

УДК 532.528

## О МАНЕВРЕННОСТИ ПО КУРСУ ПОДВОДНЫХ СУПЕРКАВИТИРУЮЩИХ АППАРАТОВ

Ю. Н. САВЧЕНКО, В. Н. СЕМЕНЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Отримано 04.06.2010

Исследуется боковое движение подводных суперкавитирующих аппаратов, которое рассматривается как возмущение стационарного продольного движения. Метод исследования – компьютерное моделирование динамики самодвижущегося суперкавитирующего аппарата с использованием аппроксимационной модели нестационарной суперкаверны Г.В.Логвиновича. Дан сравнительный анализ эффективности применения трех способов управления для маневрирования суперкавитирующего аппарата по курсу: поворотного дискового кавитатора, имеющего две степени свободы, отклонения вектора тяги движителя и управления типа “bank-to-turn”.

Досліджується боковий рух підводних суперкавітуючих апаратів, який розглядається як збурення стаціонарного подовжнього руху. Метод дослідження – комп'ютерне моделювання динаміки саморушного суперкавітуючого апарату з використанням апроксимаційної моделі нестационарної суперкаверни Г.В.Логвиновича. Дано порівняльний аналіз ефективності застосування трьох способів управління для маневрування суперкавітуючого апарату за курсом: поворотного дискового кавітатора, який має дві ступені свободи, відхилення вектора тяги рушія і управління типу “bank-to-turn”.

The lateral motion of underwater supercavitating vehicles is investigated as a perturbation of the steady-state longitudinal motion. An investigation method consists in the computer simulation of dynamics of a supercavitating self-propelled vehicle with using the approximation model of an unsteady supercavity by G.V. Logvinovich. The comparative analysis of effectiveness of applying three control strategies for the course maneuvering the supercavitating vehicle is given: the rotary disk cavitator having two degrees of freedom, the vectoring thrust, and the “bank-to-turn” control strategy.

### ВВЕДЕНИЕ

При проектировании самодвижущихся подводных суперкавитирующих (СК) аппаратов следует стремиться к тому, чтобы возможно большая поверхность аппарата находилась внутри каверны для уменьшения сопротивления трения. В то же время, диаметр кавитатора  $D_n$  должен быть возможно меньшим для минимизации кавитационного сопротивления. Компромисс достигается на таком режиме движения, когда аппарат глиссировать небольшим кормовым участком по нижней стенке каверны. В этом случае вес аппарата компенсируется гидродинамической подъемной силой на смоченном участке корпуса, а возникающий при этом момент должен быть скомпенсирован подъемной силой, создаваемой путем наклона кавитатора (см. [1, 2]).

Важными практическими свойствами подводного СК-аппарата является устойчивость и управляемость его движения (маневренность) по глубине и по курсу. Основные принципы и методы управления движением СК-аппаратов изложены в [3, 4]. С целью упрощения задачи общее пространственное движение СК-аппарата можно приближенно разделять на продольное и боковое движения [5, 6]. Продольное движение определяет устойчивость движения и маневренность СК-аппарата

по глубине, а боковое – по курсу.

Аналізу продольного движения СК-аппаратов, движущихся в режиме глиссирования в каверне, в последние годы было посвящено много работ (см. библиографию в [2]). В нашей работе [2] методом компьютерного моделирования показано, что продольное движение неуправляемого СК-аппарата является неустойчивым по отношению к малым возмущениям, и исследована активная система стабилизации движения СК-аппарата по глубине путем автоматического регулирования угла наклона кавитатора (так называемое  $\delta$ -управление).

В отличие от продольного, боковое движение СК-аппаратов до сих пор практически не исследовалось. Из известных нам оригинальных работ вопросы маневрирования СК-аппаратов по курсу рассматриваются в [7–9]. В работах [7, 8], как и в большинстве работ по динамике и управлению СК-тел, используется упрощенная математическая модель, не учитывающая так называемый эффект памяти нестационарной каверны. В работе [9] предлагается метод приближенного учета эффекта памяти путем введения запаздывающего аргумента в дифференциальные уравнения динамики СК-аппарата.

В данной работе ставится и численно исследуется задача о боковом движении СК-аппарата, движущегося в режиме глиссирования в каверне. Боковое движение рассматривается как воз-

мушение стационарного продольного движения [2]. Используется математическая модель, базирующаяся на принципе независимости расширения сечений каверны Г.В.Логвиновича, которая естественным образом учитывает эффект памяти нестационарной каверны. В качестве элементов управления рассматриваются поворотный дисковый кавитатор, имеющий две степени свободы ( $\delta$ -управление), и отклонение вектора тяги двигателя ( $\eta$ -управление). По результатам компьютерного моделирования дается сравнительный анализ эффективности  $\delta$ -управления и  $\eta$ -управления для маневрирования СК-аппарата по курсу.

### 1. УРАВНЕНИЯ БОКОВОГО ДВИЖЕНИЯ СК-АППАРАТА

На рис. 1 представлена схема пространственного движения СК-аппарата, обтекаемого в режиме глиссирования в каверне. На схеме показаны связанная система координат  $O_1x_1y_1z_1$  и поточная система координат  $O_1x_0y_0z_0$ . Начало систем координат находится в центре масс аппарата  $O_1$ . Ось  $O_1x_1$  связанной системы координат направлена по продольной оси аппарата. Ось  $O_1x_0$  поточной системы координат направлена по вектору скорости центра масс аппарата  $\vec{V}$ , а ось  $O_1y_0$  лежит в плоскости  $O_1x_1y_1$ .

