

УДК 532.593

# СОВМЕСТНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ВОЛН И ТЕЧЕНИЙ НА КРУГЛОЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ПРЕГРАДЫ БОЛЬШИХ ПОПЕРЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

В. В. БОНДАРЬ, В. А. ТКАЧЕНКО, В. В. ЯКОВЛЕВ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев  
03680 Киев – 180, МСП, ул. Желябова, 8/4  
vvyak@list.ru

Получено 23.03.2014

Рассмотрена задача совместного воздействия поверхностных гравитационных волн и течений на круглоцилиндрические преграды больших поперечных размеров. Ее решение находится с помощью осреднения по глубине исходной трехмерной задачи дифракции волн, трансформированных на спутном или встречном течениях. Показано, что наличие течения приводит к сдвигу максимумов нагрузок и их существенному увеличению на встречном течении и уменьшению на спутном течении. Показано также, что на встречном течении для достаточно коротких волн для затопленного цилиндра и монопода возможна ситуация, когда направление действия нагрузки не совпадает с направлением распространения волны.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** поверхностные волны, течения, преграды больших поперечных размеров, дифракция, волновые нагрузки

Розглянуто задачу спільної дії поверхневих гравітаційних хвиль і течій на круглоциліндричні перешкоди великих поперечних розмірів. Її рішення знаходиться за допомогою осереднення по глибині вихідної тривимірної задачі дифракції хвиль, які трансформовані на спутній або зустрічній течіях. Показано, що наявність течії призводить до зсуву максимумів навантажень і їх істотному збільшенню на зустрічній течії та зменшенню на спутній течії. Показано також, що на зустрічній течії для достатньо коротких хвиль для затопленого циліндра і монопода можлива ситуація, коли напрямок дії навантаження не співпадає з напрямком поширення хвилі.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** поверхневі хвилі, течії, перешкоди великих поперечних розмірів, дифракція, хвильові навантаження

Joint gravity surface waves and current effect (impact) on circular cylindrical obstacles of large transverse dimensions problem has been considered. Its solution is found (determined) by averaging of the original (initial) (starting) 3D problem of diffraction of waves, transformed by a co-current or counter(!!!) flow, over the depth. The presence of the flow is shown to lead to a shift of the maximum loads and their significant increase for the counter-flow and decrease for co-current flow. Also it is shown that for a submerged cylinder or a monopod for the counter flow and sufficiently short waves it is possible the situation when the load direction doesn't coincide with the direction of wave propagation.

**KEY WORDS:** surface waves, currents, obstacles of great transverse dimensions, diffraction, wave loads

## ВВЕДЕНИЕ

Характер взаимодействия волн с сооружениями принято описывать с помощью параметра Кьюлегана-Карпентера (обратное число Струхалля)

$$K_c = \frac{UT}{D},$$

где  $U$  – скорость набегающей волны;  $T$  – ее период. Этот параметр служит мерой горизонтального перемещения частиц жидкости относительно характерного размера преграды  $D$ . В [1] показаны области применимости режимов дифракции и отрывного обтекания, а также зона влияния нелинейных эффектов. При  $K_c \leq 3$  преимущественными являются дифракционные эффекты, а при  $K_c \geq 3$  – отрыв течения. В пределах  $3 \leq K_c \leq 10$  превалирует инерционная, а при  $K_c \geq 15$  – скоростная составляющая нагрузки. В пределах  $10 \leq K_c \leq 15$

необходимо учитывать обе составляющие.

При малых, по отношению к длине набегающей волны, поперечных размерах конструкций при  $K_c \geq 3$  с успехом применяется формула Морисона.

Если размеры преграды сравнимы с длиной набегающей волны,  $K_c \leq 3$ , то использование формулы Морисона становится не корректным, так как нарушается допущение о ненарушении структуры волны. Несмотря на то, что при  $K_c \leq 3$  силы инерции превалируют, оценка их величины должна проводиться на основе более точного анализа взаимодействия волн с преградой, которая учитывает влияние отражения волны от преграды. Наиболее лучше такое отражение учитывается при использовании теории дифракции волн.

В дифракционном приближении, поскольку отсутствует отрыв течения, эффектами вязкости можно пренебречь, и проблема определения нагрузок на сооружения может быть решена в рам-

ках потенциальной теории. В этом случае волновая нагрузка определяется перепадом давления по контуру преграды,  $p = \rho g \eta$ , где  $\eta$  – возвышение свободной поверхности.

Сопоставление экспериментальных результатов с теоретическим решением нелинейной задачи и соответствующим решением линейной задачи для дифракционного взаимодействия волн с вертикальным круговым цилиндром [2] показало, что линейное решение дает заметную погрешность только при очень длинных волнах. При  $d/\lambda > 0.2$  ( $d$  – глубина моря,  $\lambda$  – длина волны) линейное решение практически не отличается от нелинейного и хорошо согласуется с экспериментальными данными. Отличие линейной теории и эксперимента при малых  $d/\lambda$  объясняется тем, что в натуральных условиях в этом случае реализуются не гармонические волны, а кноидальные, величина воздействия которых на круговой цилиндр заметно больше [3].

