

УДК 625.245.62

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОГО ГРУЗА НА ДНИЩЕ КОТЛА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ ЦИСТЕРНЫ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ЕЕ С ПРЕПЯТСТВИЕМ

М. Б. КЕЛЬРИХ*, С. И. КРИЛЬ**

*Государственный технико-экономический университет транспорта, Киев

**Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 23.08.2011

Рассмотрена упрощенная физическая модель гидроудара в железнодорожной цистерне, в основе которой лежит представление о том, что максимальное давление жидкости на днище котла цистерны от гидроудара достигается в момент перехода жидкости в состояние относительного равновесия при внезапном ускорении цистерны. Получены простые формулы для определения давления гидроудара в цистернах как с полным наливом, так и с частичным недоливом. Приведены результаты сравнения расчетных значений давления гидроудара с экспериментальными значениями.

Розглянуто спрощену фізичну модель гідроудару в залізничній цистерні, в основі якої лежить уява про те, що максимальний тиск рідини на днище котла цистерни від гідроудару досягається в момент переходу рідини у стан відносної рівноваги при раптовому прискоренні цистерни. Одержано прості формули для визначення тиску гідроудару в цистернах як з повним наливом, так і з частковим недоливом. Наведено результати порівняння розрахункових значень тиску гідроудару з експериментальними значеннями.

The paper presents the simplified physical model of water hammer in a railroad car's tank. The main assumption of this model is based on the idea that the maximum fluid pressure at the bottom of the tank's boiler of water hammer is achieved when the liquid in a state of relative equilibrium in case of sudden acceleration of the tank. The simple formulas for calculation of pressure for water hammer in the tank as full bulk, and with partially filled tank are discussed. The results of comparison of calculated values of pressure hammer with the experimental data are also presented in this paper.

ВВЕДЕНИЕ

Пусть железнодорожная цистерна, котел которой наполнен жидким грузом целиком или с частичным недоливом, вначале движется с постоянной скоростью по прямолинейному горизонтальному пути, затем в некоторый момент времени сталкивается с однотипной неподвижной цистерной. На жидкость, находящуюся в набегающей цистерне, в момент удара будет действовать продольная сила инерции, из-за чего возникнет кратковременное, но значительное давление жидкости на переднее днище цистерны, а при частичном недоливе еще и изменится размещение жидкости в котле, обусловленное перетеканием ее от заднего конца котла к переднему. Давление жидкости на поверхность днища, обусловленное продольной инерционной силой, называют обычно давлением гидроудара, а задачу о его определении – задачей о гидравлическом ударе в железнодорожной цистерне.

Давление гидроудара зависит от многих факторов: скорости движения, размеров, полной массы и ускорения набегающей цистерны в момент удара, плотности и динамической вязкости налитой жидкости, степени недолива котла цистерны, а также от способа соединения цистерн при их взаимном столкновении. Так, в одном случае на-

бегающая цистерна может натолкнуться на неподвижную цистерну и соединиться с ней с помощью автоматической сцепки, оборудованной поглощающим фрикционным аппаратом, после чего обе цистерны вместе будут двигаться со скоростью, меньшей начальной скорости набегающей цистерны. В другом случае при столкновении цистерны с неподвижной цистерной последняя может находиться в тупике, поэтому при соударении с ней набегающая цистерна практически мгновенно будет терять свою скорость. Если при этом котел наполнен с частичным недоливом, после соударения будет наблюдаться плескание жидкости, обусловленное периодически возникающим инерционным перетеканием ее из одного конца котла в другой. И только при полном затухании плескания свободная поверхность жидкости приобретет свою первоначальную форму.

Задача о гидроударе в цистернах является частной задачей динамики упругих твердых тел с полостями, частично наполненных жидкостью [1–3]. В этой связи известные к настоящему времени результаты исследования давления гидроудара в цистернах связаны в основном с теоретическим изучением колебания жидкого груза в котле цистерны [4–9]. Такой подход к определению давления гидроудара является вообще-то сложным, а

расчетные значения давления не всегда согласуются с опытными данными, как, например, расчетные значения, полученные в [4].

