

УДК 532.528

ЗАДАЧА ОБ УДАРЕ ПЛАСТИНЫ О ЖИДКОСТЬ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМОЙ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Ю. Н. САВЧЕНКО, Ю. А. СЕМЕНОВ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев
03680 Киев – 180, МСП, ул. Желябова, 8/4
semenov@a-teleport.com

Получено 12.10.2012

На примере удара пластинки о свободную поверхность жидкости исследуется влияние формы и величины области, занятой жидкостью, на величину присоединенной массы пластинки. Интегральный метод годографа применен для решения задачи об ударе пластины о несжимаемую жидкость бесконечной глубины, свободная поверхность которой имеет произвольную форму. Получены аналитические выражения для комплексной скорости, производной комплексного потенциала и функции, отображающей область параметра на физическую плоскость течения. Краевая задача сведена к системе двух интегральных уравнений, решение которой получено с использованием метода последовательных приближений. Представлены результаты вычислений распределения скорости на свободной границе непосредственно после удара и исследовано влияние формы свободной границы на значение присоединенной массы.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: удар о жидкость, присоединенная масса, комплексный потенциал, свободные границы, интегральные уравнения

На прикладі удару пластинки об вільну поверхню рідини досліджується вплив форми і величин області, що зайнята рідиною, на величину приєднаної маси пластинки. Інтегральний метод годографа застосовано для розв'язання задачі про удар пластинки об нестисливу рідину нескінченної глибини, вільна поверхня якої має довільну форму. Одержано аналітичні вирази для комплексної швидкості, похідної комплексного потенціалу і функції, що відображає область параметра на фізичну площину течії. Гранична задача зводиться до системи двох інтегральних рівнянь, розв'язок якої отримано з використанням методу послідовних наближень. Представлено результати обчислень розподілення швидкості на вільній границі безпосередньо після удару і досліджено вплив форми вільної границі на значення приєднаної маси.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: удар об рідину, приєднана маса, комплексний потенціал, вільні межі, інтегральні рівняння

This paper considers a flat plate impacting the free surface of the liquid of infinite depth. The primary interest of the study is to investigate the effect of the prescribed free boundaries on the added mass. An integral hodograph method is used to reduce the problem to a system of two integro-differential equations that are solved numerically using the method of successive approximations. The impact of the plate onto the flat free surface is obtained as a specific case. The effect of the geometry of the flow region on the value of the added mass is discussed.

KEY WORDS: water impact, added mass, complex potential, free boundaries, integral equations

ВВЕДЕНИЕ

Плоская задача об ударе пластины о поверхность жидкости бесконечной глубины решена Келдышом для случая плоской свободной поверхности [2]. В реальных условиях свободная поверхность жидкости может отличаться от плоской, например, при учете волнения на поверхности жидкости, а также в результате обтекания тела до удара, сформировавшего область течения и форму свободных границ.

Задача об ударе тела о поверхность жидкости, кроме изучения непосредственно гидродинамических характеристик при ударе тела, имеет приложение для приближенного исследования нестационарного движения тел, так как ускоренное движе-

ние можно представить в виде последовательных ударов, при которых скорость изменяется мгновенно на конечную величину, соответствующую заданному ускоренному движению. Однако изменение формы свободных границ при таком подходе и ее влияние на присоединенную массу определить не представляется возможным. Данное исследование позволяет оценить влияние формы свободных границ, а также диапазон применимости такого подхода к изучению нестационарного движения тел в жидкости со свободными границами.

В литературе рассмотрены задачи удара пластинки о плоскую свободную поверхность конечной глубины [6], задачи о центральном и нецентральном ударе круглого диска о жидкость конечной глубины, о вертикальном ударе эллиптического цилиндра, плавающего на поверхности иде-

альной несжимаемой жидкости. Обзор литературы можно найти в [7].

В данной работе внимание уделено влиянию формы области, занятой жидкостью, на величину присоединенной массы, возникающей при ударе, то есть при мгновенном изменении скорости потока относительно пластинки. Сформулирована краевая задача и предложено ее полное решение в нелинейной постановке. С использованием интегрального метода годографа получены выражения комплексной скорости и производной комплексного потенциала, определенные в первом квадранте области параметрического переменного. Комбинация этих выражений позволяет определить функцию, отображающую область параметра на область течения жидкости. Краевая задача сведена к системе интегральных уравнений, полученных с использованием динамического и кинематического граничных условий. В случае плоской свободной поверхности найдено аналитическое решение системы интегральных уравнений, которое совпадает с известным в литературе [8].

