

УДК 534.131.2

ПУЛЬСАЦИИ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ЖИДКОСТЬЮ ПРИ ВВОДЕ ЭНЕРГИИ В ЦЕНТРЕ

А. В. ШЕПТИЛЕВСКИЙ*, В. М. КОСЕНКОВ**

* Николаевский национальный аграрный университет,
54020, г. Николаев, ул. Парижской коммуны, 9

** Институт импульсных процессов и технологий НАН Украины, Николаев
54018, г. Николаев, проспект Октябрьский,
v.m.kosenkov@gmail.com

Получено 11.07.2013

Исследуется динамическая система, состоящая из замкнутой сферической оболочки, заполненной идеальной сжимаемой жидкостью с газовой полостью в центре. Представлена математическая модель системы в безразмерном виде и выполнено ее численное решение. Рассматриваются и анализируются зависимости пульсаций системы от ее линейных размеров и величины введенной энергии.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: сферическая оболочка, пульсации, жидкость, ввод энергии

Досліджується динамічна система, що складається з замкненої сферичної оболонки, яка заповнена ідеальною стисливою рідиною з сферичною газовою порожниною в центрі. Представлена математична модель системи в безрозмірному вигляді і виконано її чисельне розв'язання. Розглядаються та аналізуються залежності пульсацій системи від її лінійних розмірів і величини введеної енергії.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: сферична оболонка, пульсації, рідина, ввод енергії

The dynamic system consisting of the closed spherical shell filled with ideal coercible liquid with a spherical gas cavity in the center, is investigated. The mathematical model of the system is presented in a dimensionless form and its numeral solution is carried out. Dependences of the dynamics of system pulsations are considered on its linear sizes and size of the input energy.

KEY WORDS: spherical shell, pulsations, liquid, input energy

ВВЕДЕНИЕ

Задачи гидроупругости, сферической оболочки заполненной жидкостью, исследовались во многих работах. Рассматривалось движение замкнутой сферической оболочки [1–5], а также полусферы [6, 7] и шарового сектора [8]. Определены частотные характеристики системы, зависимость частот колебания от соотношения линейных размеров компонент системы.

В работе [9] исследовались свободные колебания системы, состоящей из замкнутой сферической оболочки, заполненной жидкостью с газовой полостью в центре системы. Внутренняя задача для газовой полости является источником возмущения системы при вводе в нее энергии. Источником поступающей энергии на практике может служить электрический разряд, микровзрыв и т.д.

Динамика сферической газовой полости описывается моделью, предложенной в работе К. А. Наугольных и Н. А. Роя [10]. В соответствии с этой моделью функции, описывающие поведение газа в полости, осредняются по радиусу. В результате давление в полости зависит только от

времени, т.е. зависит от ввода энергии. Однако удовлетворяются условия сопряжения для давлений и скоростей на поверхности раздела газовой полости и жидкой среды.

Цель данной работы – исследование степени влияния волновых процессов в жидкости на общую динамику системы, состоящей из сферического пузырька, жидкости и сферической оболочки. Деформация пузырька предполагается центрально-сферически симметричной, а деформация оболочки не симметрична в связи с различными условиями ее закрепления.

Задачи исследования. Представить систему разрешающих уравнений модели [9] в безразмерной форме, выделив безразмерный комплекс, определяющий ее динамику. Рассмотреть влияние начальных параметров системы на ее динамику, установить общие закономерности волновых процессов в жидкости и их влияние на пульсации оболочки и газовой полости. Исследовать влияние относительных размеров полости и оболочки, а также способов закрепления оболочки на волновые процессы в жидкости.

Гипотезы. Форма пузырька предполагается сферической на протяжении всего рассматриваемого

мого процесса. Учитывается геометрическая нелинейность пульсаций полости, когда перемещение её границы превышает пространственный шаг дискретизации области.

Жидкость предполагается идеальной сжимаемой. Это позволяет рассматривать задачу в потенциальной постановке.

Оболочка – изотропная, упругая, постоянной толщины. Движение оболочки рассматривается в линейной постановке с учётом возможного отрыва жидкости от поверхности на границе раздела сред.

Взаимодействие жидкости с газовой полостью определяется условиями контактного взаимодействия. Поскольку жидкость идеальная, то касательные напряжения на границе раздела сред принимаем равными нулю. Взаимодействие жидкости и оболочки определяются условиями равенства нормальных перемещений и нормальных напряжений. Такое предположение допустимо, так как погрешность при использовании условий полного контакта и модели “проскальзывания” для заполненной жидкости не превышает 2% [11].

