

УДК 532.528

# НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ВЕНТИЛИРУЕМОЙ КАВЕРНЫ ПРИ ЗАМЫКАНИИ НА ТЕЛЕ

В. Н. СЕМЕНЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 06.04.2011

Теория устойчивости вентилируемых осесимметричных суперкаверн, предложенная Э. В. Парышевым, обобщается на случай замыкания каверны на цилиндрическом теле. Для анализа устойчивости вентилируемых суперкаверн используется модель “чистой” нестационарной суперкаверны, в которой диаметр кавитатора считается малым по сравнению с наибольшим диаметром каверны. Показано, что динамические свойства вентилируемой каверны, замыкающейся на теле, и в случае свободного замыкания каверны – качественно подобны. Дан анализ влияния на устойчивость вентилируемой каверны таких параметров, как относительный диаметр тела, степень загромождения каверны корпусом тела и интенсивность уноса газа из каверны.

Теорія стійкості осесиметричних суперкаверн, що вентилуються, запропонована Е. В. Парышевим, узагальнюється на випадок замкнення каверни на циліндричному тілі. Для аналізу стійкості суперкаверн, що вентилуються, використовується модель “чистої” нестационарної суперкаверни, в якій діаметр кавітатора вважається малим у порівнянні з найбільшим діаметром каверни. Показано, що динамічні властивості вентильованої каверни, що замикається на тілі, і у випадку вільного замкнення каверни – якісно подібні. Дається аналіз впливу на стійкість каверни, що вентилується, таких параметрів, як відносний діаметр тіла, ступінь заповнення каверни корпусом тіла та інтенсивність виносу газу з каверни.

The theory of stability of the ventilated axisymmetric supercavities proposed by E. V. Paryshev is generalized for the case when a cavity closes on a cylindrical body. The model of a “pure” non-steady supercavity, where the cavitator diameter is considered to be small in comparison with the maximal cavity diameter, is used to analyze the ventilated supercavity stability. It is shown that the dynamic properties of the ventilated cavity closed on a body and in the case of the free cavity closure are qualitatively similar. An analysis of the influence of such parameters as the relative body diameter, degree of filling the cavity by the body, and intensity of the gas loss from the cavity onto the ventilated cavity stability is given.

## ВВЕДЕНИЕ

Теория устойчивости и автоколебаний осесимметричных газонаполненных каверн, основанная на принципе независимости расширения сечений нестационарной суперкаверны Г. В. Логвиновича [1], была разработана Э. В. Парышевым [2–4]. Для нахождения переменного давления в нестационарной каверне он предложил использовать уравнение баланса массы газа в каверне

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}, \quad (1)$$

где  $m$  – масса газа в каверне;  $\dot{m}_{in}$  – массовый расход газа, вдуваемого в каверну;  $\dot{m}_{out}$  – массовый расход газа, уносимого из каверны. При этом изменение давления считается синхронным в каждой точке каверны. В стационарном случае  $\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out}$ . При обезразмеривании уравнения (1) естественным образом выделяется физический параметр подобия

$$\beta = \frac{\sigma_v}{\sigma}, \quad \sigma = \frac{2(p_\infty - p_c)}{\rho V_\infty^2}, \quad (2)$$

где  $\sigma$  – число кавитации;  $p_\infty$  – давление в невозмущенной жидкости;  $p_c$  – давление в каверне;  $\sigma_v$

– естественное или паровое число кавитации при  $p_c = p_v$ . Для вентилируемых суперкаверн  $\sigma < \sigma_v$ , поэтому  $\beta > 1$ . Главным результатом теории Э. В. Парышева является то, что существует критическое значение  $\beta_{cr}$ , такое, что при  $\beta > \beta_{cr}$  стационарная каверна оказывается неустойчивой относительно малых возмущений. При этом развиваются нелинейные автоколебания (пульсации) каверны, частота которых скачкообразно возрастает с ростом  $\beta$ .