Как и в случае летательных аппаратов [5], общее пространственное движение подводного аппарата принято разделять на продольное и боковое движения [6]. Продольным называется движение в вертикальной плоскости (вращение вокруг оси  $O_1z_1$  и перемещение в направлении осей  $O_1x_1$  и  $O_1y_1$ ). Боковое движение аппарата составляют вращение вокруг осей  $O_1x_1$  и  $O_1y_1$  и перемещение в направлении оси  $O_1z_1$ . Если невозмущенное движение является продольным, а отклонения достаточно малы (что всегда справедливо для высокоскоростных СК-аппаратов), то боковое движение СК-аппарата можно приближенно рассматривать независимо от продольного.

При постановке задачи бокового движения СК-аппарата примем следующие допущения:

- 1) корпус СК-аппарата имеет форму тонкого тела вращения;
- 2) форма кавитатора – диск диаметром  $D_n$ ;
- 3) СК-аппарат движется с постоянной скоростью  $V = V_0$  и с постоянными углами атаки и тангажа  $\alpha = \psi = \psi^*$ , где  $\psi^*$  – равновесное значение угла тангажа [2].

Тогда из системы девяти уравнений пространственного движения твердого тела в проекциях на

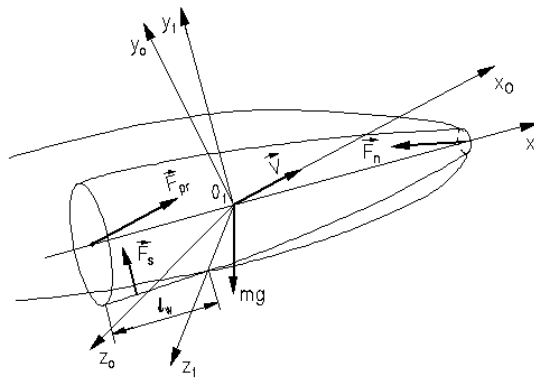


Рис. 1. Схема сил, действующих на СК-аппарат, и системы координат

оси связанной системы координат  $O_1x_1y_1z_1$  [10] остаются пять уравнений:

$$m \left( \frac{dV_{z1}}{dt} + \omega_x V_{y1} - \omega_y V_{x1} \right) = F_{z1}, \quad (1)$$

$$I_x \frac{d\omega_x}{dt} = M_{x1}, \quad (2)$$

$$I_y \frac{d\omega_y}{dt} + \omega_x \omega_z (I_x - I_z) = M_{y1}, \quad (3)$$

$$\omega_x = \frac{d\theta}{dt} + \frac{d\varphi}{dt} \sin \psi^*, \quad (4)$$

$$\omega_y = \frac{d\varphi}{dt} \cos \psi^* \cos \theta, \quad (5)$$

где  $m$  – масса аппарата;  $\vec{V} = \{V_{x1}, V_{y1}, V_{z1}\}$  – вектор скорости центра масс аппарата;  $\vec{\omega} = \{\omega_x, \omega_y, \omega_z\}$  – вектор угловой скорости относительно центра масс;  $I_x, I_y, I_z$  – моменты инерции аппарата относительно соответствующих осей;  $\theta$  – угол крена;  $\varphi$  – угол рысканья;  $\psi$  – угол тангажа;  $F_{z1}, M_{x1}, M_{y1}$  – проекции главного вектора и главного момента действующих сил.

Боковое смещение центра масс аппарата в неподвижной системе координат определяется уравнением

$$\frac{dz}{dt} = -V_0 \sin(\varphi - \beta), \quad (6)$$

где  $\beta$  – угол скольжения. Угол атаки  $\alpha$  и угол  $\beta$  определяют положение связанной системы координат  $O_1x_1y_1z_1$  относительно поточной системы  $O_1x_0y_0z_0$  (см. рис. 1). Матрица направляющих косинусов, задающая преобразование координат вектора от поточной системы координат к связанной, имеет вид [10]

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \alpha & -\cos \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha & \sin \alpha \sin \beta \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}. \quad (7)$$

При этом справедливы соотношения [6]

$$\begin{aligned} V_{x1} &= V_0 \cos \alpha \cos \beta, & V_{y1} &= -V_0 \sin \alpha \cos \beta, \\ V_{z1} &= V_0 \sin \beta. \end{aligned} \quad (8)$$

Переходя в уравнениях (1)–(6) к дифференцированию по продольной координате  $x$ , с учетом соотношений (8) получаем расчетную систему дифференциальных уравнений бокового движения СК-аппарата:

$$\begin{aligned} V_0 \cos(\varphi - \beta) \frac{dV_{z1}}{dx} &= V_0 \omega_x \sin \psi^* \cos \beta + \\ &+ V_0 \omega_y \cos \psi^* \cos \beta + \frac{1}{m} F_{z1}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$V_0 \cos(\varphi - \beta) \frac{d\omega_x}{dx} = \frac{1}{I_x} M_{x1}, \quad (10)$$

$$V_0 \cos(\varphi - \beta) \frac{d\omega_y}{dx} = \frac{1}{I_y} M_{y1}, \quad (11)$$

$$V_0 \cos(\varphi - \beta) \frac{d\theta}{dx} = \omega_x - \frac{\sin \psi^*}{\cos \psi^* \cos \theta} \omega_y, \quad (12)$$

$$V_0 \cos(\varphi - \beta) \frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{\cos \psi^* \cos \theta} \omega_y, \quad (13)$$

$$\frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg}(\varphi - \beta), \quad (14)$$