В общем случае оболочка контактирует с внешней средой (вода или воздух), что приводит к диссипации энергии. При этом внешняя среда описывается волновым уравнением, на границе контакта удовлетворяются условия сопряжения, а также условия Зоммерфельда [13]. В данной статье проводятся оценки волновых процессов без учета диссипации энергии [14–16]. Решения построены методом конечных разностей. Представляет интерес построение решений разложением по модам собственных колебаний гидроупругой системы.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для преобразования системы к безразмерному виду достаточно рассмотреть три характерных (первичных) величины [12, 13]: время, линейный размер, массу. В качестве характерных принимаем: период собственных колебаний оболочки – T_s , радиус оболочки – R_s , плотность оболочки – ρ_s .

В этом случае безразмерные величины вводятся по формулам:

$$P = \frac{\rho_s R_s^2}{T_s^2} \tilde{P}, \quad \varepsilon_{ij} = \tilde{\varepsilon}_{ij}, \quad \chi_{ij} = \frac{1}{R_s} \tilde{\chi}_{ij},$$

$$T_{ij} = \frac{\rho_s R_s^3}{T_s^2} \tilde{T}_{ij}, \quad M_{ij} = \frac{\rho_s R_s^4}{T_s^2} \tilde{M}_{ij}, \quad Q_i = \frac{\rho_s R_s^3}{T_s^2} \tilde{Q}_i,$$

$$\sigma_{ij} = \frac{\rho_s R_s^2}{T_s^2} \tilde{\sigma}_{ij}, \quad f = \frac{R_s^2}{T_s} \tilde{f}, \quad E = \frac{\rho_s R_s^2}{T_s^2} \tilde{E}, \quad (1)$$

$$\tilde{R}_s = 1, \quad \tilde{\rho}_s = 1.$$

Приведем постановку задачи в безразмерной форме в соответствии с формулами (1). Уравнения движения оболочки [9] записываются следующим образом

$$\frac{\partial \tilde{T}_{11}}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \tilde{T}_{12}}{\partial \varphi} + (\tilde{T}_{11} - \tilde{T}_{22}) \operatorname{ctg} \theta - \tilde{Q}_1 + \tilde{q}_1 = \tilde{h} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{t}^2};$$

$$\frac{\partial \tilde{T}_{12}}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \tilde{T}_{22}}{\partial \varphi} + 2\tilde{T}_{12} \operatorname{ctg} \theta - \tilde{Q}_2 + \tilde{q}_2 = \tilde{h} \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{t}^2}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tilde{Q}_1}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \tilde{Q}_2}{\partial \varphi} + \tilde{Q}_1 \operatorname{ctg} \theta + \tilde{T}_{11} + \tilde{T}_{22} - \tilde{q}_3 = -\tilde{h} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{t}^2};$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{M}_{11}}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \tilde{M}_{12}}{\partial \varphi} + (\tilde{M}_{11} - \tilde{M}_{22}) \operatorname{ctg} \theta = \\ = \tilde{Q}_1 + \frac{\tilde{h}^3}{12} \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial \tilde{t}^2}; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \tilde{M}_{12}}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \tilde{M}_{22}}{\partial \varphi} + 2\tilde{M}_{12} \operatorname{ctg} \theta = \tilde{Q}_2 + \frac{\tilde{h}^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial \tilde{t}^2}.$$

Физические и геометрические соотношения: деформации и соответствующие им усилия

$$\tilde{\varepsilon}_{11} = \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \theta} + \tilde{w};$$

$$\tilde{\varepsilon}_{22} = \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \varphi} + \tilde{u} \operatorname{ctg} \theta + \tilde{w} \right);$$

$$\tilde{\varepsilon}_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \theta} - \tilde{v} \operatorname{ctg} \theta \right);$$

$$\tilde{\varepsilon}_{13} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{R}} - \tilde{u} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \theta} \right);$$

$$\tilde{\varepsilon}_{23} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{R}} - \tilde{v} \right);$$

$$\tilde{T}_{11} = \frac{\tilde{E} \tilde{h}}{1 - \nu^2} (\tilde{\varepsilon}_{11} + \nu \tilde{\varepsilon}_{22});$$

$$\tilde{T}_{22} = \frac{\tilde{E} \tilde{h}}{1 - \nu^2} (\tilde{\varepsilon}_{22} + \nu \tilde{\varepsilon}_{11});$$

$$\tilde{T}_{12} = \frac{\tilde{E} \tilde{h}}{1 + \nu} \tilde{\varepsilon}_{12}, \quad \tilde{\chi}_{11} = \frac{\partial \theta^*}{\partial \theta};$$