Цель настоящей работы – разработка упрощенной методики расчета давления гидроудара. Это давление рассматривается с точки зрения относительного равновесия жидкости в момент соударения цистерн. Дело в том, что при соударении набегающей цистерны, наполненной с частичным недоливом, жидкость сначала будет перемещаться на протяжении некоторого малого промежутка времени относительно цистерны, перетекая под действием силы инерции от заднего конца котла к переднему, затем наступит определенный момент, когда процесс перетекания приостановится, жидкость перейдет в состояние относительного покоя, изменив свое первоначальное размещение. Именно в тот момент давление жидкости на переднее днище котла будет максимальным. И только в последующие моменты времени будет происходить процесс плескания жидкости. По мере его затухания давление жидкости на днище будет постепенно уменьшаться, достигая своего первоначального значения.

Таким образом, из вышеизложенных физических соображений следует, что давлению гидроудара соответствует квазистатическое состояние жидкости, предшествующее процессу плескания. Это наводит на мысль, что теоретической основой упрощенного расчета давления гидроудара в цистерне может служить дифференциальное уравнение равновесия жидкости на случай ее укоренного движения.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ПРОФИЛЬ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ ПРИ ГИДРОУДАРЕ

Рассматривается круглоцилиндрическая цистерна, наполненная жидкостью с частичным недоливом. Двигаясь вначале с постоянной скоростью, затем сталкиваясь с неподвижной цистерной, она приобретает внезапное ускорение. Предполагается, что квазистатическому состоянию жидкости в набегающей цистерне при внезапном ускорении соответствует относительное равновесие жидкости в аналогичной цистерне, движение которой является прямолинейным и равномерно-замедленным с постоянным ускорением, равным ускорению соударения (рис. 1). В данном случае абсолютное давление жидкости на переднюю стенку набегающей цистерны при столкновении будет таким же, как и абсолютное давление жидкости на переднюю стенку

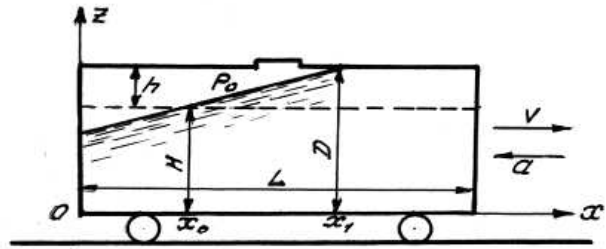


Рис. 1. Схема размещения жидкости в цистерне при равномерно-замедленном движении цистерны

цистерны-аналога.

Поэтому решение задачи о гидроударе можно получить, решив задачу о давлении жидкости на соответствующую стенку цистерны-аналога. Поскольку искомое давление тесно связано с размещением жидкости в цистерне, рассмотрим в первую очередь вопрос о профиле свободной поверхности жидкости.

Если оси координат $0x$ и $0z$, расположение которых показано на рис. 1, скреплены с движущейся цистерной, то по отношению к ним жидкость при равномерно-замедленном движении цистерны будет находиться в состоянии относительного покоя. На нее будут действовать сила тяжести с ускорением g и сила инерции с ускорением a . В данном случае дифференциальное уравнение поверхности уровня, в частности, свободной поверхности, имеет вид [9]

$$adx - gdz = 0. \quad (1)$$

Общим решением уравнения (1) является:

$$z = \frac{a}{g}x + c. \quad (2)$$

Константу интегрирования определим из условия, что при определенном значении координаты $x = x_0$ величина z равняется первоначальному уровню свободной поверхности H (рис. 1). Тогда

$$c = H - \frac{a}{g}x_0. \quad (3)$$

Подставив соотношение (3) в решение (2), затем заменив обозначение z на z_0 , получим уравнение

$$z_0 = \frac{a}{g}(x - x_0) + H, \quad (4)$$

описывающее профиль свободной поверхности жидкости при соударении. Функция $z_0(x)$ определена в области $0 \leq x \leq x_1$ (рис. 1). При этом значению аргумента $x = x_1$ соответствует значение

функции $z_0 = D$, где D – диаметр цилиндрической части цистерны. С учетом этих значений уравнение (4) принимает вид

$$D = \frac{a}{g}(x_1 - x_0) + H.$$

Отсюда получаем

$$x_1 = x_0 + \frac{g}{a}h, \quad (5)$$

где $h = D - H$ – высота недолива.