где  $\beta = \arcsin V_{z1}/V_0$ . При этом для любого  $x$  соответствующие моменты времени могут быть рассчитаны по формуле:

$$t = \int_0^x \frac{ds}{V_0 \cos(\varphi - \beta)}. \quad (15)$$

Система шести дифференциальных уравнений (9)–(14) интегрируется численно при следующих начальных условиях:

$$\begin{aligned} V_{z1}(0) &= V_0 \sin \varphi_0, & \omega_x(0) &= \omega_{x0}, & \omega_y(0) &= \omega_{y0}, \\ \theta(0) &= \theta_0, & \varphi(0) &= \varphi_0, & z(0) &= 0. \end{aligned}$$

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕЙСТВУЮЩИХ СИЛ И МОМЕНТОВ

При движении СК-аппарата в режиме глиссирования в каверне правая часть уравнения (9) должна включать проекции на ось  $O_1z_1$  силы тяжести  $mg$ , гидродинамической силы на дисковом кавитаторе  $\vec{F}_n$ , силы глиссирования аппарата по стенке каверны  $\vec{F}_s$  и силы тяги движителя  $\vec{F}_{pr}$ :

$$F_{z1} = F_{nz} + F_{sz} - F_{pr} \sin \eta_y + mg \cos \psi^* \sin \theta, \quad (16)$$

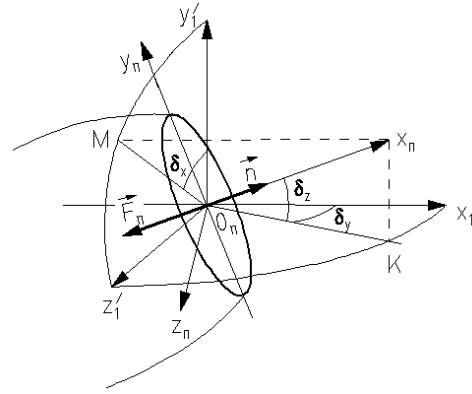


Рис. 2. Система координат наклоненного кавитатора

где  $F_{pr} = |\vec{F}_{pr}|$  - тяга движителя;  $\eta_y$  - угол отклонения вектора тяги в плоскости  $O_1x_1z_1$ .

Правые части уравнений (10), (11) должны включать проекции моментов действующих сил относительно центра масс аппарата:

$$M_{x1} = -mg \cos \psi^* \sin \theta h_M,$$

$$M_{y1} = -F_{nz}x_c + F_{sz}(x_s - x_c) + F_{prz}(L - x_c), \quad (17)$$

где  $h_M$  - метацентрическая высота, определяемая как расстояние от центра поперечного сечения аппарата до центра масс;  $x_c$  - расстояние от кавитатора до центра масс;  $x_s$  - расстояние от кавитатора до точки приложения силы глиссирования;  $L$  - длина аппарата.

**Сила на кавитаторе.** Пусть кавитатор произвольно ориентирован по отношению к связанной системе координат  $O_1x_1y_1z_1$ . Введем систему координат  $O_nx_ny_nz_n$ , связанную с кавитатором (см. рис. 2) так, что начало координат  $O_n$  совпадает с центром кавитатора и лежит на продольной оси аппарата  $O_1x_1$ ; ось  $O_nx_n$  направлена по нормали  $\vec{n}$  к плоскости кавитатора в сторону жидкости; ось  $O_ny_n$  лежит в плоскости  $O_1x_1y_1$ . Положение системы координат  $O_nx_ny_nz_n$  относительно системы координат  $O_1x_1y_1z_1$  определим двумя углами:  $\delta_y$  - угол между осью  $O_nx_n$  и проекцией  $O_nK$  оси  $O_nx_n$  на плоскость  $O_nx_1z'_1$  (где  $O_nz'_1 \parallel O_1z_1$ );  $\delta_z$  - угол между осью  $O_nx_n$  и плоскостью  $O_nx_1z'_1$ . Матрица направляющих косинусов, задающая преобразование координат вектора от системы координат  $O_1x_1y_1z_1$  к системе  $O_nx_ny_nz_n$ , имеет вид

$$B = \begin{pmatrix} \cos \delta_y \cos \delta_z & \sin \delta_z & -\sin \delta_y \cos \delta_z \\ -\cos \delta_y \sin \delta_z & \cos \delta_z & \sin \delta_y \sin \delta_z \\ \sin \delta_y & 0 & \cos \delta_y \end{pmatrix}. \quad (18)$$

В случае дискового кавитатора сила со стороны потока всегда направлена противоположно нормали  $\vec{n}$  к плоскости кавитатора:  $\vec{F}_n = -F_n \vec{n}$ . Если нормаль к кавитатору наклонена к потоку под углом  $\mu$ , то абсолютная величина действующей на кавитатор силы будет [11]

$$F_n = |\vec{F}_n| = F_{x0} \cos \mu,$$

где  $F_{x0} = 0,82(1 + \sigma)$  - кавитационное сопротивление диска, плоскость которого перпендикулярна к потоку. Косинус угла между нормалью к кавитатору и вектором скорости кавитатора равен элементу  $c_{11}$  матрицы  $C_n = B \cdot A_n$ , где

$$A_n = \begin{pmatrix} \cos \alpha_n \cos \beta_n & \sin \alpha_n & -\cos \alpha_n \sin \beta_n \\ -\sin \alpha_n \cos \beta_n & \cos \alpha_n & \sin \alpha_n \sin \beta_n \\ \sin \beta_n & 0 & \cos \beta_n \end{pmatrix},$$