повороты и соответствующие им моменты и поперечные силы

$$\tilde{\chi}_{22} = \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \varphi^*}{\partial \varphi} + \theta^* \operatorname{ctg} \theta \right);$$

$$\tilde{\chi}_{12} = \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \theta^*}{\partial \varphi} - \varphi^* \operatorname{ctg} \theta - \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \theta} \right);$$

$$\tilde{M}_{11} = \frac{\tilde{E}\tilde{h}^3}{12(1-\nu^2)} (\tilde{\chi}_{11} + \nu\tilde{\chi}_{22});$$

$$\tilde{M}_{22} = \frac{\tilde{E}\tilde{h}^3}{12(1-\nu^2)} (\tilde{\chi}_{22} + \nu\tilde{\chi}_{11});$$

$$\tilde{M}_{12} = \frac{\tilde{E}\tilde{h}^3}{12(1+\nu)} \tilde{\chi}_{12},$$

$$\tilde{Q}_1 = \frac{\tilde{E}\tilde{h}}{1+\nu} \tilde{\varepsilon}_{13}, \quad \tilde{Q}_2 = \frac{\tilde{E}\tilde{h}}{1+\nu} \tilde{\varepsilon}_{23}.$$

Уравнение Коши-Лагранжа:

$$\tilde{P} = \tilde{P}_0 - \tilde{\rho}_l \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{t}},$$

волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 \tilde{f}}{\partial \tilde{t}^2} = c^2 \frac{T_s^2}{R_s^2} \left[\frac{1}{\tilde{r}^2} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left(\tilde{r}^2 \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{r}} \right) + \frac{1}{\tilde{r}^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\tilde{r}^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \tilde{f}}{\partial \varphi^2} \right].$$

Динамика газовой полости описывается уравнением баланса энергии [10]:

$$\frac{1}{\gamma-1} \frac{d}{dt} (\tilde{P}_b \cdot \tilde{V}_b) + \tilde{P}_b \frac{d\tilde{V}_b}{dt} = \tilde{N}(t).$$

Условия сопряжения, определяющие взаимодействие жидкости и газовой полости, имеют вид:

$$\tilde{P}_b = \tilde{P}^*; \quad \frac{\partial \tilde{R}_b}{\partial \tilde{t}} = \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{r}},$$

условия на границе жидкости и оболочки:

$$\tilde{q}_3 = \tilde{P}^{**}; \quad \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{t}} = \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{r}}$$

Каждая из компонент системы имеет свой период собственных пульсаций. Период собственных пульсаций полости вычисляется по формуле [14, 15]:

$$T_b^0 = 2\pi R_0 \sqrt{\frac{\rho_0}{3\gamma P_0}}, \quad (3)$$

где R_0 – среднее значение радиуса полости, относительно которого происходят пульсации; ρ_0 – плотность жидкости; P_0 – давление в жидкости; γ – показатель адиабаты.

Период собственных пульсаций оболочки находится по формуле [16]:

$$T_s^0 = 2\pi R_s \sqrt{\frac{\rho_s(1-\nu)}{2E}}, \quad (4)$$

где R_s – радиус оболочки, относительно которого она пульсирует; ρ_s – плотность материала оболочки; ν – коэффициент Пуассона; E – модуль упругой деформации.

На пульсации системы влияют также волновые процессы в жидкости. Время пробега волн находится из условия

$$T_l^0 = \frac{2(R_s - R_b)}{c_0}. \quad (5)$$

При вводе энергии в газовую полость система выходит из состояния равновесия, при этом каждый компонент системы пульсирует с определённым периодом. Период пульсации системы зависит от её линейных размеров, при этом начальный радиус полости не оказывает существенного влияния на общую динамику, а величиной радиуса оболочки в совокупности с количеством введённой энергии характеризуется динамика системы.

В зависимости от относительной амплитуды и скорости пульсаций газовой полости изменение давления в жидкости обусловлено квазистатическими или волновыми явлениями. При относительно малой скорости пульсации полости амплитуда волн в жидкости мала, поэтому давление в ней определяется изменением объема газовой полости. В случае больших скоростей пульсации полости волновые процессы в жидкости преобладают и наблюдается неравномерное распределение давления в жидкости по отношению к среднему давлению [17].

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Влияние радиуса оболочки на динамику жидкости рассмотрено при следующих параметрах: начальное давление $\tilde{P}_0 = 7.2 \cdot 10^{-6}$ ($P_0 = 0.1$ МПа), радиус оболочки $\tilde{R}_s = 1$ ($0.1 \text{ м} \leq R_s \leq 1 \text{ м}$), оболочка стальная, плотность жидкости $\tilde{\rho}_l = 0.128$ ($\rho_l = 1000 \text{ кг/м}^3$), начальный радиус полости $0.001 \leq \tilde{R}_{b0} \leq 0.01$ ($R_{b0} = 1 \text{ мм}$), величина введённой в полость энергии $\tilde{E}_0 = 7.2 \cdot 10^{-10}$ ($E_0 = 10 \text{ Дж}$).

