

УДК 534.7

## НЕКОТОРЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА НИЗКОЧАСТОТНЫХ ТОНОВ АКУСТИЧЕСКИХ КАРДИОСИГНАЛОВ

В. В. КРИЖАНОВСКИЙ\*, В. В. КРИЖАНОВСКИЙ (мл.)

*Институт гидромеханики НАН Украины  
ул. Желябова, 8/4, 03680, ГСП, Киев-180, Украина*

*\*E-mail: v\_krizh@ukr.net*

Получено 04.12.2013

Рассмотрены вопросы повышения эффективности спектрально-временного анализа низкочастотных тонов кардиосигналов. На основе реальных записей акустических сигналов определены основные факторы, влияющие на оценки спектральной плотности мощности (СПМ) тонов в низкочастотной области. Показано, что структура оценок указанных СПМ в значительной мере зависит от степени влияния вибрационных (сейсмических) помех. Предложен алгоритм их адаптивной фильтрации и на его основе получены оценки СПМ тонов акустических кардиосигналов. Отмечено, что нижние границы спектров первых двух тонов находятся в области инфразвуковых частот. Показано, что для фазы диастолы описываемый алгоритм позволяет выявить в структуре оценок СПМ слабые низкочастотные возмущения, обусловленные присутствием третьего и четвертого тонов. На основе предложенной акустической модели канала распространения кардиосигналов проведена количественная оценка частотной характеристики передаточной функции канала. Показано, что неравномерность изменения оценок СПМ тонов по частоте определяется резонансами передаточной функции.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** кардиосигнал, сердечные тоны, спектральная плотность мощности, передаточная функция

Розглянуто питання підвищення ефективності спектрально-часового аналізу низькочастотних тонів кардіосигналів. На основі реальних записів акустичних сигналів визначено основні фактори, які впливають на оцінки спектральної щільності потужності (СЩП) тонів у низькочастотній області. Показано, що структура оцінок СЩП тонів значною мірою залежить від ступеня впливу вібраційних (сейсмічних) перешкод. Запропоновано алгоритм їхньої адаптивної фільтрації і на його основі отримано оцінки СЩП тонів акустичних кардіосигналів. Відзначено, що нижні межі спектру перших двох тонів знаходяться в області інфразвукових частот. Показано, що для фази діастолі запропонований алгоритм дозволяє виявити в структурі оцінок СЩП слабкі низькочастотні збурення, обумовлені присутністю третього й четвертого тонів. На базі запропонованої акустичної моделі каналу поширення кардіосигналів проведено кількісну оцінку частотної характеристики передаточної функції каналу. Показано, що нерівномірність зміни оцінок СЩП тонів по частоті визначається резонансами передаточної функції.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** кардіосигнал, серцеві тони, спектральна щільність потужності, передаточна функція

The paper deals with considering of a problem of increasing of efficiency of spectral-time analysis of the low-frequency tones of cardiosignals. The main factors influencing the estimates of power spectral density (PSD) of the tones in the low-frequency area are determined basing on the actual records of acoustic cardiosignals. The structure of estimates of PSD of tones in the low-frequency area is shown to be considerably depending on level of influence of the vibration (seismic) interferences. The algorithm of their adaptive filtration is offered and on its basis the estimates of PSD of tones of the acoustic cardiosignals are obtained. It is noted that the lower bounds of the spectra of the first two tones are located at infrasonic frequencies. It is shown that for the phase of diastole, the offered algorithm allows the revealing of weak low-frequency perturbations in the structure of PSD estimates caused by the presence of the third and fourth tones. On the base of the offered acoustic model for the channel where cardiac signals are propagating, the frequency characteristic of channel transfer function is estimated quantitatively. The observed frequency unevenness of the estimates of PSD of the tones is shown to be determined by the resonances of transfer function.

**KEY WORDS:** cardiosignal, cardiac tones, power spectral density, transfer function

### ВВЕДЕНИЕ

Как известно, неинвазивное кардиологическое обследование включает синхронную регистрацию и анализ электро- и фонокардиосигналов на поверхности грудной клетки человека. При этом электрокардиосигналы содержат пространственно-временную информацию о работе проводящей, а фонокардиосигналы – мышечной сердечной системы [1].

Фонокардиография, основанная на выявлении характерных изменений сердечных тонов, связанных с органическим поражением клапанов сердечных шумов, оказалась одним из самых информативных методов диагностики клапанных пороков сердца. Указанные изменения регистрируются при всех видах клапанных пороков и при каждом из них имеют особенности, которые отражаются на фонокардиограмме. Это позволяет связать выявляемые акустические феномены сердце-

чной деятельности с работой отдельных подсистем сердечно-сосудистого тракта. Специфические черты временной структуры фонокардиосигналов достаточно хорошо изучены и систематизированы. На основе этих данных разработана обширная диагностическая база признаков, которая используется при выявлении патологий сердечной деятельности [2].

Кроме того, серьезное внимание уделялось исследованию особенностей спектральной структуры акустических кардиосигналов. В прошлом для их спектрального анализа использовались аналоговые полосовые фильтры, соответствующие следующим четырем частотным диапазонам: низкочастотному – (10...50) Гц; двум среднечастотным с полосами (50...100 Гц) и (100...200) Гц; высокочастотному с полосой – (200...400) Гц [1]. Следует, однако, заметить, что подобное разделение давало лишь достаточно грубые представления о структуре сигнала. Проведение более детального, узкополосного, спектрального анализа низкочастотных составляющих сердечных тонов с помощью аналоговых полосовых фильтров представляло собой достаточно сложную техническую проблему. Развитие цифровой техники, в частности, цифровых методов обработки, существенно упростило эту задачу. Так, в работе [3] представлены результаты диагностирования патологий сердечной системы по структуре спектра тонов фонокардиосигнала в полосе (40...80) Гц, полученные с помощью одного узкополосного цифрового фильтра нижних частот с полосой пропускания 5 Гц. При этом оценки спектра во всей полосе анализа осуществлялись за счет последовательного 8-ступенчатого сдвига спектра входного сигнала.

Последующий прогресс в этой области позволил существенно расширить возможности спектрального анализа фонокардиосигналов [4, 5]. Вместе с тем, было показано, что его эффективность в низкочастотной области зависит от ряда специфических факторов. Прежде всего, необходимо учитывать существенное влияние фоновых помех на структуру оценок спектров кардиосигналов. Как известно, состав помех определяется условиями и методами регистрации фонокардиосигналов [6] и на практике степень их влияния удается существенно снизить за счет рационального выбора методологии и условий регистрации. В частности, запись фонокардиограммы проводится в положении пациента лежа при задержке дыхания на фазе выдоха. При этом в помещении стараются обеспечить полную тишину. Кратковременные внешние или внутренние помехи достаточно хорошо классифицируются при верификации фоно-

грамм и могут быть устранены путем их цензурирования. Шумы аппаратуры и шумы оцифровки сигналов, как правило, наиболее существенны на высоких частотах и подавляются цифровыми фильтрами низких частот. В итоге преобладающими помехами при регистрации фонокардиосигналов можно считать внешние низкочастотные вибрационные помехи, передаваемые через конструкции здания. В силу такой специфики распространения будем называть их сейсмической помехой. Эффективная борьба с ней представляет собой сложную техническую задачу и не всегда возможна в типичных клинических условиях. Следует также отметить, что определенное влияние на выделение слабых низкочастотных акустических кардиосигналов могут оказывать паразитные сигналы, вызванные мышечным тремором.