$\alpha_n = \alpha + \omega_z x_c / V_0$ ;  $\beta_n = \beta + \omega_y x_c / V_0$ . Перемножая матрицы и полагая  $\alpha_n = \psi^*$ ,  $\delta_z = \delta_z^*$ , для данного случая находим

$$\begin{aligned} \cos \mu = c_{11} &= \cos \delta_y \cos \delta_z^* \cos \psi^* \cos \beta_n - \\ &- \sin \delta_z^* \sin \psi^* \cos \beta_n - \sin \delta_y \cos \delta_z^* \sin \beta_n. \end{aligned} \quad (19)$$

Проектируя вектор  $\vec{F}_n$  на оси  $O_1x_1$  и  $O_1z_1$ , имеем:

$$\begin{aligned} F_{nx} &= -F_n b_{11} = -F_n \cos \delta_y \cos \delta_z^*, \\ F_{nz} &= -F_n b_{13} = F_n \sin \delta_y \cos \delta_z^*. \end{aligned} \quad (20)$$

Проекции вектора  $\vec{F}_n$  на оси поточной системы координат вычисляются по формулам:

$$F_{nx0} = -F_n c_{11}, \quad F_{nz0} = -F_n c_{13}, \quad (21)$$

где  $c_{11}$ ,  $c_{13}$  - элементы первой строки матрицы  $C = B \cdot A$ :

$$\begin{aligned} c_{11} &= \cos \delta_y \cos \delta_z^* \cos \psi^* \cos \beta - \\ &- \sin \delta_z^* \sin \psi^* \cos \beta - \sin \delta_y \cos \delta_z^* \sin \beta, \\ c_{13} &= -\cos \delta_y \cos \delta_z^* \cos \psi^* \sin \beta + \\ &+ \sin \delta_z^* \sin \psi^* \sin \beta - \sin \delta_y \cos \delta_z^* \cos \beta. \end{aligned}$$

Заметим, что предложенный способ задания ориентации кавитатора с помощью углов  $\delta_y$  и  $\delta_z$  удобен при теоретических исследованиях, однако при практической реализации системы управления его удобнее определять относительно связанных с аппаратом осей. Очевидно, что любое заданное положение кавитатора можно получить, осуществляя два последовательных поворота на некоторый угол  $\delta'_z$  вокруг оси  $O_n z'_1$  и на некоторый

угол  $\delta_x$  вокруг оси  $O_1 x_1$ . Легко показать, что пары углов  $\delta'_z$ ,  $\delta_x$  и  $\delta_y$ ,  $\delta_z$  связаны соотношениями

$$\cos \delta'_z = \cos \delta_y \cos \delta_z, \quad \sin \delta_x = -\frac{\sin \delta_y \cos \delta_z}{\sin \delta'_z}. \quad (22)$$

Для осесимметричного СК-аппарата, не имеющего управляющих поверхностей (оперения), поворот кавитатора на угол  $\delta_x$  относительно оси  $O_1 x_1$  эквивалентен крену всего аппарата на угол  $\theta = \delta_x$ . Таким образом, для такого аппарата  $\delta$ -управление по курсу эквивалентно управлению типа "bank-to-turn" [7]. При этом пересчет углов проводится по формулам (22).

**Форма нестационарной каверны.** Сила взаимодействия тела с каверной  $F_{sz}$  в каждый момент времени определяется взаимным расположением и относительным движением корпуса аппарата и границ каверны. Для расчета формы нестационарной каверны используется уравнение расширения сечения осесимметричной каверны [12], которое является выражением принципа независимости расширения сечений каверны Г.В.Логвиновича [11, 13]:

$$\frac{\partial^2 S_c(\tau, t)}{\partial t^2} = -\frac{k_1 \Delta p}{\rho}, \quad (23)$$

$$s(t) - L_c(t) \leq \xi \leq s(t), \quad S_c(\tau, \tau) = \pi D_n / 4,$$

$$\frac{\partial S_c(\tau, \tau)}{\partial t} = \frac{k_1 A}{4} D_n V_0 \sqrt{c_{nx0}}, \quad k_1 = \frac{4\pi}{A^2},$$

где  $s$  - дуговая координата вдоль траектории центра кавитатора;  $S_c$  - площадь сечения каверны с координатой  $\xi(\tau)$ ;  $\tau \leq t$  - момент образования сечения  $\xi$ ;  $\Delta p = p_\infty - p_c$ ;  $p_c$  - давление в каверне;  $L_c$  - длина каверны;  $c_{nx0}$  - коэффициент силы  $F_{nx0}$  (21);  $A \approx 2$  - эмпирическая константа.

