ISSN 1028-7507 Акустичний вісник. 2013 – 2014. Том 16, N 2. С. 31 – 42

УДК 534.23

УГОЛКОВАЯ АКУСТИЧЕСКАЯ АНТЕННА

В. Т. МАЦЫПУРА*, Л. А. ТРУНОВА

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко
ул. Владимирская, 64/13, 01601, ГСП, Киев, Украина
**E-mail: mnivtt@gmail.com*

Получено 06.02.2014

Рассмотрена плоская задача взаимодействия группы точечных источников с уголковым отражателем. Исследованы дальнее и ближнее поля излучения уголковой антенны в зависимости от геометрии уголка и местоположения источников. Показана возможность рационального подбора амплитудно-фазового распределения возбуждения источников для улучшения излучающих свойств антенны. Исследованы особенности излучения уголковой антенной узкополосного импульса.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: акустическая антенна, уголок, система источников, амплитудно-фазовое распределение

Розглянуто плоску задачу про взаємодію групи точкових джерел з кутниковим відбивачем. Досліджено дальнє та ближнє поля випромінювання кутникової антени в залежності від геометрія кутника й місця розташування джерел. Показано можливість раціонального вибору амплітудно-фазового розподілу збудження джерел для покращення випромінюючих властивостей антени. Досліджено особливості випромінювання кутниковою антеною вузькосмугового імпульсу.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: акустична антена, кутник, система джерел, амплітудно-фазовий розподіл

The paper deals with considering of a plane problem on interaction of a group of point sources with a wedge-shaped reflector. The near and far fields are studied depending on the wedge geometry and location of the sources. The possibility of rational choice of the amplitude-phase distribution of sources' excitation for improving of the antenna's radiative characteristics is shown. The features of radiation of the narrow-band pulse by the wedge-shaped antenna are investigated.

KEY WORDS: acoustic antenna, wedge, a system of sources, the amplitude-phase distribution

ВВЕДЕНИЕ

Конструкцию, представляющую собой группу источников, расположенных в окрестности уголкового отражателя, принято рассматривать как уголковую антенну [1, 2]. Уголковые антенны находят применение в приемно-излучающих комплексах, работающих на звуковых и электромагнитных волнах. Однако если в электромагнитных устройствах такие антенны работают обычно в диапазоне ультракоротких волн, то для акустики интерес представляют конструкции, у которых размеры уголкового отражателя сравнимы с длиной волны. В последнее время уголковые антенны находят широкое применение при акустическом зондировании атмосферного пограничного слоя [3 – 5] и при создании высококачественных аудиосистем для прослушивания музыкальных произведений [6, 7].

Данная статья посвящена исследованию дальнего и ближнего акустических полей, создаваемых группой источников, расположенных в окрестности уголкового отражателя. При этом считается, что геометрические размеры уголка сравнимы с длиной волны.

1. ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Рассмотрим плоскую задачу излучения N точечных источников S_j, $j=1,2,\ldots,N$, расположенных в окрестности уголкового отражателя конечных размеров с углом раскрыва $2\theta_1$ (рис. 1). Источники расположены на оси симметрии уголка на расстояниях R_j от начала координат O. Каждый источник создает цилиндрическую волну с частотой ω. Будем полагать, что поверхности уголка акустически жесткие, а сам уголок погружен в идеальную жидкую среду с плотностью ρ и скоростью звука c.

Для построения решения задачи введем полярную систему координат $(rO\theta)$. Согласно методу частичных областей [8], все пространство существования звукового поля делится на три области: I – внешность круга радиуса a, т. е. $r\geq a$, $|\theta|\leq\pi$; II – сектор $0\leq r\leq a$, $|\theta|\leq\theta_1$; III – сектор $0\leq r\leq a$, $|\theta|\geq\pi-\theta_1$.

Поле в области I с учетом симметрии относительно оси $\theta=0$ запишем в виде суперпозиции бегущих цилиндрических волн с угловой зависимостью в виде функций $\cos(n\theta)$, $n=0,1,2,\ldots$:

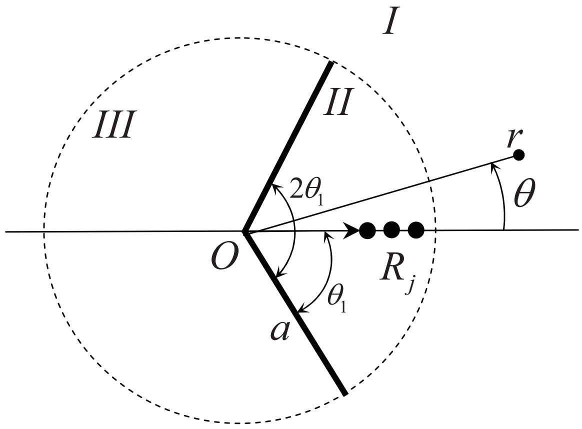


Рис. 1. Геометрия уголковой антенны

$$p_{\rm I}=\sum_{n=0}^{\infty} A_n \frac{H_n^{(1)}(kr)}{H_n^{(1)\prime}(ka)}\cos(n\theta). \qquad (1)$$

Здесь $H_n^{(1)}(kr)$ – функция Ханкеля; штрих означает производную по полному аргументу. Временной множитель $\exp(-i\omega t)$ опускаем.

Поле в области II представим в виде суммы двух слагаемых, одно из которых представляет собой поле источников в клиновидной области, а второе – суперпозицию стоячих волн, подобранных в соответствии с граничными условиями на сторонах уголка:

$$p_{\rm II}=\sum_{j=1}^{N} p_j^{(0)}+\sum_{n=0}^{\infty} B_n \frac{J_{\alpha_n}(kr)}{J'_{\alpha_n}(ka)}\cos(\alpha_n\theta). \qquad (2)$$

Здесь $J_\alpha(kr)$ – функция Бесселя.

Структурно поле в области III также является суперпозицией стоячих волн:

$$p_{\rm III}=\sum_{n=0}^{\infty} C_n \frac{J_{\beta_n}(kr)}{J'_{\beta_n}(ka)}\cos\left(\beta_n(\theta-\theta_1)\right). \qquad (3)$$

Значения α_n и β_n в соотношениях (2), (3) определяются из граничных условий на жестких поверхностях уголка, поэтому

$$\alpha_n=\frac{\pi n}{\theta_1}, \qquad \beta_n=\frac{\pi n}{(\pi-\theta_1)}, \qquad n=0,1,2,\ldots$$

Для записи поля $p_j^{(0)}$ источников S_j, которые расположены в области II, следует воспользоваться известным представлением поля источника в клиновидной области [9]:

$$p_j^{(0)}(r,\theta;R,\theta_0)=$$

$$=\frac{\pi i}{2\theta_1}\begin{cases}\sum\limits_{n=0}^{\infty}\varepsilon_m J_{\alpha_n}(kr)H_{\alpha_n}^{(1)}(kR_j)\times \\ \times\cos(\alpha_n\theta_0)\cos(\alpha_n\theta), \quad r<R_j, \\ \sum\limits_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n J_{\alpha_n}(kR_j)H_{\alpha_n}^{(1)}(kr)\times \\ \times\cos(\alpha_n\theta_0)\cos(\alpha_n\theta), \quad R_j<r<a,\end{cases} \qquad (4)$$

где r, θ – координаты точки наблюдения; R_j, θ_0 – координаты источника. В нашем случае $\theta_0=0$, поскольку все источники считаем расположенными на оси уголка.

