

УДК 532

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ КОРАБЕЛЬНИХ ХВИЛЬ

В. О. ГОРБАНЬ, І. М. ГОРБАНЬ, С. В. МАСЮК, В. І. НІКІШОВ

*Інститут гідромеханіки НАН України, Київ**Одержано 14.04.2011*

Побудовано чисельний алгоритм для визначення хвильового опору судна. Він ґрунтується на застосуванні методу граничних інтегральних елементів. Використовується система елементів, розподілених на поверхні судна та на вільній поверхні. Одержані результати порівнюються з експериментальними даними та з результатами інших авторів.

Построен численный алгоритм для определения волнового сопротивления судна. Он основан на применении метода граничных интегральных элементов. Используется система элементов, распределенных на поверхности судна и на свободной поверхности. Полученные результаты сравниваются с экспериментальными данными и результатами других авторов.

This paper presents a potential based boundary element method for solving a free surface flow problem for a ship moving with a uniform speed in infinite depth of water. A computational algorithm for determination of wave-making resistance of a ship is developed. The surfaces are discretized into flat quadrilateral or triangular elements. Dawson's upstream finite difference operator is used in order to satisfy the radiation condition. Results are compared with experimental data and with results of other authors.

ВСТУП

При проектуванні корпусу судна необхідно вирішити ряд питань. Одне з них пов'язане з оцінкою повного опору судна із заданою формою корпусу. Для цього використовуються розрахункові методи і модельні випробування в дослідному басейні. Інше питання – пошук форми обводів судна з найменшим хвильовим опором, пов'язаним з генерацією хвиль при рухові судна. Для вирішення цього завдання проводиться ряд випробувань моделей суден з різними обводами корпусу. Розрахункові методи в цьому випадку, як правило, тільки задають напрямок, відповідно до якого потрібно змінювати форму корпусу, щоб отримати найменший опір.

Складність задачі визначення хвильового опору судна пов'язана з інтерференцією хвиль, генерованих різними частинами поверхні. Головні з них утворюються носовою та кормовою частинами судна. При рухові судна у спокійній воді з постійною швидкістю обидві хвильові системи рухаються разом з судном.

Визначенням хвильового опору судна займалися багато дослідників у різних країнах. Д. Г. Мічелл вперше розробив лінійну теорію хвильового опору судна і отримав формулу для хвильового опору тонкого судна при його рухові на поверхні ідеальної рідини нескінченної глибини [14]. Ним була отримана наближена залежність хвильового

опору судна від форми поверхні корпусу (інтеграл Мічелла). В. Віглей [25] розвинув дослідження Мічелла. Він розробив серію моделей з аналітично заданими обводами, що дозволило достатньо точно обчислити інтеграл Мічелла і порівняти результати розрахунків з даними експериментів. Серійні експериментальні випробування Віглея дозволили проаналізувати інтеграл Мічелла і визначити можливість його використання для оцінок хвильового опору суден різної форми. З'ясувалося, що інтеграл Мічелла дає прийнятні результати для моделей з малим відношенням ширини корпусу до його довжини при великій посадці судна. Однак розрахункові криві хвильового опору характеризуються наявністю істотних локальних максимумів та мінімумів, які рідко зустрічаються в експериментальних даних.

М. Є. Кочин та Л. М. Срегенський [4, 6] також інтенсивно вивчали розв'язки Мічелла. М. Є. Кочин отримав розв'язок, подібний до інтеграла Мічелла. Побудована ним функція Кочина і досі широко використовується для визначення хвильового опору. Лінійній теорії хвильового опору присвячені роботи Дж. Лунде (Норвегія) [12], Дж. Ньюмана (США) [15, 16], М. Бешо (Японія) [7], Е. Така (Австралія) [17] та ін.

Увага дослідників до лінійних теорій є цілком зрозумілою. Зазвичай в інженерних розрахунках обмежуються розв'язками першого порядку, які дають змогу одержати головну частину шуканої величини. Лінійна теорія Мічелла підтверджує це

положення. Однак для багатьох типів суден з реальними обводами інтеграл Мічелла дає результати, що істотно відрізняються від експериментальних. Зокрема, його не можна використовувати для обчислення хвильового опору суден типу річка–море, суден прибережного плавання, риболовецьких суден та їм подібних. Значні похибки теорії Мічелла пов'язані також із наявністю локальних екстремумів на кривій залежності хвильового опору від числа Фруда, які відображають взаємодію кормової та носової хвильових систем.

Вдосконалення обчислювальної техніки стимулювало розробку чисельних методів для визначення хвильового опору. З появою потужних комп'ютерів чисельні методи стали головним інструментом для розв'язку таких задач. Спочатку Дж. Хесс і А. Сміт розробили чисельний метод визначення поля швидкостей і тиску навколо зануреного тіла довільної форми [10]. Потім Г. Е. Гедд [8] запропонував використовувати граничні елементи (панелі) для задоволення граничних умов як на корпусі судна, так і на вільній поверхні рідини. Для прикладу він розрахував хвилі і хвильовий опір для судна з тупим носом і бульбом в носовій частині. С. Даусон розробив алгоритм для розрахунку хвиль і хвильового опору [9], що дає можливість врахувати умови розсіяння хвиль попереду судна і за судном. Робота Даусона стала базовою майже для всіх сучасних досліджень хвильового опору [18–23].