Согласно принципу независимости [11], форма оси каверны в проекции на горизонтальную плоскость определяется траекторией центра кавитатора:

$$z_n(t) = z(t) - x_c \sin \varphi(t).$$

Дополнительно ось каверны искривляется под действием боковой силы на наклоненном кавитаторе. Этот эффект приближенно учитывается с помощью аппроксимационной формулы [14]:

$$h_{fz}(x) = -c_{nz0} R_n (0.46 - \sigma + \bar{x}/2),$$

где  $R_n$  - радиус кавитатора;  $c_{nz0}$  - коэффициент силы  $F_{nz0}$  (21);  $\bar{x} = x/L_c$ . Таким образом, координаты контура горизонтального сечения каверны определяются соотношениями

$$z_{cav}(\tau, t) = \pm R_c(\tau, t) + z_n(t) + h_{fz}(\tau, t), \quad (24)$$

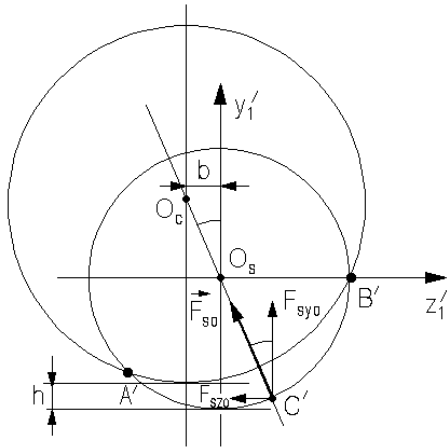


Рис. 3. Схема расчета боковой составляющей силы глссирования при  $\theta = 0$

где  $R_c = \sqrt{S_c/\pi}$  – радиус текущего сечения каверны. Математическая модель (23), (24) в полной мере учитывает эффект памяти нестационарной суперкаверны. Она хорошо согласована с экспериментальными данными, полученными на скоростной многоцелевой гидродинамической трубе Института гидромеханики НАН Украины.

**Сила глссирования.** В случае продольного движения СК-аппарата [2] вектор кормовой силы глссирования  $\vec{F}_{s0}$  лежит в вертикальной плоскости. Следствием бокового движения аппарата и каверны является несимметричное глссирование аппарата по стенке каверны.

Сила при глссировании удлиненных тел в каверне вычисляется методом Вагнера [11] с использованием решения плоской задачи о погружении круговой дужки в криволинейную свободную поверхность [15–17]. Как показано в [16], при малых смещениях боковое движение дужки не влияет на величину силы  $F_{sy0}$ , действующей вдоль оси  $O_s y'_1$  (см. рис. 3), но приводит к появлению силы  $F_{sz0}$ , действующей вдоль оси  $O_s z'_1$  и препятствующей этому движению. Если не учитывать подпор жидкости, то можно считать, что результирующая сила  $\vec{F}_s$  приложена в центре  $C'$  дужки контакта  $A'B'$  и нормальна к ней. Тогда линия ее действия проходит через центры сечений тела  $O_s$  и каверны  $O_c$  и, следовательно, искомая боковая компонента силы глссирования при  $\theta = 0$  будет:

$$F_{sz0} = -F_{sy0} \frac{b}{R_c - R_s},$$

где  $b$  – боковое смещение кормового сечения аппарата относительно сечения каверны;  $R_s$  – радиус кормового среза (транца) аппарата;  $R_c$  – радиус

каверны в сечении транца. Формула для расчета силы  $F_{sy0}$  при симметричном глссировании приведена в [2]. При  $|b| < R_c - R_s$  и крене аппарата на угол  $\theta$  окончательно получаем:

$$F_{sz} = -F_{sy0} \sin \theta + F_{sz0} \cos \theta. \quad (25)$$

Если имеет место пересечение контуров тела и каверны в сечении горизонтальной плоскостью, то величина боковой силы глссирования вычисляется по формуле [15, 17]

$$F_{sz} = \rho \pi R_s^2 V_0 \left[ V_1 \frac{\bar{h}(2 + \bar{h})}{(1 + \bar{h})^2} + V_2 \frac{2\bar{h}}{1 + \bar{h}} \right] \cos \theta, \quad (26)$$

где  $V_1$  – поперечная скорость транца;  $V_2$  – относительная скорость движения границы каверны и тела;  $\bar{h} = h/(R_c - R_s)$ ;  $h$  – глубина погружения транца.

### 3. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БОКОВОГО ДВИЖЕНИЯ СК-АППАРАТА

При расчетах на каждом шаге  $x^{(i)} = x^{(i-1)} + \Delta x$  численно интегрируется система дифференциальных уравнений (9)–(14), определяются положение и компоненты скорости аппарата, текущий момент времени  $t^{(i)}$  по формуле (15), затем мгновенная форма каверны по формулам (23), (24) и распределение зазоров, и наконец, действующие силы и моменты по формулам (16), (17), (20), (25), (26).

Ниже приводятся результаты компьютерного моделирования бокового движения той же “стандартной” модели СК-аппарата, что в [2]. Модель имеет следующие основные параметры: длина корпуса  $L = 5$  м; диаметр кавитатора  $D_n = 70$  мм; диаметр цилиндрической части корпуса  $D_s = 340$  мм; масса  $m = 600$  кг; моменты инерции относительно осей  $O_1 x_1$  и  $O_1 y_1$  соответственно  $I_x = 8$  кг м<sup>2</sup> и  $I_y = 900$  кг м<sup>2</sup>. Эскиз модели приведен в [2].