Заметим, что, помимо помех, на структуру спектров регистрируемых тонов сердца влияние оказывает акустический канал, связывающий область формирования кардиосигналов с точками их регистрации.

В связи с этим цель данной работы состоит в разработке эффективных процедур спектрального анализа, которые бы обеспечили снижение влияния помех на структуру спектров тонов акустических кардиосигналов в низкочастотном диапазоне, а также позволили учесть влияние на них наличия канала распространения.

## 1. РАЗРАБОТКА ПРОЦЕДУР ВЫДЕЛЕНИЯ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ТОНОВ СЕРДЦА

Начнем с анализа особенностей временного цикла сердечной деятельности и связанных с ним процессов формирования акустических кардиосигналов. Как известно, цикл сердечной деятельности в норме складывается из трех фаз. Первая из них – систола предсердий (порядка 0.1 с), вторая – систола желудочков (порядка 0.3 с) и третья – общая пауза (порядка 0.4 с) или так называемая диастола [7].

При этом в начале систолы желудочков появляется первый тон сердца, определяемый на фонограммах первым всплеском осцилляций уровня сигнала в фазе систолы сердечного цикла. Он обусловлен тремя основными факторами – колебаниями створок захлопывающихся атриовентрикулярных клапанов, колебаниями мускулатуры изометрически сокращающихся желудочков и колебаниями натягивающихся сухожильных нитей. Принято считать, что первому тону соответствует область частот (30...120) Гц. Второй тон возникает в начале диастолы при захлопывании

полулунных клапанов аорты и легочного ствола (на фонограммах это второй всплеск осцилляций уровня). Ему соответствует диапазон частот (70...150) Гц. Общая длительность первого и второго тонов сердца составляет (0.07...0.15) с (в среднем 0.11 с) [1].

В ряде случаев могут регистрироваться третий и четвертый тоны. Как правило, они гораздо слабее первых двух тонов и могут наблюдаться на частотах (10...70) Гц (третий тон) и (16...35) Гц (четвертый тон) [8,9]. Третий тон связывают с колебаниями мышечной стенки желудочков вследствие их растяжения в момент быстрого диастолического наполнения. Четвертый тон связан с сокращением предсердий перед началом фазы их систолы.

При недостаточности клапанов или сужении отверстий сердца (например, аорты) вместо тонов могут выслушиваться шумы, имеющие в основном кратковременный периодический характер.

Из приведенных сведений следует, что основная информация о состоянии сердца может быть получена из анализа первых двух тонов сердца, являющихся наиболее сильными акустическими кардиосигналами, соответствующими фазе систолы. На остальном участке цикла сердечной деятельности, как правило, преобладают фоновые помехи. Проиллюстрируем это на примерах реальных записей акустических кардиосигналов, которые были получены в двух симметричных относительно сагиттальной плоскости точках, расположенных в левой и правой подключичных ямках (см. рис. 1, где точки крепления датчиков обозначены кружочками, а центр проекции на поверхность грудной клетки области генерации фонокардиосигналов клапанами сердца отмечен крестиком).

Отметим, что выбранные позиции не соответствуют схемам наилучшей слышимости фонокардиосигналов [8]. Наш выбор обусловлен тем, что при классической схеме регистрации точки локализуются в области, где расположены молочные железы (у женщин) или выражен мышечный слой (у мужчин). Это усложняет приклеивку датчиков и снижает уровень получаемых сигналов. В то же время, предлагаемая нами схема расстановки приемников соответствует компромиссным областям, где может быть обеспечена надежная фиксация акустических датчиков и хорошо выслушиваются тоны сердца. Кроме того, она используется при регистрации звуков дыхания. Таким образом, без изменения положения датчиков становится возможным проводить комплексную диагностику как органов дыхания, так и сердечно-сосудистой системы пациентов.

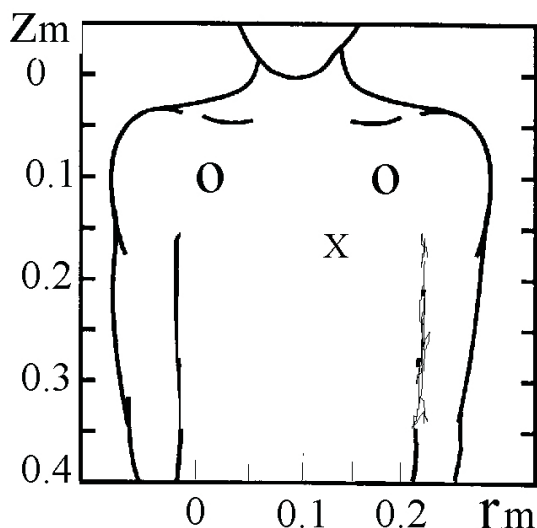


Рис. 1. Схема расстановки приемников (о) и положение проекции клапанов сердца (x) при регистрации акустических кардиосигналов над поверхностью легких

Для иллюстрации эффективности указанной схемы регистрации на рис. 2 и 3 приведены временные зависимости акустических кардиосигналов, зафиксированных в левой и правой подключичных ямках поверхности грудной клетки соответственно. Для наглядности на верхних графиках обоих рисунков представлены полные реализации регистрируемых сигналов, а на нижних – фрагменты этих реализаций, соответствующие фазам диастолы, на которых отсутствуют сильные сигналы первого и второго тонов сердца. На полных реализациях кардиосигналов отчетливо выделяются сигналы первого и второго тона, в то время, как на фрагментах, соответствующих фазам диастолы, практически невозможно различить сигналы третьего и четвертого тонов сердца.

Рассмотрим структуру оценок спектральной плотности мощности (СПМ) тонов акустических кардиосигналов. При этом необходимо учитывать, что исследуемые тоны являются квазислучайными низкочастотными кратковременными квазипериодическими процессами, следующими с небольшими интервалами времени друг за другом. Это накладывает определенные требования на выбор процедуры и параметров оценивания СПМ. Прежде всего, для получения состоятельных оценок СПМ необходимо проводить усреднение оценок по ансамблю реализаций. В силу специфики регистрации кардиосигналов, связанной с задержкой дыхания, мы располагаем реализациями

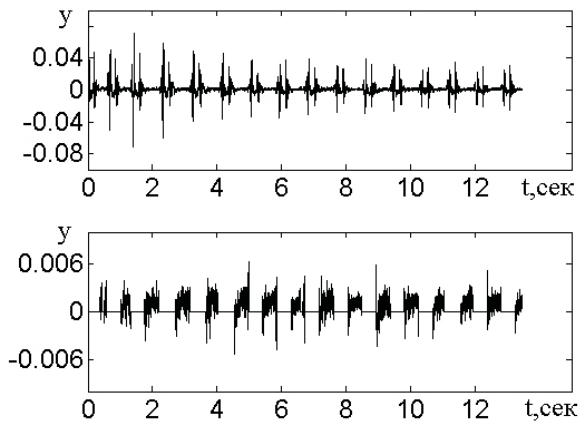


Рис. 2. Реализация фонокардосигнала (верхний график) и фрагменты фазы диастолы (нижний график) в левой точке регистрации

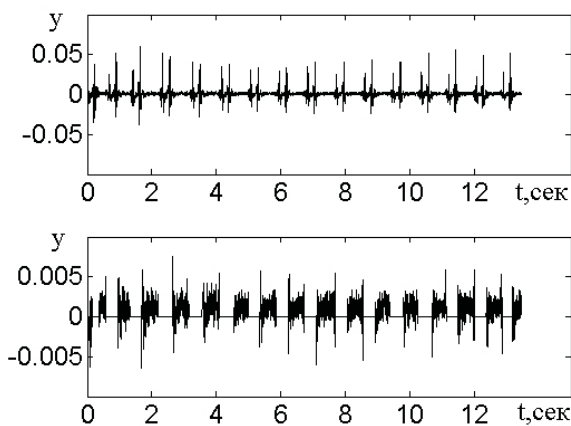


Рис. 3. Реализация фонокардосигнала (верхний график) и фрагменты фазы диастолы (нижний график) в правой точке регистрации

ми ограниченной длительности. Поэтому формирование ансамбля реализаций достигается за счет их секционирования по времени. На практике это обычно обеспечивается путем использования оконной процедуры Уэлча.