На даний час у більшості дослідних басейнів розроблені комплекси комп'ютерних програм для визначення гідродинамічних характеристик суден, зокрема, для виконання розрахунків хвильового опору. Суднобудівельними компаніями широко використовуються обчислювальні пакети MICHLET, FLOTSM, KELVIN, RANS, SHAPMAN та ін.

Труднощі, що залишаються на даний час при визначенні хвильового опору, пов'язані, зокрема, з: великим часом, необхідним для розрахунків; врахуванням нелінійних (нелінеаризованих) граничних умов на вільній поверхні; гідродинамічною взаємодією декількох суден, що рухаються з різними швидкостями (нестационарна задача); взаємодією суден з особливостями берегової лінії (гідротехнічними спорудами, хвилерізами, причалами і т. п.); в'язкими ефектами, відривом потоку та вихворотворенням.

У роботі розвинута математична модель, яка описує стаціонарний рух судна довільної форми на вільній поверхні рідини. На основі методу граничних елементів (МГЕ) побудований чисельний алгоритм, що враховує лінійні граничні умови на вільній поверхні. Проведені розрахунки хвиль, ге-

нерованих при рухові судна з постійною швидкістю та розраховано хвильовий опір для судна типу "Wigley hull". Виконано аналіз одержаних результатів розрахунків та порівняння з експериментальними даними.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо обтікання (або рух) тіла в ідеальній нестисливій рідині з вільною поверхнею. Позначимо область, у якій рухається тіло, через Ω , а її граничну поверхню – через S . В даному випадку S складається з поверхні тіла S_B та вільної поверхні рідини S_F : $S = S_B \cup S_F$. У випадку стаціонарної безвихрової течії або руху тіла з постійною швидкістю задачу можна описати за допомогою потенціалу $\varphi(\vec{x})$, де $\vec{x} = (x, y, z) \in \Omega$, який задовольняє рівнянню Лапласа:

$$\Delta\varphi(\vec{x}) = 0. \quad (1)$$

Граничні умови на поверхні судна мають вигляд:

$$\left. \frac{\partial\varphi(\vec{x})}{\partial n} \right|_{S_B} = \vec{V}(\vec{x}_0) \cdot \vec{n}(\vec{x}_0), \quad \vec{x}_0 \in S, \quad (2)$$

$\vec{n}(\vec{x}_0) = [n_x, n_y, n_z]$ – одинична зовнішня нормаль до поверхні судна S_B , $\vec{x}_0 = (x_0, y_0, z_0) \in S_B$.

Нехай тіло рухається з постійною швидкістю V_0 в напрямку вісі x . Введемо ортогональну декартову систему координат $0xyz$, зв'язану з рухомих судном так, щоб горизонтальна площина $0xy$ збігалася з поверхнею ватерлінії судна, тобто з незбуреною поверхнею води. В такій рухомій системі координат потенціал швидкості φ є функцією лише координат x, y, z і не залежить від часу.

Якщо розглядати обтікання тіла потоком зі швидкістю $-V_0$, потенціал швидкості $\tilde{\varphi}$ такої течії можна записати у вигляді

$$\tilde{\varphi}(x, y, z) = -V_0x + \varphi(x, y, z), \quad (3)$$

де φ – потенціал швидкостей, викликаний наявністю тіла в стаціонарному потоці.

Нехай $\zeta = f(x, y)$ – рівняння вільної поверхні. Тоді кінематична гранична умова на вільній поверхні рідини для потенціалу швидкостей $\tilde{\varphi}$ має вигляд:

$$\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial z} = 0, \quad z = \zeta. \quad (4)$$

Динамічна умова на вільній поверхні випливає з інтеграла Ейлера-Бернуллі:

$$\zeta + \frac{1}{2g} \left[\left(\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial z} \right)^2 - V_0^2 \right] = 0. \quad (5)$$

Тут g – прискорення вільного падіння. У загальному випадку граничні умови (4)–(5) є нелінійними і виконуються на невідомій хвильовій поверхні $\zeta = f(x, y)$.

Знайшовши з рівняння (5) похідні $\partial \zeta / \partial x$ і $\partial \zeta / \partial y$ та підставляючи їх у (4), отримаємо граничну умову у вигляді

$$\nabla \tilde{\varphi} \cdot \nabla \left(\frac{1}{2} \nabla \tilde{\varphi} \cdot \nabla \tilde{\varphi} \right) + g \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial z} = 0, \quad z = \zeta, \quad (6)$$

де $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$.