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1.1. Постановка задачи

Рассматривается плоская задача о вертикальном ударе абсолютно жесткой пластинки по поверхности идеальной несжимаемой жидкости, форма границ которой в общем случае произвольна и считается известной в момент удара.

Рассмотрим течение в системе координат, связанной с пластинкой, то есть считаем, что пластинка неподвижна, а вся жидкость до удара $t \leq 0^-$ покоится. Непосредственно после удара $t = 0^+$ вся масса жидкости приобретает дополнительную скорость, которая на бесконечности равна U . Необходимо найти распределение скоростей в жидкости в момент, следующий за ударом, распределение импульса сил давления по поверхности тела, полный импульс давления или коэффициент присоединенной массы. Деформацией свободной поверхности за время удара пренебрегается, т. е. считается, что она совпадает с поверхностью жидкости до удара.

В результате удара течение остается потенциальным, поэтому можно ввести в рассмотрение потенциал течения $\phi(x, y)$ и сопряженную функцию тока $\psi(x, y)$. Требуется найти выражение комплексного потенциала течения $w(z) = \phi(x, y) +$

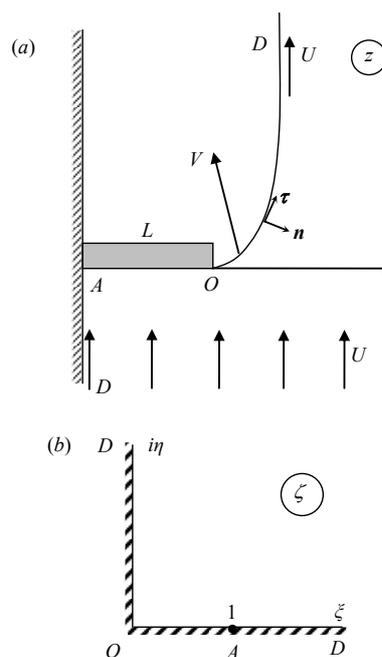


Рис. 1. Схема физической плоскости течения в результате удара пластинки по поверхности жидкости с заданной формой свободной границы (a) и область параметрического переменного (b)

$+i\psi(x, y)$, удовлетворяющего условию непротекания на пластинке, а также динамическому и кинематическому граничным условиям на свободной границе. Следуя методам Жуковского [9] и Чаплыгина [10, 11], решение задачи ищется путем построения выражений комплексной dw/dz скорости и производной комплексного потенциала dw/dz в области параметрического переменного ζ , в качестве которой выбран первый квадрант. Соответствие точек физической области течения и области параметра показано на рис.1. Если выражения комплексной скорости и производной комплексного потенциала найдены, то зависимость между областью параметра и физической плоскостью течения определяется отображающей функцией

$$z(\zeta) = z_0 + \int_0^\zeta \frac{dw/d\zeta'}{dw/dz} d\zeta'. \quad (1)$$

Если задача нахождения потенциала течения $w(\zeta)$ и отображающей функции $z(\zeta)$ решена, то можно найти распределение давления по поверхности тела и суммарную силу, действующую на тело. Обозначим через J импульс сил давления вдоль поверхности тела. Тогда из интеграла

Коши-Лагранжа для случая удара получим $J = -\rho\varphi(x, y, 0)$, а суммарный импульс сил даления, действующий на пластинку, будет

$$P = -\rho \int_S \varphi(x, y) dx dy = mU, \quad (2)$$

где m – присоединенная масса. Коэффициент присоединенной массы определяется как $m^* = m/(\rho L^2)$.

Методы Жуковского и Чаплыгина позволяют построить выражения комплексной скорости и производной комплексного потенциала для задач стационарного обтекания тел с прямолинейными границами и постоянной скоростью на свободной границе. Рассматриваемое течение существенно нестационарно, поэтому для построения выражения комплексной скорости и производной комплексного потенциала используется интегральный метод годографа, представленный в работе [12].

