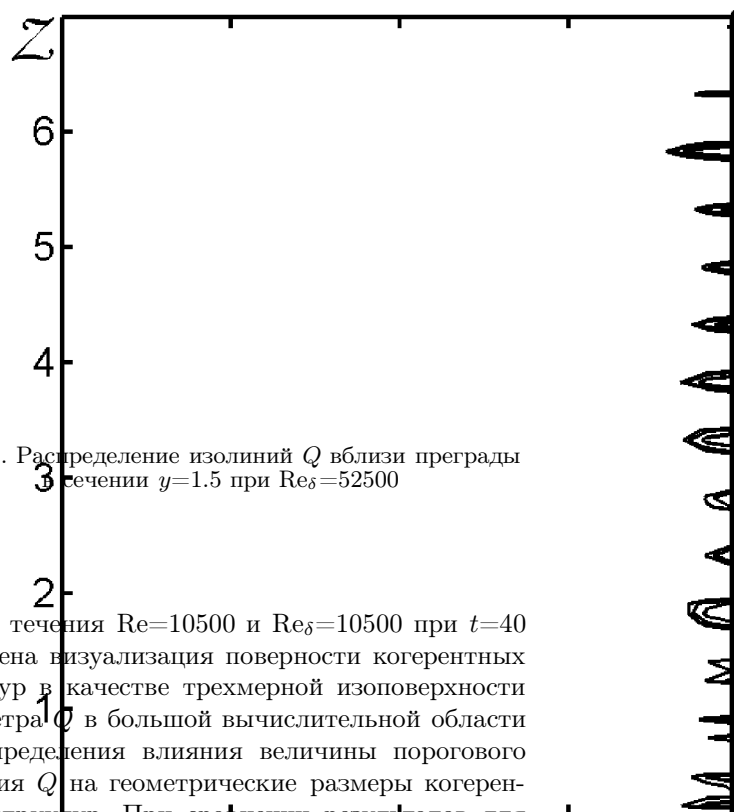


Рис. 35. Распределение изолиний Q вблизи преграды в сечении $y=1.5$ при $Re_\delta=52500$

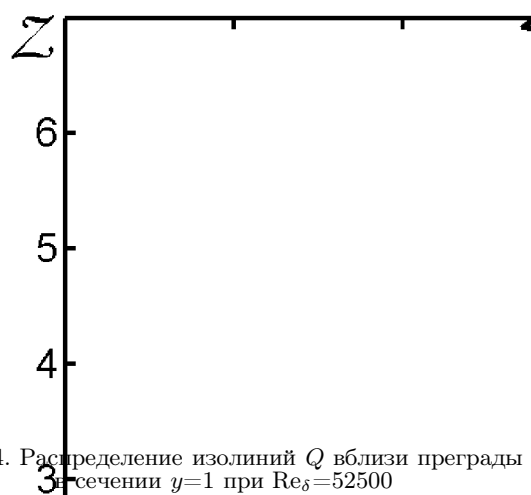


Рис. 34. Распределение изолиний Q вблизи преграды в сечении $y=1$ при $Re_\delta=52500$

эффективно только при визуализации когерентных структур в малой подобласти для заданного мгновения времени. Для любой другой малой подобласти при различных мгновениях времени потребуется назначать свое пороговое значение Q для каждого вида когерентных структур. Способ выбора этой пороговой величины будет носить всегда субъективный характер. Визуализация изоповерхности только при одном выбранном пороговом значении Q в большой вычислительной области для различных мгновений времени может выявить когерентные структуры не во всех подобластях и только определенного типа, а может и вовсе ничего не визуализировать. Одно пороговое значение Q не в состоянии учитывать все многообразие типов когерентных структур при их эволюции в большой области. В нашем исследовании для

случая течения $Re=10500$ и $Re_\delta=10500$ при $t=40$ проведена визуализация поверхности когерентных структур в качестве трехмерной изоповерхности параметра Q в большой вычислительной области для определения влияния величины порогового значения Q на геометрические размеры когерентных структур. При сравнении результатов для $Q=0.008$ и $Q=0.2$ выявлено, что размеры когерентных структур отличаются в 5–10 раз (чем больше пороговое Q тем меньше размеры структур). Для правильного физического понимания механизмов вихреобразования когерентных типов течений в большой вычислительной области предпочтительнее изображать когерентные структуры с помощью линий урвановых плоскостях, используя ряд пороговых критических значений $\{Q_{si}\}$. Термин "пороговое" понимается новым смыслом. Это уже не идеальное представление (как критерием для выделения оболочки твердого тела) о поверхности, отделяющей вихрь и окружающую среду. В предлагаемой технологии идентификации когерентных структур "пороговые" значения для Q определяют в приближения к оси трехмерной когерентной структуры при исследовании значения Q в окрестности в турбулентном режиме.

Представленная новая технология идентификации и визуализации способна эффективно выявить крупномасштабные когерентные структуры в большой области с требуемой точностью.