Запишемо потенціал $\tilde{\varphi}$ у вигляді суми потенціалу “дубльованого тіла” Φ (симетричного відносно площини ватерлінії) та потенціалу, що враховує хвильові збурення φ^* :

$$\tilde{\varphi} = \Phi + \varphi^*. \quad (7)$$

Потенціал Φ задовільняє рівнянню Лапласа (1), граничним умовам на поверхні тіла (2) та умовам непротікання на вільній незбуреній поверхні:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad z = 0. \quad (8)$$

Переходячи в умові (6) до диференціювання вздовж ліній течії та нехтуючи квадратами похідних φ^* , отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial l} \left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial l} \right)^2 \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial l} \right) + g \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial z} = \\ = 2 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial l} \right)^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial l^2}, \quad z = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Гранична умова (9) вперше була запропонована Даусоном [9].

Підставляючи вираз (3) в (9), одержимо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial l} \left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial l} \right)^2 \frac{\partial \varphi}{\partial l} \right) + g \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \\ = 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial l^2} \frac{\partial \Phi}{\partial l} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial l} + V_0 \cdot l_x \right) + V_0 \frac{\partial l_x}{\partial l} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial l} \right)^2, \end{aligned} \quad (10)$$

де $l_x = \partial x / \partial l$ – проекція на вісь x дотичного до лінії течії одиничного вектора \vec{l} .

Зауважимо, що $\partial \Phi / \partial l = V_l$, V_l – швидкість вздовж лінії течії, отримана шляхом розв’язку рівняння (1) з граничними умовами (2) та (6). Враховуючи, що $\partial / \partial l = \partial / \partial x \cdot \partial x / \partial l = l_x \cdot \partial / \partial x$, отримаємо корисне для практичного застосування співвідношення:

$$\begin{aligned} 2V_l \frac{\partial V_l}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial l} + V_l^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial l} \right) + \frac{g}{l_x} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \\ = 2V_l \cdot (V_l + V_0 \cdot l_x) \frac{\partial V_l}{\partial x} + V_0 \cdot V_l^2 \frac{\partial l_x}{\partial x}. \end{aligned} \quad (11)$$

2. ЧИСЕЛЬНИЙ РОЗВ’ЯЗОК ЗАДАЧІ

Розподілимо джерела інтенсивності $q(\vec{\xi})$ по поверхні S . Тоді значення потенціалу $\tilde{\varphi}(\vec{x})$ визначається через інтеграл по поверхні S :

$$\varphi(\vec{x}) = \int_S G(\vec{x}, \vec{\xi}) q(\vec{\xi}) dS + C,$$

де функція Гріна

$$G(\vec{x}, \vec{\xi}) = \frac{1}{4\pi r(\vec{x}, \vec{\xi})},$$

$$r(\vec{x}, \vec{\xi}) = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}.$$

Оскільки на нескінченності виконується умова: $r \rightarrow \infty$, $\tilde{\varphi} \rightarrow 0$, то $C = 0$.

Якщо точка x_0 розташована на поверхні S , отримаємо:

$$\varphi(\vec{x}_0) = \int_S G(\vec{x}_0, \vec{\xi}) q(\vec{\xi}) dS. \quad (12)$$

З виразу (12) будемо мати:

$$\frac{\partial \varphi(\vec{x}_0)}{\partial n} = \int_S G_n(\vec{x}_0, \vec{\xi}) q(\vec{\xi}) dS. \quad (13)$$

$$\begin{aligned} 2V_l \frac{\partial V_l}{\partial x} \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial l} + V_l^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial l} \right) + \frac{g}{l_x} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \\ = \int_S \left(V_l^2 \cdot G_{l_x}(\vec{x}_0, \vec{\xi}) + 2V_l \frac{\partial V_l}{\partial x} \cdot G_l(\vec{x}_0, \vec{\xi}) + \right. \\ \left. + \frac{g}{l_x} G_z(\vec{x}_0, \vec{\xi}) \right) q(\vec{\xi}) dS. \end{aligned} \quad (14)$$

Тут $G_n(\vec{x}_0, \vec{\xi})$ – похідна функції $G(\vec{x}_0, \vec{\xi})$ по напрямку нормалі $\vec{n}(\vec{x}_0)$ до поверхні S ; $G_z(\vec{x}_0, \vec{\xi})$ та $G_l(\vec{x}_0, \vec{\xi})$ – відповідно похідні функції $G(\vec{x}_0, \vec{\xi})$ по z та по l ; $G_{lx}(\vec{x}_0, \vec{\xi})$ – похідна функції $G_l(\vec{x}_0, \vec{\xi})$ по x .