1.2. Нахождение выражения комплексной скорости и производной комплексного потенциала

На данной стадии решения задачи предположим, что величина скорости на свободной границе, $v(\eta, 0^+)$, после удара известна как функция параметрической переменной η . Эта функция будет определена позже из кинематического граничного условия. В системе координат, связанной с пластинкой, нормальная компонента скорости равна нулю в силу условия непротекания жидкости сквозь твердую поверхность. Поэтому скорость на смоченной части пластинки направлена по касательной к ней. В случае вертикального удара течение симметрично относительно оси y . Ось симметрии можно рассматривать в качестве твердой границы, на которой выполняется условие непротекания. Учитывая, что смоченной части пластинки OA и оси симметрии AD соответствует действительная ось области параметра, граничные условия для функции комплексной скорости можно записать в виде:

$$\left| \frac{\partial w}{\partial z} \right| = v(\eta, 0^+), \quad 0 < \eta < \infty, \quad \xi = 0, \quad (3)$$

$$\chi(\xi, t) = \arg \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) = \begin{cases} 0, & 0 < \xi < 1, \eta = 0, \\ -\pi/2, & 1 < \xi < \infty, \eta = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Задача состоит в нахождении функции $dw/d\zeta$, определенной в первом квадранте и удовлетворяющей граничным условиям (3) и (4). Интеграль-

ная формула [8]

$$\frac{\partial w}{\partial z} = v_\infty \exp \left[\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\partial \chi}{\partial \xi} \ln \left(\frac{\zeta + \xi}{\zeta - \xi} \right) d\xi - \frac{i}{\pi} \int_0^\infty \frac{\partial \ln v}{\partial \eta} \ln \left(\frac{\zeta - i\eta}{\zeta + i\eta} \right) d\eta \right] \quad (5)$$

позволяет найти комплексную функцию, удовлетворяющую граничным условиям (3) и (4). Здесь v_∞ – скорость на бесконечности после удара. Аргумент комплексной скорости изменяется скачком в точке A ($\zeta = 1$), что соответствует угловой точке в физической плоскости. Подставляя выражение (3) в первый интеграл формулы (5) и определяя аналитически интеграл, можно получить следующее выражение комплексной скорости:

$$\frac{\partial w}{\partial z} = v_\infty \left(\frac{\zeta - 1}{\zeta + 1} \right)^{\frac{1}{2}} \times \exp \left[-\frac{i}{\pi} \int_0^\infty \frac{\partial \ln v}{\partial \eta} \ln \left(\frac{\zeta - i\eta}{\zeta + i\eta} \right) d\eta - i \frac{\pi}{2} \right]. \quad (6)$$

Можно видеть, что комплексная скорость имеет нуль порядка $\frac{1}{2}$ в угловой точке A . В остальных точках области течения скорость в нуль не обращается.

Для нахождения выражения производной комплексного потенциала полезно ввести в рассмотрение единичные векторы внешней нормали \mathbf{n} и касательной к свободной поверхности τ , как показано на рис. 1. Направление вектора τ выбрано таким образом, чтобы дуговая координата s возрастала при таком обходе границы области течения, когда область жидкости остается справа. С учетом этих обозначений можно записать

$$dw = (v_n + v_s) ds, \quad (7)$$

где v_n и v_s – нормальная и касательная компоненты скорости к свободной границе. Введем угол θ между вектором скорости и единичным вектором τ , касательным к свободной границе: $\theta = \text{tg}^{-1}(v_n/v_s)$.

При ударе ускорение жидкости на свободной границе направлено перпендикулярно к ней. Это следует из уравнения движения Эйлера

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p$$

при постоянном давлении на свободной поверхности. За бесконечно малое время удара, $0 \leq t \leq$

$\leq 0^+$, изменяется нормальная компонента скорости, а тангенциальная компонента скорости остается неизменной. Это условие можно выразить в виде

$$v \cos \theta = \sin \bar{\delta}, \quad (8)$$

где функция $\bar{\delta}(s)$ определяется формой свободной границы, а $v = V/U$ есть величина безразмерной скорости на свободной границе после удара. В случае плоской свободной границы, $\bar{\delta} = 0$, угол $\theta = \pi/2$ вдоль всей свободной границы. Таким образом, функцию θ можно выразить следующим образом:

$$\theta(\eta, 0^+) = \begin{cases} \pi, & \eta = 0, & 0 \leq \xi < \infty, \\ \bar{\theta}(\eta), & 0 < \eta < \infty, & \xi = 0, \end{cases} \quad (9)$$

где $\bar{\theta}(\eta) = \arccos \left[\frac{\sin \bar{\delta}(s)}{v(\eta)} \right]$.