Согласно упомянутой процедуре, реализация кардосигнала  $y(t_n, \mathbf{R}_m)$  ( $n=0, N_y-1$ ), зарегистрированного в точке, определяемой вектором  $\mathbf{R}_m$  и состоящая из  $N_y$  дискретных отсчетов, взятых с интервалом дискретизации  $dt = t_n - t_{n-1}$ , должна быть разделена на  $Q$  секций  $y(t_n, \mathbf{R}_m) = u_q(i, \mathbf{R}_m)$  ( $n=(q-1)N_L+i$ ,  $i=0, N_L-1$ ,  $q=1, Q$ ), содержащих по  $N_L$  отсчетов в каждой. После этого для каждой секции сигнала следует вычислить периодограммные оценки СПМ с

учетом заданного временного окна  $W_i$ :

$$P_q(\omega_k, \mathbf{R}_m) = \left| \frac{1}{N_L} \sum_{i=0}^{N_L-1} u_q(i, \mathbf{R}_m) W_i \exp(-j\omega_k i dt) \right|^2, \quad (1)$$

которые затем усредняются по  $Q$  секциям сигнала:

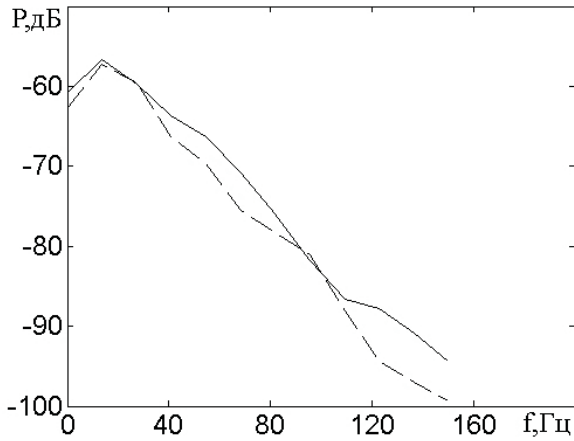
$$P(\omega_k, \mathbf{R}_m) = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q P_q(\omega_k, \mathbf{R}_m). \quad (2)$$

Здесь  $\omega_k = 2\pi f_k$ .

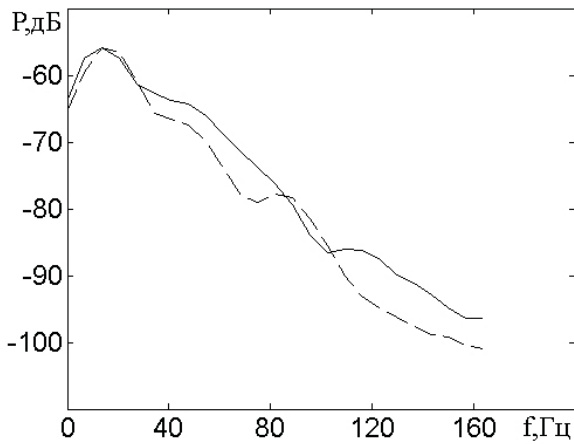
Из-за наличия в кардосигналах низкочастотных тонов, для их выделения необходимо обеспечить высокую разрешающую способность по частоте. Это требует увеличения длительности секций сигнала, подвергаемых спектральному анализу. Однако специфика структуры фонокардосигналов налагает ряд ограничений. Во-первых, длина секции должна быть согласована с длительностью кратковременных тонов кардосигналов. Во-вторых, увеличение длины секции при фиксированной длительности всей реализации будет сокращать размер ансамбля, по которому должно проводиться усреднение оценок СПМ.

Анализ показывает, что, с одной стороны, при использованной в нашем эксперименте частоте дискретизации  $F_s = 3496$  Гц размер секции не должен превышать значения  $N_L = 1024$ , так как в противном случае ее длительность будет превышать длительность характерных фаз фонокардосигнала (систола и диастола). С другой стороны, размер секции не должен быть меньше  $N_L = 256$ , так как этому значению соответствует минимальная длительность тонов кардосигнала. Поэтому рассматривались три значения параметра  $N_L = 256, 512$  и  $1024$ . Результаты оценивания СПМ сигналов в левой (сплошная) и правой (штриховая) точках для низкочастотной области даны на рис. 4, а ( $N_L = 256$ ), 4, б ( $N_L = 512$ ) и 4, в ( $N_L = 1024$ ) соответственно.

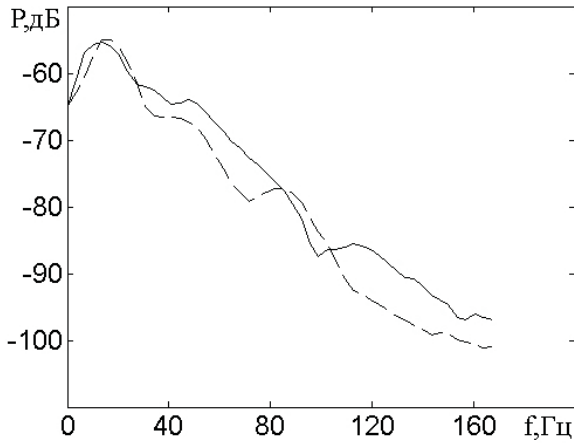
Сравнительный анализ представленных графиков показывает, что достаточная для практических целей детализация структуры СПМ по частоте обеспечивается при размере секции  $N_L = 1024$ . В низкочастотной области явно выделяется глобальный максимум СПМ, связанный с присутствием сигналов первых двух тонов. Правее него уровни СПМ тонов кардосигналов падают с ростом частоты. В среднем величина затухания составляет порядка (15...20) дБ/окт, что согласуется с аналогичными оценками затухания низкочастотных шумов дыхания [6]. Из эксперименталь-



a



б



в

Рис. 4. Оценки СПМ сигналов в левой (сплошные) и правой (штриховые) точках для низкочастотной области:  
 а -  $N_L = 256$ ; б -  $N_L = 512$ ;  
 в -  $N_L = 1024$

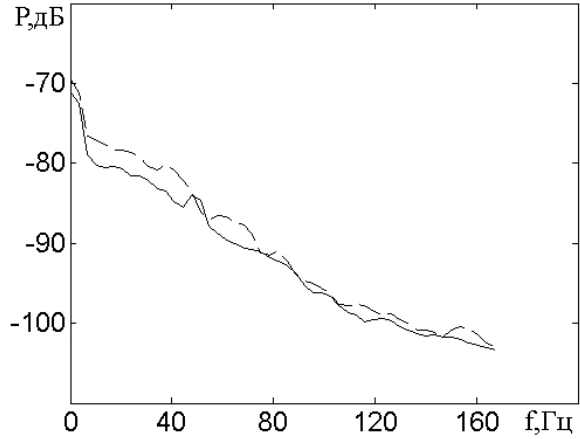


Рис. 5. Уровни СПМ в левой (сплошная) и правой (штриховая) точках регистрации для фазы диастолы

ных данных также видно, что спадание уровня СПМ имеет немонотонный характер.