Замкнутость объёма жидкости, ограниченной оболочкой, приводит к ограничению роста газовой полости. Увеличение радиуса оболочки приводит к увеличению амплитуды и периода пульсаций полости (рис. 1), которые стремятся к значениям в неограниченной сжимаемой жидкости [14].

При этом изменение относительного радиуса полости уменьшается. Интенсивность изменения периода пульсации полости тем выше, чем ближе начальное значение радиуса к радиусу оболочки.

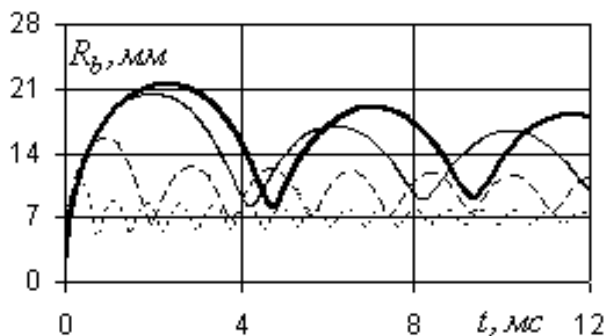


Рис. 1. Изменение радиуса полости при различных радиусах ограничивающей оболочки:
 $R=0.1$ м – пунктирная линия; $R=0.2$ м – штриховая линия; $R=0.5$ м – тонкая сплошная линия; неограниченная жидкость – сплошная жирная линия

Поскольку период пульсаций полости линейно зависит от радиуса оболочки, то период пульсаций полости увеличивается (штриховые линии рис. 2). При существенном отличии начального радиуса полости от радиуса оболочки изменение периода и амплитуды пульсаций происходят не так интенсивно (рис. 1) и это приводит к уменьшению безразмерного периода пульсаций (сплошные линии, рис. 2).

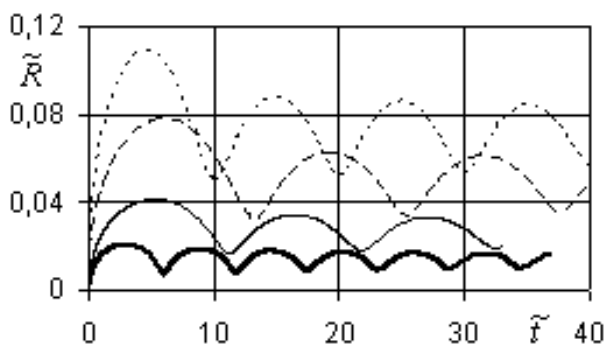


Рис. 2. Изменение относительного радиуса полости при различных радиусах ограничивающей оболочки:
 $\tilde{R}=0.01$ – пунктирная линия; $\tilde{R}=0.005$ – штриховая линия; $\tilde{R}=0.002$ – тонкая сплошная линия; $\tilde{R}=0.001$ – сплошная жирная линия

Динамика пульсаций оболочки существенно зависит от радиуса оболочки (рис. 3). Радиальное перемещение оболочки характеризуется наличием низкочастотных и высокочастотных составляющих. Низкочастотные пульсации соответствуют росту газовой полости, а высокочастотные – времени пробега волны в жидкости.

В безразмерных переменных амплитуда переме-

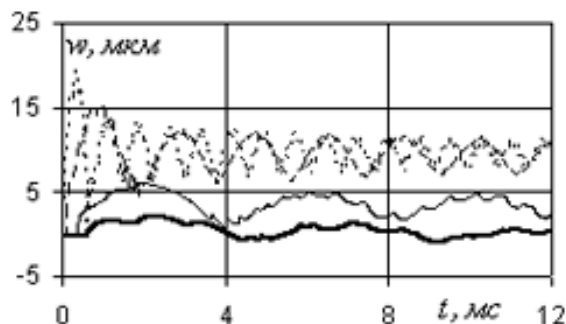


Рис. 3. Перемещение оболочки при различных значениях ее начального радиуса:
 $\tilde{R}=0.01$ – пунктирная линия; $\tilde{R}=0.005$ – штриховая линия; $\tilde{R}=0.002$ – тонкая сплошная линия; $\tilde{R}=0.001$ – сплошная жирная линия

щений оболочки уменьшается, а изменения относительного периода низкочастотных пульсаций оболочки – увеличиваются (рис. 4).