Предполагается, что модель движется горизонтально на глубине  $H_0 = 5$  м с постоянной скоростью  $V_0 = 120$  м/с. При этом числа кавитации и Фруда составляют  $\sigma = 0.0201$ ,  $Fr = 144.8$ , длина каверны  $L_c = 6.52$  м. Равновесные значения углов  $\delta_z$  и  $\psi$  находятся путем расчета продольного движения СК-аппарата [2]. Для данного аппарата при  $x_c = 3.0$  м они составляют соответственно  $\delta_z^* = -5.781^\circ$  и  $\psi^* = 0.334^\circ$ . При этом  $F_{ny}^* = 2.346$  кН и  $F_{sy}^* = 3.540$  кН.

Ниже анализируются следующие факторы, вызывающие боковое движение СК-аппарата:

1) поворот кавитатора на угол  $\delta_y$ , который вызывает боковую силу (20) и момент относительно центра масс аппарата  $M_{ny} = -F_{nz}x_c$  ( $\delta$ -управление);

2) отклонение вектора тяги движителя в плоскости  $O_1x_1z_1$  на угол  $\eta_y$ , который вызывает боковую силу  $F_{prz} = -F_{pr} \sin \eta_y$  и момент  $M_{pry} = F_{prz}(L - x_c)$  ( $\eta$ -управление);

3) крен СК-аппарата на угол  $\theta$ , который вызывает боковую силу в горизонтальной плоскости  $F_{ny} \sin \theta$  и соответствующий момент (управление типа “bank-to-turn”), а при  $h_M \neq 0$  – восстанавливающий момент по крену  $M_{x1}$  (17).

#### 4. УСТОЙЧИВОСТЬ И МАНЕВРЕННОСТЬ СК-АППАРАТА ПО КУРСУ

Расчеты показали, что в отличие от продольного движения СК-аппарата [2], при расчете бокового движения самопроизвольного нарушения устойчивости движения не происходит. Это значит, что для любого  $x > 0$  движение СК-аппарата остается чисто продольным, если  $\delta_y = 0$ ,  $\eta_y = 0$ ,  $\theta_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$ ,  $\omega_{x0} = 0$  и  $\omega_{y0} = 0$ . Отклонения по курсу могут возникать при нарушении любого из этих условий, а также под воздействием внешних возмущений.

Способность СК-аппарата совершать маневр по курсу можно характеризовать зависимостью угла траектории  $\chi = \varphi - \beta$  от угла поворота кавитатора  $\delta_y$  или от угла отклонения вектора тяги движителя  $\eta_y$ . Зная  $\chi$  в точке траектории с координатой  $x$ , можно рассчитать радиус циркуляции  $R_t$ , который равен местному радиусу кривизны траектории  $z = z(x)$ :

$$R_t(x) = \frac{(1 + \operatorname{tg}^2 \chi(x))^{1.5}}{\operatorname{tg}' \chi(x)}. \quad (27)$$

Простой анализ показывает, что СК-аппараты способны совершать циркуляции с минимальным радиусом, на 2–3 порядка большим, чем при сплошном обтекании [4].

На рис. 4 приведены примеры расчета отклонения центра масс аппарата  $\bar{z} = z/L$  и угла траектории  $\chi$  на дистанции 500 м при  $\delta$ -управлении и  $\eta$ -управлении. В обоих случаях в расчетах было принято  $\bar{x}_c = x_c/L = 0.6$ , значения всех углов здесь и ниже нанесены в градусах. Расчеты показали, что поведение СК-аппарата различно при  $\delta$ - и  $\eta$ -управлении.

При  $\delta$ -управлении СК-аппарат при любом  $\delta_y$  быстро выходит на режим установившихся коле-

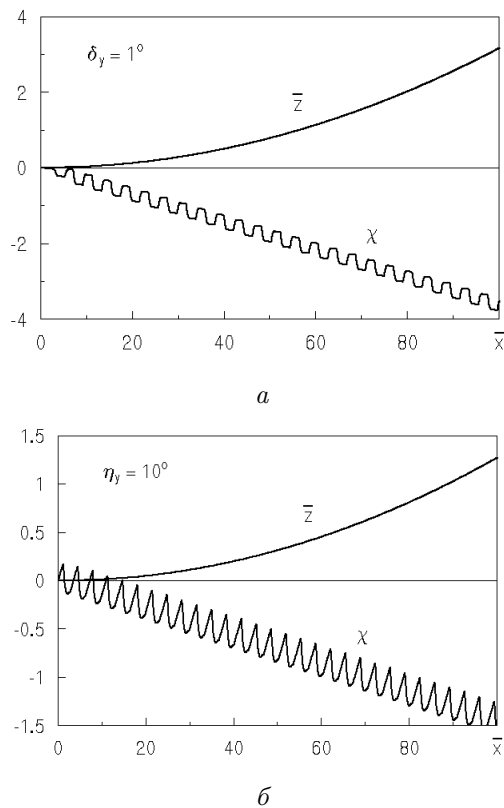


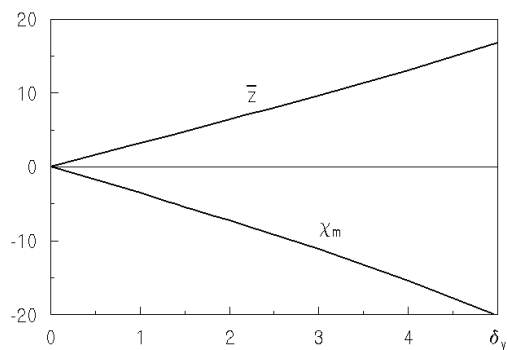
Рис. 4. Изменение отклонения  $z$  и угла траектории  $\chi$ : а –  $\delta$ -управление; б –  $\eta$ -управление

баний по углу рыскания  $\varphi$ , периодически взаимодействуя с противоположными боковыми стенками каверны (см. рис. 4, а). При этом частота и амплитуда колебаний  $\varphi$  практически не зависят от величины  $\delta_y$ . Расчеты на рис. 4, а соответствует частота  $f_\varphi = 5.85$  Гц и амплитуда  $A_\varphi = 0.84^\circ$ .