Несмотря на достаточно большое количество работ, посвященных дифракционному взаимодействию волн с преградами больших поперечных размеров, в мире не ослабевает внимание к этой проблеме. За последнее время выполнен ряд теоретических и экспериментальных исследований по определению волновых нагрузок на разные типы гидротехнических сооружений.

В ЦНИИ им. А.Н. Крылова в 2012 г. (по сообщению в Интернете) выполнена экспериментально-расчетная работа по исследованию глобальной нагрузки, действующей на морскую ледостойкую платформу.

Специалисты ФГУП (ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова) провели экспериментально-расчетную работу по исследованию глобальной нагрузки, действующей на объект – морскую ледостойкую платформу (МЛП), стоящую на грунте, при экстремальном волнении, наблюдаемом 1 раз в 10 лет и 1 раз в 100 лет.

Предварительно, с помощью нелинейных программ была рассчитана гидродинамическая нагрузка, действующая на стационарную морскую ледостойкую платформу в условиях волнения и течения. Результаты расчетов позволили выбрать наиболее важные с точки зрения безопасности режимы эксплуатации, которые были более подробно изучены в экспериментальных исследованиях.

В работе [4] на основе метода разделения переменных и разложения по соответствующим собственным функциям потенциала скоростей построено аналитическое решение задачи дифракции волн на погруженном вертикальном цилиндре в жидкости конечной глубины. Численные эксперименты проводились для исследования влия-

ния глубины погружения, длины цилиндра и глубины воды. Волновые силы, действующие на погруженный цилиндр, уменьшаются с увеличением глубины погружения. По сравнению с плавающим цилиндром вертикальная сила всегда невелика, тогда как горизонтальная сила и опрокидывающий момент могут быть больше, чем для плавающего цилиндра, на некоторых частотах. Анализируется также влияние длины цилиндра на эти величины.

В работе [5] исследовано взаимодействие между экстремальными волнами и вертикальным цилиндром на основе численного моделирования. Модельные уравнения дискретизируются в соответствии с методом конечных объемов. Генерируемая экстремальная волна сравнивается с экспериментальными данными и моделируется ее взаимодействие с цилиндром. Исследованы ударные волновые нагрузки на цилиндр.

В работе [6] проведено исследование нелинейных волновых нагрузок и распределения нагрузки на колонны GBS (GravityBaseStructure): определение давления на каждую колонну находится с учетом дифракции, и хотя все рассматриваемые скорости линейны, основная цель работы – подчеркнуть влияние дифракции в определении локальных нагрузок.

Вместе с тем, оффшорные конструкции устанавливаются, как правило, в прибрежной зоне и подвержены не только воздействию волн, но и совместному воздействию волн и течений. В случае малых поперечных размеров преграды нагрузку от течения обычно просто суммируют с нагрузкой от воздействия волн.

В случае дифракционной модели этот подход неприемлем. Поскольку при дифракционном взаимодействии отрыва течения не происходит, то основное влияние оказывает форма волны, обтекающей преграду, и нагрузка, как это было указано выше, определяется перепадом давления по контуру преграды. Поэтому задачу совместного воздействия волн и течений на преграды больших поперечных размеров можно свести к задаче трансформации волн на течении, при которой длина и высота набегающей волны существенно изменяется, и затем уже решать задачу взаимодействия трансформированной на течении волны с преградой.

## 1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН И ТЕЧЕНИЙ С МОНОПОДОМ

Ниже мы рассмотрим задачу дифракционного

взаимодействия волн и течений с круглоцилиндрическими преградами больших поперечных размеров (рис. 1).

Постановку и решение задачи рассмотрим на примере монопода (рис. 1, б).

Пусть на преграду типа монопод под углом  $\theta$  набегают трансформированные на течении плоские регулярные волны с потенциалом скоростей

$$\Phi_i = \frac{igA_0}{\omega} \cdot \frac{\text{ch } k_2(z + d_2)}{\text{ch } k_2d_2} \times \quad (1)$$

$$\times \exp(i(k_2x \cos \theta + k_2y \sin \theta + \omega t)),$$

где  $g$  – ускорение силы тяжести;  $A_0$  – амплитуда набегающей волны;  $\omega$  – круговая частота;  $d_2$  – глубина воды;  $t$  – время;  $k_2$  – волновое число, определяемое как действительный положительный корень дискретного уравнения [7]

$$\frac{\omega^2}{g} = k_2 \text{th } k_2 d_2 + \frac{2\omega k_2 U \cos \alpha}{g} + \quad (2)$$

$$+ \frac{k_2^2 U^2 \cos^2 \alpha}{g}.$$

Здесь  $U = \text{const}$ ;  $\alpha$  – скорость течения и угол, под которым оно подходит к сооружению.

Множитель  $\exp(i\omega t)$  в дальнейшем опускается.