Определим координату x_0 . Она должна удовлетворять условию $z_0 = H$, при $x = x_0$ для всех, в том числе и бесконечно больших, значений ускорения a . Этому условию удовлетворяет единственное значение x_0 :

$$x_0 = \varepsilon L, \quad (6)$$

где ε – коэффициент объемного недолива; L – длина цистерны.

Координата x_0 является мобильной, ибо в зависимости от степени недолива она принимает разные значения. Так, при наполнении цистерны полностью величина $\varepsilon = 0$ и, следовательно, $x_0 = 0$. Для цистерны, налитой наполовину, $\varepsilon = 0.5$, поэтому $x_0 = 0.5L$, а в случае пустой цистерны, когда $\varepsilon = 1$, величина $x_0 = L$. Отметим также, что при решении задачи о свободной поверхности жидкости в цистерне, которая движется горизонтально с постоянным ускорением, в учебниках по гидравлике начало координат выбирают обычно по середине длины цистерны. Это можно считать правомочным лишь для частного случая, когда цистерна наполнена наполовину, что следует из (6). В случае наполнения цистерны с произвольным недоливом такой выбор начала координат нужно признать некорректным.

2. ДАВЛЕНИЕ ОТ ИНЕРЦИОННОЙ СИЛЫ

Рассматривая продольное сечение цистерны в плоскости вертикального диаметра, разделим его на две области: область, соответствующую изменению координаты x от 0 до x_1 , и область, соответствующую изменению x от x_1 до L . Первая из этих областей характеризуется тем, что в ней находится профиль свободной поверхности. Для определения давления в точках этой области используем основное дифференциальное уравнение гидростатики для переносного ускоренного движения жидкости. При равномерном замедлении движения цистерны ускорение силы инерции, действующей на жидкость, будет положительным и в данном случае дифференциальное уравнение относительного равновесия жидкости можно написать в

виде [9]

$$dP = \rho(adx - gdz), \quad (7)$$

где P – статическое давление; ρ – плотность жидкости.

Проинтегрировав уравнение (7), будем иметь

$$P = \rho(ax - gz) + C. \quad (8)$$

Константу интегрирования определим, используя условие: $P = P_0$ при $x = x_0$ и $z = z_0 = H$, где P_0 – давление на свободную поверхность жидкости. Тогда

$$C = P_0 - \rho(ax_0 - gH). \quad (9)$$

После подстановки выражения (9) в уравнение (8) и соответствующих элементарных преобразований получим следующую закономерность распределения абсолютного давления в точках рассматриваемой области:

$$P = P_0 + \gamma \left[\frac{a}{g}(x - x_0) - (z - H) \right], \quad (10)$$

где $\gamma = \rho g$ – удельный вес жидкости.

Упростим формулу (10), заменив в ней $x - x_0$, используя (4), на $\frac{g}{a}(z_0 - H)$. В результате будем иметь:

$$P = P_0 + \gamma(z_0 - z), \quad (11)$$

при этом z изменяется от 0 до z_0 для заданных значений x .

На основании уравнения (11) можно утверждать, что в первой из вышеуказанных областей роль инерционной силы заключается лишь в изменении начального размещения жидкости и ее начальной свободной поверхности, а давление по высоте этой области распределяется по закону гидростатики.

В частности, при $x = x_1$ величина $z_0 = D$ и в данном случае получаем из (11):

$$P = P_0 + \gamma(D - z). \quad (12)$$

Переходим к рассмотрению второй из вышеупомянутых областей. Эта область целиком заполнена жидкостью и здесь отсутствует свободная поверхность. В чем же тогда проявляется инерционная сила? Для ответа на этот вопрос установим закономерность распределения давления в точках рассматриваемой области, используя дифференциальное уравнение Эйлера в проекции на ось Ox [9]. В данном случае оно имеет вид:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \gamma \frac{a}{g}.$$

Интегрируя его, получаем

$$P = \gamma \frac{a}{g} x + C(z). \quad (13)$$

Функцию $C(z)$ определим путем решения совместно двух уравнений (12) и (13) с учетом того, что $x = x_1$. В результате находим

$$C(z) = P_0 + \gamma(D - z) - \gamma \frac{a}{g} x_1. \quad (14)$$

После подстановки выражения (14) в уравнение (13) и соответствующих преобразований получим формулу для определения абсолютного давления в точках рассматриваемой области:

$$P = P_0 + \gamma(D - z) + \gamma \frac{a}{g} (x - x_1) \quad (15)$$

и в данном случае координата x изменяется от x_1 до L .