Условия сопряжения полей на границе раздела частичных областей I и II, III (рис. 1) имеют следующий вид:

$$\frac{\partial p_{\rm I}}{\partial r}=\begin{cases}\dfrac{\partial p_{\rm II}}{\partial r}, \quad r=a, \quad |\theta|\le\theta_1, \\ \dfrac{\partial p_{\rm III}}{\partial r}, \quad r=a, \quad |\theta|\ge\pi-\theta_1,\end{cases} \qquad (5)$$

$$p_{\rm I}=p_{\rm II}, \qquad r=a, \qquad |\theta|\le\theta_1, \qquad (6)$$

$$p_{\rm I}=p_{\rm III}, \qquad r=a, \qquad |\theta|\ge\pi-\theta_1. \qquad (7)$$

Подстановкой выражения (1) – (4) в условия (5) – (7) получена функциональная система уравнений. Затем в результате ее стандартного преобразования к алгебраической форме [8] получена бесконечная система линейных алгебраических уравнений второго рода относительно неизвестных коэффициентов A_n, B_n, C_n. Эта бесконечная система уравнений решалась методом редукции.

Прежде всего, следовало проверить выполнение условий сопряжения полей на границе частичных областей I, II, III и сохранение потока мощности при изменении радиуса окружности, охватывающей источники. Считалось, что параметры уголковой антенны таковы: $2\theta_1=90°$, $a/\lambda=0.5$ (где λ – длина волны), координата, соответствующая положению одного из источников $R=a/2$. Количество мод (число слагаемых в суммах (1) – (3)) было равно 80, 20 и 60 соответственно. При этом выполнялось равенство $\alpha_{20}=\beta_{60}=80$.

На рис. 2, *а*, *б* показаны вещественная и мнимая части комплексных амплитуд давления на окружности радиуса a. Аналогичные кривые для комплексных амплитуд радиальной скорости представлены на рис. 2, *в* и *г*. Отсюда явствует, что

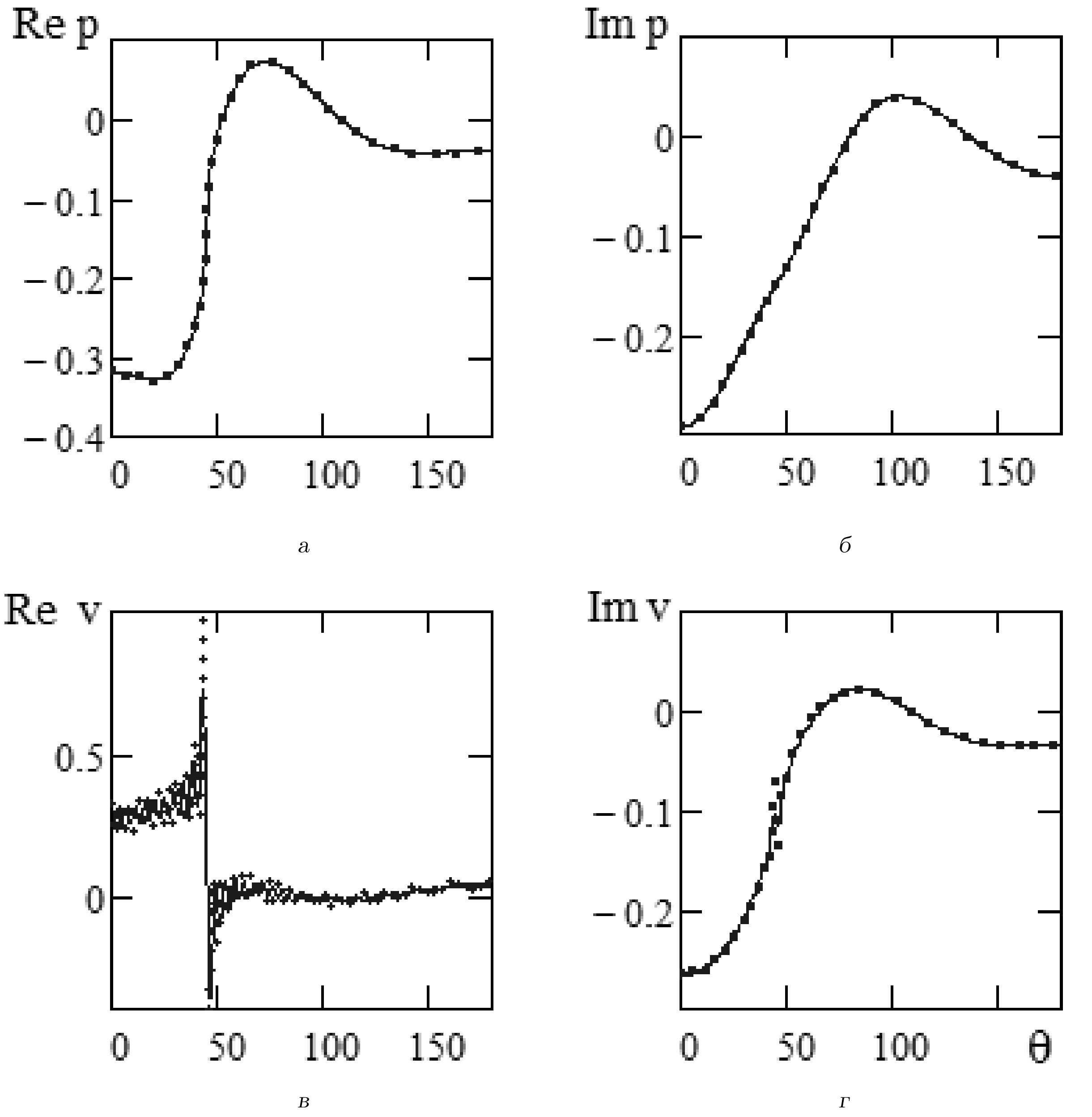
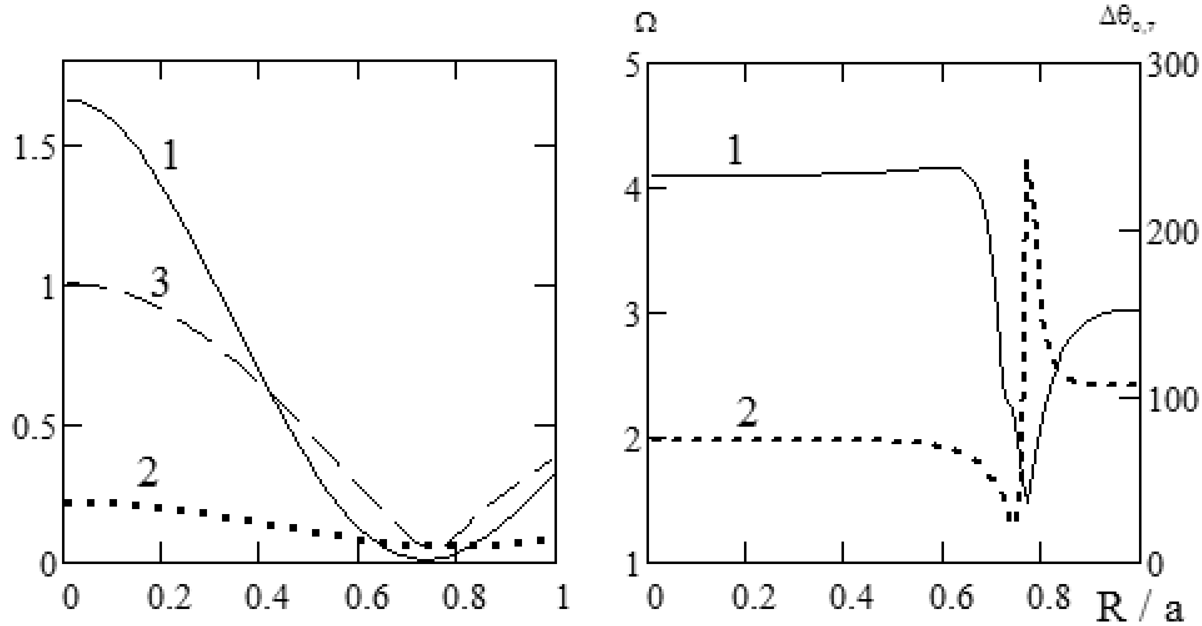