Как было отмечено выше, для более корректной оценки структуры СПМ тонов кардиосигналов необходимо учитывать влияние фоновых помех и акустического канала. Начнем с анализа специфики влияния фоновых помех. На рис. 5 представлены частотные зависимости оценок СПМ фрагментов реализаций сигналов, соответствующих фазе диастолы для рассматриваемого низкочастотного диапазона. При отсутствии патологий эти СПМ определяются фоновыми помехами. Из графиков видно, что уровни СПМ в левой и правой точках регистрации достаточно близки между собой. Наблюдаемые же отличия связаны с тем, что за счет ассиметрии в развитии мускулатуры мышечный тремор с правой стороны более выражен, чем с левой.

Очевидно, что преобладающий вклад в энергию фона дает полоса частот ниже 10 Гц. Как известно, здесь преобладает вибрационная (сейсмическая) помеха, особенность которой состоит в высокой пространственной когерентности на теле пациента. Это подтверждается представленным на рис. 6 графиком функции взаимной когерентности  $\Gamma(f_k, \mathbf{R}_{m_1}, \mathbf{R}_{m_2})$  сигналов, зарегистрированных в фазах диастолы в рассматриваемых точках приема:

$$\Gamma(f_k, \mathbf{R}_{m_1}, \mathbf{R}_{m_2}) = \frac{|K(f_k, \mathbf{R}_{m_1}, \mathbf{R}_{m_2})|^2}{P(f_k, \mathbf{R}_{m_1})P(f_k, \mathbf{R}_{m_2})}. \quad (3)$$

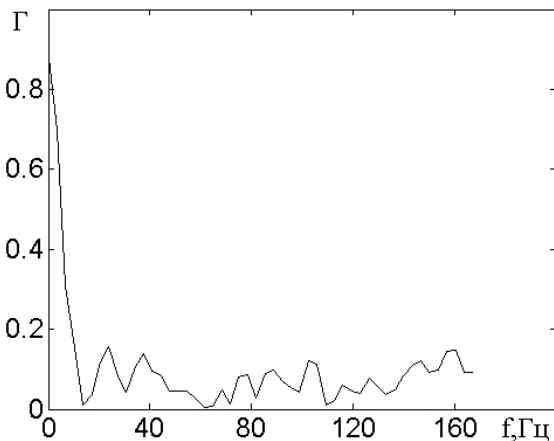


Рис. 6. Функция взаимной когерентности фрагментов сигналов для фазы диастолы, зарегистрированных в левой и правой точках

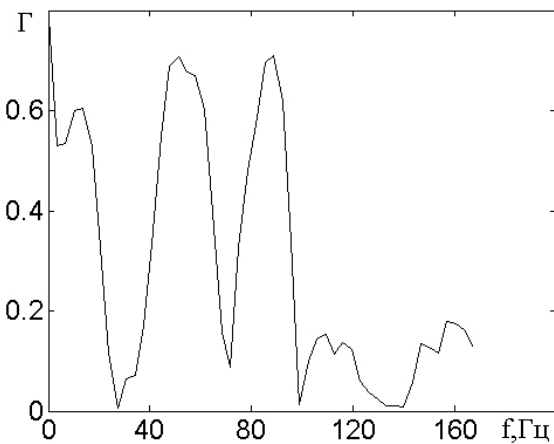


Рис. 7. Функция взаимной когерентности сигналов, зарегистрированных в левой и правой точках

Здесь

$$\begin{aligned}
 K(f_k, \mathbf{R}_{m_1}, \mathbf{R}_{m_2}) &= \\
 &= \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q U_q(\omega_k, \mathbf{R}_{m_1}) U_q^*(\omega_k, \mathbf{R}_{m_2}); \\
 U_q(\omega_k, \mathbf{R}_m) &= \\
 &= \frac{1}{N_L} \sum_{i=0}^{N_L-1} u_q(i, \mathbf{R}_m) W_i \exp(-j\omega_k i dt);
 \end{aligned}$$

\* – символ комплексного сопряжения.

Вместе с тем, для остальной части спектра пространственная когерентность практически отсутствует. Для сравнения на рис. 7 приведен график функции  $\Gamma$ , полученный по полным реализациям,

включающим фазы диастолы и систолы. Как видно, при учете фазы систолы появляется заметная когерентность сигналов на частотах выше 10 Гц, обусловленная вкладом первых двух тонов фонокардиосигналов. Таким образом, из сравнительного анализа уровней функций когерентности и СПМ сигналов, полученных по всей реализации и фазам диастолы следует, что основное влияние на структуру СПМ тонов сердца оказывают низкочастотные вибрационные помехи, действующие на частотах ниже 10 Гц. Поэтому для повышения эффективности анализа структуры СПМ тонов сердца в этой области необходимо снизить влияние сейсмической помехи.

Воспользуемся адаптивным алгоритмом подавления помех, рассмотренным в работе [10]. Согласно ее результатам, периодограммные оценки СПМ  $P_q(f_k, \mathbf{R}_m)$  для каждой секции исходного сигнала  $q = \overline{1, Q}$  перед операцией усреднения должны взвешиваться с квадратом модуля передаточной функции адаптивного фильтра  $|H_a(f_k, \mathbf{R}_m)|^2$ , зависящей от оценки СПМ помехи. Тогда структуру алгоритма оценивания СПМ можно представить в виде

$$P(f_k, \mathbf{R}_m) = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q |H_a(f_k, \mathbf{R}_m)|^2 P_q(f_k, \mathbf{R}_m). \quad (4)$$

Для реализации этого алгоритма необходимы оценки СПМ сейсмической помехи. Основная ее энергия сосредоточена в области инфразвуковых частот, где влиянием спектра тонов сердца можно пренебречь. Поэтому для оценки соответствующей СПМ будем использовать процедуру многоуровневой вейвлет-декомпозиции сигнала [11], позволяющую представить исходный сигнал  $y(i)$  в виде совокупности его последовательных приближений:

$$\begin{aligned}
 y_{j-1}(i) &= y_j(i) + e_j(i), \\
 y_0(i) &\equiv y(i), \\
 j &= \overline{1, J}.
 \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь составляющие сигнала

$$\begin{aligned}
 y_j(i) &= \sum_n C_{jn} \phi_{jn}(i), \\
 e_j(i) &= \sum_n D_{jn} \psi_{jn}(i)
 \end{aligned} \quad (6)$$

получены с помощью его разложения по ортонормированному базису вейвлет-функций

$$\begin{aligned}
 \phi_{jn}(i) &= 2^{-j/2} \phi(2^{-j}i - n), \\
 \psi_{jn}(i) &= 2^{-j/2} \psi(2^{-j}i - n),
 \end{aligned} \quad (7)$$

в котором  $\phi(\cdot)$  – материнская масштабирующая вейвлет-функция;  $\psi(\cdot)$  – материнская детализирующая вейвлет-функция. В результате этого разложения получаем последовательности аппроксимирующих коэффициентов  $C_{jn}$  и детализирующих коэффициентов  $D_{jn}$ . В них параметр  $j$  – представляет собой масштабный коэффициент, определяющий уровень разложения сигнала;  $n$  – параметр сдвига.