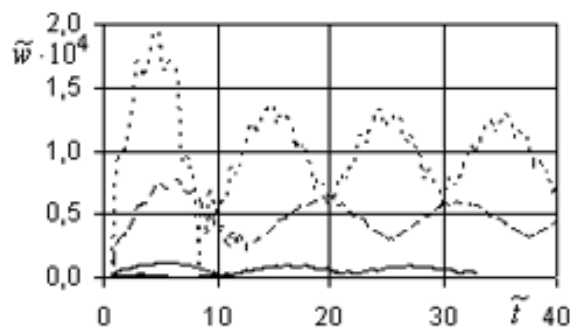


Рис. 4. Изменение относительного перемещения оболочки при различных значениях радиуса ограничивающей оболочки:
 $\tilde{R}=0.01$ – пунктирная линия; $\tilde{R}=0.005$ – штриховая линия; $\tilde{R}=0.002$ – тонкая сплошная линия; $\tilde{R}=0.001$ – сплошная жирная линия

Высокочастотные составляющие пульсаций срединной поверхности оболочки связаны с волновыми процессами в жидкости, их период (рис. 5) совпадает со временем пробега волны в жидкости, определяемым по формуле (5). Отличие расчётных значений (сплошная линия) от вычисленных по формуле (4) (штриховая линия) связано с движением поверхности границы полости и изменением при этом длины пути пробега волны в жидкости.

Низкочастотные колебания связаны с процессами движения полости в жидкости, что вызывает изменение объема оболочки.

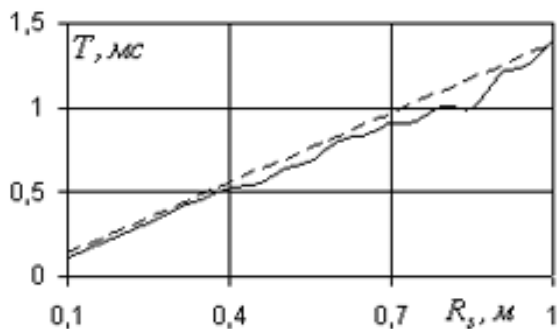


Рис. 5. Период высокочастотных составляющих динамики пульсации оболочки: расчетные значения – сплошная линия, вычисленные по формуле (5) – штриховая линия

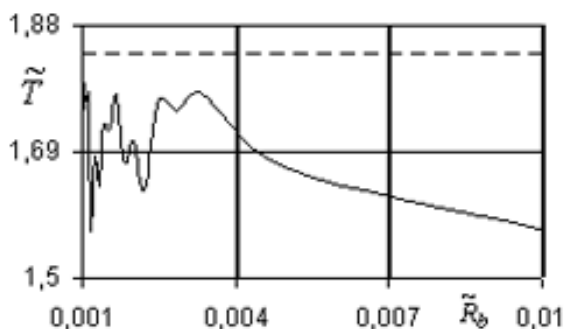


Рис. 6. Относительный период высокочастотных составляющих динамики пульсации оболочки: расчетные значения – сплошная линия, вычисленные по формуле (5) – штриховая линия

Как видно из рис. 1 и 2, максимальная амплитуда достигается в первый период после ввода энергии в газовую полость. Не всегда компоненты системы пульсируют с одинаковым периодом (рис. 7–9). Если радиус оболочки не превышает 0.3 м, ее период (штриховая линия) практически совпадает с периодом пульсации полости (сплошная линия) как при первой, так и при последующих пульсациях. Штриховой линией представлен период пульсации пустой оболочки, вычисленный по формуле (4), который при любых значениях радиуса оболочки существенно меньше реального периода пульсации оболочки, как элемента замкнутой системы. Период пульсации полости для значений радиуса оболочки, больших 0.3 м, определённый в результате математического моделирования, отличается от периода, вычисленного по формуле (4), менее чем на 3%.

В пределах изменения энергии от $\tilde{E}_0 = 7.2 \cdot 10^{-10}$ до $\tilde{E}_0 = 3.6 \cdot 10^{-9}$ можно говорить о едином пери-

оде пульсаций системы для радиусов оболочки, не превышающих 0.3 м. При этом период пульсации полости превышает период пульсации оболочки не более чем на 7% (рис. 7, 8). Для второй и последующих пульсаций отличие периодов составляет около 3% (рис. 9).