Апроксимуємо всю поверхню S граничними елементами. Будемо вважати, що інтенсивності джерел на кожній панелі постійні і тому їх можна замінити одним джерелом, розташованим в геометричному центрі панелі. Використовуючи граничні умови на тілі (2) та на вільній поверхні (11) і співвідношення (13)–(7), можна записати систему лінійних рівнянь відносно невідомих інтенсивностей джерел $q(\vec{\xi}^j)$, $j = 1, \dots, N$:

$$\sum_{j=1}^N q(\vec{\xi}^j) \int_{\Delta S^j} G_n(\vec{x}_0^i, \vec{\xi}^j) dS = V_n(\vec{x}_0^i), i = 1, \dots, N_S,$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N q(\vec{\xi}^j) \int_{\Delta S^j} \left((V_l^i)^2 \cdot G_{lx}(\vec{x}_0^i, \vec{\xi}^j) + \right. \\ & \left. + 2V_l^i \frac{\partial V_l^i}{\partial x} \cdot G_l(\vec{x}_0^i, \vec{\xi}^j) + \frac{g}{l_x} G_z(\vec{x}_0^i, \vec{\xi}^j) \right) dS = \\ & = 2V_l^i \cdot (V_l^i + V_0 \cdot l_x^i) \frac{\partial V_l^i}{\partial x} + V_0 \cdot (V_l^i)^2 \frac{\partial l_x^i}{\partial x}, \\ & i = N_S + 1, \dots, N_S + N_F, \end{aligned} \quad (15)$$

де \vec{x}_0^i – середня точка (точка перетину медіан) i -го граничного елемента; V_l^i , l_x^i , $\partial V_l^i / \partial x$, $\partial l_x^i / \partial x$ – значення V_l і l_x та їхніх похідних в точці \vec{x}_0^i ; ΔS^j – площа j -го граничного елемента; N_S – кількість граничних елементів на тілі; N_F – кількість граничних елементів на вільній поверхні, $N = N_S + N_F$.

Після визначення інтенсивності джерел $q(\vec{\xi}^j)$ потенціал на граничній поверхні розраховується наступним чином:

$$\varphi(\vec{x}_0^i) = \sum_{j=1}^N q(\vec{\xi}^j) \int_{\Delta S^j} G(\vec{x}_0^i, \vec{\xi}^j) dS. \quad (16)$$

Відомо [5], що інтеграл $\int_{\Delta S^j} G_{lx}(\vec{x}_0^i, \vec{\xi}^j) dS$ в другому рівнянні системи (10) має сильну сингулярність і не існує при $i = j$. Тому похідну від функції $G_l(\vec{x}_0^i, \vec{\xi}^j)$ по x потрібно замінити кінцевою різницею. У роботі [24] пропонується зворотна (спрямована в напрямку, протилежному до напрямку роз-

повсюдження хвиль) триточкова схема диференціювання з постійним кроком Δx . Така схема диференціювання дає можливість задовольнити умови розсіяння хвиль попереду судна і за судном. У відповідності до [24] маємо:

$$\begin{aligned} G_{lx}(\vec{x}_0^i, \vec{\xi}^j) &= \frac{1}{\Delta x} \left(-1.5 \cdot G_l(\vec{x}_0^i, \vec{\xi}^j) + \right. \\ & \left. + 2 \cdot G_l(\vec{x}_0^{i+1}, \vec{\xi}^j) - 0.5 \cdot G_l(\vec{x}_0^{i+2}, \vec{\xi}^j) \right), \\ & r_{k,0} \leq i \leq r_{k,end} - 2, \\ G_{lx}(\vec{x}_0^i, \vec{\xi}^j) &= \frac{1}{\Delta x} \left(G_l(\vec{x}_0^{i+1}, \vec{\xi}^j) - G_l(\vec{x}_0^i, \vec{\xi}^j) \right), \\ & i = r_{k,end} - 1, \\ G_{lx}(\vec{x}_0^i, \vec{\xi}^j) &= \frac{1}{\Delta x} \left(G_l(\vec{x}_0^i, \vec{\xi}^j) - G_l(\vec{x}_0^{i-1}, \vec{\xi}^j) \right), \\ & i = r_{k,end}. \end{aligned} \quad (17)$$

Тут вважається, що вільна поверхня розбита чотирикутними граничними елементами на K рядів, що розташовані вздовж осі x . Кожний k -тий ряд ($k = 1, \dots, K$) складається з $r_{k,end} - r_{k,0}$ елементів, де $r_{k,0}$ та $r_{k,end}$ – номери першого та останнього граничних елементів в k -му ряду на вільній поверхні (рис. 1).

Для визначення інтегралів $\int_{\Delta S^j} G_n(\vec{x}_0^i, \vec{\xi}^j) dS$, $\int_{\Delta S^j} G_l(\vec{x}_0^i, \vec{\xi}^j) dS$, $\int_{\Delta S^j} G_z(\vec{x}_0^i, \vec{\xi}^j) dS$ та $\int_{\Delta S^j} G_l(\vec{x}_0^i, \vec{\xi}^j) dS$ застосовуються чисельні схеми, описані в роботі [13].

Алгоритм розв'язання задачі (1) з граничними умовами (2) та (11) розбивається на два етапи.