Фактически, на  $j$ -ом уровне декомпозиции первая компонента  $y_j(i)$  определяет сглаженную структуру аппроксимируемого сигнала  $y_{j-1}(i)$ , а вторая –  $e_j(i)$  – описывает его более мелкие детали. С учетом этого процесс многоуровневой вейвлет-декомпозиции обычно интерпретируют как процедуру многоуровневой фильтрации с помощью двух фильтров, один из которых является фильтром низких, а второй – высоких частот. С ростом уровня декомпозиции частота среза этих фильтров снижается. Поэтому для выделения низкочастотной сейсмической помехи необходимо использовать аппроксимацию сигналов на достаточно высоком уровне. Для корректного выбора его номера целесообразно использовать спектрограммы коэффициентов вейвлет-декомпозиции сигналов, полученные по некоторому минимально достаточному числу уровней. С этой целью на рис. 8 вверху приведен график кардиосигнала в левой точке регистрации, а внизу представлен рельеф спектрограммы коэффициентов его вейвлет-декомпозиции на  $J=12$  уровней. Расчеты проведены для симлетов восьмого порядка SYM8 [12], которым соответствуют минимально-фазовые вейвлет-фильтры.

На рельефе спектрограммы по оси абсцисс отложены номера отсчетов сигнала по времени  $n=0, N_y-1$ , а по оси ординат – номера уровней декомпозиции (параметра масштаба)  $j=1, J$ . Уровни коэффициентов вейвлет-декомпозиции сигнала по каждому из отсчетов закодированы оттенками серого цвета. При этом светлые полосы на рельефе уровней коэффициентов соответствуют тем участкам реализации, где присутствуют тоны кардиосигнала, а темные полосы формируются на участках фоновой помехи. Как следует из этого графика, только самый верхний уровень декомпозиции  $j=12$  дает аппроксимацию сигнала, которая уже практически не содержит информацию о тонах сердца. Именно это вейвлет-приближение мы будем использовать для оценки СПМ сейсмической помехи при реализации процедуры ее адаптивной фильтрации.

С учетом вышеизложенного оценку передаточной функции адаптивного фильтра можно пред-

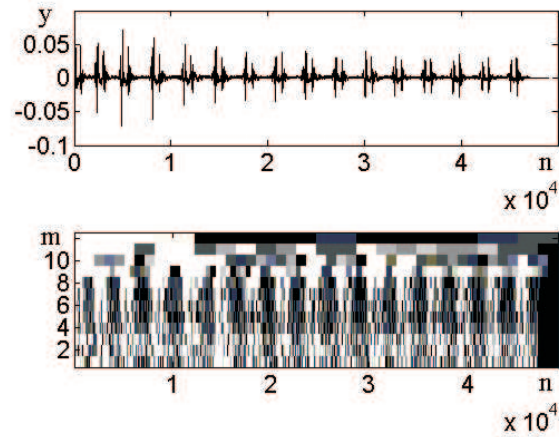


Рис. 8. Фонокардиограмма сигнала в левой точке регистрации (верхний график) и рельеф спектрограммы коэффициентов его вейвлет-декомпозиции на  $J=12$  уровней (нижний график)

ставить в виде

$$|H_a(f_k, \mathbf{R}_i)|^2 = P_{N_j}^{-1}(f_k, \mathbf{R}_i). \quad (8)$$

Оценка СПМ сейсмической помехи определяется соотношением

$$P_{N_j}(f_k, \mathbf{R}_m) = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \left| \frac{1}{N_L} \sum_{i=0}^{N_L-1} u_{qj}(i, \mathbf{R}_m) W_i \exp(-j\omega_k i dt) \right|^2, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} u_{qj}(i, \mathbf{R}_m) &= y_j(i dt, \mathbf{R}_m), \\ l &= (q-1)N_L + i, \\ i &= \overline{0, N_L-1}, \\ q &= \overline{1, Q}. \end{aligned}$$

Вернемся к задаче оценки СПМ первых двух тонов фонокардиосигналов. Прежде всего, заметим, что временной интервал между ними сравним с длительностью секций сигнала, по которым проводится оценивание. Это затрудняет отдельный анализ структуры СПМ тонов и для исключения взаимного наложения их оценок необходимо разделить всю реализацию на участки, содержащие сигналы, соответствующие только одному из тонов. Так как сигналы первого и второго тонов достаточно сильные, такую фрагментацию реализаций можно провести во временной области. На практике это было осуществлено с помощью программных средств [13]. В результате были получены два фрагментированных файла, содержащие

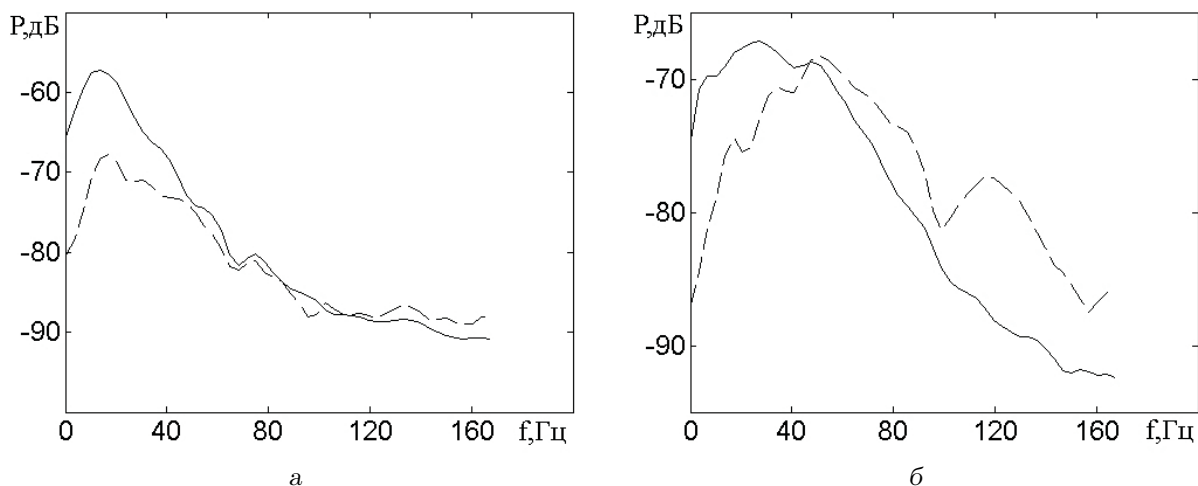


Рис. 9. Оценки СПМ первого и второго тона до (сплошные) и после (штриховые) адаптивной фильтрации: а – первый тон; б – второй тон

сигналы первого или второго тона соответственно. Далее была выполнена адаптивная фильтрация сейсмической помехи и проведено оценивание СПМ по фрагментам первого и второго тонов. Если фрагмент содержал менее, чем  $N_L = 1024$  отсчета, он дополнялся нулевыми отсчетами.