Формула (15), в отличие от (11), содержит дополнительное слагаемое (третье), которое представляет собой не что иное, как давление жидкости от силы инерции переносного замедленного движения. В создании этого давления и заключается роль инерционной силы в рассматриваемой области цистерны.

Здесь и ниже будем обозначать давление от инерционной силы символом \bar{P} , так что

$$\bar{P} = \gamma \frac{a}{g} (x - x_1). \quad (16)$$

Таким образом, теоретически установлено, что давление \bar{P} изменяется вдоль продольной оси цистерны по линейному закону от нуля при $x = x_1$ и до максимума при $x = L$. Установленный закон изменения давления от инерционной силы подтверждается результатами экспериментальных исследований [10]. Здесь, кстати, отметим, что во многих теоретических работах, в частности в [4], линейный характер изменения давления \bar{P} постулируют, ссылаясь на результаты опытов.

На основе формулы (16) можно определить давление гидроудара как при полном наливе цистерны, так и при частичном недоливе.

3. ДАВЛЕНИЕ ГИДРОУДАРА ПРИ ПОЛНОМ НАЛИВЕ

При внезапном ускорении цистерны, полностью наполненной жидкостью, в ускорении будет участвовать вся масса жидкости, ибо жидкость будет двигаться вместе с цистерной как твердое тело, не изменяя своей формы и объема. Поэтому

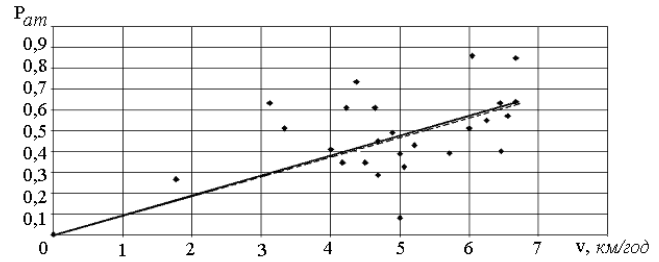


Рис. 2. График зависимости давления \bar{P} от скорости соударения V (полный налив); точки и соответствующая им сплошная прямая – опыт, штриховая прямая – расчет

при равномерно-замедленном движении цистерны с ускорением $-a_0$ на жидкость будет действовать сила инерции с положительным ускорением a_0 , так что $a = a_0$. Кроме того, в случае полного налива, когда $h = 0$, параметры x_0 и x_1 будут равняться нулю. С учетом вышесказанного, формула (16) принимает вид

$$\bar{P} = \gamma \frac{a_0}{g} x, \quad (17)$$

при этом координата x изменяется от нуля до L . Подставив в (17) значение $x = L$, получим формулу для определения давления гидроудара на переднюю стенку цистерны:

$$\bar{P} = \gamma \frac{a_0}{g} L. \quad (18)$$

Достоверность формулы (18) доказана путем сопоставления расчетных значений ударного давления, полученных по этой формуле, с соответствующими экспериментальными значениями. Для этого использованы опытные данные, приведенные в [10], по измерению давления гидроудара на переднее днище котла цистерны, полностью наполненной водой, а также относительного ускорения a_0/g при разных скоростях движения цистерны емкостью $W = 58 \text{ м}^3$, длиной $L = 9.424 \text{ м}$, диаметром $D = 2.8 \text{ м}$. Графики зависимости величин \bar{P} и a_0/g от скорости цистерны V , заимствованные из [10], изображены на рис. 2 и 3 соответственно. Здесь обозначены точками экспериментальные значения величин, а сплошными прямыми линиями – осредненные экспериментальные значения, полученные методом наименьших квадратов. Штриховой линией на рис. 2 изображена расчетная прямая линия, соответствующая формуле (18). При вычислении давления \bar{P} величины относительных ускорений a_0/g , соответствующие скоростям V , определялись из графиков на рис. 3.