В наших работах [5, 6] уравнение (1) было использовано для решения задач об устойчивости тонких плоских суперкаверн в безграничном потоке и в свободной струе методами теории краевых задач аналитических функций. Это позволило впервые непосредственно сравнить результаты теории с результатами классических экспериментов для плоских суперкаверн [7, 8], при этом было получено удовлетворительное согласование.

С помощью теории устойчивости газонаполненных суперкаверн нам также удалось качественно и количественно объяснить явление волнообразования на границах каверн, образующихся при входе тел в воду [9, 10]. В настоящее время эта теория активно применяется (см., например, [11, 12]).

Анализ показывает, что для реальных суперкавитирующих (СК) аппаратов возникновение автоколебаний вероятно при сравнительно небольших скоростях движения и больших поддувах (например, в процессе разгона аппарата, когда аппарат обтекает в режиме частичной кавитации). На основе теории Э. В. Парышева нами была разработана эффективная методика численного расчета и анализа нелинейных колебаний неустойчивых вентилируемых каверн [13, 15, 16]. Однако попытки применения этой методики к расчету конкретных СК-аппаратов привели к необходимости специально исследовать характер влияния на величину  $\beta_{cr}$  и динамику вентилируемых каверн следующих факторов:

- 1) замыкание каверны на корпусе СК-аппарата (т. е. случай частичной кавитации);
- 2) загромождение каверны корпусом СК-аппарата.

В настоящей работе влияние перечисленных факторов исследуется численно-аналитическим методом, аналогичным [13]. Для анализа устойчивости вентилируемых каверн используется модель “чистой” нестационарной суперкаверны, в которой диаметр кавитатора считается пренебрежимо малым по сравнению с наибольшим диаметром каверны. Решена задача об устойчивости вентилируемой каверны, замыкающейся на цилиндрическом теле.

## 1. ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

Модель “чистой” осесимметричной суперкаверны представляет собой эллипсоид вращения единичной длины  $R = D_c \sqrt{x(1-x)}$ , где  $R(x)$  – текущий радиус каверны;  $D_c = \sqrt{\sigma_0/A}$  – наибольший диаметр каверны;  $A = \sqrt{\ln(1/\sigma_0)}$ . Выбор единичной длины каверны равносителен обезразмериванию всех величин по реальной длине каверны  $L_c$ . Если давление в каверне изменяется со временем, то форму каверны можно рассчитать с помощью принципа независимости расширения сечений суперкаверны Г. В. Логвиновича [13]:

$$\bar{S}(\tau, t) = t - \tau - 2 \int_{\tau}^t (t-u) \bar{\sigma}(u) du, \quad (3)$$

где  $S = \pi R^2 = \pi D_c^2 \bar{S}$  – площадь сечения каверны;  $t - l(t) \leq \tau \leq t$  – момент образования данного сечения;  $l(t)$  – длина каверны;  $\bar{\sigma} = \sigma(t)/\sigma_0$ .

Будем считать, что каверна замыкается на цилиндрическом теле диаметром  $D_b < D_c$  (рис. 1).

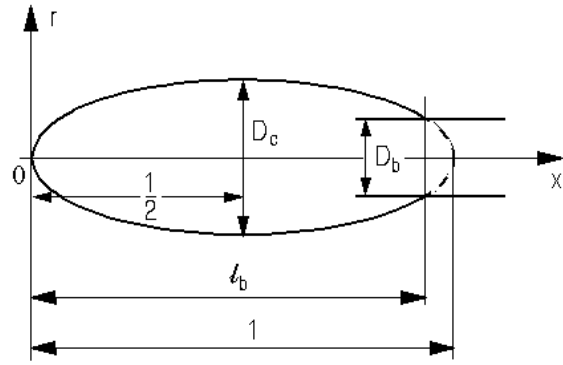


Рис. 1. Схема “чистой” осесимметричной каверны, замыкающейся на цилиндрическом теле

Замыкание каверны на корпусе аппарата приводит к двум основным эффектам по сравнению со случаем свободного замыкания:

- 1) длина каверны  $l_b$  при том же  $\sigma_0$  уменьшается с увеличением относительного диаметра тела  $D_b$ :

$$l_b = \frac{1 + \sqrt{1 - \bar{D}_b^2}}{2}, \quad \bar{D}_b = \frac{D_b}{D_c}; \quad (4)$$

- 2) изменяется закон уноса газа из каверны [14].