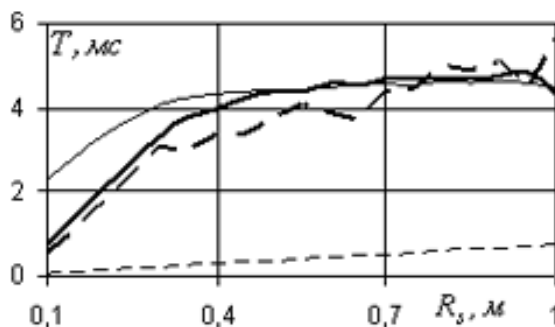


Рис. 7. Первый период пульсаций компонентов системы: результат моделирования полости – жирная сплошная линия, полости вычисленный по формуле (3) – тонкая сплошная линия, результат моделирования оболочки – жирная штриховая, оболочки вычисленный по формуле (2) – тонкая штриховая

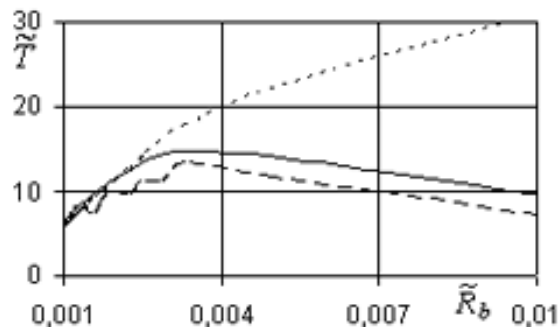


Рис. 8. Первый относительный период пульсаций компонентов системы: результат моделирования пульсаций полости – сплошная линия, вычисления по формуле (3) – пунктирная линия, результат моделирования оболочки – штриховая

Динамика оболочки обусловлена двумя факторами – общее изменение объема жидкости за счёт роста газовой полости (низкочастотные составляющие) и распространение волны в жидкости (высокочастотные составляющие) (рис. 3, 4). Степень влияния этих факторов различна при разных значениях относительного радиуса полости и величины вводимой энергии. Рассматривая отношение амплитуды высокочастотных составляющих

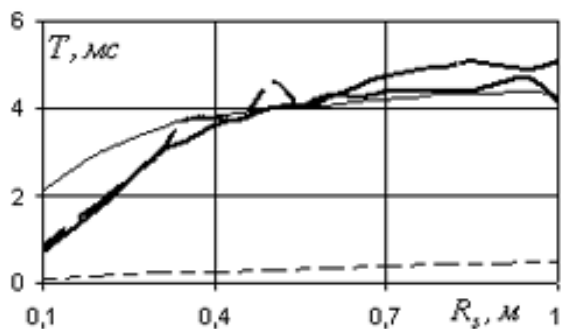


Рис. 9. Второй период пульсаций компонентов системы:

результат моделирования пульсаций полости – жирная сплошная линия, вычисления по формуле (3) – тонкая сплошная линия, результат моделирования пульсации оболочки – жирная штриховая, вычисления по формуле (4) – тонкая штриховая)

A_B к амплитуде низкочастотных A_H (рис. 10), видим, что при достаточно больших значениях радиуса оболочки, когда влияние изменения объема жидкости мало, волновые процессы в жидкости существенно влияют на динамику оболочки.

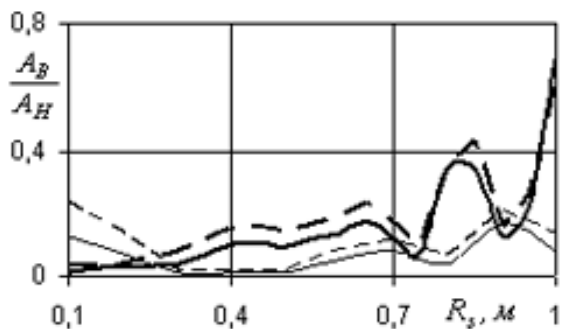


Рис. 10. Отношение амплитуд высокочастотных к низкочастотным составляющим: сплошная линия – первая пульсация, штриховая – вторая пульсация, жирные – для $E=10$ Дж, тонкие – для $E=50$ Дж

При увеличении количества вводимой энергии для малых значений радиуса оболочки (до 1 м) отношение высокочастотных составляющих к низкочастотным возрастает. Это связано с увеличением энергии волны, распространяющейся в жидкости и оказывающей влияние на оболочку. Для различных значений вводимой энергии наблюдаются интервалы относительных размеров оболочки, при которых квазистатические явления преобладают над волновыми. Для $E=10$ Дж – это интервал от 0.1 до 0.3 м, для $E=50$ Дж – от 0.3 до

0.5 м (рис. 10). При увеличении радиуса оболочки и, как следствие, увеличения объема жидкости, волновые процессы в ней начинают оказывать все большее влияние на оболочку по сравнению с общим изменением давления в жидкости, и относительная амплитуда высокочастотных и низкочастотных колебаний (A_B/A_H) возрастает.