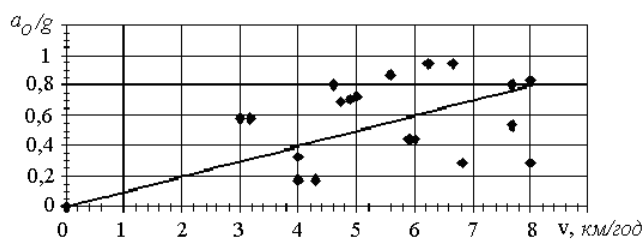


Рис. 3. График зависимости относительного ускорения a_0/g от скорости соударения V (полный налив)

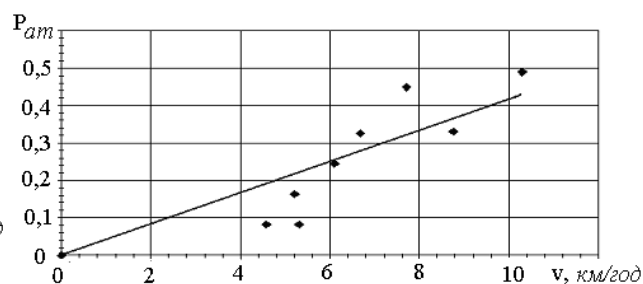


Рис. 4. График зависимости давления \bar{P} ат от скорости соударения V (недолив 500 мм)

Как видно на рис. 2, расчетная линия вполне удовлетворительно, с точностью близко 1%, совпадает с экспериментальной. Кроме того, опыты показали, что для котла длиной 10 м продольное ускорение цистерны в одно g создает давление на днище котла, равное одной атмосфере [10]. Все это и свидетельствует о достоверности формулы (18).

Отметим, что ускорение a_0 зависит в общем случае не только от скорости соударения V , но и от полных масс и способа соединения цистерн при их взаимном столкновении. Поэтому зависимость величины a_0 от определяющих ее параметров должна устанавливаться эмпирически.

4. ДАВЛЕНИЕ ГИДРОУДАРА ПРИ ЧАСТИЧНОМ НЕДОЛИВЕ

Рассмотрим более общий случай, когда набегающая цистерна частично недолита. Экспериментально установлено [10], что с увеличением высоты недолива h ударное давление на переднюю стенку цистерны уменьшается, при прочих равных условиях, по сравнению с аналогичным давлением в случае полного наполнения цистерны.

На рис. 4, заимствованном из [10], изображен график зависимости ударного давления \bar{P} от скорости V для цистерны емкостью 58 м^3 при высоте недолива $h = 500 \text{ мм}$. Сопоставляя графики, изображенные на рис. 2 и 4, видим, что для одних и тех же скоростей давление на рис. 4 почти в два раза меньше, чем давление на рис. 2.

Дадим физическое толкование эффекту уменьшения давления гидроудара в случае частичного недолива. Для этого будем исходить из следующих соображений.

Пусть набегающая со скоростью V полностью налитая цистерна, полная масса жидкости в которой равняется m_0 , сталкивается с неподвижной цистерной, приобретая внезапное отрицательное ускорение $-a_0$. На протяжении определенного, хоть и малого, времени удара t_0 , соответствующе-

му практически мгновенной остановке набегающей цистерны, жидкость будет двигаться вместе с цистерной как единое целое, находясь в состоянии переносного замедленного движения и относительного равновесия. Данному случаю будут соответствовать определенное продольное усилие в автосцепке и давление гидроудара.

Теперь рассмотрим аналогичную набегающую со скоростью V цистерну, только наполненную с недоливом. Масса жидкости в ней m будет меньше массы жидкости при полном наливе, и эта масса m будет равняться: $m = (1 - \varepsilon)m_0$. В данном случае продольное усилие в автосцепке и давление гидроудара будут меньше, чем соответствующее усилие и давление от удара цистерны, налитой целиком. Следовательно, одной из причин благоприятного влияния частичного недолива цистерны на уменьшение давления гидроудара является уменьшение полной массы цистерны. Однако, есть еще и другая причина этому влиянию, связанная с уменьшением ускорения продольной силы инерции, действующей на жидкость за время удара. Дело в том, что при внезапном столкновении частично недолитой цистерны жидкость будет перетекать в момент удара от задней стенки цистерны к передней, переходя в состояние относительного равновесия. Следовательно, для недолитой цистерны понадобится больше, нежели в случае полного налива, времени t , чтобы жидкость изменила свое первоначальное размещение и перешла в состояние переносного замедленного движения и относительного равновесия. А поскольку ускорение силы инерции, действующей на жидкость, является пропорциональным отношению V/t , то при одинаковых скоростях соударения ускорение переносного движения жидкости a при столкновении недолитой цистерны, и следовательно, ускорение этой цистерны, будут меньшими соответствующих ускорений в случае полностью налитой цистерны. Так что это тоже обуславливает эффект послабле-

ния давления гидроудара в частично недолитых цистернах.