Результаты вычисленных таким образом оценок СПМ первого и второго тонов представлены штриховыми кривыми на рис. 9, а и б. Здесь же для сравнения приведены оценки, полученные до процедуры адаптивной фильтрации (сплошные кривые). Как видно из графиков, использование процедуры адаптивной фильтрации существенно снизило влияние сейсмической помехи на структуры СПМ тонов сердца в области низких частот (в особенности для второго тона). Здесь не только возросла крутизна спада СПМ на частотах ниже 10 Гц, но и произошло смещение глобального максимума в сторону высоких частот. Вместе с тем, из структуры полученных СПМ следует, что нижняя граница спектра тонов кардиосигналов расположена в области инфразвуковых частот, что невозможно было установить без проведения адаптивной фильтрации сейсмической помехи. В то же время, сравнительный анализ СПМ первого и второго тонов подтверждает тот давно отмеченный практикующими врачами факт, что спектр второго тона – более высокочастотный. В частности, хорошо видно, что максимум СПМ первого тона расположен в окрестности частоты 17 Гц, а второго – порядка 51 Гц.

Вместе с тем, как для первого, так и для второго тона присутствует нерегулярность изменения уровня СПМ в низкочастотной области. Сле-

дует отметить, что она наблюдается для дискретного ряда частот, которые близки для первого и второго тонов. Покажем, что наличие этих особенностей определяется передаточной функцией канала распространения сигналов. Для этого целесообразно воспользоваться акустической моделью, адекватно описывающей характеристики акустических сигналов сердца, регистрируемых на поверхности грудной клетки. При выборе модели будем исходить из того, что сердечная сумка окружена левым и правым долей легкими. Поэтому для выбранного расположения точек регистрации распространение тонов сердечных сигналов от источника до приемников должно происходить через паренхиму легких. Это позволяет использовать модель конечной цилиндрической трубы, уже ставшую канонической для описания процессов распространения звуков дыхания через паренхиму легких. Отличительная особенность исследуемого нами случая состоит в том, что источник сигнала расположен не на внутренней границе стенки трубы, а в толще нее. Определим передаточную функцию канала распространения акустических сигналов для рассматриваемой модельной ситуации.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТРУКТУРЫ ПОЛЯ ОГРАНИЧЕННОГО ИСТОЧНИКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ВНУТРИ СТЕНКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЫ

Предположим, что имеется ограниченная однородная цилиндрическая труба длиной  $L_0$  с заданными значениями скорости звука  $c_0$  и плотности



$\rho_o$  в ее стенке (рис. 10).

Предположим, что один из торцов трубы акустически мягкий, а второй – акустически жестким. Внутренняя и наружная боковые стенки трубы ограничены акустически мягкими поверхностями с радиусами  $r_1$  и  $r_2$  соответственно. Пусть внутри некоторой коаксиальной области  $\Omega_q$  стенки трубы, ограниченной координатами  $R_{q1} : \{r_{q1}, z_{q1}, \phi_{q1}\}$  и  $R_{q2} : \{r_{q2}, z_{q2}, \phi_{q2}\}$ , действует источник сигнала, генерирующий на частоте  $\omega$  некогерентные случайные колебания, описываемые функцией  $Q(\omega, \mathbf{R}_q)$ . Структура формируемого им поля может быть определена в виде

$$\Psi(\omega, \mathbf{R}) = \int_{\Omega_q} Q(\omega, \mathbf{R}_q) G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q) d\mathbf{R}_q. \quad (10)$$

Здесь  $G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q)$  – функция Грина, удовлетворяющая неоднородному дифференциальному уравнению Гельмгольца

$$L[G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q)] = -\delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}_q), \quad (11)$$

а  $L$  представляет собой дифференциальный оператор уравнения Гельмгольца в цилиндрической системе координат:

$$L = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\omega^2}{c_o^2}.$$

Кроме того, функция Грина должна удовлетворять крайевым условиям:

$$\begin{aligned} G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q)|_{z=0} &= \frac{\partial G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q)}{\partial z} \Big|_{z=L_o} = 0, \\ G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q)|_{r=r_1} &= G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q)|_{r=r_2} = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

$$G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q)|_{\phi=-\pi} = G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q)|_{\phi+\pi}.$$

Для рассматриваемой модельной ситуации целесообразно представить функцию Грина в виде суперпозиции собственных функций однородного уравнения Гельмгольца, которые удовлетворяют заданным крайевым условиям. При этом будем использовать два линейно независимых решения, которые справедливы в непересекающихся областях, расположенных перед и за границей коаксиальной поверхности радиуса  $r_q$ , на которой расположены источники сигнала. Тогда структура функции Грина может быть определена в виде следующих двух форм:

- для области  $r \leq r_q$

$$G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q) = \sum_{\mu} \sum_p C_{1\mu p} D_{1\mu p}(r) Z_p(z) \Phi_{\mu}(\phi); \quad (13)$$

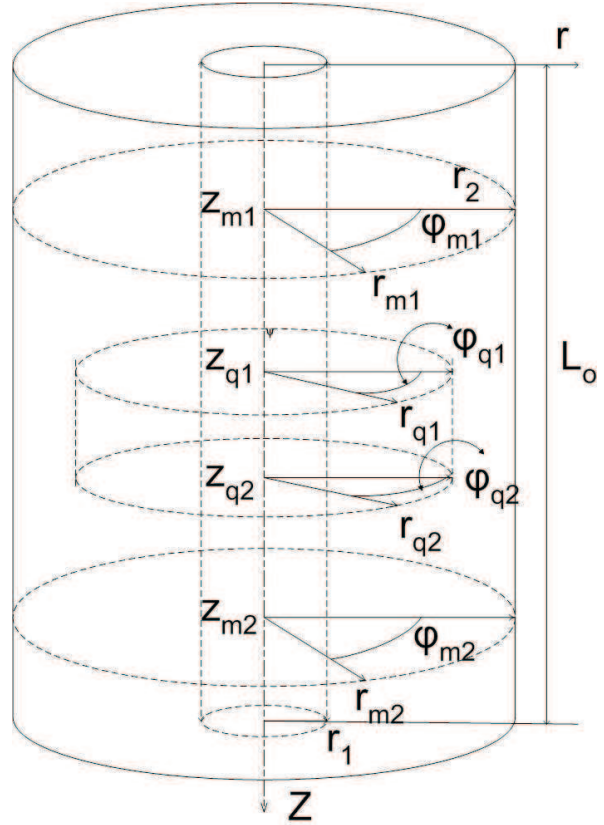


Рис. 10. Модель конечной цилиндрической трубы с заданной геометрией расположения источников и приемников

- для области  $r \geq r_q$

$$G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q) = \sum_{\mu} \sum_p C_{2\mu p} D_{2\mu p}(r) Z_p(z) \Phi_{\mu}(\phi). \quad (14)$$

Здесь фигурируют собственные функции

$$\begin{aligned} Z_p(z) &= \sin(\gamma_p z), \\ \gamma_p &= \frac{(2p+1)\pi}{2L_o}, \quad p = 0, 1, 2, \dots; \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{\mu}(\phi) &= \{\sin(\mu\phi), \cos(\mu\phi)\}, \\ \mu &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (16)$$

и

$$\begin{aligned} D_{i\mu p}(r) &= u_{\mu}(\kappa_p r) v_{\mu}(\kappa_p r_i) - u_{\mu}(\kappa_p r_i) v_{\mu}(\kappa_p r), \\ \kappa_p &= \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \gamma_p^2}, \quad i = 1, 2, \\ p &= 0, 1, \dots, \quad \mu = 0, 1, \dots, \end{aligned} \quad (17)$$