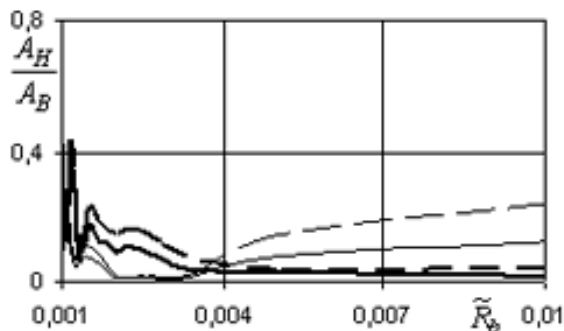


Рис. 11. Отношение амплитуд высокочастотных к низкочастотным составляющим: сплошная линия – первая пульсация, штриховая – вторая пульсация, жирные – для $\tilde{E} = 7.2 \cdot 10^{-10}$, тонкие – для $\tilde{E} = 3.6 \cdot 10^{-9}$

При увеличении вводимой энергии для малых значений радиуса оболочки ($\tilde{E} = 3.6 \cdot 10^{-9}$, $R_{b0} > 0.004$) волновые процессы в жидкости оказывают существенное влияние на оболочку, это связано с импульсным вводом энергии в газовую полость и формированием волны давления с большей амплитудой.

В случае жесткого закрепления оболочки в полюсах перемещения оболочки в точках закрепления не происходят. Рассмотрим случай вводимой энергии $E=10$ Дж, как и в случае незакрепленной оболочки. Динамика полости с увеличением радиуса оболочки всё меньше будет отличаться от динамики полости для случая незакрепленной оболочки (рис. 11). Для значений радиуса оболочки, больших 0.5 м, её пульсации на экваторе практически совпадают с незакрепленной оболочкой, а при значениях радиуса оболочки, меньших 0.5 м, амплитуда пульсаций оболочки Δw , закреплённой в полюсах больше, чем незакрепленной (рис. 5). Это можно объяснить отсутствием фокусировки волны давления в жидкости, как при незакрепленной оболочке.

Движения оболочки в случае ее закрепления в полюсах симметричны относительно плоскости экватора, для описания пульсаций оболочки достаточно рассмотреть ее динамику на одном из меридианов. Амплитуда закреплённой оболочки

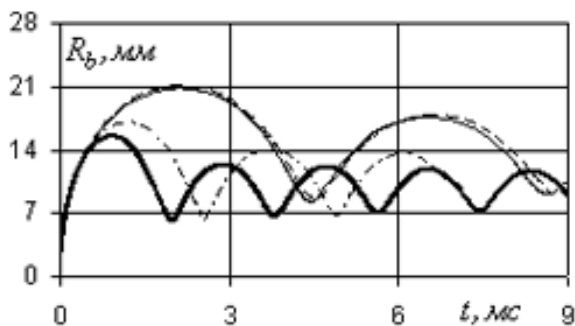


Рис. 12. Изменение пульсации полости: жирная сплошная линия – при незакрепленной оболочке для $R_s = 0.2$ м, штрих пунктирная линия – при закреплении оболочки для $R_s = 0.2$ м, тонкая сплошная линия – при незакрепленной оболочке для $R_s = 0.6$ м, тонкая штриховая линия – при закреплённой оболочке для $R_s = 0.6$ м

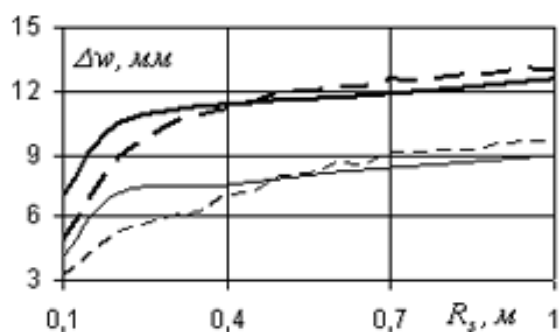


Рис. 13. Изменение амплитуды пульсаций полости: жирные линии – первая пульсация, тонкие – вторая, сплошные линии для случая закреплённой оболочки в полюсах, штриховая – для случая незакреплённой оболочки

превышает амплитуду пульсации незакреплённой оболочки вдали от её полюсов (рис. 12–14).