Выразим ускорение силы инерции a , действующей на жидкость при столкновении недолитой цистерны, через аналогичное ускорение a_0 в случае столкновения полностью наполненной цистерны.

В случае недолива характерными для задачи о гидроударе в цистерне являются два линейных масштаба, а именно, L и H , комбинация которых определяет с учетом ускорения силы тяжести g , характерный масштаб времени L/\sqrt{gH} . Тогда можем написать

$$t \sim \frac{L}{\sqrt{gH}}$$

или, так как $H = D \left(1 - \frac{h}{D}\right)$,

$$t \sim \frac{L}{\sqrt{gD \left(1 - \frac{h}{D}\right)}}. \quad (19)$$

В частности, при $h = 0$ из (19) получаем

$$t_0 \sim \frac{L}{\sqrt{gD}}. \quad (20)$$

Что касается ускорений a и a_0 , то

$$a \sim \frac{V\sqrt{gD \left(1 - \frac{h}{D}\right)}}{L}, \quad (21)$$

$$a_0 \sim \frac{V\sqrt{gD}}{L}. \quad (22)$$

Отсюда

$$\frac{a}{a_0} \sim \sqrt{\left(1 - \frac{h}{D}\right)}. \quad (23)$$

Таким образом, на основании выражения (23) можем в общем случае написать, с учетом того, что $a = a_0$ при $h = 0$:

$$\frac{a}{g} = \left(1 - \frac{h}{D}\right)^n \frac{a_0}{g}, \quad (24)$$

приняв во внимание, что показатель степени n определяется эмпирически.

Теперь найдем давление гидроудара. После подстановки выражения (24) в (16), будем иметь, принимая $x = L$ и учитывая (5):

$$\bar{P} = \left[(1 - \varepsilon) \left(1 - \frac{h}{D}\right)^n - \frac{g}{a_0} \frac{h}{L} \right] \gamma \frac{a_0}{g} L, \quad (25)$$

при этом для заданных ε , h , D и L ускорение силы инерции a_0 , действующей на цистерну, должно быть таким, что

$$\frac{a_0}{g} > A, \quad (26)$$

где параметр A определяется как

$$A = \frac{1}{(1 - \varepsilon) \left(1 - \frac{h}{D}\right)^n} \frac{h}{L}. \quad (27)$$

В частности, при достаточно больших значениях $\frac{a_0}{g} \gg A$ вторым слагаемым в скобках правой части уравнения (25) можно пренебречь и тогда это уравнение упрощается к виду:

$$\bar{P} = (1 - \varepsilon) \left(1 - \frac{h}{D}\right)^n \gamma \frac{a_0}{g} L. \quad (28)$$

В случае полного налива цистерны, когда $\varepsilon = 0$ и $h = 0$, из (25) вытекает формула (18).

Показатель степени n в (25) определяется на основе экспериментальных данных по измерению давления гидроудара в случае недолива цистерны. Величина n зависит от физических характеристик жидкого груза, наполняющего цистерну, а именно: плотности ρ и динамической вязкости μ . А так как μ/ρ представляет собой кинематическую вязкость жидкого груза ν , показатель степени n можно рассматривать как функцию относительной вязкости $\bar{\nu} = \nu/\nu_w$, где ν_w – кинематическая вязкость воды. В частности, в результате обработки опытных данных, представленных на рис. 4, которым соответствуют значения $h = 0.5$ м, $h/D = 0.1786$, $\varepsilon = 0.12$ и $\bar{\nu} = 1$, получено значение $n = 2.77$.