Аргумент производной комплексного потенциала можно выразить через функцию $\theta(\eta)$ на всей границе области течения следующим образом:

$$\begin{aligned} \vartheta(\zeta, t) &= \arg \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) = \arg \left(\frac{\partial w}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial \zeta} \right) = \\ &= \arg \left(\frac{\partial w}{\partial s} \right) + \arg \left(\frac{\partial s}{\partial \zeta} \right) = \\ &= \begin{cases} \pi, & 0 < \xi < \infty, & \eta = 0, \\ \theta(\eta, 0^+) + \pi/2, & \xi = 0, & 0 < \eta < \infty. \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя выражение (10) в интегральную формулу [12]

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial \zeta} &= K(t) \exp \left[-\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi'} \ln(\zeta^2 - \xi'^2) d\xi' \right] + \\ &+ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta'} \ln(\zeta^2 + \eta'^2) d\eta' + i\vartheta(\infty) \end{aligned} \quad (11)$$

можно получить выражение производной комплексного потенциала в виде

$$\frac{\partial w}{\partial \zeta} = -K \exp \left[\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \ln(\zeta^2 + \eta^2) d\eta \right]. \quad (12)$$

Из выражений (6) и (12) можно найти выражение производной отображающей функции:

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \zeta} &= \frac{\partial w}{\partial \zeta} / \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{K}{v_\infty} \left(\frac{\zeta + 1}{\zeta - 1} \right)^{\frac{1}{2}} \times \\ &\times \exp \left[\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\partial \lambda}{\partial \eta} \ln(\eta^2 + \zeta^2) d\eta' + \right. \\ &\left. + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\partial \ln v}{\partial \eta'} \ln \left(\frac{i\eta - \zeta}{i\eta + \zeta} \right) d\eta \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Параметр K определяется длиной половины пластинки L :

$$L = \int_0^a \frac{\partial s}{\partial \xi} d\xi, \quad (14)$$

где

$$\frac{\partial s}{\partial \xi} = \left| \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=\xi}.$$

1.3. Интегральное уравнение для функции модуля скорости $v(\eta, 0^+)$

Функция $\theta(\eta, 0^+)$ определяется из кинематического граничного условия (8). Для определения функции $v(\eta, 0^+)$ воспользуемся тем, что форма свободной границы задана функцией $\bar{\delta}(s)$. Определяя аргумент производной отображающей функции из выражения (13) при $\zeta = i\eta$, можно записать

$$\delta(\eta, 0^+) = \arg \left(\frac{\partial z}{\partial \zeta} \right) = \arg \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) - \arg \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right).$$

Подставляя в последнее уравнение аргумент комплексной скорости, который можно получить из выражения (5) при $\zeta = i\eta$, и аргумент производной комплексного потенциала, который находится из выражения (12) $\zeta = i\eta$, приходим к следующему интегральному уравнению для определения функции $\partial \ln v / \partial \eta$:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\partial \ln v}{\partial \eta'} \ln \left| \frac{\eta' - \eta}{\eta' + \eta} \right| d\eta' + \operatorname{tg}^{-1} \eta = \bar{\delta}[s(\eta)] - \theta(\eta, 0^+), \quad (15)$$

где функция $s = s(\eta)$ определяется интегрированием производной отображающей функции (13) вдоль мнимой оси области параметра $\zeta = i\eta$:

$$s(\eta) = \frac{K}{v(\eta)} \exp \left[\frac{1}{\pi} \int_0^\eta \frac{\partial \theta}{\partial \eta'} \ln(\eta'^2 + \zeta^2) d\eta' \right]. \quad (16)$$

1.4. Аналитическое решение для случая плоской свободной поверхности

В случае плоской свободной поверхности $\bar{\delta}(s) \equiv \pi$, а угол между вектором скорости и свободной поверхностью $\theta(\eta, 0^+) \equiv \pi/2$. Интегральное уравнение (15) принимает вид