ВЫВОДЫ

В результате проведенных исследований динамики системы, состоящей из сферической оболочки, заполненной жидкостью, в центре которой расположена сферическая полость, при различных относительных размерах элементов системы и способах закреплёния оболочки установлено:

– пульсации оболочки характеризуются двумя составляющими, одна из которых зависит от пульсаций полости, а вторая – от волновых процессов в жидкости. Влияние волновых процессов возрастает при увеличении энергии, введённой в полость;

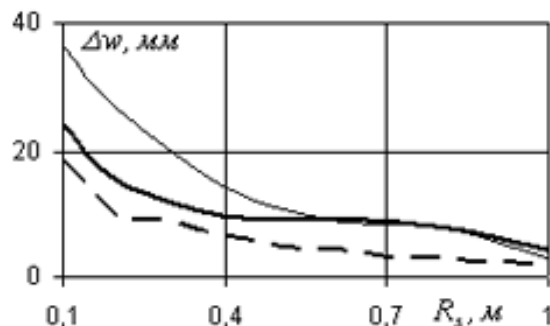


Рис. 14. Изменение амплитуды первой пульсации оболочки: тонкая линия – при $\theta = \pi/2$ для закреплённой оболочки, жирная линия – при $\theta = \pi/4$ для закреплённой оболочки, штриховая линия – для незакреплённой оболочки

– в пределах изменения безразмерной энергии от $7.2 \cdot 10^{-10}$ до $3.6 \cdot 10^{-9}$ период пульсаций полости превышает период пульсации оболочки не более чем на 7%, если радиус оболочки не превышает 0.3 м. Для второй и последующих пульсаций отличие периодов составляет около 3%;

– амплитуда пульсаций жестко закреплённой в полюсах сферической оболочки вблизи её экватора превышает в 2–3 раза пульсации незакреплённой оболочки при прочих равных условиях.

1. Кобычкин В.С., Шмаков В.П. Исследование частот колебаний сферической оболочки, заполненной жидкостью // Строительная механика и расчет сооружений. – 1962. – № 2. – С. 49–54.
2. Ali E. Engin Vibrations of fluid-filled spherical shells // J. Acoust. Soc. Amer. – 1969. – V.46. № 1. Pt. 2. – P. 186–190.
3. Mingsion R. Bai., Kuorung Wu Free vibration of a thin spherical shell containing a compressible fluid // Acoust. Soc. Amer. – 1994. – V. 95, № 6. – P. 3300–3310.
4. Clyde Scandrett Scattering and active acoustic control from a submerged spherical shell // J. Acoust. Soc. Amer. – 2002. – V. 11, № 2. – P. 893–907.
5. Shah S.A., Tajuddin M. On axially symmetric vibrations of fluid filled poroelastic spherical shells // Open Journal of Acoustics. – 2011. – № 1. – P. 15–26.
6. Самойлов Е.А., Павлов Б.С. Колебания полусферической оболочки, заполненной жидкостью // Известия ВУЗов. Авиационная техника. – 1964. – Е. 7, № 3. – С. 73–86.
7. Kohsetsu Yuji Simplified method of axisymmetric fluid-structure coupled vibrations analysis for pressurized tank of rocket // Trans. Jap. Mech. Eng. Nihon kikai gakkai ronbunshu. – 1999. – V 65, № 636. – P. 50–57.
8. Лавров Ю.А., Лукьянов В.Д. Собственные колебания сосуда с жидкостью в форме шарового сектора // Акустический журнал. – 2002. – Т. 48, № 6. – С. 799–804.

9. Sheptilevskiy A. V., Kosenkov V. M., Selezov I. T. Three-dimensional model of a hydroelastic system bounded by a spherical shell // J. Math. Sci.– 2013.– 190, N 6.– P. 823-834.
10. Наугольных К.А., Рой Н.А. Электрические разряды в воде.– М.: Наука, 1971.– 155 с.
11. Сапожников С.Б., Фот Е. Я., Мокеев В.В. Экспериментальное и численное исследование колебаний тонкостенной оболочки, заполненной вязкоупругой жидкостью // Известия Челябинского научного центра.– 2004.– Вып. 4(26).– С. 66–70.
12. Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Наука.–1976.– Т. 1.– 536 с.; Т.2.– 574 с.
13. Селезов И.Т., Селезова Л.В. Волны в магнитоупругих средах. – Киев: Наук. думка, 1975. – 164 с.
14. Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. Волновая динамика газо- и парожидкостных сред.– М: Энергоатомиздат, 1990.– 248 с.
15. Иванов В.А., Ильгамов М.А. Исследование собственных колебаний сферической оболочки, содержащей сплошное упругое тело и газ.// Сб. научн. тр. Исследования по теории пластин и оболочек.– Казань, 1967. – Вып.5. – С. 397-409.
16. Шептилевский А.В. Динамика пульсаций газовой полости в сжимаемой жидкости в результате электроразрядного ввода энергии // Электронная обработка материалов, – 2013, 49(4).– С. 94–99.
17. Селезов И. Т., Кривонос Ю. Г. Математические методы в задачах распространения и дифракции волн.– Киев: Наук. думка, 2012.– 213 с.