Теперь рассмотрим вопрос о полном давлении жидкости на переднюю стенку цистерны P , обусловленное ускорениями силы тяжести и силы инерции при гидроударе для случаев, когда $\frac{a_0}{g} > A$, $\frac{a_0}{g} = A$ и $\frac{a_0}{g} < A$. В случае $\frac{a_0}{g} > A$ полное давление P определяется уравнением

$$P = \gamma(D - z) + \left[(1 - \varepsilon) \left(1 - \frac{h}{D}\right)^n - \frac{g}{a_0} \frac{h}{L} \right] \gamma \frac{a_0}{g} L, \quad (29)$$

которое получается в результате подстановки в правую часть уравнения (15), вместо третьего слагаемого, соответствующего ему выражения (25), и последующего вычитания внешнего давления P_0 . В случае же $\frac{a_0}{g} = A$ давление P определяется по формуле

$$P = \gamma(D - z), \quad (30)$$

тогда как при $\frac{a_0}{g} < A$ – по формуле

$$P = \gamma(z_0(L) - z), \quad (31)$$

где $z_0(L)$ должно быть найдено из уравнения (4) при $x = L$. В частности, при $\frac{a_0}{g} = 0$ величина $z_0(L) = H$ и тогда

$$P = \gamma(H - z), \quad (32)$$

что соответствует весовому давлению столба жидкости высотой $H - z$ при равномерном и прямолинейном движении цистерны.

Согласно (29)–(31), полное давление жидкости на переднюю стенку цистерны при гидроударе изменяется только по высоте z . Вдоль поперечной к плоскости Oxy оси это давление должно быть неизменным и равным давлению на соответствующей высоте z .

Основной задачей дальнейших исследований давлений гидроудара в цистернах является отыскание функциональных зависимостей величин $\frac{a_0}{g}$ и n от определяющих их параметров для широкого диапазона изменения условий гидроудара.

ВЫВОДЫ

Основной идеей в данной работе является идея о том, что давление гидроудара при столкновении железнодорожных цистерн можно определить, исходя из представления, что это давление возникает в момент перехода жидкости, наполняющей набегающую цистерну с частичным недоливом, в состояние относительного равновесия и равномерно-замедленного переносного движения.

В результате выполненных теоретических исследований установлен линейный закон изменения давления от гидроудара вдоль оси цистерны, дано физическое толкование благоприятному влиянию частичного недолива цистерны на уменьшение ве-

личины давления и получены простые формулы для определения давления гидроудара на днища цистерн, наполненных полностью или с частичным недоливом. Приведены результаты сравнения расчетных значений давления гидроудара с экспериментальными значениями.

1. Луковский И.А. Введение в нелинейную динамику твердого тела с полостями, содержащими жидкость.– Киев: Наук. думка, 1990.– 296 с.
2. Барняк М.Я., Лещук О.П. Дослідження власних коливань в'язкої рідини з вільною поверхнею у прямому круговому циліндрі // Зб. праць ін-ту математики НАН України.– 2008.– Т.5, №2.– С. 41–60.
3. Барняк М.А., Лещук О.П. Побудова розв'язків задачі про власні коливання в'язкої рідини у наполовину заповненій сферичній порожнині // Нелінійні коливання.– 2008.– Т.11, №4.– С. 439–461.
4. Горьков П.И. Динамическое действие колеблющейся жидкости на цистерны при неполном наливе // Изв. АН СССР, ОТН.– 1954.– №2.– С. 19–24.
5. Оценка нагруженности железнодорожной цистерны с жидкостью при соударениях Г.И.Богомаз, Н.Я.Гаркави, М.Б.Кельрих и др. // Динамика механических систем.– Киев: Наук. думка.– 1983.– С. 121–128.
6. Богомаз Г.И. Динамика железнодорожных вагонов-цистерн.– Киев: Наук. думка, 2004.– 223 с.
7. Z. Ye, A.M.Birk Fluid Pressure in Partially Liquid - Filled Horizontal Cylindrical Vessels Undergoing Impact Acceleration // J. of Pressure Vessel Technology.– 1994.– V.116, N4.– P. 449–459.
8. L. Khezzer, A. Seibi, A. Goharzadeh Water Sloshind in Rectagular Tanks. - An and Experimental Investigation, Numerical Simulation // Int. J. of Engineering (IJE).– 2009.– V.3, Issue 2.– P. 174–184.
9. Константинов Ю.М. Гидравлика.– К.: Вища школа, 1981.– 358 с.
10. Долматов А.А., Кудрявцев Н.Н. Динамика и прочность 4-осных железнодорожных цистерн // Труды ВНИИЖТ, Трансжелдориздат.– 1963.– вып. 263.– С. 6–122.