В отличие от законов уноса газа из вентилируемых каверн при их свободном замыкании [14], процессы уноса газа при замыкании каверн на теле исследованы недостаточно. По результатам серии экспериментов [17] нами была предложена полуэмпирическая формула для объемного расхода газа при замыкании на цилиндрическом теле

$$\dot{Q}_{out} = C_b V_{\infty} D_c l_b \left( 1 - \frac{D_b^2}{D_c^2} \right), \quad (5)$$

где  $C_b$  – эмпирический коэффициент, слабо зависящий от  $\sigma$ . Формула (5) дает правильную асимптотику  $\dot{Q}_{out} \rightarrow 0$  при  $D_b \rightarrow D_c$ . При  $D_b \rightarrow 0$  она дает расход газа для случая свободного замыкания каверны при слабом влиянии весомости [18, 19].

Заметим, что формулой (5) можно пользоваться и в том случае, когда тело имеет нецилиндрическую форму. При этом в ней следует заменить множитель в скобках на  $\text{tg}(\alpha_b/2)$ , где  $\alpha_b$  – угол между касательными к контурам каверны и тела в точке замыкания.

Величина коэффициента  $C_b$  в реальных течениях зависит от многих параметров, в частности, от структуры поверхности каверны и условий замыкания. Структура поверхности каверны зависит от турбулентности набегающего потока, формы кавитатора и длины каверны. В данной мо-

дельной постановке будем считать  $C_b$  свободным параметром.

Условие замыкания каверны на теле имеет вид  $S(t-l, t) = \pi D_b^2/4$ . Подставляя в него (3), получаем уравнение

$$l(t) = 2 \int_{t-l(t)}^t (t-u) \bar{\sigma}(u) du + \frac{\bar{D}_b^2}{4}. \quad (6)$$

Уравнение (1) в предположении изотермического расширения газа в каверне можно переписать в виде:

$$\frac{d}{dt} [(\beta - \bar{\sigma}(t)) Q_g(t)] = (\beta - 1) [\dot{q}_{in} - \dot{q}_{out}(t)], \quad (7)$$

где  $Q_g = Q_c - Q_b$  – объем газа в каверне;  $Q_c(t)$  – объем каверны;  $Q_b(t)$  – объем тела в каверне;  $\dot{q}_{in}$  и  $\dot{q}_{out}$  – коэффициенты объемных расходов поддува газа в каверну и уноса из каверны при давлении  $p_{c0}$ . Интегрируя (3) по длине каверны, получаем выражение для  $Q_c$ :

$$\begin{aligned} \bar{Q}_c(t) &= \frac{Q_c(t)}{\pi D_c^2} = -\frac{l^2(t)}{2} + \\ &+ 2 \int_{t-l(t)}^t (t-u)^2 \bar{\sigma}(u) du + \frac{\bar{D}_b^2}{4} l(t). \end{aligned} \quad (8)$$

Наличие твердого корпуса аппарата внутри каверны уменьшает ее “активный” объем, занятый сжимаемым газом, и тем самым изменяет динамические характеристики каверны. В модельной задаче об устойчивости “чистой” вентилируемой суперкаверны диаметр тела  $D_b$  и объем тела в каверне  $Q_b$  можно задавать независимо друг от друга. В нестационарном случае объем тела внутри каверны равен

$$\bar{Q}_b(t) = \frac{Q_b(t)}{\pi D_c^2} = \bar{Q}_b \bar{Q}_{c0} + \frac{\bar{D}_b^2}{4} [l(t) - l_b], \quad (9)$$

где  $\bar{Q}_b = Q_b/Q_{c0}$  – степень загромождения каверны корпусом тела. Для коэффициента уноса газа из каверны при малых возмущениях будем использовать квазистационарное выражение (5)

$$\dot{q}_{out}(t) = C_b D_c(t) l(t) \left[ 1 - \frac{D_b^2}{D_c^2(t)} \right]. \quad (10)$$

Систему нелинейных уравнений (6)–(8) удобно рассматривать как динамическую систему с фазовой размерностью, равной трем.