удовлетворяющие следующим одномерным краевым задачам:

$$L_z[Z_p(z)] = 0, Z_p(z)|_{z=0} = \frac{\partial Z_p}{\partial z}|_{z=L_0} = 0, \quad (18)$$

$$L_\phi[\Phi_\mu(\phi)] = 0, \Phi_\mu(\phi)|_{\phi=-\pi} = \Phi_\mu(\phi)|_{\phi+\pi}, \quad (19)$$

$$L_r[D_{i\mu p}(r)] = 0, \quad i = 1, 2, \quad (20)$$

$$D_{1\mu p}(r)|_{r=r_1} = 0, D_{2\mu p}(r)|_{r=r_2} = 0,$$

в которых введены обозначения одномерных дифференциальных операторов

$$L_z = \frac{d^2}{dz^2} + \gamma^2,$$

$$L_\phi = \frac{d^2}{d\phi^2} + \mu^2,$$

$$L_r = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d}{dr} \right) + \left( \frac{\omega^2}{c_0^2} - \gamma^2 - \frac{\mu^2}{r^2} \right).$$

Параметры  $\gamma$  и  $\mu$  – собственные числа соответствующих дифференциальных операторов. Их спектры определяются заданными краевыми условиями и согласуются с номерами  $p$  и  $\mu$  описанных выше собственных функций. Элементы  $\{u_\mu(\kappa_p r), v_\mu(\kappa_p r)\}$  в соотношениях (17) представляют множество ортогональных линейно независимых цилиндрических функций (например, функций Бесселя, Неймана или Ханкеля [14]).

Фигурирующие в рядах (13) и (14) неизвестные коэффициенты  $C_{1\mu p}$  и  $C_{2\mu p}$  определим, используя необходимые и достаточные условия, которым должна удовлетворять функция Грина [14]. Из условия ее непрерывности при переходе через границу  $r = r_q$ ,

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} (G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q)|_{r=r_q-\epsilon} - G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q)|_{r=r_q+\epsilon}) = 0, \quad (21)$$

получаем следующие соотношения для неизвестных коэффициентов:  $C_{1\mu p} = C_{\mu p} D_{2\mu p}(r_q)$  и  $C_{2\mu p} = C_{\mu p} D_{1\mu p}(r_q)$ . Второе условие, которому должна удовлетворять функция Грина, заключается в требовании конечности ее первой производной на границе  $r = r_q$ . С помощью теоремы Гаусса оно

может быть представлено в форме

$$\int_{\Omega_q} \nabla^2 G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q) dV_q = \int_{\Sigma_q} (\nabla G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q))_n dS_q = 1, \quad (22)$$

где  $\nabla$  – набла-оператор;  $\Sigma_q$  – поверхность, охватывающая объем  $\Omega_q$ , содержащий источник, сосредоточенный в окрестности границы  $r = r_q$ ; индекс  $n$  указывает на вычисление производной по нормали к поверхности. В случае малого отклонения поверхности  $\Sigma_q$  от границы  $r = r_q$  можно пренебречь вкладом на краях выделенной области и записать соотношение (22) в виде

$$r_q \iint \left( \frac{\partial G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q)}{\partial r} \Big|_{r=r_q+\epsilon} - \frac{\partial G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q)}{\partial r} \Big|_{r=r_q-\epsilon} \right) dz d\phi = 1, \quad (23)$$

откуда следует

$$\frac{\partial G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q)}{\partial r} \Big|_{r=r_q+\epsilon} - \frac{\partial G(\omega, \mathbf{R}/\mathbf{R}_q)}{\partial r} \Big|_{r=r_q-\epsilon} = \frac{1}{r_q} \delta(z - z_q) \delta(\phi - \phi_q). \quad (24)$$

Подставив в это соотношение выражения для функции Грина (13) и (14), а также проведя интегрирование правой и левой частей по массиву собственных функций  $Z_p(z)$  ( $p=0, 1, \dots$ ) и  $\Phi_\mu(\phi)$  ( $\mu=0, 1, \dots$ ) с учетом их ортогональности получим следующую структуру выражений для неизвестных коэффициентов:

$$C_{\mu p} = \frac{1}{r_q} \frac{Z_p(z_q) \Phi_\mu(\phi_q)}{(1 + \delta_{p0})(1 + \delta_{\mu 0}) T_{\mu p}(r_q)}. \quad (25)$$

Здесь  $\delta_{ik}$  – символ Кронекера;  $T_{\mu p}(r_q)$  определяется соотношением

$$T_{\mu p}(r_q) = \frac{dD_{2\mu p}(r)}{dr} \Big|_{r=r_q} D_{1\mu p}(r_q) - \frac{dD_{1\mu p}(r)}{dr} \Big|_{r=r_q} D_{2\mu p}(r_q). \quad (26)$$

Подстановка этих коэффициентов в выражения (13) и (14) позволяет получить окончательную структуру функции Грина для рассматриваемой краевой задачи и на ее основе с помощью

соотношения (10) вычислить потенциал скорости объемных источников акустических сигналов. При оценивании угловых спектров источников по данным, регистрируемым на поверхности исследуемых объектов, нам потребуется информация о радиальной колебательной скорости, которая связана с потенциалом скорости известным соотношением:

$$V(\omega, \mathbf{R}) = \left. \frac{\partial \Psi(\omega, \mathbf{R})}{\partial r} \right|_{r=r_2}. \quad (27)$$

С учетом этого, после ряда несложных преобразований структура поля радиальной компоненты колебательной скорости на поверхности цилиндрической трубы можно представить в следующем окончательном виде:

$$V(\omega, \mathbf{R}) = \sum_{\mu} \sum_p \frac{Q_{\mu p} Z_p(z) \Phi_{\mu}(\phi)}{B_{\mu p}(r_1, r_2)}, \quad (28)$$

где

$$Q_{\mu p} = \int_{\Omega_q} Q(\omega, \mathbf{R}_q) Z_p(z_q) \Phi_{\mu}(\phi_q) D_{1\mu p}(r_q) d\mathbf{R}_q;$$

$$B_{\mu p}(r_1, r_2) = r_2(1 + \delta_{\mu 0})(1 + \delta_{p 0}) D_{1\mu p}(r_2).$$

Ниже будет рассмотрен ряд модельных ситуаций, которые позволяют выявить особенности структуры СПМ кардиосигналов на низких частотах.

Примем следующие геометрические параметры модели:

$$r_1 = 0.0085 \text{ м}; \quad r_2 = 0.15 \text{ м};$$

$$\phi_{m1} = 60^\circ; \quad \phi_{m2} = 120^\circ;$$

$$\phi_{q1} = 85^\circ; \quad \phi_{q2} = 90^\circ;$$

$$z_{m1} = 0.05 \text{ м}; \quad z_{m2} = 0.05 \text{ м};$$

$$r_{m1} = 0.05 \text{ м}; \quad r_{m2} = 0.05 \text{ м};$$

$$z_{q1} = 0.15 \text{ м}; \quad z_{q2} = 0.15 \text{ м};$$

$$r_{q1} = 0.12 \text{ м}; \quad r_{q2} = 0.12 \text{ м}.$$

При определении усредненных акустических характеристик паренхимы легких будем учитывать, что, согласно данным [15], в низкочастотном диапазоне (до 50 Гц) скорость звука для паренхимы легких  $c_o$  может принимать значения из интервала (2.5...15) м/с. Затухание сигнала учтем, введя комплексную добавку к скорости звука:  $c = c_o(1 + j\nu)$ . Здесь параметр затухания  $\nu$  лежит

в интервале  $\nu = (0.15 \dots 0.4)$ . Положим плотность паренхимы легких  $\rho = 250 \text{ кг/м}^3$ .