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\partial \ln v}{\partial \eta'} \ln \left| \frac{\eta' - \eta}{\eta' + \eta} \right| d\eta' + \operatorname{tg}^{-1} \eta = \frac{\pi}{2}. \quad (17)$$

Это уравнение имеет аналитическое решение

$$\frac{\partial \ln v}{\partial \eta} = \frac{\eta}{1 + \eta^2} - \frac{1}{\eta}. \quad (18)$$

Интегрируя последнее уравнение, получаем

$$v(\eta, 0^+) = v_\infty \exp \left(- \int_{\eta}^{\infty} \frac{\partial \ln v}{\partial \eta} d\eta' \right) = v_\infty \frac{\sqrt{\eta^2 + 1}}{\eta}. \quad (19)$$

Производная комплексного потенциала (12) при $\theta(\eta, 0^+) \equiv \pi/2$ есть константа $-K$, поэтому уравнение (16) для функции дуговой координаты $s = s(\eta)$ принимает вид

$$\frac{\partial s}{\partial \eta} = \left| \frac{\partial z}{\partial \varsigma} \right|_{\varsigma=i\eta} = \left| \frac{\partial W}{\partial \eta} \right| \frac{1}{v(\eta, 0^+)} = \frac{K}{v_\infty} \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + 1}}. \quad (20)$$

Интегрируя выражение (20) вдоль мнимой оси области параметра, можно выразить дуговую координату $s = s(\eta)$ в явном виде:

$$s(\eta, 0^+) = \frac{K}{v_\infty} \left(\sqrt{1 + \eta^2} - 1 \right). \quad (21)$$

Исключая параметрическую переменную из выражений (19) и (21), можно выразить модуль скорости на свободной границе как функцию дуговой координаты s :

$$v(s, 0^+) = \frac{s + 1}{\sqrt{(s + 1)^2 - 1}}. \quad (22)$$

Из последнего уравнения можно видеть, что при $s \rightarrow 0$ скорость в точке контакта свободной границы с пластинкой стремится к бесконечности как $v(s, 0^+) \sim s^{-1/2}$. Формула (22) совпадает с полученной в работе [8] при решении задачи удара методом сращиваемых разложений в физической области течения. Полученный результат способствует уверенности в достоверности решения также и для случая произвольной формы свободной границы.

2. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ФОРМЫ СВОБОДНЫХ ГРАНИЦ НА ПАРАМЕТРЫ ТЕЧЕНИЯ

Учитывая, что функция $\partial \ln v / \partial \eta$ имеет сингулярность в точке контакта свободной поверхности и пластинки, как это видно из уравнения (18), удобно представить ее в виде суммы

$$\frac{\partial \ln v}{\partial \eta} = \frac{\partial \ln \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\partial \ln \tilde{v}}{\partial \eta}, \quad (23)$$

где

$$\frac{\partial \ln \bar{v}}{\partial \eta} = \frac{\eta}{1 + \eta^2} - \frac{1}{\eta}$$

соответствует распределению скорости для случая плоской свободной поверхности (18), а член $\partial \ln \tilde{v} / \partial \eta$ учитывает отклонение рассматриваемой формы свободной границы от плоской.

Из уравнений (15) и (17) можно получить следующее интегральное уравнение для функции $\partial \ln \tilde{v} / \partial \eta$:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\partial \ln \tilde{v}}{\partial \eta'} \ln \left| \frac{\eta' - \eta}{\eta' + \eta} \right| d\eta' = \bar{\delta}[s(\eta)] - \theta(\eta, 0^+) - \pi/2. \quad (24)$$

2.1. Численное решение интегрального уравнения

Интегральное уравнение (24) решается численно итерационным методом последовательных приближений. На мнимой оси области параметра задаются N узлов η_j , $j = 1, \dots, N$. Используя линейную интерполяцию функции $\ln \tilde{v}$ на интервалах (η_{j-1}, η_j) , можно аналитически выразить интеграл в выражении (24) и получить систему линейных уравнений относительно неизвестных $(\partial \ln \tilde{v} / \partial \eta)_j$. При вычислении интегралов, входящих в выражения (6) и (12), функции $\ln v(\eta)$ и $\theta(\eta)$ также интерполируются линейно, что позволяет получить аналитические выражения соответствующих интегралов. На каждой итерации константа K определяется из уравнения (14).