## 2. ЛИНЕЙНЫЙ АНАЛИЗ

Динамическая система (6)–(8) имеет одну стационарную точку

$$\bar{\sigma} = 1, \quad l = l_b, \quad \bar{Q}_c = \bar{Q}_{c0} = \frac{l_b \bar{D}_b^2}{4} - \frac{l_b^2}{2} + \frac{2l_b^3}{3},$$

соответствующую стационарному решению при  $\dot{q}_{in} = \dot{q}_{out}$ . Исследуем ее на устойчивость относительно малых возмущений, представляя решение в виде:

$$\bar{\sigma}(t) = 1 + \varepsilon \sigma_1(t), \quad l(t) = l_b + \varepsilon l_1(t),$$

$$\bar{Q}_c(t) = \bar{Q}_{c0} + \varepsilon Q_1(t),$$

где  $\varepsilon \sim o(1)$  – малый параметр. Собирая члены порядка  $\varepsilon$  в уравнениях (6)–(8), получим систему уравнений для возмущений

$$(2l_b - 1)l_1(t) + 2l_b^2 \int_0^1 \theta \sigma_1(t - l_b \theta) d\theta = 0, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} Q_1'(t) - \frac{\bar{D}_b^2}{4} l_1'(t) - \frac{\bar{Q}_{c0}(1 - \bar{Q}_b)}{\beta - 1} \sigma_1'(t) = \\ = \bar{C}_b \left[ \frac{l_b}{2} (1 + \bar{D}_b^2) \sigma_1(t) - (1 - \bar{D}_b^2) l_1(t) \right], \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\bar{C}_b = C_b/D_{c0}$ ; штрих обозначает производную,

$$Q_1(t) = \left( \frac{\bar{D}_b^2}{4} - l_b + 2l_b^2 \right) l_1(t) + 2l_b^3 \int_0^1 \theta^2 \sigma_1(t - l_b \theta) d\theta. \quad (13)$$

Исключая функции  $l_1(t)$  и  $Q_1(t)$  из уравнений (11)–(13), приходим к однородному уравнению относительно функции  $\sigma_1(t)$ :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\beta - 1} \sigma_1'(t) + a_1 \sigma_1(t) - a_2 \int_0^1 (2\theta - 1) \sigma_1(t - l_b \theta) d\theta + \\ + a_3 \int_0^1 \theta \sigma_1(t - l_b \theta) d\theta = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

где для краткости записи введены обозначения

$$a_1 = \frac{\bar{C}_b l_b (1 + \bar{D}_b^2)}{2\bar{Q}_{c0}(1 - \bar{Q}_b)}, \quad a_2 = \frac{2l_b^2}{\bar{Q}_{c0}(1 - \bar{Q}_b)},$$

$$a_3 = \frac{2\bar{C}_b l_b^2 (1 - \bar{D}_b^2)}{(2l_b - 1)\bar{Q}_{c0}(1 - \bar{Q}_b)}.$$

Представляя его решение в виде  $\sigma_1(t) = e^{\mu t}$ , где  $\mu = \lambda + jk$ , получаем характеристическое уравнение

$$\frac{\mu^3}{\beta - 1} + a_1\mu^2 + \frac{a_2}{l_b^2} [\mu l_b(e^{-\mu l_b} + 1) + 2(e^{-\mu l_b} - 1)] - \frac{a_3}{l_b^2} [(\mu l_b + 1)e^{-\mu l_b} - 1] = 0. \quad (15)$$

Задача состоит в исследовании комплексных корней уравнения (15) в зависимости от параметров  $\beta$ ,  $\bar{D}_b$ ,  $\bar{Q}_b$  и  $\bar{C}_b$ .