Решение задачи ищем в двух областях:

$$\sum_1 = \{(x, y) \in \Omega_1, z \in [-d_1, 0]\},$$

$$\sum_2 = \{(x, y) \in \Omega_2, z \in [-d_2, 0]\}.$$

Волновое движение в этих областях удовлетворяет уравнению Лапласа относительно искомым потенциалов скоростей  $\Phi_1$  (область  $\Sigma_1$ ) и  $\Phi_2$  (область  $\Sigma_2$ ):

$$\nabla^2 \Phi_j = 0, j = 1, 2, \quad (3)$$

$$(x, y, z) \in \sum_1 \cup \sum_2,$$

граничным условиям на свободной поверхности при  $z = 0$

$$\frac{\partial \Phi_j}{\partial z} - \frac{\omega}{g} \Phi_j = 0, (x, y, z) \in \sum_1 \cup \sum_2, \quad (4)$$

на цилиндрической поверхности преграды

$$\Phi_2 = \Phi_1, (x, y, z) \in d \sum_2 \cap \sum_1,$$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial r} \Big|_{r=a} = 0, (x, y, z) \in d \sum_1,$$

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial r} \Big|_{r=b} = [H(d_2 + z) - H(z - d_1)] \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} \Big|_{r=b},$$

$$(x, y, z) \in d \sum_1 \cap d \sum_2, \quad (5)$$

на дне и горизонтальной поверхности преграды

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial z} = 0, (x, y, z) \in \sum_1, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial z} = 0, (x, y, z) \in \sum_2,$$

где  $H(d + z)$  – функция Хевисайда.

Кроме того, потенциалы скоростей рассеянного поля  $\Phi_s$  ( $\Phi_2 = \Phi_i + \Phi_s$ ) должен удовлетворять условиям Зоммерфельда [8]:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r^{1/2} \left( \frac{\partial \Phi_s}{\partial r} + ik\Phi_s \right) = 0,$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (7)$$

Для решения поставленной задачи используем подход, основанный на осреднении по глубине исходной трехмерной задачи трансформации волн в жидкости конечной глубины. В рамках этого подхода искомые потенциалы скоростей представим в виде [8]

$$\Phi_1(x, y, z) = \frac{chk_1(z + d_1)}{chk_1d_1} \varphi_1(x, y),$$

$$(x, y) \in \Omega_1, \quad (8)$$

$$\Phi_2(x, y, z) = \frac{chk_2(z + d_2)}{chk_2d_2} \varphi_2(x, y),$$

$$(x, y) \in \Omega_2. \quad (9)$$

Условия сопряжения (5) относительно новых функций  $\varphi_1(x, y)$  и  $\varphi_2(x, y)$  запишутся следующим образом:

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial r} \Big|_{r=a} = 0, \varphi_1|_{r=b} = \varphi_2|_{r=b},$$

$$B_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} \Big|_{r=b} = B_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} \Big|_{r=b},$$

$$B_1 = \int_{-d_1}^0 \frac{chk_1(z + d_1)}{chk_1d_1} dz,$$

$$B_2 = \int_{-d_2}^0 \frac{chk_2(z + d_2)}{chk_2d_2} dz. \quad (10)$$

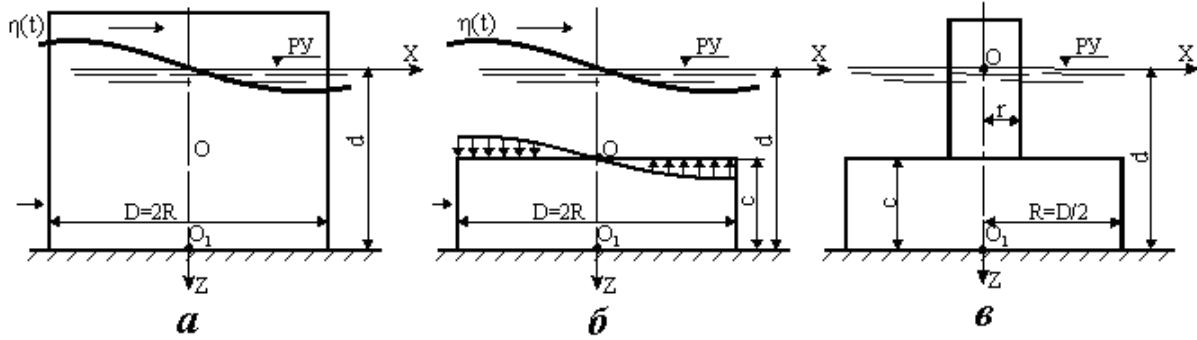


Рис. 1. Формы преград в виде тел вращения:  
 а – круговой цилиндр; б – затопленный цилиндр; в – монопод

При этом искомые функции  $\varphi_1(x, y)$  и  $\varphi_2(x, y)$  удовлетворяют следующему уравнению:

$$\nabla^2 \varphi_j + k_j^2 \varphi_j = 0. \quad (11)$$

Представим решение задачи (10)-(11) во внешней области в виде

$$\varphi_2 = \varphi_i + \varphi_s,$$

где  $\varphi_i = \exp(ik_2(x \cos \theta + y \sin \theta))$  – потенциал трансформированного на течении набегающего поля.

Решение задачи (10) – (11) с учетом (7) можно представить в виде разложения по цилиндрическим функциям

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \frac{igA_0}{\omega} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m i^m J_m(k_2 r) \cos m\theta, \\ \varphi_s &= \sum_{m=0}^{\infty} \beta_m H_m^2(k_2 r) \cos m\theta, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\varphi_1 = \sum_{m=0}^{\infty} [\gamma_m J_m(k_1 r) \cos m\theta + \delta_m N_m(k_1 r) \cos m\theta].$$

Неизвестные коэффициенты  $\beta_m$ ,  $\gamma_m$  и  $\delta_m$  находятся из условий сопряжения и граничных условий (10).