Рис. 2. Акустическое поле на окружности радиуса a –
границе трех частичных областей ($2\theta_1=90^\circ$, $a/\lambda=0.5$, $R=a/2$):
а, б – давление ($\mathbf{Re}\,p$ и $\mathbf{Im}\,p$), *в, г* – колебательная скорость ($\mathbf{Re}\,v$ и $\mathbf{Im}\,v$);
сплошные – со стороны области I, *маркеры* – со стороны областей II, III

характеристики поля давления с графической точностью совпадают. Для колебательной скорости в окрестности угла 45° наблюдаются резкие изменения хода кривых, что является прогнозируемым следствием наличия угловых точек в отражателе конечных размеров. Впрочем, как известно, особенность скорости в окрестности угловых точек имеет локальный характер и на энергетические характеристики и дальнее поле антенны не влияет [8].

Для проверки энергетических соотношений были вычислены средние потоки мощности через концентрические окружности радиусов $0.7a$, a и $3a$ с общим центром в начале координат. Результаты расчета совпали с точностью до четвертого знака после запятой, что подтверждает корректность выбранной реализации численно-аналитического метода решения задачи.



а б

Рис. 3. Зависимость акустического поля в дальней зоне от расположения источника S на оси уголка ($2\theta_1 = 90^\circ$, $a/\lambda = 0.5$):

а – амплитудно-мощностные характеристики:
1 – нормированная амплитуда давления при $\theta = 0^\circ$,
2 – нормированная амплитуда давления при $\theta = 180^\circ$,
3 – мощность излучения;

б – характеристики направленности:
1 – коэффициент концентрации Ω, *2* – ширина главного лепестка $\Delta\theta_{0.7}$

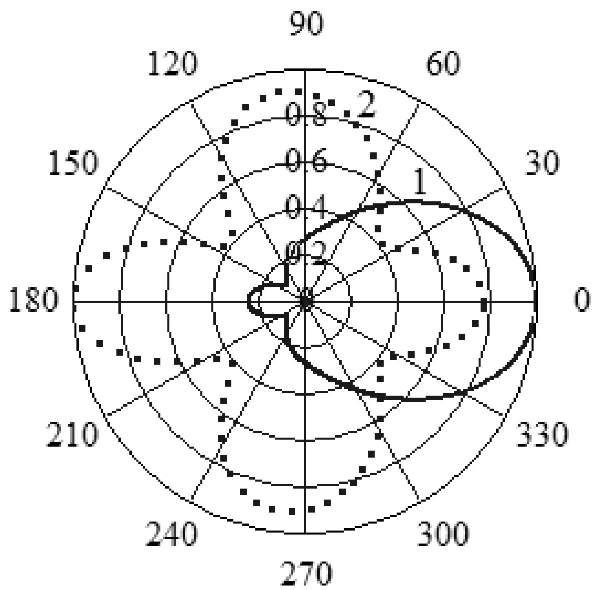
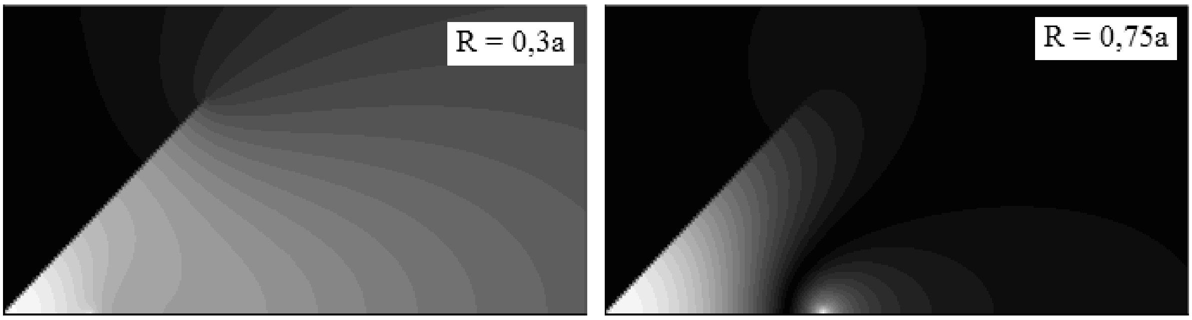


Рис. 4. Диаграммы направленности уголковой антенны ($2\theta_1 = 90^\circ$, $a/\lambda = 0.5$):
1 – $R = 0.5a$, *2* – $R = 0.75a$

2. АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

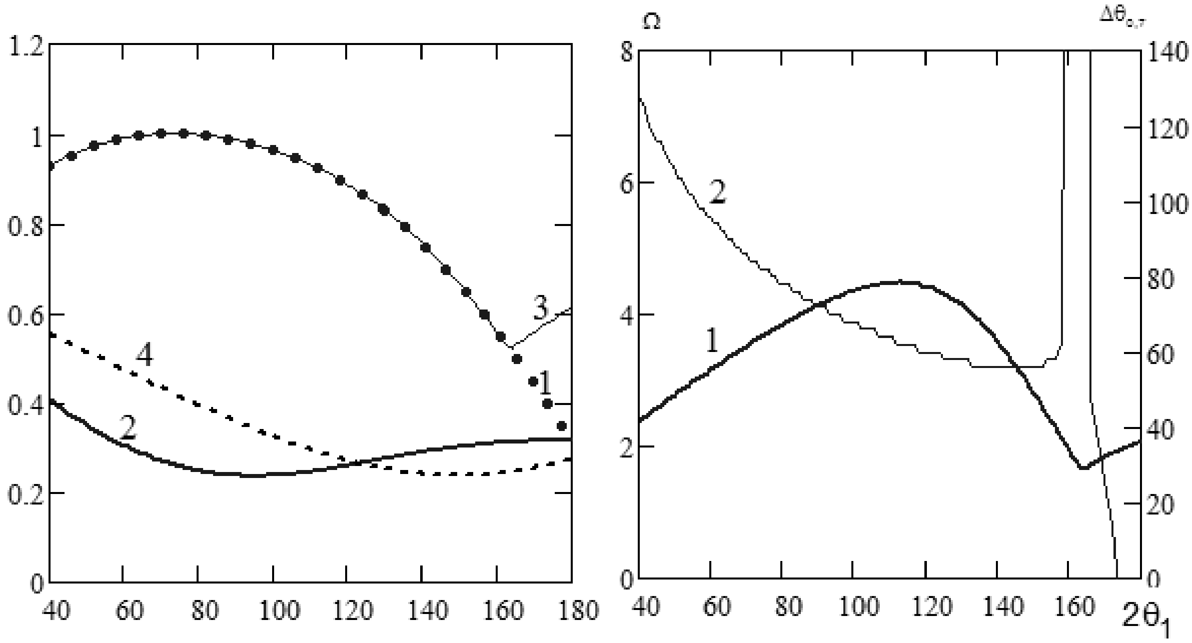
Исследуем акустические свойства системы, представленной на рис. 1, полагая, что в уголке присутствует только один источник [10]. Вначале рассмотрим, как изменяется давление в дальнем поле при $\theta = 0$ и мощность излучения в зависимости от положения источника относительно начала координат O. Из рис. 3, *а* следует, что с точки зрения энергетической эффективности наиболее целесообразно размещать источник звука в глубине уголковой антенны, т. е. ближе к точке O (см. кривые *1* и *3*). При этом уровень тыльного излучения ($\theta = 180^\circ$, кривая *2*) меняется лишь в небольших пределах. Интересно отметить, что в широком диапазоне изменения положения источника ($R \le 0.6a$) коэффициент концентрации остается постоянной величиной близкой к 4 (рис. 3, *б*, кривая *1*). При этом диаграмма направленности здесь также остается практически неизменной, а ширина ее главного лепестка на уровне 0.7 составляет $\Delta\theta_{0.7} \approx 74^\circ$.