На першому етапі розв'язується задача для потенціалу “дубльованого тіла” Φ з використанням алгоритму, описаного в [1–2]. Після цього визначаються лінії течії на вільній поверхні (в площині ватерлінії судна). Незбурена вільна поверхня апроксимується граничними елементами. Сітка складається з ліній течії та ліній $y = \text{const}$ (рис. 1). В середній точці x_0^i кожної панелі обраховуються величини V_l^i та l_x^i . Похідні від цих величин $\partial V_l^i / \partial x$ і $\partial l_x^i / \partial x$ розраховуються за допомогою чисельної схеми диференціювання типу (13).

На другому етапі розв'язується рівняння Лапласа (1) для потенціалу $\varphi(\vec{x})$ з граничними умовами (2) на тілі та (11) на вільній поверхні.

Збурення вільної поверхні розраховується за формулою, що впливає з (5) при підстановці туди

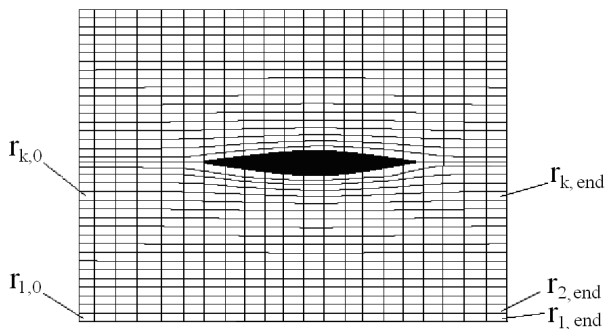


Рис. 1. Схема розбиття сітки на вільній поверхні

виразу (3):

$$\zeta(\vec{x}_0) = \frac{2V_0 \cdot V_x(\vec{x}_0) - V^2(\vec{x}_0)}{2g},$$

$$\vec{V}(\vec{x}_0) = \left(\frac{\partial\varphi(\vec{x}_0)}{\partial x}, \frac{\partial\varphi(\vec{x}_0)}{\partial y}, \frac{\partial\varphi(\vec{x}_0)}{\partial z} \right). \quad (18)$$

Хвильовий опір судна розраховується як сума інтегралів по змоченій поверхні судна від динамічного та гідростатичного тисків. Його можна записати у наступному вигляді:

$$R_w = \frac{\rho}{2} \int_{S_B} (V_0^2 - \vec{V}^2(\vec{x}_0)) n_x dS + \frac{\rho g}{2} \int_{WL} \zeta^2 n_x dL, \quad (19)$$

де $\int_{WL} (\cdot) dL$ – інтеграл по ватерлінії судна, а n_x проекція нормалі до поверхні судна на вісь x .

Коефіцієнт хвильового опору C_w обчислюється як $2R_w / \rho V_0^2$:

$$C_w = \frac{\sum_{i=1}^{N_S} C_p^i \cdot n_x^i \cdot \int_{\Delta S^i} dS + \frac{g}{V_0^2} \int_{WL} \zeta^2 n_x dL}{\sum_{i=1}^{N_S} \int_{\Delta S^i} dS}, \quad (20)$$

де C_p^i та n_x^i – коефіцієнт тиску та проекція нормалі на вісь x , які розраховані в точці \vec{x}_0^i .

Коефіцієнт тиску C_p визначається формулою:

$$C_p(\vec{x}_0) = \frac{2V_0 \cdot V_x(\vec{x}_0) - V^2(\vec{x}_0)}{V_0^2}. \quad (21)$$

3. РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Моделювання стаціонарних корабельних хвиль проводилося для судна типу “Wigley hull” при його рухові в безграничній рідині. Таке судно має параболічну форму бокової поверхні, яка описується рівнянням:

$$y = \pm \frac{B}{2} \cdot \left(1 - (2x/L)^2\right) \cdot \left(1 - (z/T)^2\right), \quad (22)$$

де L – довжина судна, B – максимальна ширина судна (у мідель шпангоуті), а T – просадка. Співвідношення осей судна: $L/B = 10$, $B/T = 1.6$.

Сітка на вільній поверхні показана на рис. 1. Вільна поверхня покривалась панелями на ділянці від носа судна вгору проти течії (по напрямку руху судна), а також на ділянці від корми судна вниз за течією (в напрямку протилежному рухові судна). Довжина кожної з ділянок – L , а ширина – $1.5L$. Також панелями покривалась ділянка вільної поверхні вздовж бортів судна. Поверхня судна покривалась панелями рівномірно по бортах. Кількість панелей на корпусі судна – 508, кількість панелей на вільній поверхні – 4620.