Горизонтальная, вертикальная нагрузки и суммарный опрокидывающий момент определяются выражениями:

$$\vec{F} = -\rho\omega \iint_S \operatorname{Re} [i\Phi_j \exp(i\omega t)] \vec{n} dS, \quad (13)$$

$$\vec{M} = -\rho\omega \iint_S \operatorname{Re} [i\Phi_j \exp(i\omega t)] (\vec{r} \times \vec{n}) dS,$$

где  $\vec{n}$  – вектор единичной нормали к погруженной поверхности;  $\vec{r}$  – радиус-вектор точки на поверхности преграды.

Решения для затопленного цилиндра определяются выражениями (12) при  $a = 0$  и  $\delta_m = 0$ , а для вертикального цилиндра при  $\varphi_1 = 0$  и граничном условии  $\left. \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} \right|_{r=b} = 0$ .

При этом полученные решения справедливы в случае, когда набегающие волны не разрушаются над кровлей затопленного цилиндра, то есть при  $d - c \geq 2h_c$ .

На рис. 2 представлены графики зависимости максимальной горизонтальной силы от волнового числа для кругового цилиндра для встречного и спутного течений:

$$F^* = \frac{F}{\rho g h_c b^2 / 2} = \frac{\chi F}{\rho g h b^2 / 2}, \quad (14)$$

где  $h_c$  – высота трансформированной на течении волны, определяемая через высоту нетрансформированной волны по формуле [7]:

$$h_c \chi = h \left[ \frac{1 + \frac{2k_2 d_2}{sh 2k_2 d_2} \left(1 - \frac{\lambda_0 U}{\lambda_c}\right)}{\left(\frac{\lambda_c}{\lambda}\right) - \frac{U}{c_0} \left(1 + \frac{2k_2 d_2}{sh 2k_2 d_2} + \frac{2U}{c_0}\right)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (15)$$

Здесь  $c_0 = \sqrt{\frac{g}{k_0}}$ ;  $\lambda$  и  $k_0$  – длина набегающей волны и волновое число при  $U = 0$ .

На рис. 3 представлены зависимости коэффициента  $\chi$ , характеризующего изменение высоты трансформированной волны на спутном и встречном течениях.

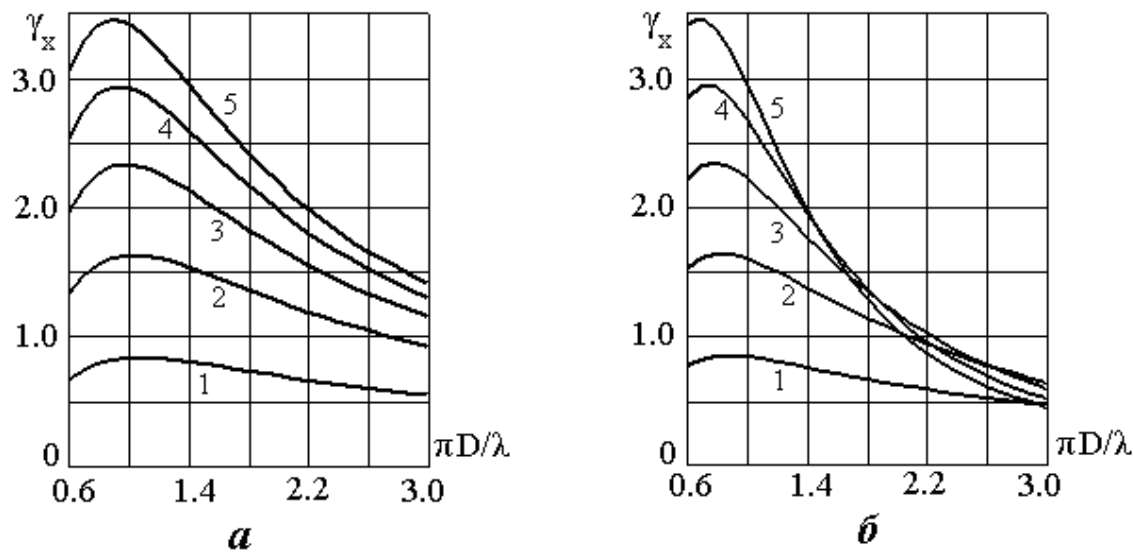


Рис. 2. Графики значений коэффициента  $x$  максимальной горизонтальной нагрузки на цилиндрическую преграду при различных значениях  $d/R$ :  
 1 –  $d/R = 0.2$ ; 2 –  $d/R = 0.4$ ; 3 –  $d/R = 0.6$ ; 4 –  $d/R = 0.8$ ; 5 –  $d/R = 1.0$   
 (а – спутное течение, б – встречное течение)