Заметим, что коэффициент концентрации в строгом смысле для плоской задачи определить



а б

Рис. 5. Поле амплитуды давления в окрестности уголковой антенны при изменении положения источника ($2\theta_1=90^\circ$, $a/\lambda=0.5$):
1 – $R=0.3a$, *2* – $R=0.75a$



а б

Рис. 6. Зависимость акустического поля в дальней зоне от угла раскрыва уголка ($2\theta_1$, $a/\lambda=0.5$, $R/a=0.5$):
а – амплитудно-мощностные характеристики:
1 – нормированная амплитуда давления при $\theta=0^\circ$, *2* – нормированная амплитуда давления при $\theta=180^\circ$,
3 – нормированный максимум амплитуды давления, *4* – мощность излучения;
б – характеристики направленности:
1 – коэффициент концентрации Ω, *2* – ширина главного лепестка $\Delta\theta_{0.7}$

нельзя. Тем не менее, воспользуемся величиной

$$\Omega=\pi\left[\int\limits_0^\pi D^2(\theta)d\theta\right]^{-1}, \qquad (8)$$

где $D(\theta)$ – диаграмма направленности по давлению, которая в работе [11] трактуется как коэффициент концентрации на единицу длины и, по сути, характеризует направленные свойства антенны в плоскости.

На рис. 4 (кривая *1*) приведен характерный вид диаграммы направленности при размещении источника на оси уголка с координатой $R\leq 0.6a$. Как видно из графика, здесь формируется основной лепесток с шириной $\Delta\theta_{0.7}\approx 74^\circ$ и тыльный лепесток с уровнем 0.24. При размещении источника

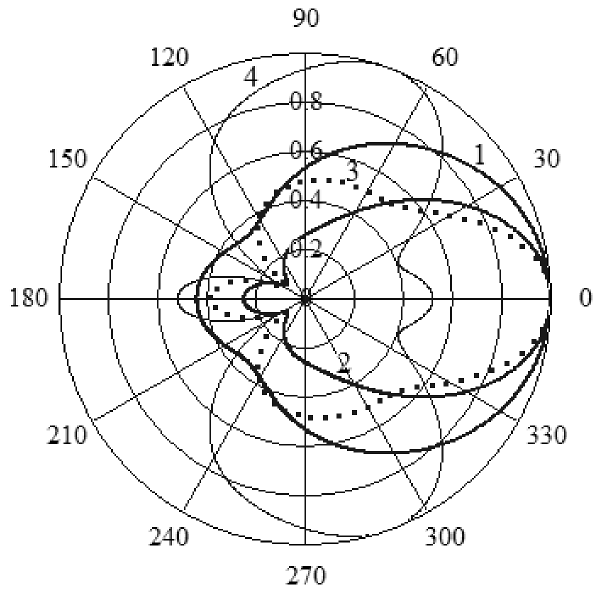


Рис. 7. Диаграммы направленности уголковой антенны при изменении угла раскрыва ($2\theta_1$ $a/\lambda=0.5$ и $R/a=0.5$):
1 – $2\theta_1=40^\circ$ *2* – $2\theta_1=100^\circ$
3 – $2\theta_1=140^\circ$ *4* – $2\theta_1=180^\circ$

в окрестности точки $R=0.75a$ вид диаграммы направленности резко искажается (кривая *2*). Здесь максимум излучения соответствует углу $\theta=180^\circ$ и в дополнение к нему возникают три больших лепестка с уровнями порядка $(0.8\ldots0.9)$.

На рис. 5 показано поле амплитуды давления вблизи уголковой антенны. При приближении к $R=0.75a$ в окрестности источника оно принимает неоднородный характер с формированием пояса пониженного давления. При этом параметры дальнего поля для различных R/a таковы:

отношение R/a:	0.1	0.3	0.5	0.75
давление на оси:	1	0.8	0.48	0.06
мощность излучения:	1	0.65	0.23	0.0076

(все амплитуды пронормированы на значения при $R=0.1a$).

Коэффициент концентрации для первых трех ситуаций практически одинаков и равен приблизительно четырем. Это говорит о сохранении формы диаграммы направленности. Однако давление на оси и излучаемая мощность уменьшаются, что лишний раз подчеркивает оптимальность выбора положения источника вблизи вершины уголка. Привлекая понятие мнимых источников, можно дать качественное объяснение сложившейся ситуации. Очевидно, расположение источника S поблизости вершины уголка не приводит к деструктивной интерференции волн от образовавшейся совокупности мнимых источников. В то же время, если источник расположен в окрестности точки $R=0.75a$, то такая интерференция наблюдается.

Исследуем теперь зависимость параметров уголковой антенны от угла раскрыва $2\theta_1$. При этом полагаем $a/\lambda=0.5$ и $R/a=0.5$. На рис. 6 показана зависимость характеристик дальнего поля антенны как функции угла раскрыва $2\theta_1$. В дополнение к этому, на рис. 7 представлены примеры диаграмм направленности для различных углов раскрыва $2\theta_1$. Более подробный расчет характеристик направленности подтверждает сделанный выше вывод о том, что наиболее оптимальные углы раскрыва лежат в зоне $80^\circ \le 2\theta_1 \le 100^\circ$.

Как следует из количественных данных, при таком расположении источника звука оптимальные углы раскрыва уголка также лежат в зоне $80^\circ \le 2\theta_1 \le 110^\circ$. При этом давление, развиваемое антенной в дальнем поле, близко к максимальному (рис. 6, *а*, кривая *1*), уровень тыльного излучения минимален (кривая *2*), а ширина основного лепестка диаграммы направленности (рис. 6, *б*, кривая *2*) близка к минимуму (см. также рис. 7, кривую *2*). При $2\theta_1 > 110^\circ$ ширина основного лепестка продолжает уменьшаться, однако его обострение сопровождается ростом боковых лепестков (см. рис. 7, кривую *3*). Коэффициент концентрации Ω достигает максимума при угле раскрыва $2\theta_1 \approx 110^\circ$ (см. рис. 6, *б*, кривую *1*). Для углов раскрыва $2\theta_1 \ge 160^\circ$ кривая *3* на рис. 6, *а* проходит выше кривой *1*, что говорит о существенных изменениях диаграммы направленности (см. также рис. 7, кривую *4*). Очевидно, что расчет коэффициента концентрации и ширины основного лепестка при таких значениях раскрыва уголка лишен смысла.