2.2. Анализ результатов

На рис. 2 представлены эпюры распределения скорости на свободной границе при ударе пластинки: (а) – по плоской свободной поверхности, (б) – по поверхности жидкости, форма свободных границ которой соответствует струйному обтеканию пластинки, и (с) – по поверхности жидкости, форма свободных границ которой соответствует зеркальному отражению случая (б). Для случая (а) полученная из выражения (2) величина коэффициента присоединенной массы $m^* = 1.57$, что совпадает со значением, полученным в работе Келдыша [2]. Из рис. 2 видно, что скорость быстро затухает и стремится к постоянному значению, соответствующему скорости движения жидкости на бесконечности после удара.

В случае (б) получено значение коэффициента присоединенной массы $m^* = 1.685$, что близко к

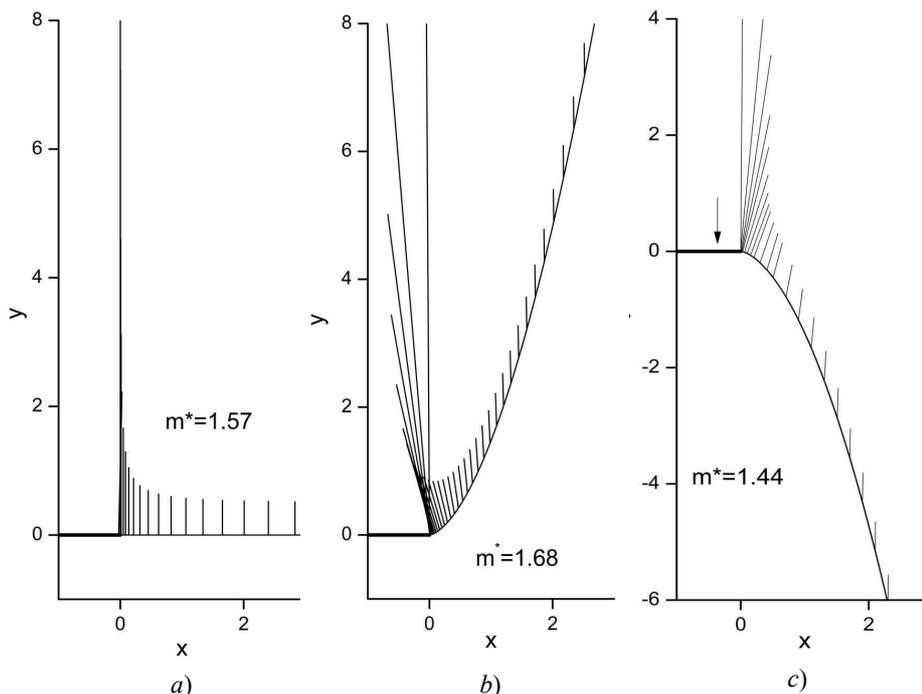


Рис. 2. Эпюры распределения скоростей при ударе пластинки (вертикальные линии): (a) – по плоской свободной поверхности и (b) – по свободной поверхности, соответствующей струйному обтеканию пластинки, форма свободной границы для случаев (b) и (c) симметричны относительно оси x .

значению 1.6896, приведенному в работе Гуревича [3]. Это значение больше, чем для случая (a), так как большая масса жидкости вовлечена в движение в результате удара. Однако это увеличение не пропорционально увеличению массы жидкости в области течения для случаев (a) и (b). Это объясняется тем, что скорость вдоль свободной границы быстро затухает при удалении от пластинки. Карман [13] ввел в рассмотрение эффективный радиус $r \sim L$, внутри которого масса жидкости приобретает скорость, равную скорости пластинки, то есть ее можно рассматривать как массу, присоединенную к массе пластинки, а влиянием остальной массы жидкости пренебречь. Из рис. 2, b можно видеть, что увеличение площади, занятой жидкостью, на расстоянии от кромки пластинки $r = L$ не столь велико, как при $r = 5L$. Поэтому увеличение коэффициента присоединенной массы до значения $m^* = 1.685$ в большей степени соответствует увеличению площади для радиуса $r = L$, чем для $r = 5L$. Аналогично сравнивая случаи (a) и (c), можно видеть, что уменьшение коэффициента присоединенной массы с $m^* = 1.57$ для (a) до $m^* = 1.44$ для случая (c) в большей степени соответствует эффективному радиусу $r = L$, чем

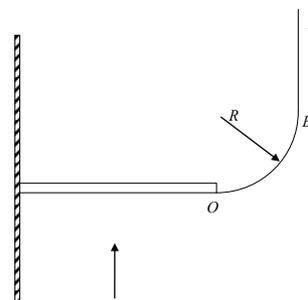


Рис. 3. Задаваемая форма свободной границы для результатов, представленных в таблице 1

$r = 5L$.