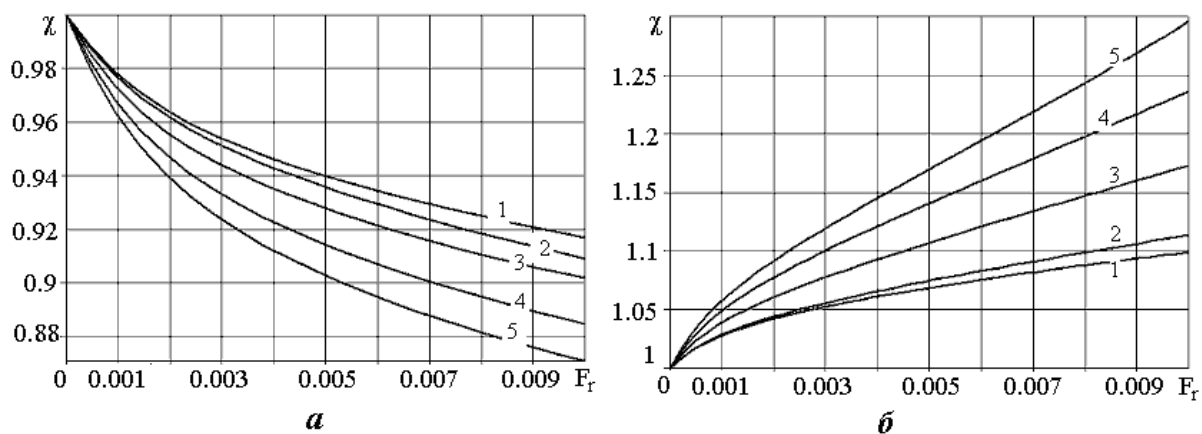


Рис. 3. Графики значений коэффициента  $\chi$  для спутного (а) и встречного (б) течений при различных значениях  $d/\lambda$ :  
 1 –  $d/\lambda = 0.1$ ; 2 –  $d/\lambda = 0.2$ ; 3 –  $d/\lambda = 0.3$ ; 4 –  $d/\lambda = 0.4$ ; 5 –  $d/\lambda = 0.5$

## 2. АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Анализ приведенных графиков и выполненных расчетов показывает, что наличие течения приводит к сдвигу максимумов горизонтальной нагрузки, поскольку при спутном течении длина волны увеличивается, а при встречном уменьшается.

На рис. 4 представлены аналогичные графики

горизонтальной силы для встречного и спутного течений.

Кроме того, наличие течения может приводить к существенному увеличению нагрузки (рис. 2, б).

Для затопленного цилиндра, как и для вертикального кругового цилиндра, также наблюдается сдвиг максимумов горизонтальной силы за счет изменения длины волны для спутного и встречного течений. Однако для встречного течения

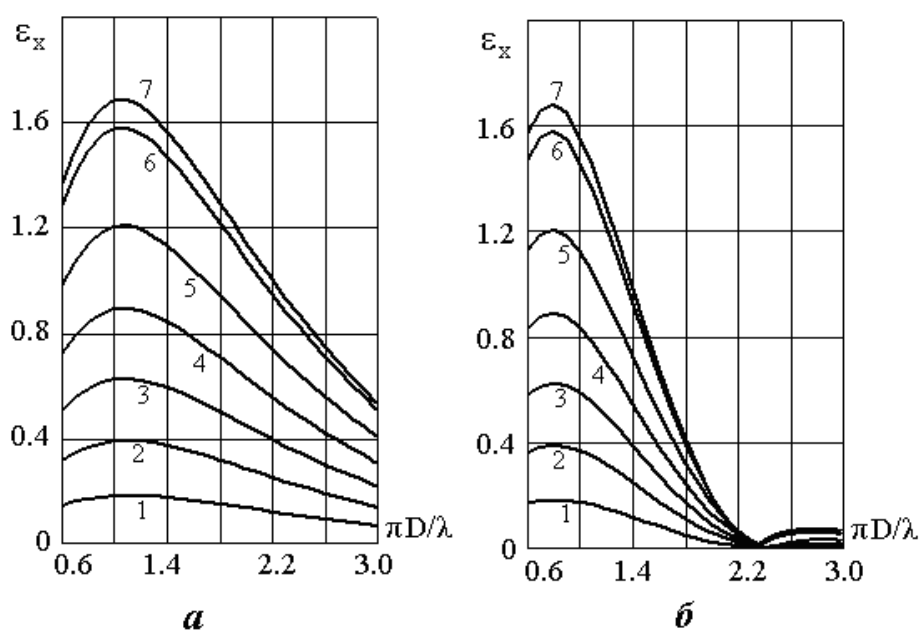


Рис. 4. Графики значений коэффициента  $\varepsilon_x$  максимальной горизонтальной нагрузки на затопленный цилиндр при различных значениях  $c/d$ :  
 1 –  $c/d = 0.1$ ; 2 –  $c/d = 0.2$ ; 3 –  $c/d = 0.3$ ; 4 –  $c/d = 0.4$ ; 5 –  $c/d = 0.5$ ; 6 –  $c/d = 0.6$ ; 7 –  $c/d = 0.625$   
 (а – спутное течение; б – встречное течение)