Приведенные выше результаты получены для некоторой фиксированной частоты. Конечно, важно знать также частотные характеристики параметров дальнего поля излучателя. На рис. 8 такие зависимости представлены для уголковой антенны с $2\theta_1=90^\circ$, $R/a=0.5$. Как видно из графика, при $a/\lambda<0.2$ все исследуемые величины быстро спадают. С ростом отношения a/λ дальнее поле антенны может претерпевать существенные изменения. Следует отметить наличие острого пика мощности излучения при $a/\lambda=0.25$ (кривая *4*), что можно трактовать как своего рода пространственный резонанс в системе уголок – источник. Понятно, что при такой волновой величине уголка направленные свойства антенны не будут сильно выражены. При $a/\lambda=0.75$ излучающая мощность падает практически до нуля. Расчет амплитуды давления на выходе уголка ($r=a$) показывает, что ее изменение для двух указанных ситуаций составляет до 20 раз. Сравнивая ход кривых *1* и *3*, можно отметить, что для определенных a/λ кривая *3* проходит выше кривой *2*. Это говорит о том, что максимум давления в дальнем поле не соответствует углу $\theta=0°$. Что касается излучения в тыльном направлении ($\theta=180°$), то с ростом a/λ оно медленно уменьшается. Сложный характер имеют зависимости для мощности излучения (кривая *4*) и коэффициента концентрации (кривая *5*). Можно выделить участки изменения величины a/λ, на которых наблюдаются большие значения коэффициента концентрации, однако сопровождающиеся определенным снижением излучаемой мощности. При дальнейшем увеличении a/λ наблюдается осцилляция кривых на рис. 8. Поэтому можно указать лишь достаточно узкие частотные интервалы, на которых параметры антенны имеют удовлетворительные значения. При уменьшении величины R/a, т. е. приближении источника к вершине уголка, осциллирующий характер кривых на рис. 8 выражен слабее, хотя качественная картина повторяется.

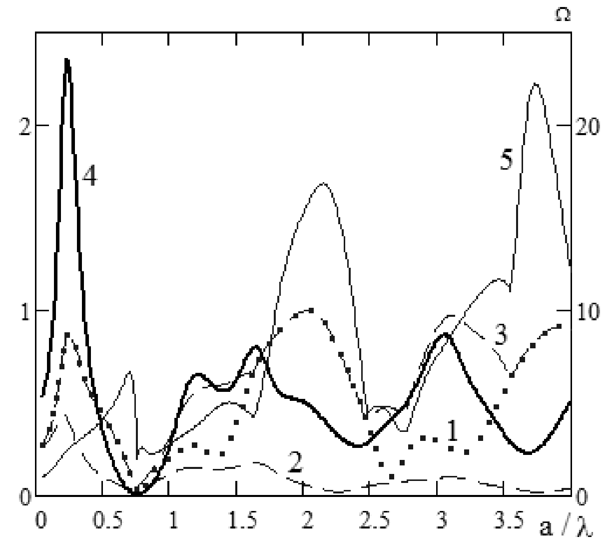


Рис. 8. Зависимость акустического поля в дальней зоне от волновой длины стороны уголка (a/λ, $2\theta_1=90°$, $R/a=0.5$):
1 – нормированная амплитуда давления при $\theta=0°$, *2* – нормированная амплитуда давления при $\theta=180°$, *3* – нормированный максимум амплитуды давления, *4* – мощность излучения, *5* – коэффициент концентрации Ω

Наличие эффективного решения для гармонического сигнала позволяет построить решение нестационарной задачи [8]. Пусть временная зависимость исходного сигнала имеет вид бесконечной последовательности отрезков синусоиды:

$$p_0(r) = \begin{cases} \sin(\omega_0 t), & 0 \le t \le \tau_i, \\ 0, & \tau_i \le t \le T_i, \end{cases} \tag{9}$$

где ω_0 – частота несущей на временном промежутке длительности импульса τ_i; T_i – период следования импульсов. Введем параметры, широко используемые в импульсной технике, а именно, скважность $q=T_i/\tau_i$ и количество $N=\tau_i/T_0$ периодов T_0 несущей частоты $\omega_0=2\pi/T_0$.

Представим исходный сигнал (9) в виде ряда Фурье

$$p(r) = \sum_{s=1}^{\infty} \left[a_s \cos(\omega_s t) + b_s \sin(\omega_s t)\right], \tag{10}$$

где коэффициенты a_s и b_s определяются известными формулами. Величины $p_s=\sqrt{a_s^2+b_s^2}$ имеют смысл амплитуд отдельных гармонических составляющих. Частоты гармоник $\omega_s=2\pi f_s=s\omega_1=s\Omega_i$, $s=1,2,3,\ldots$ кратны частоте следования импульсов $\Omega_i=2\pi/T_i$. Постоянная составляющая ($s=0$) в ряде (10) отсутствует.

Выберем $N=10$, $q=10$. На рис. 9 представлены амплитудный спектр $d_s=\sqrt{a_s^2+b_s^2}$, $s=1,2,\ldots 200$ и временная зависимость такого сигнала. Частота сотой гармоники равна частоте несущей сигнала. Следует отметить, что в полосе частот $[\omega_{90},\omega_{110}]$ содержится 90 % всей энергии импульсного сигнала, поэтому его можно отнести к разряду узкополосных.

Решив поставленную задачу для каждой из гармонических составляющих ряда (10) с частотами $\omega_s=s\omega_1=s\Omega_i$, $s=1,2,\ldots$ и применив принцип суперпозиции, получим следующее выражение для поля давления в области I:

$$\begin{aligned} p_{\mathrm{I}}(r,\theta,t) = \sum_{s=1}^{\infty}(a_s+ib_s)\exp(-i\omega_s t)\times \\ \times\sum_{n=0}^{\infty} A_{sn}\frac{H_n^{(1)}(k_s r)}{H_n^{(1)\prime}(k_s a)}\cos(n\theta), \end{aligned} \tag{11}$$

где $k_s=\omega_s/c$.