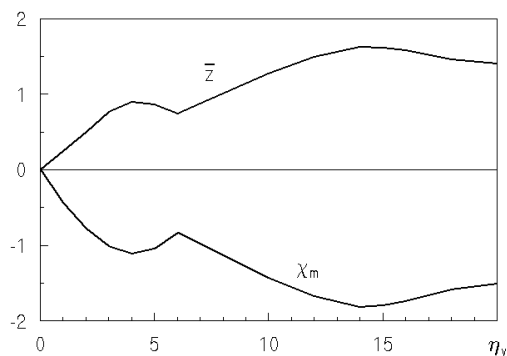
При  $\eta$ -управлении при  $\eta_y > 6^\circ$  аппарат совершает колебания, касаясь только одной из боковых стенок каверны (см. рис. 4, б). При этом частота колебаний растет, а амплитуда убывает с ростом  $\eta_y$ .

На рис. 5 показаны зависимости отклонения  $z$  и среднего угла траектории  $\chi_m$  в конце дистанции 500 м от угла наклона кавитатора  $\delta_y$  и угла отклонения вектора тяги. Как видно, в случае  $\delta$ -управления эти зависимости монотонны и практически линейны, что весьма положительно с точки зрения системы управления движением. Безразмерный радиус циркуляции (27) при  $\delta_y = 5^\circ$  равен  $\bar{R}_t = R_t/L = 244$ .

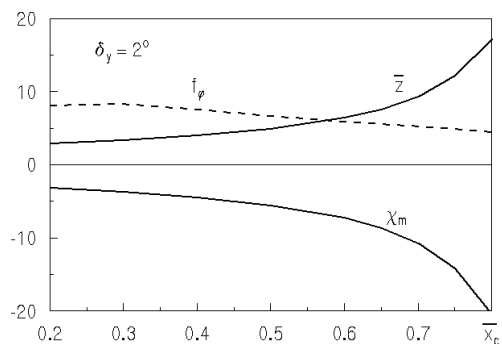
Напротив, в случае  $\delta$ -управления эти зависимости немонотонны, при этом максимально достигаемые значения  $z$  и  $\chi_m$  на порядок ниже, чем при  $\delta$ -управлении. Все это свидетельствует о неэффе-



а



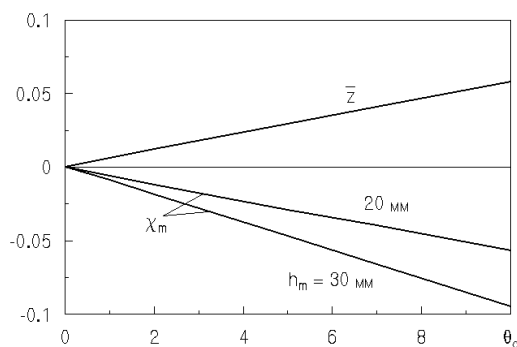
б

 Рис. 5. Отклонение  $z$  и средний угол траектории  $\chi_m$ : а –  $\delta$ -управление; б –  $\eta$ -управление

 Рис. 6. Влияние положения центра масс  $x_c$  при  $\delta$ -управлении

ктивности  $\eta$ -управления боковым движением СК-аппарата.

На рис. 6 показано влияние положение центра масс СК-аппарата  $x_c$  на значения  $z$ ,  $\chi_m$  и частоту колебаний угла рыскания  $f_\varphi$ , Гц, в конце дистанции 500 м при  $\delta$ -управлении.

Исследовано также влияние начального угла крена  $\theta_0 \neq 0$  на траекторию СК-аппарата. В этом


 Рис. 7. Влияние начального угла крена  $\theta_0$  при  $\delta_y = 0$  и  $\eta_y = 0$ 

случае, если метацентрическая высота аппарата  $h_M = 0$ , получаем управление типа “bank-to-turn”, которое эквивалентно  $\delta$ -управлению. Если  $h_M \neq 0$ , то аппарат совершает незатухающие колебания по крену с амплитудой  $\theta_0$ . Увеличение метацентрической высоты  $h_M$  приводит к некоторому возрастанию частоты этих колебаний.

Колебания аппарата по крену вызывают колебания каверны в горизонтальной плоскости, амплитуда которых растет с уменьшением  $h_M$ . При этом, если аппарат не контактирует с боковыми стенками каверны, изменения  $z$  и  $\chi_m$  незначительны (см. рис. 7).

Однако при достаточно малых  $h_M$  амплитуда колебаний каверны возрастает настолько, что ее стенки начинают взаимодействовать с корпусом аппарата. При этом возникают колебания СК-аппарата по углу  $\varphi$ , и средний угол траектории  $\chi_m$  резко возрастает. На практике с целью стабилизации СК-аппарата по курсу следует увеличивать величину  $h_M$  и/или демпфировать колебания аппарата по крену с помощью специально спроектированного оперения.