В таблице 1 представлены результаты вычислений коэффициента присоединенной массы для свободной границы, состоящей из прямолинейных участков и дуги окружности радиуса R , как показано на рис. 3. Отрицательным значениям радиуса R соответствует область жидкости, находящаяся в нижней полуплоскости. Предельный случай при $R \rightarrow 0^-$ соответствует удару плоской струи о пластинку, а случай $R \rightarrow 0^+$ – удару пластинки в безграничной жидкости с вырезанной полосой вдоль

Табл. 1. Влияние радиуса закругления границы жидкости, показанной на рис.3, на величину коэффициента присоединенной массы.

R	m^*	R	m^*
∞	1.574	$-\infty$	1.574
6.37	1.603	-6.37	1.564
3.19	1.608	-3.19	1.548
0.64	1.662	-0.64	1.434
0.32	1.709	-0.32	1.349
0.064	1.787	-0.064	1.211
0.0064	1.869	-0.0064	1.127
0.00064	1.886	-0.00064	1.114
0.000064	1.892	-0.000064	1.113

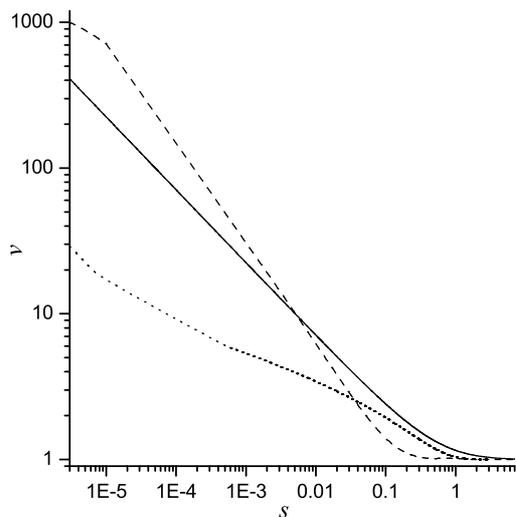


Рис. 4. Распределение величины скорости вдоль свободной границы для случая удара пластинки по плоской поверхности (сплошная линия), удара в безграничной жидкости с вырезанной полосой (штриховая линия) и удара пластинки и плоской струи жидкости (пунктирная линия)

оси y , $0 \leq y \leq \infty$, ширина которой равна ширине пластинки.

На рис. 4 представлены распределения скорости вдоль свободной границы для случая удара пластинки по плоской свободной поверхности (сплошная кривая), удара пластинки в безграничной жидкости с вырезанной полосой (случай $R \rightarrow 0^+$ на рис. 3) и удара пластинки по плоской струе (случай $R \rightarrow 0^-$ на рис. 3).

Для случая удара плоской струи о пластинку величина скорости на свободной поверхности меньше, чем для полупространства жидкости на любом расстоянии от пластинки. Для случая безграничной жидкости с вырезанной полосой скорость вблизи пластинки выше, чем для случая

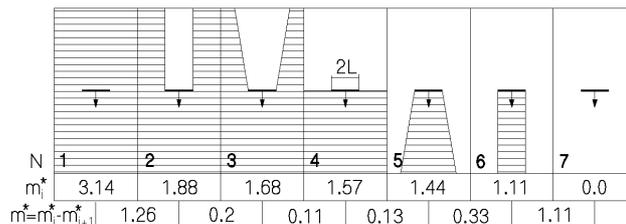


Рис. 5. Характерные случаи удара пластинки по области жидкости со свободными границами и соответствующие значения коэффициента присоединенной массы

удара пластинки по плоской поверхности. Однако скорость быстро затухает при удалении от пластинки и на расстоянии примерно $0.1L$ становится меньше, чем для случая удара пластинки по плоской свободной поверхности. Такое поведение также вытекает из условия сохранения массы жидкости при ударе.