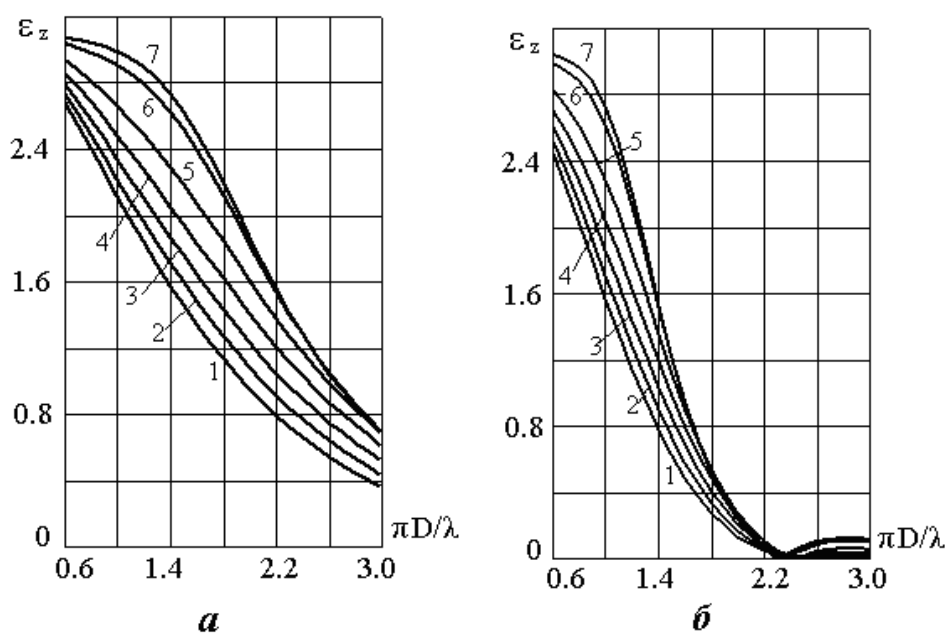


Рис. 5. Графики значений коэффициента  $\varepsilon_z$  максимальной вертикальной нагрузки на затопленный цилиндр при различных значениях  $c/d$ :  
 1 –  $c/d = 0.1$ ; 2 –  $c/d = 0.2$ ; 3 –  $c/d = 0.3$ ; 4 –  $c/d = 0.4$ ; 5 –  $c/d = 0.5$ ; 6 –  $c/d = 0.6$ ; 7 –  $c/d = 0.625$   
 (а – спутное течение; б – встречное течение)

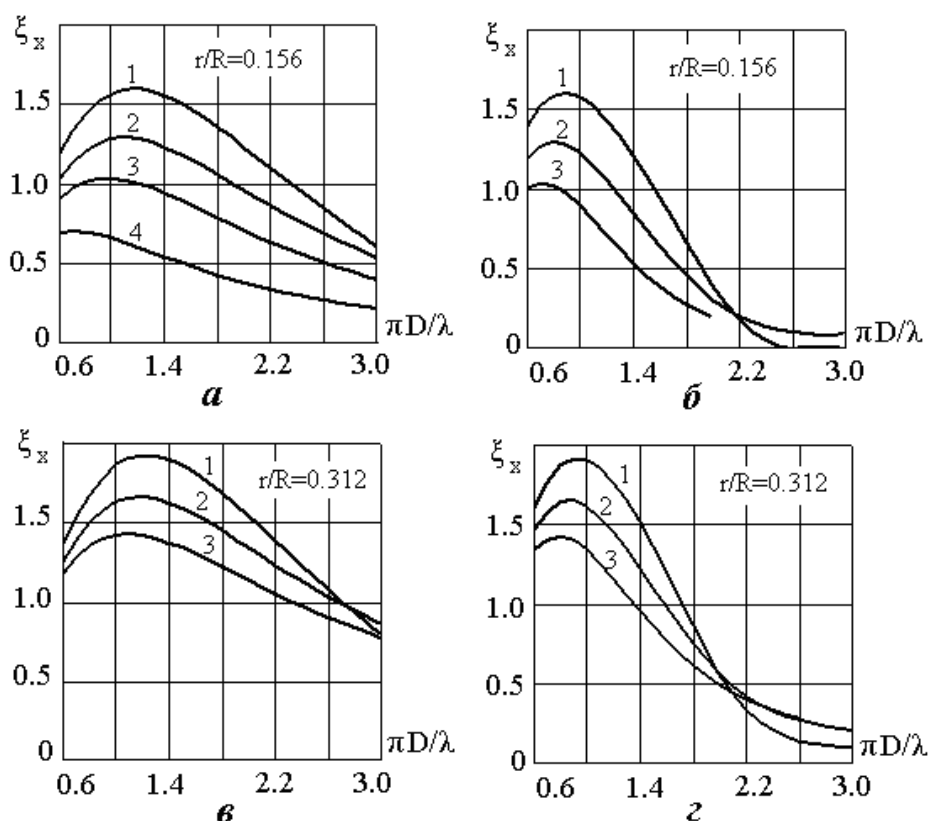


Рис. 6. Графики значений коэффициента  $\xi_x$  максимальной горизонтальной нагрузки на монопод при  $c/R = 0.5$  и различных значениях  $d/R$ :  
 1 -  $d/R = 0.8$ ; 2 -  $d/R = 1.0$ ; 3 -  $d/R = 1.25$ ; 4 -  $d/R = 1.88$   
 (а, в - спутное течение; б, г - встречное течение)

при определенной скорости течения возникает ситуация, когда горизонтальная нагрузка на затопленный цилиндр равна нулю. Поскольку горизонтальная нагрузка в рамках дифракционной теории определяется только перепадом давления по боковой поверхности затопленного цилиндра, то, очевидно, за счет трансформации волн над преградой при некотором  $\lambda = \lambda_0$  создается такая волновая картинка, при которой давление на ее боковой поверхности в "освещенной" и теневой зонах симметричны. При этом переход через "0" означает, что если при  $\lambda = \lambda_0 - 0$  горизонтальная нагрузка направлена по ходу распространения волны, то при  $\lambda = \lambda_0 + 0$  волновая нагрузка в тот же момент времени будет направлена навстречу набегающей волне.