Заметим, что дважды дифференцируя по времени уравнение (14), его можно привести к обыкновенному дифференциальному уравнению третьего порядка с постоянным запаздыванием

$$\begin{aligned} & \frac{l_b^2}{\beta - 1} \sigma_1'''(t) + a_1 l_b^2 \sigma_1''(t) - \\ & - a_2 [l_b \sigma_1'(t) + l_b \sigma_1'(t - l_b) - 2\sigma_1(t) + 2\sigma_1(t - l_b)] - \\ & - a_3 [l_b \sigma_1'(t - l_b) - \sigma_1(t) + \sigma_1(t - l_b)] = 0, \quad (16) \end{aligned}$$

которое имеет то же самое характеристическое уравнение (15). Аналогичное уравнение для случая свободного замыкания каверны было получено и исследовано Э. В. Парышевым [2, 3].

### 3. ЭФФЕКТЫ ЗАМЫКАНИЯ КАВЕРНЫ НА ТЕЛЕ И ЗАГРОМОЖДЕНИЯ КАВЕРНЫ ТЕЛОМ

Следуя [13], рассмотрим сначала случай постоянства массы газа в каверне  $\bar{C}_b = 0$ . В этом случае при  $\lambda = 0$  уравнение (15) имеет бесконечную серию чисто мнимых корней (т. е. приведенных частот нейтральных колебаний каверны):

$$k_n = \frac{2\pi n}{l_b}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (17)$$

Соответствующие значения физического параметра  $\beta$  будут

$$\beta_n = 1 + \frac{\bar{Q}_{c0}(1 - \bar{Q}_b)}{l_b^3} \pi^2 n^2, \quad n = 1, 2, \dots \quad (18)$$

Практическое значение имеет наименьшее значение параметра  $\beta_1 = \beta_{cr}$ , поскольку при  $\beta < \beta_1$  каверна асимптотически устойчива ( $\lambda < 0$ ), а при  $\beta > \beta_1$  – неустойчива ( $\lambda > 0$ ). Поэтому ограничимся здесь изучением влияния параметров  $\bar{D}_b$ ,  $\bar{Q}_b$  и  $\bar{C}_b$  на величину  $\beta_{cr}$ .

На рис. 2 приведены графики зависимости  $\beta_{cr}$  от  $\bar{D}_b$  для ряда значений  $\bar{Q}_b$ , рассчитанной по формуле (18). Верхняя кривая соответствует случаю

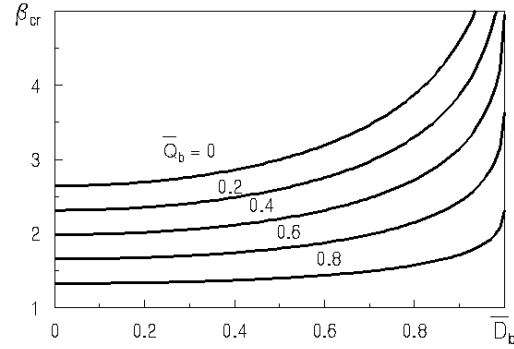


Рис. 2. Влияние относительного диаметра тела на  $\beta_{cr}$  ( $\bar{C}_b = 0$ )

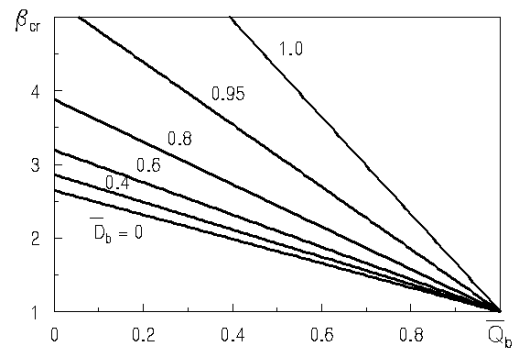


Рис. 3. Влияние степени загромождения каверны телом на  $\beta_{cr}$  ( $\bar{C}_b = 0$ )

свободной от тела каверны. На рис. 3 приведены графики зависимости  $\beta_{cr}$  от  $\bar{Q}_b$  для ряда значений  $\bar{D}_b$ . Нижняя кривая соответствует случаю свободного замыкания каверны. Как видим, при возрастании относительного диаметра тела величина  $\beta_{cr}$  растет, а по мере роста загромождения каверны твердым телом – линейно уменьшается. Точное значение при  $\bar{D}_b = 0$  и  $\bar{Q}_b = 0$  равно  $\beta_{cr} = 2,645$ .