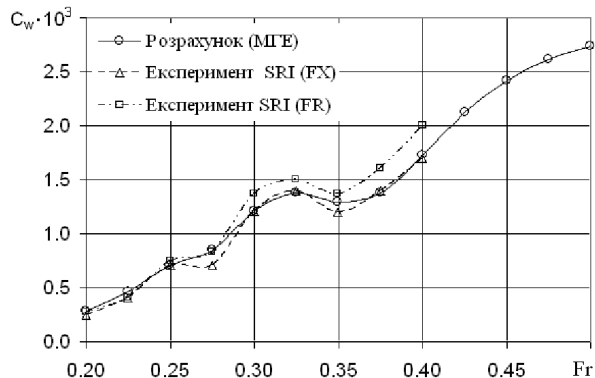


Рис. 2. Порівняння розрахованого коефіцієнта хвильового опору з експериментальними даними [11] для різних чисел Фруда Fr

Результати обчислень, одержані за допомогою вищеприведеного алгоритму, продемонстровані на рис. 2, ($Fr = V_0 / \sqrt{gL}$). На цьому графіку розрахований коефіцієнт хвильового опору C_w порівнюється з результатами серії експериментів, проведених японським інститутом кораблебудування “Ship Research Institute (SRI)” [11]. Експерименти проводились для моделі судна типу “Wigley hull” чотирьохметрової довжини зі співвідношенням осей $L/B = 10$, $B/T = 1.6$. Експериментальні

роботи складалися з двох частин. У першій частині хвильовий опір вимірювався при фіксованих диференті та просадці моделі. Дані першої частини експериментів на графіку позначені як SRI (FX). У другій частині експериментів диферент та просадка не фіксувалися. Ці дані позначені на рис. 2 як SRI (FR).

З рис. 2 видно, що результати розрахунків близькі до експериментальних даних. Це свідчить про адекватність та ефективність розвинутої тут математичної моделі та побудованого чисельного алгоритму. Зазначимо, що одержані в роботі розрахунки також добре узгоджуються з результатами, опублікованими в роботах інших авторів [17–19].

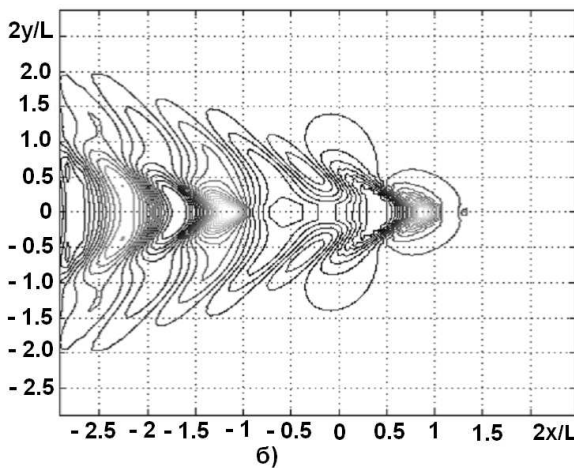
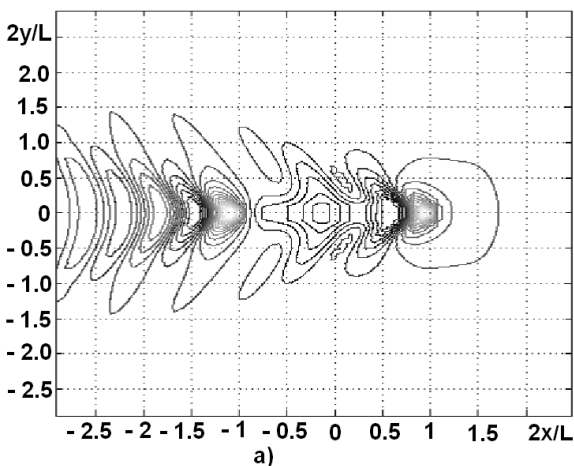


Рис. 3. Ізолії вільної поверхні для корабельних хвиль при різних числах Фруда:
а – $Fr = 0.25$; б – $Fr = 0.3$

Як відомо [3], повна картина корабельних хвиль складається з двох систем хвиль – поперечних та розбіжних. В свою чергу, поперечні хвилі є результатом взаємодії носової та кормової груп хвиль. В

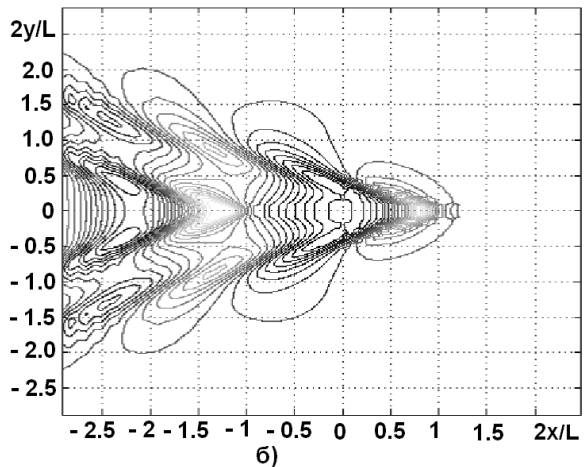
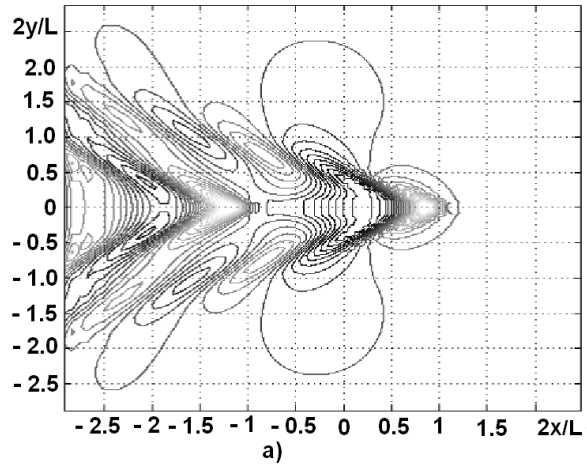