Аналогичная ситуация наблюдается и для вертикальной нагрузки (рис. 5). Причем нагрузка мо-

жет быть придавливающей  $F_z < 0$  или взвешивающей  $F_z > 0$ . Под понятием взвешивающей нагрузки здесь подразумевается, что вертикальная нагрузка меньше гидростатической на величину  $F_z$  при  $F_z > 0$  и больше гидростатической на эту же величину при  $F_z < 0$ . Таким образом, при вычислении силы трения для расчета устойчивости сооружения необходимо учитывать взвешивающую силу  $F_z$ , поскольку она может привести к существенному уменьшению нагрузки и, соответственно, уменьшению коэффициента устойчивости.

Сдвиг фаз для горизонтальной и вертикальной нагрузок равен четверти периода волны. При таком сдвиге фаз при максимуме сдвигающей нагрузки вертикальная нагрузка будет близка к минимуму и наоборот, при максимуме вертикальной нагрузки, близка к нулю будет вертикальная сила. В таком случае возможна ситуация, при ко-

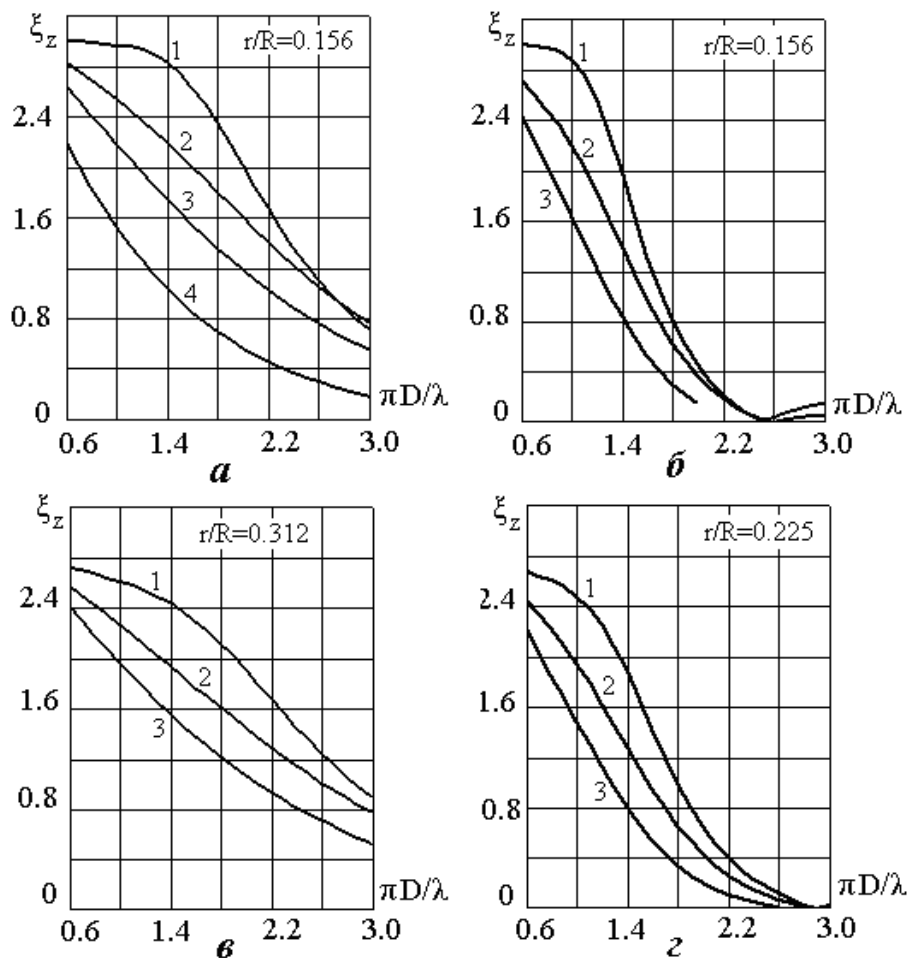


Рис. 7. Графики значений коэффициента  $\xi_z$  максимальной горизонтальной нагрузки на монопод при  $c/R = 0.5$  и различных значениях  $d/R$ :  
 1 –  $d/R = 0.8$ ; 2 –  $d/R = 1.0$ ; 3 –  $d/R = 1.25$ ; 4 –  $d/R = 1.88$   
 (а, в – спутное течение; б, г – встречное течение)

торой опрокидывающий момент будет направлен навстречу набегающей волне.

На рис. 6 и 7 представлены графики горизонтальной и вертикальной нагрузок, действующих на преграду типа "монопод". Из графиков следует, что и здесь для достаточно коротких волн и малых радиусов верхнего цилиндра на встречном течении также наблюдается, как и в затопленном цилиндре, изменение направления действия горизонтальной и вертикальной нагрузок.