Как показывает соотношение (17), приведенная частота колебаний, возникающих при потере устойчивости каверны, не зависит от степени загромождения каверны телом  $\bar{Q}_b$ . Размерная частота колебаний в нашем случае будет

$$f = \frac{k_1 V_\infty}{2\pi L_c} = \frac{V_\infty}{L_c l_b} [\Gamma \Pi],$$

где  $L_c$  – длина стационарной каверны при  $\bar{D}_b = 0$  в метрах. Для СК-аппарата, движущегося на постоянной глубине при постоянном числе кавитации  $\sigma$ , уменьшение  $\beta_{cr}$  может быть достигнуто только за счет уменьшения парового числа кавитации  $\sigma_v$ , т.

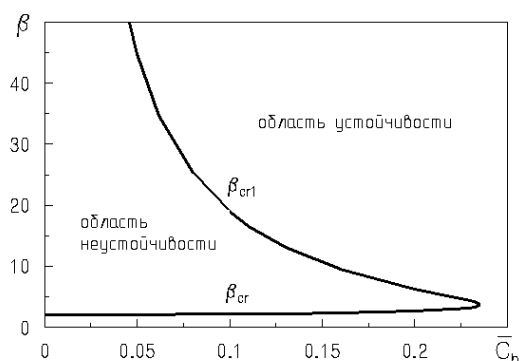


Рис. 4. Область неустойчивости каверны при  $\overline{D}_b = 0.5$ ,  $\overline{Q}_b = 0.5$

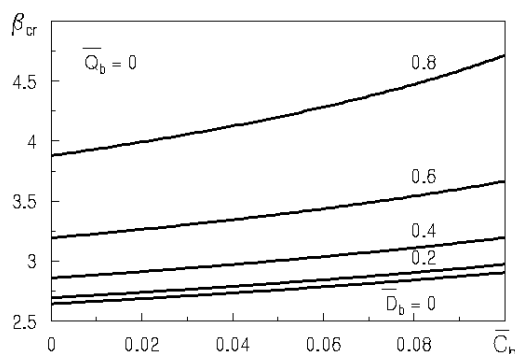


Рис. 5. Влияние параметра  $\overline{C}_b$  на  $\beta_{cr}$  при различных  $\overline{D}_b$

е. за счет увеличения скорости аппарата  $V_\infty$  (см. (2)). Отсюда следует, что при росте степени загромождения каверны корпусом аппарата частота колебаний  $f$  будет расти.

Заметим, что при увеличении параметра  $0 \leq \overline{Q}_b < 1$  зазор между поверхностью тела и границей каверны уменьшается, при этом могут начать проявляться эффекты, связанные с течением вдуваемого газа в узком зазоре [18]. В данной модельной постановке эти эффекты не учитываются, поэтому приведенные результаты корректны, строго говоря, при значениях параметра  $\overline{Q}_b$ , не слишком близких к единице.