Рис. 4. Ізолії вільної поверхні для корабельних хвиль при різних числах Фруда:
а – $Fr = 0.35$; б – $Fr = 0.4$

зоні “несприятливих” чисел Фруда спостерігається зростання амплітуд поперечних хвиль. Тому при відповідних швидкостях хвильовий опір зростає інтенсивніше ніж при “сприятливих” числах Фруда, тобто хвильовий опір має ряд локальних мінімумів та максимумів. Так, для судна типу “Wigley hull” максимуми досягаються при числах Фруда $Fr = 0.25$, $Fr = 0.32$ та $Fr = 0.5$.

Рис. 3 ($Fr = 0.25$; 0.3) та 4 ($Fr = 0.35$; 0.4) демонструють хвильові картини для різних швидкостей судна. Показані поперечна та розбіжна системи хвиль, які розташовані між двома прямими лініями, кожна з яких утворює кут $19^\circ 28'$ з діаметральною площиною судна.

На рис. 5 ($Fr = 0.25$; 0.3) та 6 ($Fr = 0.35$; 0.4) наведені хвильові профілі по борту судна і за судном для різних чисел Фруда. Амплітуди хвильових профілів по борту судна дещо менші, ніж отримані в експерименті [11]. Це пов'язано з впливом

нелінійних членів у граничній умові на вільній поверхні (6). З рисунків 5 та 6 добре видно, що зі збільшенням швидкості судна довжина хвиль зростає.

ВИСНОВКИ

Таким чином, у роботі побудована математична модель, яка описує стаціонарний рух тіла на вільній поверхні рідини, зокрема, суден з довільним подовженням та формою поверхні, і враховує хвилеутворення. На основі методу граничних елементів побудований чисельний алгоритм, який реалізує дану математичну модель.

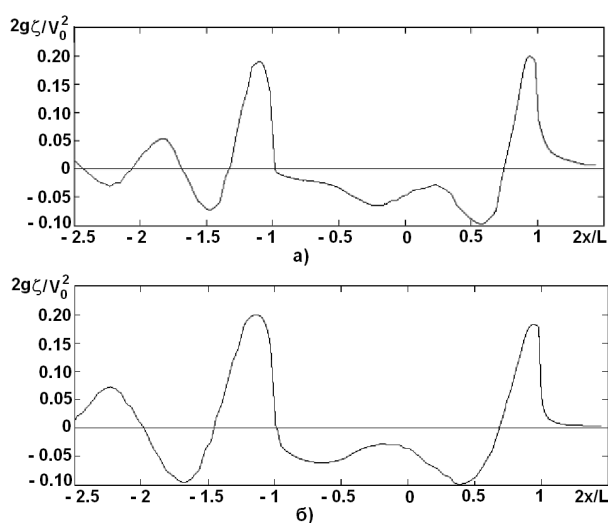


Рис. 5. – Хвильові профілі на борту судна і за судном для різних чисел Фруда: а – $Fr = 0.25$; б – $Fr = 0.3$

Проведені розрахунки параметрів хвиль, що утворюються при русі судна типу “Wigley hull” в діапазоні чисел Фруда $Fr = 0.2 \div 0.5$. Показано, що результати розрахунків хвильового опору добре узгоджуються з експериментальними даними на всьому діапазоні чисел Фруда [11].

Змінюючи відповідним чином функцію Гріна, побудований алгоритм можна поширити на випадок руху судна при обмеженій глибині акваторії (з плоским дном), а також застосувати для моделювання хвилеутворення при обтіканні відкритим потоком нерівностей дна, наприклад, перешкод або заглиблень.

1. Горбань В.О., Масюк С.В. Гідродинамічна взаємодія суден на мілководді // Прикладна гідромеханіка.– 2007.– 9 (81), № 4.– С. 17–29.