## ВЫВОДЫ

Предложена математическая модель бокового движения подводного СК-аппарата, движущегося в режиме глиссирования в каверне. Выполнен численный анализ трех способов управления движением СК-аппарата по курсу:

- путем наклона и/или поворота дискового кавитатора, имеющего две степени свободы ( $\delta$ -управление);
- путем отклонения вектора тяги движителя ( $\eta$ -управление);
- путем крена всего СК-аппарата (управление

типа “bank-to-turn”).

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Как и при продольном движении [2], при боковом движении СК-аппарата ключевую роль играет нестационарное взаимодействие корпуса аппарата со стенками каверны. Отсюда следует решающее значение выбора адекватной математической модели, учитывающей эффект памяти нестационарной суперкаверны.

2. Для осесимметричных СК-аппаратов без оперения  $\delta$ -управление и управление типа “bank-to-turn” эквивалентны.

3. Управление боковым движением СК-аппарата путем наклона и/или поворота дискового кавитатора ( $\delta$ -управление) является достаточно эффективным и удобным для маневрирования по курсу и, в частности, для стабилизации движения СК-аппарата по курсу при воздействии внешних возмущений.

4. Управление боковым движением СК-аппарата, движущегося в режиме глиссирования в каверне, путем отклонения вектора тяги движителя ( $\eta$ -управление) является неэффективным.

Последние два пункта можно пояснить наглядно. Как известно, для того, чтобы СК-аппарат массой  $m$ , движущийся со скоростью  $V$ , совершал циркуляцию радиуса  $R_t$ , необходимо, чтобы все действующие на аппарат боковые силы имели равнодействующую  $F_{cz} = mV^2/R_t$ , приложенную в центре масс аппарата [3]. В случае  $\delta$ -управления осредненная кормовая сила  $F_{sz}$  и боковая сила на кавитаторе  $F_{nz}$  направлены в одну сторону и их вклады в равнодействующую центробежную силу  $F_{cz}$  суммируются. Напротив, в случае  $\eta$ -управления осредненная сила  $F_{sz}$  направлена против боковой компоненты силы тяги  $\vec{F}_{pr}$ , ослабляя ее управляющее действие.

1. *Семенов В.Н.* Some problems of supercavitating vehicle designing. Proc. International Conference on superfast marine vehicles moving above, under and in water surface (SuperFAST'2008). St. Petersburg, Russia.–2008.
2. *Семенов В.Н.* Моделирование продольного движения подводных суперкавитирующих аппаратов // Прикладна гідромеханіка.– 2010.– Т. 12, N 4.– С. 81–88.
3. *Savchenko Yu.N.* Control of supercavitation flow and stability of supercavitating motion of bodies. RTO-AVT/VKI Special Course on Supercavitating Flows. VKI, Brussels, Belgium.–2001.
4. *Savchenko V.N.* Perspectives of the supercavitation flow applications. Proc. International Conference on superfast marine vehicles moving above, under and in water surface (SuperFAST'2008). St. Petersburg, Russia.–2008.
5. *Боднер В.А.* Системы управления летательными аппаратами.– М.: Машиностроение, 1973.– 506 с.
6. *Лукомский Ю.А., Чугунов В.С.* Системы управления морскими подвижными объектами.– Л.: Судостроение, 1988.– 272 с.
7. *Kirschner I., Kring D.C., Stokes A.W., Fine N.E., and Uhlman J.S.* Control strategies for supercavitating vehicles // Journal of Vibration and Control.– 2002.– Vol.8.– P. 219-242.
8. *Ruzzene M., Kamada R., Botasso C.L., and Scorcelletti F.* Trajectory optimization strategies for supercavitating underwater vehicles // Journal of Vibration and Control.– 2008.– 14(5).– P. 611-644.
9. *Botasso C.L., and Scorcelletti F.* Trajectory optimization for DDE models of supercavitating underwater vehicles. Online preprint: <http://www.aero.polimi.it/botasso/>, –2007.
10. *Поляхов Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П.* Теоретическая механика.– М.: Высшая школа, 2000.– 592 с.
11. *Логвинович Г.В.* Гидродинамика течений со свободными границами.– К.: Наук. думка, 1969.– 208 с.
12. *Семенов В.Н.* Artificial cavitation. Physics and calculations. RTO-AVT/VKI Special Course on Supercavitating Flows. VKI, Brussels, Belgium.– 2001.
13. *Логвинович Г.В.* Вопросы теории тонких осесимметричных каверн // Труды ЦАГИ.– 1976.– Вып. 1797.– С. 3–17.
14. *Буйвол В.Н.* Тонкие каверны в течениях с возмущениями.– К.: Наук. думка, 1980.– 296 с.
15. *Логвинович Г.В.* Некоторые вопросы глиссирования // Труды ЦАГИ.– 1980.– Вып. 2052.– С. 3–12.
16. *Савченко Ю.Н., Семенов В.Н., Путилин С.И.* Нестационарные процессы при суперкавитационном движении тел // Прикладна гідромеханіка.– 1999.– Т. 1, N 1.– С. 62-80.
17. *Васин А.Д., Парышев Э.В.* Погружение цилиндра в жидкость через цилиндрическую свободную поверхность // Известия АН СССР, Механика жидкости и газа.– 2001.– N 2.– С. 3-12.