В работе [5] исследовано влияние числа кавитации на величину присоединенной массы, которая изменяется в диапазоне $1.68 < m^* < 1.9$ при изменении числа кавитации σ в диапазоне $0 < \sigma < 20$. Форма свободных границ может оказывать влияние на величину присоединенной массы в диапазоне $1.11 < m^* < 1.89$. Нижняя граница диапазона соответствует удару плоской струи и пластинки, а верхняя – удару пластинки в безграничной жидкости с вырезанной полосой.

Характер изменения коэффициента присоединенной массы m^* при сокращении размеров области, занятой жидкостью, можно проследить на рис. 5, где последовательно изображены характерные схемы удара пластинки по свободной границе областей жидкости, расположенные по мере убывания размера области, занятой жидкостью.

Схемы 1 и 7 на рис. 5 соответствуют тривиальным случаям области полностью, занятой жидкостью и полностью свободной от жидкости, для которых $m_1^* = \pi$ и $m_7^* = 0$ соответственно. Схемы 2 и 6 соответствуют случаям $R \rightarrow 0^+$ и $R \rightarrow 0^-$ показанным на рис. 3, а также приведенным в таблице 1. Схемы 3 и 5 соответствуют струйным течениям, показанным на рис. 2, *b, c*. Схема 4 соответствует области с полупространством жидкости на рис. 2, *a*.

Анализ показывает, что наибольшие изменения присоединенной массы происходят при сокращении каверны за пластинкой между случаями 1 и 2 на рис. 5 и при уменьшении ширины столба жидкости под пластинкой (случай 6 на рис. 5).

Поскольку изменения свободных границ и объе-

ма, занятого жидкостью, можно производить различными путями, например, сокращая длину либо ширину области в схемах 2 и 6 на рис. 5, то представляет дальнейший интерес выяснить характер изменения присоединенной массы в каждом из возможных случаев.

1. Логвинович Г.В. Гидродинамика течений со свободными границами.– Киев: Наукова думка, 1969.– 308 с.
2. Келдыш М. В. Удар пластинки о воду, имеющую конечную глубину // Труды ЦАГИ.– 1935.– Вып. 152.– С. 13-20.
3. Гуревич М. И. Удар пластины при обтекании с отрывом струй // ПММ.– 1952.– Т. XVI, вып. 1.– С. 342-346.
4. Берман Я. Р. Удар клина при обтекании с отрывом струй // ПММ.– 1956.– Т. XX, вып. 3.– С. 421-425.
5. Пархомовский С. И. Удар клина в ограниченном потоке при симметричном кавитационном обтекании // Изв. вузов. Математика.– 1958.– 6(7).– С. 215-225.
6. Рябченко В. П. Метод интегральных уравнений в плоской и пространственной задачах об ударе пластины о жидкость конечной глубины // Прикладная механика и техническая физика.– 2001.– Т. 42, № 4.– С. 98 - 111.
7. Григолюк Э. И., Горшков А. Г. Взаимодействие упругих конструкций с жидкостью.– Л.: Судостроение, 1976.– 336 с.
8. Iafrati A. & A. Korobkin A. Initial stage of flat plate impact onto liquid free surface // Physics of Fluids.– 2006.– V.16.– P. 2214 - 2227.
9. Жуковский Н.Е. Видоизменение метода Кирхгофа для определения движения жидкости в двух измерениях при постоянной скорости, данной на неизвестной линии тока // Матем. Сборник.– 1890.– Т. XV.– С. 95
10. Чаплыгин С.А. О давлении плоскопараллельного потока на преграждающие тела (К теории аэроплана).– М.: Моск. ун-т, 1910.– 49 с.
11. Гуревич М.И. Теория струй идеальной жидкости.– М.: Наука, 1979.– 536 с.
12. Семенов Ю.А. Комплексный потенциал нестационарного течения со свободной границей // Вестник Херсонского университета.– Херсон.– 2003, Том 2.– С. 384 - 387.
13. Von Karman T. The impact on seaplane floats, during landing.– NASA-TN-321: 1929, Washington, D.C.– 234 p.