На рис. 10 показаны временные зависимости давления в дальней зоне импульсного источника S при его различном положении на оси уголка. Вдоль оси абсцисс отложено безразмерное время $t'=t/\tau_i$. Из графика видно, что перемещение источника от вершины уголка к его раскрыву приводит к искажению формы сигнала. При этом появляются характерные всплески в начале и конце импульса. Размещение источника на оси уголка в точке с координатой $R=0.75a$ приводит к появле-

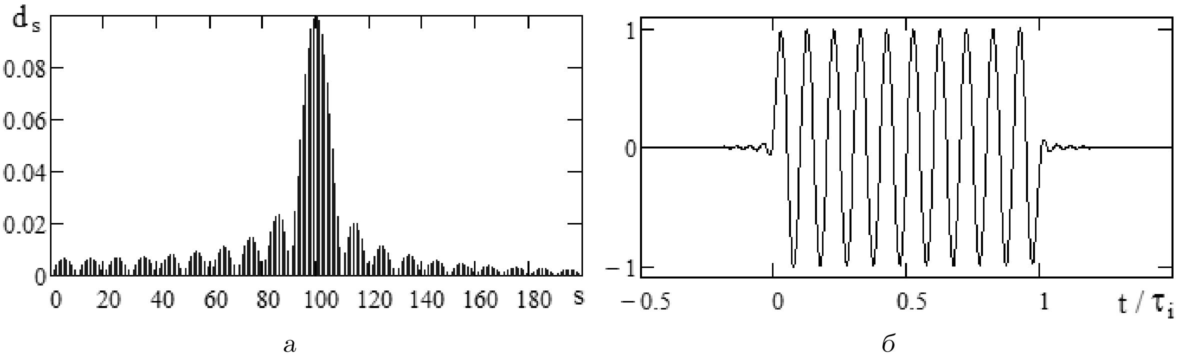


Рис. 9. Характеристики модельного импульсного сигнала:
а – амплитудный спектр, б – временная зависимость

нию очень больших искажений. Как уже показали расчеты для гармонического сигнала (см. рис. 3), это положение весьма невыгодно с точки зрения излучаемого поля. Таким образом, сохранить форму узкополосного импульса удается только когда источник находится вблизи вершины уголка. Следует заметить, что при перемещении источника к поверхности раскрыва уровень сигнала падает.

В приведенных расчетах предполагалось наличие одного точечного источника в уголке. Если таких источников несколько, то возникает задача о рациональном подборе амплитудно-фазового распределения их возбуждения. Такая постановка относится к задачам синтеза антенн, которым посвящено значительное количество работ (например, см. монографию [12]). Не углубляясь в детали, укажем на два варианта возможной оптимизации диаграммы направленности при наличии группы источников.

Вначале рассмотрим наиболее простую ситуацию, когда местоположение двух источников в уголке выбрано неудачно. Расположим на оси уголка два точечных источника с координатами $R_1=0.6a$ и $R_2=0.9a$, т. е. недалеко от наиболее неблагоприятной позиции $R=0.75a$. На рис. 11 кривая *1* определяет диаграмму направленности выбранной пары источников при одинаковом возбуждении. Очевидно, что направленные свойства антенны при этом совершенно неудовлетворительны. Для того, чтобы исправить ситуацию, определим комплексные амплитуды давления в дальнем поле при $\theta=0^\circ$ по отдельности для источников, расположенных в точках $R_1=0.6a$ и $R_2=0.9a$. Вычислив их отношение, получим, что $|p_{R_2}/p_{R_1}|=0.911$, а его аргумент $\arg(p_{R_2}/p_{R_1})\approx 157.4^\circ$. Положив для первого источника (с координатой $R=0.6a$) возбуждение равным единице, а для второго – с амплитудой и фазой, соответствующими вычисленному отношению амплитуд, получим диаграмму направленности, представленную кривой *2*. Теперь преимущественная часть акустической энергии сконцентрирована в главном лепестке, а боковое и тыльное излучение в значительной степени подавлено.

Альтернативный подход связан непосредственно с задачей синтеза антенны. Для этого используем метод, предложенный в работе [13]. В качестве инструмента синтеза введем в рассмотрение две плоские волны, падающие с направлений θ_S и θ_N (считаем, что антенна работает в режиме приема). Первую волну рассматриваем как полезный сигнал, который антенна должна принимать с максимально возможной чувствительностью для всех заданных или ожидаемых направлений θ_S. Тогда вторая из них будет мешающим сигналом, который должен быть подавлен для заданного множества значений θ_N. Таким образом, задача синтеза сводится к задаче приема полезного сигнала на фоне мешающего. Задавая и вводя в расчет статистику ожидаемых углов прихода этих сигналов – плотности вероятностей $W_S(\theta)$ и $W_N(\theta)$, мы тем самым влияем на форму главного и уровень боковых лепестков диаграммы направленности. Такой подход позволяет определить статистически среднюю диаграмму направленности антенны со случайным разбросом чувствительности ее элементов по критерию отношения сигнал/помеха на выходе антенны. Заметим, что задание статистики прихода сигнала и помехи можно трактовать либо как угловой спектр реального поля, либо как инструмент синтеза диаграммы направленности (см. комментарий к статье [13], изложенный в книге [11, 257–258]). Заметим, что в [13] рассмотрена звукопрозрачная антенна в свободном пространстве. Эти результаты обобщены в статье [14] на случай расположения антенны вблизи отражающих

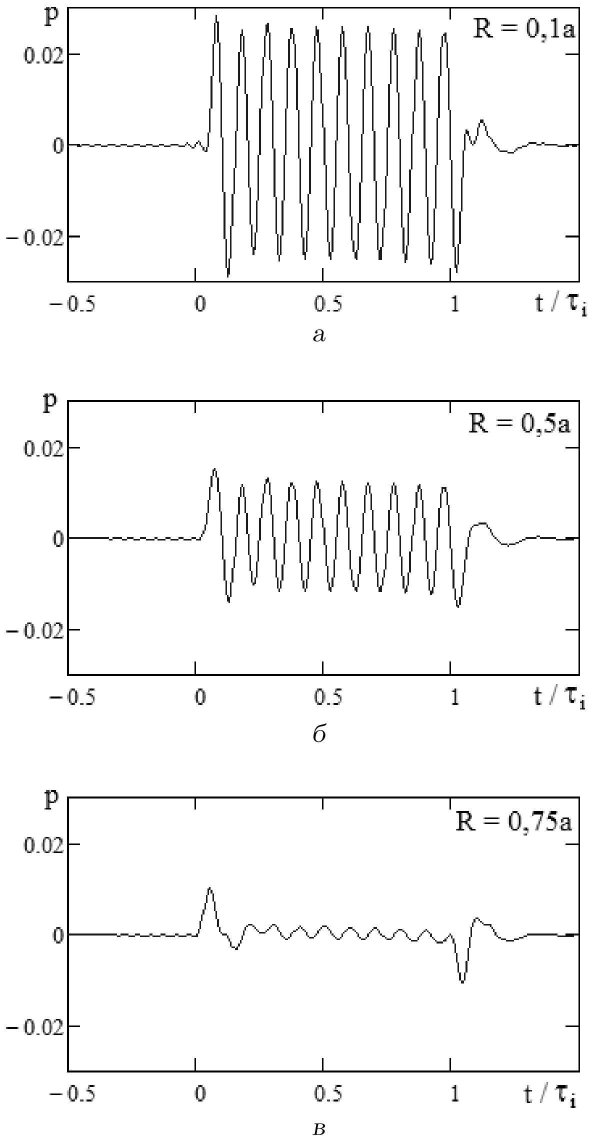


Рис. 10. Временные зависимости давления в дальней зоне импульсного источника S при его различном положении на оси уголка ($\theta\!=\!0^\circ$, $2\theta_1\!=\!90^\circ$, $a/\lambda\!=\!0.5$):
а – $R\!=\!0.1a$, *б* – $R\!=\!0.5a$, *в* – $R\!=\!0.75a$