#### 4. ВЛИЯНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ УНОСА ГАЗА ИЗ КАВЕРНЫ

Интенсивность уноса газа из вентилируемой каверны, а следовательно и величина необходимого поддува, характеризуются значением параметра  $\overline{C}_b \geq 0$ . Анализ корней характеристического уравнения (15) показывает, что, как и в случае свободного замыкания каверны [13], имеется качественное различие в поведении каверны при  $\overline{C}_b = 0$  и  $\overline{C}_b > 0$ . В первом случае каверна неустойчива при любых  $\beta > \beta_{cr}$ , во втором случае для каждого  $0 < \overline{C}_b < \overline{C}_{bmax}$  она неустойчива на некотором конечном интервале  $\beta_{cr} < \beta < \beta_{cr1}$  и асимптотически устойчива при  $\beta > \beta_{cr1}$ . На промежутке  $\beta_{cr} \leq \beta \leq \beta_{cr1}$  характеристическое уравнение (15) имеет конечное число чисто мнимых корней, которое уменьшается с ростом  $\overline{C}_b$ . Величина  $\beta_{cr}$  слабо растет, а величина  $\beta_{cr1}$  быстро падает с увеличением  $\overline{C}_b$ . При  $\overline{C}_b > \overline{C}_{cr1}$  каверна асимптотически устойчива при любых  $\beta$ .

На рис. 4 для примера показана область неустойчивости каверны при  $\overline{D}_b = 0.5$ ,  $\overline{Q}_b = 0.5$ . Таблица 1 дает представление о влиянии относительного диаметра тела на максимальное значение параметра  $\overline{C}_b$ , при котором возможна потеря устойчивости каверны. Степень загромождения каверны телом  $\overline{Q}_b$  не влияет на величину  $\overline{C}_{bmax}$ .

Табл. 1. Значения параметра  $\overline{C}_{bmax}$  при различных диаметрах тела

$\overline{D}_b$	0	0.2	0.4	0.6	0.8
$\overline{C}_{bmax}$	0.280	0.271	0.247	0.217	0.165

На практике такие большие значения параметра  $\overline{C}_b$ , по-видимому, не достигаются. Так, сравнение формулы (5) с экспериментальными данными [19] дает значение эмпирического параметра  $C_b = 0,0034$ . Соответствующие значения параметра  $\overline{C}_b = C_b/D_{c0}$  приведены в таблице 2.

Табл. 2. Значения эмпирического параметра  $\overline{C}_b$  при различных числах кавитации

$\sigma$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
$\overline{C}_b$	0.0730	0.0476	0.0368	0.0305	0.0264

На рис. 5 приведены графики зависимости  $\beta_{cr}$  от параметра  $\overline{C}_b$ , рассчитанной для ряда значений  $\overline{D}_b$  при  $\overline{Q}_b = 0$ . На рис. 6 приведены графики той же зависимости, рассчитанной для ряда значений  $\overline{Q}_b$  при  $\overline{D}_b = 0.5$ . В обоих случаях приведенная частота нейтральных колебаний  $k$  слабо возрастает с увеличением параметра  $\overline{C}_b$ .

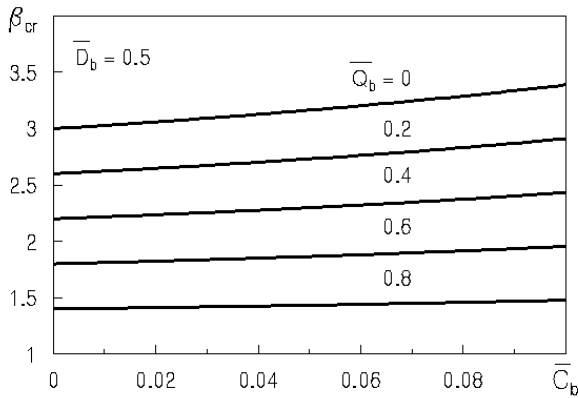


Рис. 6. Влияние параметра  $\bar{C}_b$  на  $\beta_{cr}$  при различных  $\bar{D}_b$

## ВЫВОДЫ

Теория устойчивости вентилируемых осесимметричных суперкаверн обобщена на случай замыкания каверны на цилиндрическом теле. Показано, что характер потери устойчивости вентилируемой каверны, замыкающейся на теле, такой же, как в случае свободного замыкания каверны [13]. При возрастании относительного диаметра тела  $\bar{D}_b$  критический параметр  $\beta_{cr}$  увеличивается, а размерная частота возникающих колебаний  $f$  падает. При росте степени загромождения каверны корпусом тела  $\bar{Q}_b$ , наоборот, параметр  $\beta_{cr}$  уменьшается, а частота колебаний  $f$  растет. Рост параметра интенсивности уноса газа  $\bar{C}_b$  приводит к возрастанию как  $\beta_{cr}$ , так и приведенной частоты колебаний  $k$ .