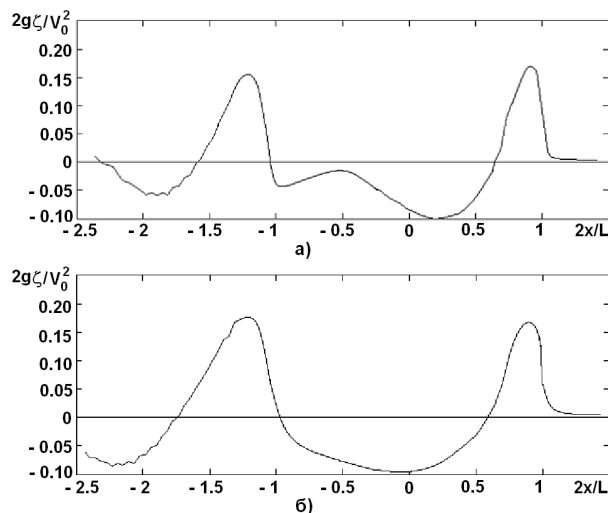


Рис. 6. – Хвильові профілі на борту судна і за судном для різних чисел Фруда: а – $Fr = 0.35$; б – $Fr = 0.4$

2. Горбань В.О., Масюк С.В. Чисельне моделювання гідродинамічної взаємодії тіл, що рухаються в рідині // Прикладна гідромеханіка.– 2006.– 8 (80), № 3.– С. 27–49.
3. Войткунский Я.И. Сопротивление движению судов.– Л.: Судостроение, 1988.– 281 с.
4. Кочин Н.Е. Собрание сочинений. Т. 2.– М.-Л.: АН СССР, 1949.– 588 с.
5. Михлин С.Г. Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения.– М.: Физматгиз, 1962.– 256 с.
6. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости.– М.: Наука, 1977.– 588 с.
7. Bessho M. On a consistent linearized theory of the wave-making of ships // Journal of Ship Research.– 1994.– V.38, N.2.– P. 83–96.
8. Gadd G.E. A method for computing the flow and surface wave pattern around full forms // Trans. RINA 1976.– London, UK.– 1976.– P. 207–220.
9. Dawson C.W. A practical computer method for solving ship wave problems // In: Proceedings of Second International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics.– Berkeley.– 1977.– P. 30–38.
10. Hess J. L., Smith A. M. O. Calculations of nonlifting potential flow about arbitrary three-dimensional bodies // Journal of Ship Research.– 1964.– 8, N 2.– P. 22–44.
11. Kajitani H., Miyata H., Ikehata M., Tanaka H., Adachi H. Summary of the cooperative experiment on wigley parabolic model in Japan: // Proceedings of the Second DTNSRDS Workshop on Ship Wave Resistance Computations.– Washington.– 1983.– P. 5–35.
12. Lunde J.K. On the Linearized Theory of Wave Resistance for Displacement Ships in Steady and Accelerated Motion // Transactions of SNAME.– 1951.– V. 59, N.– P. 25–76.
13. Masiuk S., Gorban V. Calculation of ship interaction forces in restricted waterway using three-dimensional boundary element method // Int. Shipbuild. Progr.– 2010.– V. 57, N. 3-4.– P. 147–161.

14. *Michell J. H.* The Wave-Resistance of a Ship // Philosophical Magazine.– 1898.– 45, N 5.– P. 106–123.
15. *Newman J. N.* Evaluation of the wave-resistance Green function: part 1 - the double integral // Journal of Ship Research.– 1987.– 31, N 2.– P. 79–90.
16. *Newman J. N.* Evaluation of the wave-resistance Green function: part 2 - the single integral on the centerplane // Journal of Ship Research.– 1987.– 31, N 3.– P. 145–150.
17. *Tuck E. O. and Scullen D. C.* A comparison of linear and nonlinear computations of waves made by slender submerged bodies // Journal of Engineering Mathematics.– 2002.– V.42, N. 3-4.– P. 255–264.
18. *Tarafder M. S.* Third order contribution to the wave-making resistance of a ship at finite depth of water // Ocean Engineering, Elsevier Science, UK.– 2007.– V. 34, N. 1.– P. 32–44.
19. *Tarafder M.S., Khalil G.M.* Calculation of ship sinkage and trim in deep water using a potential based panel method // Int. J. of Applied Mechanics and Engineering, Poland.– 2006.– V. 11, N. 2.– P. 401–414.
20. *Tarafder M.S., Khalil G.M.* Numerical analysis of free surface flow around a ship in deep water // Indian Journal of Engineering and Materials Sciences.– 2004.– V. 11.– P. 385–390.
21. *Tarafder M. S., Suzuki K.* Computation of free surface flow around a ship in shallow water using a potential based panel method // International Shipbuilding Progress.– 2006.– V. 53, N. 1.– P. 33–54.
22. *Tarafder M. S., Suzuki K.* Sinkage and trim of Series 60 hull at finite depth of water // International Journal of Applied Mechanics and Engineering, Poland.– 2007.– V. 12, N. 1.– P. 235–254.
23. *Tarafder M. S., Suzuki K.* Wave-making resistance of catamaran hull in shallow water using a potential based panel method // Journal of Ship Research.– 2008.– 52, N.1.– P. 16–29.
24. *Raven H.C.* A solution method for the nonlinear ship wave resistance problem.– : MARIN, 1996.– 220 p.
25. *Wigley W.C.S.* A Comparison of Experiment and Calculated Wave-Profiles and Wave-Resistances for a Form Having Parabolic Waterlines // Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character.– 1934.– V. 144, N. 851.– P. 144–159.