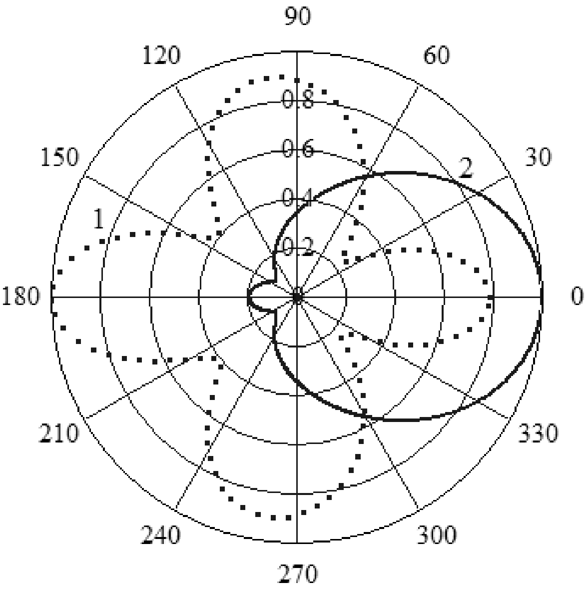


Рис. 11. Диаграммы направленности пары источников в уголке ($2\theta_1\!=\!90^\circ$, $R_1\!=\!0.6a$, $R_2\!=\!0.9a$):
1 – равномерное возбуждение,
2 – фазированное (по дальнему полю) возбуждение

поверхностей.

Определим амплитудно-фазовую чувствительность n-го приемника как $b_n\!=\!\bar{b}_n(1\!+\!\beta_n)$, где β_n – случайные величины с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей q_{nm}; $\bar{b}_n$ – средние значения чувствительностей элементов приемной антенны. Система уравнений для определения оптимального амплитудно-фазового распределения $\bar{b}_n$ имеет вид [13, 14]:

$$\sum_{m=1}^{M}(1+q_{nm})\eta_{nm}\bar{b}_n=s_n, \qquad (12)$$

где

$$s_n=\int\limits_{D(\theta_S)}u_n^*(\theta)W_S(\theta)d\theta, \qquad (13)$$

$$\eta_{nm}=\int\limits_{D(\theta_N)}u_n^*(\theta)u_m(\theta)W_N(\theta)d\theta. \qquad (14)$$

Здесь $u_n(\theta)$ – эффект на выходе n-го приемника с единичной чувствительностью; $*$ – знак комплексного сопряжения. Полагаем, что случайные величины β_n некоррелированы. Тогда $q_{nm}\!=\!\mu\delta_{nm}$, где μ – относительная дисперсия разброса чувствительностей элементов антенны. Заметим, что учет случайного разброса чувствительностей делает систему (12) регулярной, исключая физически нереализуемые решения.

Вернемся к рассматриваемой уголковой антенне, работающей в режиме излучения, и попробуем синтезировать диаграмму направленности с пониженным уровнем поля в заданной области углов излучения. Для определения искомых коэффициентов $\bar{b}_n$ из системы уравнений (12) следует иметь решение задачи о падении плоской волны на уголок. Заметим, что угол падения волны произволен. Поэтому симметрия поля относительно оси $\theta\!=\!0$ отсутствует и, как следствие, поле давления в области I в задаче о падении плоской волны на

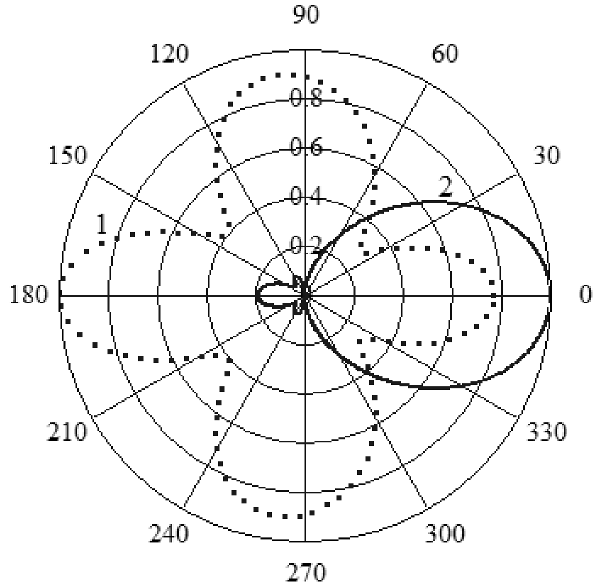
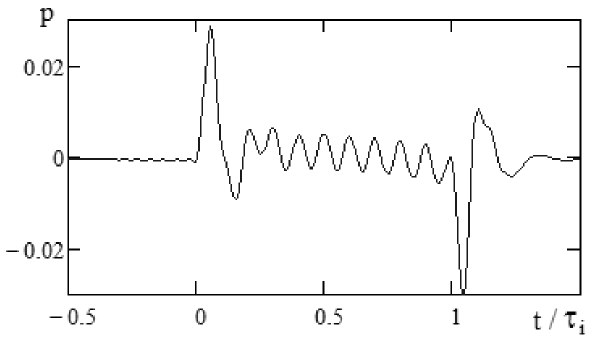
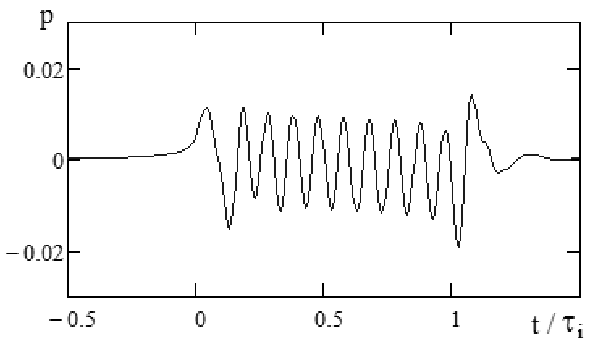


Рис. 12. Диаграммы направленности для трех источников, расположенных на оси уголка ($R_1=0.6a$, $R_2=0.75a$, $R_3=0.9a$, $2\theta_1=90^\circ$, $a/\lambda=0.5$, $\theta_1\le\theta_S\le\theta_1$, $\theta_1\le\theta_N\le 2\pi-\theta_1$):

1 – $\bar b_n=1$, $n=1,2,3$; *2* – синтез



а



б

Рис. 13. Временные зависимости давления в дальней зоне для трех источников ($R_1=0.6a$, $R_2=0.75a$, $R_3=0.9a$, $2\theta_1=90^\circ$, $a/\lambda=0.5$):

а – $\bar b_n=1$, $n=1,2,3$; б – синтез

уголок принимает вид

$$p_{\rm I}=\sum_{n=0}^{\infty}A_n\frac{H_n^{(1)}(kr)}{H_n^{(1)\prime}(ka)}\cos(n\theta)+ +\sum_{n=1}^{\infty}\tilde A_n\frac{H_n^{(1)}(kr)}{H_n^{(1)\prime}(ka)}\sin(n\theta)+ +\sum_{s=0}^{\infty}(-i)^s\varepsilon_s J_s(kr)\cos(s(\theta-\theta_0)). \qquad (15)$$

Здесь третья сумма соответствует представлению набегающей на уголок плоской волны $\exp(-ikr\cos(\theta-\theta_0))$ в цилиндрической системе координат [15]: θ_0 – угол падения плоской волны: $\varepsilon_0=1$, $\varepsilon_s=2$ при $s>0$.