Полученная система уравнений (6)–(8) позволяет численно моделировать развитие нелинейных автоколебаний после потери устойчивости вентилируемой каверны, замыкающейся на теле, аналогично случаю свободного замыкания [13].

1. Логвинович Г.В. Гидродинамика течений со свободными границами. – К.: Наук. думка, 1969. – 208 с.
2. Парышев Э.В. Система нелинейных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, описывающих динамику нестационарных осесимметричных каверн // Тр. ЦАГИ. – 1978. – Вып. 1907. – С. 3–16.

3. Парышев Э.В. Теоретическое исследование устойчивости и пульсаций осесимметричных каверн // Тр. ЦАГИ. – 1978. – Вып. 1907. – С. 17–40.
4. Парышев Э.В. Численное моделирование пульсаций вентилируемых каверн // Тр. ЦАГИ. – 1985. – Вып. 2272. – С. 19–28.
5. Семенов В.Н. Неустойчивость плоской газонаполненной суперкаверны в безграничном потоке // Гидромеханика. – 1995. – Вып. 69. – С. 56–64.
6. Семенов В.Н. Неустойчивость плоской вентилируемой суперкаверны в свободной струе // Прикладна гідромеханіка. – 1999. – Т. 1, N 2. – С. 45–52.
7. Silberman E., Song C.S. Instability of ventilated cavities // J. of Ship Research. – 1961. – 5, N 1. – P. 13–33.
8. Michel J.M. Ventilated cavities. A Contribution to the study of pulsation mechanism. – В кн.: Неустойчившиеся течения воды с большими скоростями (Тр. Междунар. симп. IUTAM). – М.: Наука. – 1973. – С. 343–360.
9. Савченко Ю.Н., Семенов В.Н. Волнообразование на границах каверн, образующихся при входе в воду диска и конусов // В сб.: Пробл. гидродин. больш. скоростей. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. унта. – 1993. – С. 231–239.
10. Semenenko V.N. Instability and oscillation of gas-filled supercavities // Proc. Third International Symp. on Cavitation. Vol. 2. – Grenoble (France), 1998. – P. 25–30.
11. Kirschner I.N., Aezoumanian S.H. Implementation and extension of Paryshev's model of cavity dynamics Proc. International Conference on superfast marine vehicles moving above, under and in water surface (SuperFAST'2008). St. Petersburg, Russia. – 2008.
12. Zou W., Yu K.-P., Wan X.-H. Research on the gas-leakage rate of unsteady ventilated supercavity // Proc. 9th International Conference on Hydrodynamics. – Oct. 11–15, 2010. – Shannhai, China. – P. 778–783.
13. Семенов В.Н. Компьютерное моделирование пульсаций вентилируемых суперкаверн // Гидромеханика. – 1997. – Вып. 71. – С. 110–118.
14. Semenenko V.N. Artificial cavitation. Physics and calculations. RTO-AVT/VKI Special Course on Supercavitating Flows. VKI, Brussels, Belgium. – 2001.
15. Semenenko V.N. Dynamic processes of supercavitation and computer simulation. *Ibid.*
16. Savchenko Yu.N., Semenenko V.N., Putilin S.I., and others. Some problems of the supercavitating motion management. Sixth International Symposium on Cavitation (CAV2006). Wageningen, The Netherlands. – 2006.
17. Власенко Ю.Д., Савченко Г.Ю. Исследование параметров искусственной каверны при замыкании на цилиндрическом корпусе // В сб. "Суперкавитация: достижения и перспективы". – Київ: Інститут гідромеханіки НАН України. – 2010. – С. 56–63.
18. Савченко Ю.Н., Савченко Г.Ю. Течения газа внутри искусственных суперкаверн. – Там же. – С. 81–87.
19. Spurk J.H. On the gas loss from ventilated supercavities // Acta Mechanica. – 2002. – 155. – P. 125–135.