Гибридный LES/URANS-подход правомерно использовать для расчетов в диапазоне $5000 < Re < 10^{10}$. Разработанная технология идентификации и визуализации когерентных структур не имеет ограничений по числу Рейнольдса.

1. Siller H., Fernholtz H. Control of separated flow downstream of a two-dimensional fence by low-frequency forcing // *Appl.Sci.Res.*– 1997.– v.57.– P. 309–318.
2. Good M., Joubert P. The form drag of two-dimensional bluff-plates immersed in turbulent boundary layers // *J.Fluid.Mech.*– 1968.– v.31.– P. 547–582.
3. Siller H., Fernholtz H. Separation behavior in front of two-dimensional fence // *Eur.J.Mech.B-Fluids.*– 2001.– v.20,N5.– P. 727–740.
4. Hudy L., Naguiba A., Humphreys W. Stochastic estimation of a separated-flow field using wall-pressure-array measurements // *Phys.Fluids.*– 2007.– v.19.– P. 024103.
5. Ranga Raju K., Loeser J., Plate E. Velocity profiles and fence drag for a turbulent boundary layer along smooth and rough flat plates // *J.Fluid.Mech.*– 1976.– v.76(2).– P. 383–399.
6. Siller H., Fernholz H. Manipulation of the reverse-flow region downstream of a fence by spanwise vortices // *Eur.J.Mech.B-Fluids.*– 2007.– v.26,N2.– P. 236–257.
7. Aoki K., Kanba K., Takata S. Numerical analysis of a supersonic rarefied gas flow past a flat plate // *Phys.Fluids.*– 1997.– v.9,N4.– P. 1144–1161.
8. Кузьменко В.Г. Численное моделирование турбулентного пристенного течения с преградой на основе гибридного LES/RANS-подхода // *Прикладна гідромеханіка.*– 2011.– **13(85)**, N3.– С. 48–60.
9. Orellano A., Wengle H. Numerical simulation (DNS and LES) of manipulated turbulent boundary layer flow over a surface-mounted fence // *Eur.J.Mech.B-Fluids.*– 2000.– v.19,N5.– P. 765–788.
10. Germano M., Piomelli U., Moin P., Cabot W. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model // *Phys.Fluids A.*– 1991.– v.3,N7.– P. 1760–1765.
11. VerHulst C., Meneveau C. Large eddy simulation study of the kinetic energy entrainment by energetic turbulent flow structures in large wind farms // *Physics of fluids.*– 2014.– v.26.– P. 025113.
12. Selimefendigil F., Polifke W. Nonlinear, Proper-Orthogonal-Decomposition-Based Model of Forced Convection Heat Transfer in Pulsating Flow // *AI- AA J.*– 2014.– v.52, N1.– P. 131–145.
13. Piomelli U., Balaras E. Wall-layer models for Large-Eddy Simulations // *Annu.Rev.Fluid.Mech.*– 2002.– v.34.– P. 349–374.
14. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме развитой шероховатости на основе LES-технологии // *Прикладна гідромеханіка.*– 2002.– **4(76)**, N3.– С. 31–41.
15. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме промежуточной шероховатости // *Прикладна гідромеханіка.*– 2003.– **5(77)**, N2.– С. 27–36.
16. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя на основе экономичной LES-технологии // *Прикладна гідромеханіка.*– 2004.– **6(78)**, N1.– С. 19–24.
17. Кузьменко В.Г. Динамические подсеточные модели для LES-технологии // *Прикладна гідромеханіка.*– 2004.– **6(78)**, N3.– С. 22–27.
18. Кузьменко В.Г. Численное моделирование турбулентного течения с отрывом в асимметричном канале на основе гибридной LES/RANS-технологии // *Прикладна гідромеханіка.*– 2010.– **12(84)**, N3.– С. 24–36.
19. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.– М.: Инлит, 1956.– 528 с.
20. Бабенко В.В., Канарский М.Б., Коробов Б.И. Пограничный слой на эластичных пластинах.– К.: Наукова думка, 1993.– 264 с.
21. Ligrani P., Moffat R. Structure of transitionally rough and fully rough turbulent boundary layers // *J.Fluid.Mech.*– 1986.– v.162.– P. 69–98.
22. Ротта И.К. Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости.– Л.: Судостроение, 1967.– 232 с.
23. Кузьменко В.Г. Численное моделирование нестационарного турбулентного течения с отрывом над впадиной и внутри впадины // *Прикладна гідромеханіка.*– 2009.– **11(83)**, N3.– С. 28–41.
24. Breuer M. Wall models for LES of separated flows // *ERCOfTAC Bulletin.*– 2007.– N72.– P. 13–18.
25. Hoyas S., Jimenez J. Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to $Re_\tau=2003$ // *Phys.Fluids.*– 2006.– v.18.– P. 011702.
26. Diurno G.V., Balaras E., Piomelli U. Wall-layer models of separated flows // In *Modern simulation strategies for turbulent flux*, ed. B.Geurts.– Philadelphia.– 2001.– P. 207–222.
27. Perry A.E., Henbest S.M., Chong M.S. A theoretical and experimental study of wall turbulence // *J.Fluid.Mech.*– 1986.– v.165.– P. 163–199.
28. Zhou J., Adrian R., Balachandar S. Autogeneration of near-wall vortical structures in channel flow // *Phys.Fluids.*– 1996.– v.8.– P. 288–305.
29. Jakirlic S. Wall modelling in LES: method development and application // *ERCOfTAC Bulletin.*– 2007.– N72.– P. 5–6.
30. Fubery C. On LES and DES of wall bounded flows // *ERCOfTAC Bulletin.*– 2007.– N72.– P. 67–72.
31. DeGraaf D., Eaton J. Reynolds-number scaling of the flat-plate turbulent boundary layer // *J.Fluid.Mech.*– 2000.– v.422.– P. 319–346.
32. Kaltenbach H. A priori testing of wall models for separated flows // *Phys.Fluids.*– 2003.– v.15,N10.– P. 3048–3064.
33. Кузьменко В.Г. Численное моделирование турбулентного течения с отрывом за обратным уступом // *Прикладна гідромеханіка.*– 2007.– **9(81)**, N4.– С. 37–48.
34. Кузьменко В.Г. Численное моделирование нестационарного турбулентного течения с преградой на основе гибридного LES/URANS-подхода // *Прикладна гідромеханіка.*– 2013.– **15(87)**, N2.– С. 22–36.
35. Klebanoff P.S., Claveland W.G., Tidstrom K.D. On the evolution of a turbulent boundary layer induced by a three-dimensional roughness element // *J.Fluid.Mech.*– 1992.– v.237.– P. 101–187.
36. Perry A.E., Lim K.L., Henbest S.M. An experimental study of the turbulence structure in smooth- and rough-wall boundary layers // *J.Fluid.Mech.*– 1987.– v.177.– P. 437–468.
37. Balint J., Wallace J., Vukoslavcevic P. The velocity and vorticity vector fields of a turbulent boundary layer. Part 2. Statistical properties // *J.Fluid.Mech.*– 1991.– v.228.– P. 53–86.