Аналогичные изменения следует внести в выражения (2), (3) для полей в областях II, III соответственно. При этом первая сумма в формуле (2), определяющая поле источников в уголке, будет отсутствовать. Естественно, условия сопряжения полей (5) – (7) на границе частичных областей остаются прежними.

Таким образом, полагаем, что функции $u_n(\theta)$, $n=1,2,\ldots,M$, определяющие поля давления в некоторых оговоренных точках при произвольном угле падения волны θ_0, известны. В ситуации, которую мы хотим исследовать, это – точки расположения источников в задаче об излучении звука.

Пусть три источника имеют следующие координаты на оси уголковой антенны ($\theta=0$): $R_1=0.6a$, $R_2=0.75a$, $R_3=0.9a$, т. е. расположены неудачно. Функции $W_S(\theta)$ и $W_N(\theta)$ зададим так, чтобы направления прихода полезного и мешающего сигналов были равновероятны в соответствующих интервалах θ_S и θ_N. Пусть сектор прихода сигнала равен углу раскрыва уголка ($-\theta_1\le\theta_S\le\theta_1$), а помеха охватывает другой сектор ($\theta_1\le\theta_N\le 2\pi-\theta_1$). Зададим величину дисперсии $\mu=0.03$.

В результате решения системы уравнений (12) определены следующие значения коэффициентов:

n	:	1	2	3
$\bar b_n$	:	1	1.213	0.278
$\arg\bar b_1$	:	0°	85.85°	-130.32°

На рис. 12 показаны диаграммы направленности, полученные при синфазном возбуждении источников с амплитудой, равной единице (кривая *1*), и синтезированная диаграмма (кривая *2*). Как видно из графика, синтезированная диаграмма направленности действительно приобрела желаемый вид. Интересно отметить, что введение 15 %-го случайного разброса в значения вычисленных коэффициентов $\bar b_n$ практически не изменяет диаграмму синтезированной антенны. Это говорит об устойчивости используемого алгоритма.

Попробуем теперь применить метод синтеза для узкополосного импульсного сигнала. Пусть рассматриваемые три источника в уголке излучают импульсный сигнал (9). На рис. 13 представлены временные зависимости давления в дальней зоне на оси уголковой антенны. Значения коэффициентов возбуждения источников $\bar{b}_n$ – те же, что и вычисленные для оптимизированной диаграммы направленности. При этом частота несущей в импульсе выбрана равной частоте гармонического сигнала в задаче синтеза антенны. Из рис. 13, *а* явствует, что при равномерном возбуждении источников присутствуют значительные выбросы, характерные для переходных процессов. В то же время, амплитудно-фазовое управление возбуждением, согласованное с результатом процедуры синтеза в случае гармонического сигнала, позволяет при передаче сохранить форму узкополосного импульса (рис. 13, *б*).

ВЫВОДЫ

1. Решена задача об определении акустического поля, создаваемого группой точечных гармонических источников, расположенных на оси уголкового отражателя, размеры которого сравнимы с длиной волны.

2. Исследование характеристик дальнего поля излучения показало, что при фиксированной геометрии уголка и перемещении одного источника вдоль его оси можно выделить два характерных участка. На первом из них, примыкающем к вершине уголка, характеристики дальнего поля (коэффициент концентрации, ширина основного лепестка диаграммы направленности и т. п.) остаются стабильными. Например, для уголка со стороной $a=0.5\lambda$ это справедливо для $0<R\leq 0.6a$. На втором участке положения источника акустические характеристики нестабильны и такие антенны неудовлетворительны с точки зрения практики.

3. Показано, что при заданных длине стороны уголка и положении источника можно указать диапазон изменения угла раскрыва уголка, для которого в известных пределах сохраняется “оптимальная” диаграмма направленности. Например, для $a=0.5\lambda$ и $R=0.5a$ это справедливо в области $80^\circ\leq 2\theta_1\leq 110^\circ$.

4. При наличии нескольких источников рассмотрена задача синтеза антенны, т. е. оптимального (с определенной точки зрения) подбора амплитудно-фазового распределения возбуждения источников. Рассмотрены два подхода, один из которых основан на обеспечении конструктивной интерференции сигналов отдельных источников на оси уголка в дальнем поле, а второй позволяет определить статистически среднюю диаграмму направленности антенны со случайным разбросом чувствительности ее элементов по критерию отношения сигнал/помеха на выходе антенны. Полученные результаты подтверждают возможность нахождения оптимальной диаграммы направленности с применением процедуры синтеза антенны.

5. На базе решения для гармонического источника построено решение об излучении импульсного сигнала в виде повторяющейся последовательности отрезков синусоиды. Показано, что при размещении источника на оси уголка можно выделить примыкающий к его вершине участок, при размещении источника в пределах которого удается с определенной точностью сохранить форму узкополосного импульса. При этом перемещение источника от вершины уголка к его раскрыву сопровождается снижением уровня излучаемого сигнала. При наличии нескольких источников показана возможность подбора амплитудно-фазового распределения их возбуждения с целью сохранения формы узкополосного импульса в дальнем поле.

1. *Кюн Р.* Микроволновые антенны.– Л.: Судостроение, 1967.– 520 с.
2. *Айзенберг Г. З., Ямпольский В. Г., Терешин О. И.* Антенны УКВ.– М.: Связь, 1977.– 384 с.
3. *Красненко Н. П.* Акустическое зондирование атмосферного пограничного слоя.– Томск: Водолей, 2001.– 280 с.
4. *Каллистратова М. А., Кон А. И.* Радиоакустическое зондирование атмосферы.– М.: Наука, 1985.– 200 с.
5. *Singal S. P. (Ed.)* Acoustic remote sensing application. Lecture notes in earth Science.– Berlin: Springer, 1999.– 580 p.
6. *Graber C. E.* Rectangular horn for varied acoustic drivers // JASA.– 2011.– **129**, № 3.– P. 1663.
7. *Danley T. J.* Horn-loaded acoustic line source // JASA.– 2013.– **133**, № 3.– P. 1843.
8. *Гринченко В. Т., Вовк И. В., Мацыпура В. Т.* Волновые задачи акустики.– К.: Интерсервис, 2013.– 572 с.
9. *Шендеров Е. Л.* Излучение и рассеяние звука.– Л.: Судостроение, 1989.– 304 с.

10. *Трунова Л. А.* Точкове джерело в околі кутикового відбивача // Вісн. КНУ ім. Тараса Шевченка. Фіз.-мат. науки.– 2014.– № 2.– С. 87–90.

11. *Смарышев М. Д.* Направленность гидроакустических антенн.– Л.: Судостроение, 1973.– 257 с.

12. *Зелкин Е. Г., Соколов В. Г.* Методы синтеза антенн.– М.: Сов. радио, 1980.– 294 с.

13. *Маяцкий В. И.* Синтез дискретных антенн с оптимальными средними диаграммами направленности // Радиотехн. электрон.– 1967.– **12**, № 12.– С. 2118–2122.

14. *Галаненко В. Б., Красный Л. Г., Мацыпура В. Т.* О синтезе антенн, расположенных вблизи отражающих поверхностей // Акуст. ж.– 1983.– **29**, № 5.– С. 603–607.

15. *Ржевкин С. Н.* Курс лекций по теории звука.– М.: Изд-во МГУ, 1960.– 336 с.