Однако наиболее наглядно это видно на рис. 8, где представлены графики суммарного опрокидывающего момента от вертикальной и горизонтальной нагрузок, действующие на монопод. Здесь эффект смены направления действия момента наблюдается во всех случаях встречного течения и

даже на спутном течении (рис. 8, а).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в представленной работе разработана методика расчета совместного воздействия волн и течений на круглоцилиндрические преграды больших поперечных размеров. Показано, что наличие течения приводит к сдвигу максимумов нагрузок и их существенному увеличению на встречном течении. Кроме того, показано, что на встречном течении для достаточно коротких волн для затопленного цилиндра и монопода возможна ситуация, когда направление действия нагрузки не совпадает с направлением распространения волны.



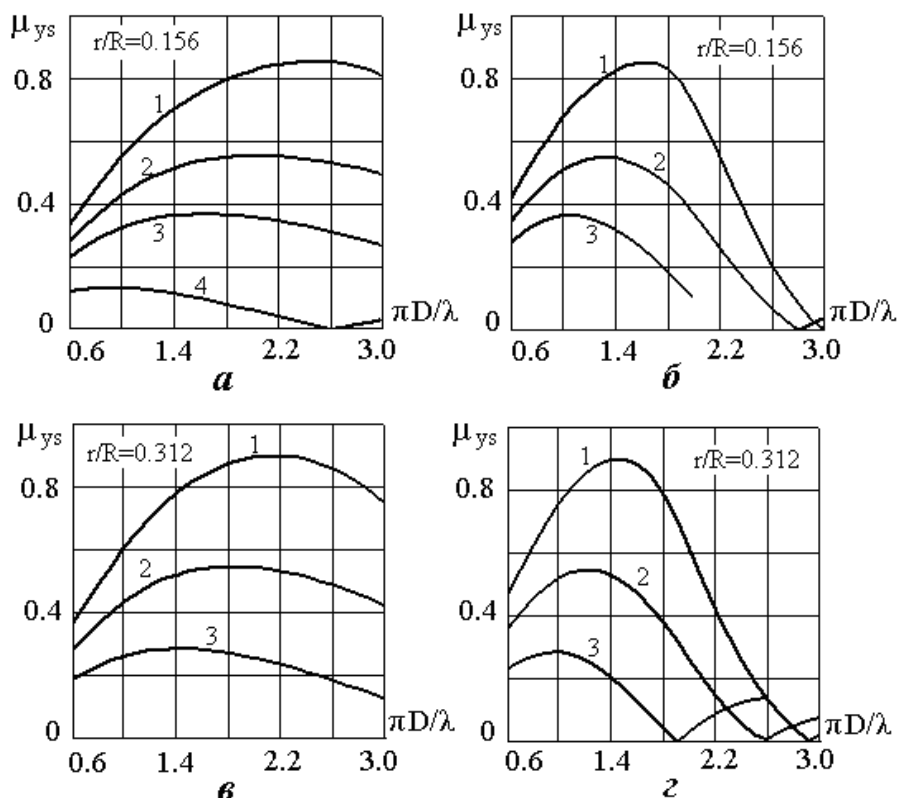


Рис. 8. Графики значений коэффициента  $\mu_{ys}$  максимального опрокидывающего момента от горизонтальной и вертикальной нагрузок на монопод при  $c/R = 0.5$  и различных значениях  $d/R$ :  
 1 -  $d/R = 0.8$ ; 2 -  $d/R = 1.0$ ; 3 -  $d/R = 1.25$ ; 4 -  $d/R = 1.88$   
 (а, в - спутное течение; б, г - встречное течение)

1. Sarpkaya J., Isaacson M. de St. Q. Mechanics of wave forces on offshore structures.- N.J.: Van Nostrand Reinhold, 1981.- 314 p.
2. Roman A., Venkatanarison P. Forces due to nonlinear waves on vertical cylinders // J. Waterways Harb. Coast. Eng. Div. Roc. ASCE.- 1976.- V. 102, N 3.- P. 301-316.
3. Isaacson M. de St. Q. Nonlinear wave forces on large offshore structures // J. of Waterway, Port, Coast, ocean Div., ASCE.- 1977.- 103.- P. 166-170.
4. Sheng-Chao Jiang, Ying Gou, Bin Teng, De-ZhiNing An Analytical Solution of Wave-Diffraction Problem on a Submerged Cylinder // Journ.of Engineering Mechanics.Mar.- 2013.- .- P. .

5. Hongjian Cao, Decheng Wan Numerical Investigation of Extreme Wave Effects on Cylindrical Offshore Structures. - The Proceedings of The Twenty-second (2012) International Offshore and Polar Engineering Conference. - P. 804-811.
6. P. Teigen Nonlinear Wave Loads on the Shafts of a GBS.The Proceedings of The Fourteenth (2004) International Offshore and Polar Engineering Conference. - P. 277-283.
7. Конанкова Г.Е., Показеев К.В. Динамика морских волн.- М.: Изд-во МГУ, 1985.- 297 с.
8. Селезов И.Т., Сидорчук В.Н., Яковлев В.В. Трансформация волн в прибрежной зоне шельфа.- Киев: Наукова думка, 1983.- 208 с.