38. Кузьменко В.Г. Численное моделирование турбулентного течения с преградой при разных внешних условиях на основе гибридного LES/URANS-подхода. Часть 1 // Прикладна гідромеханіка.– 2015.– **17(89)**, N1.– С. 59–71.
39. *Carlier J., Stasnislas M.* Experimental study of eddy structures in a turbulent boundary layer using particle image velocimetry // *J.Fluid Mech.*– 2005.– v.535.– P. 143–158.
40. *Natrajan V., Christensen* The role of coherent structures in subgrid-scale energy transfer within the log layer of wall turbulence // *Phys.Fluids.*– 2006.– v.18.– P. 065104.
41. *Spyropoulos E., Blaisdell G.* Large-Eddy simulation of a spatially evolving supersonic turbulent boundary-layer flow // *AIAA J.*– 1998.– v.36, N11.– P. 1983–1990.
42. *Бенюдекар Р., Годдард А., Госман А., Исса Р.* Численный расчет турбулентного обтекания выступов на плоскости // *Аэрокосмическая техника.*– 1986.– N2.– С. 125–134.
43. *Lesieur M., Begou P., Comte P., Metais O.* Vortex recognition in numerical simulations // *ERCOTAC Bulletin.*– 2000.– N46.– P. 25–28.
44. *Гущин В.А., Матюшин П.В.* Механизмы формирования вихрей в следе за сферой при $200 < Re < 380$ // *Известия РАН. МЖГ.*– 2006.– N5.– С. 135–151.
45. *Zhang S., Choudhury D.* Eigen helicity density: A new vortex identification scheme and its application in accelerated inhomogeneous flows // *Phys.Fluids.*– 2006.– v.18.– P. 058104.
46. *Kolar V.* Vortex identification: New requirements and limitations // *Int.J. of Heat and Fluid Flow.*– 2007.– v.28.– P. 638–652.
47. *Chakraborty P., Balachandar S., Adrian R.* On the relationships between local vortex identification schemes // *J.Fluid Mech.*– 2005.– v.535.– P. 189–214.
48. *Jeong J., Hussain F., Shopp W., Kim J.* Coherent structures near the wall in a turbulent channel flow // *J.Fluid Mech.*– 1997.– v.332.– P. 185–214.
49. *Meneveau C., Katz J.* Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation // *Annu.Rev.Fluid.Mech.*– 2000.– v.32.– P. 1–32.
50. *Neto A., Grand D., Metais O., Lesieur M.* A numerical investigation of the coherent vortices in turbulence behind a backward-facing step // *J.Fluid.Mech.*– 1993.– v.256.– P. 1–25.
51. *Orlandi P.* The importance of wall-normal Reynolds stress in turbulent rough channel flows // *Phys.Fluids.*– 2013.– v.25.– P. 110813.
52. *Harbig R., Sheridan J., Thompson M.* Reynolds number and aspect ratio effects on the leading-edge vortex for rotating insect wing planforms // *J.Fluid Mech.*– 2013.– v.717.– P. 166–192.