Предположим, что источник имеет равномерную по частоте СПМ излучаемого сигнала. Тогда квадрат модуля передаточной функции канала распространения сигнала от источника до точки регистрации на поверхности грудной клетки будет определяться соотношением

$$|H(\omega, \mathbf{R}_i)|^2 = \langle |V(\omega, \mathbf{R}_i)|^2 \rangle_{\langle |Q(\omega, \mathbf{R}_q)|^2 \rangle \equiv 1}, \quad (29)$$

где  $\langle \cdot \rangle$  – символ статистического усреднения.

С учетом этого допущения были проведены расчеты передаточной функции для нескольких вариантов параметров канала. В частности, на рис. 11, а представлены результаты расчета частотной зависимости передаточной функции (29) для случая  $c_o = 4 \text{ м/с}$  и  $\nu = 0.175$ . Как видно из графика, передаточная функция канала распространения сигналов в рассматриваемой модельной ситуации имеет резонансы на частотах, примерно соответствующих локальным максимумам, наблюдавшимся в экспериментах. Отсюда следует, что расположение максимумов СПМ тонов сердца, которые регистрируются на поверхности грудной клетки, определяется не только частотами акустических колебаний, возбуждаемых клапанами и стенками сердца с прилегающими крупными сосудами, но и, в значительной степени, особенностями передаточной функции канала распространения сигнала внутри грудной клетки.

Отметим также, что с ростом частоты уровень СПМ сигнала, приходящего в правую точку регистрации, падает быстрее, чем для сигнала, принимаемого в левой точке. Это объясняется тем, что дистанция, проходимая сигналом от своего источника (сердца) до правой точки, оказывается заметно большей, что порождает его дополнительное ослабление. Варьируя параметр затухания сигнала, можно улучшить согласование характеристик модельного сигнала с экспериментальными результатами. Так, при  $\nu = 0.325$  структура модельной СПМ демонстрирует достаточно хорошее соответствие экспериментальным данным на частотах до 50 Гц (рис. 11, б).

Вместе с тем, на частотах выше 50 Гц экспериментальная СПМ довольно заметно отличается от модели. Это связано с необходимостью использовать в модели все более высокие значения скорости звука при возрастании анализируемой частоты. Например, при  $c_o = 10 \text{ м/с}$  и  $\nu = 0.2$  получаем следующую оценку СПМ – рис. 11, в. Здесь появился дополнительный максимум СПМ в окрестности частоты 85 Гц.

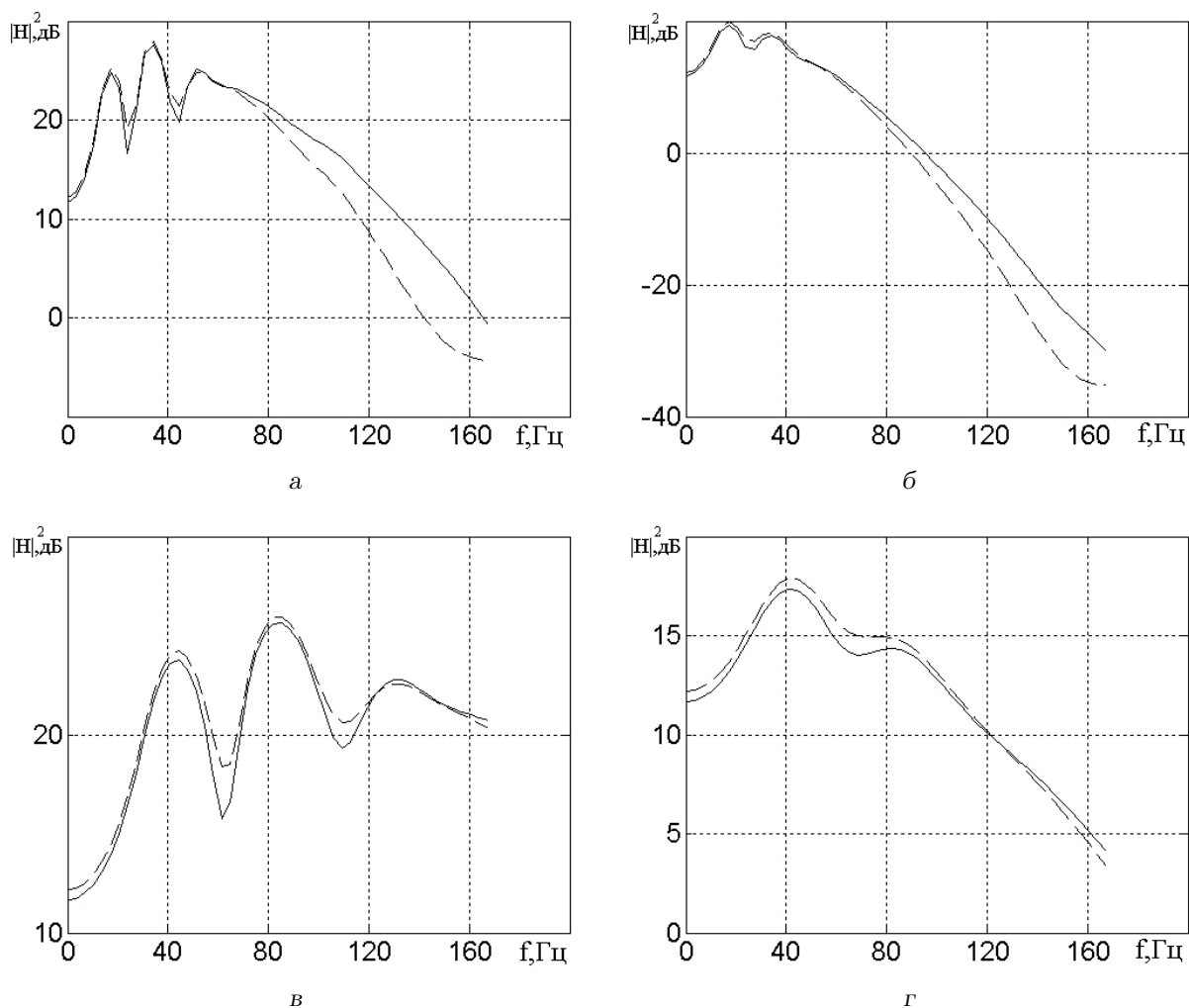


Рис. 11. Зависимость передаточной функции канала распространения сигналов от источника до первой (сплошные) и второй (штриховые) точек регистрации:  
 а – при  $c_0=4$  м/с и  $\nu=0.175$ ; б – при  $c_0=4$  м/с и  $\nu=0.325$ ;  
 в – при  $c_0=10$  м/с и  $\nu=0.2$ ; г – при  $c_0=10$  м/с и  $\nu=0.4$

Кроме того, за счет увеличения параметра затухания сигнала можно добиться лучшего согласования с результатами эксперимента в области частот от 50 до 100 Гц. Это видно, в частности, из структуры отображенной на рис. 11, г оценки СПМ, которая была получена при  $\nu=0.4$ .

Следует отметить, что акустические резонансы передаточной функции канала распространения могут определять тембральную окраску тонов сердца и их уровень. При этом частоты и амплитуды резонансных максимумов зависят от особенностей взаимного расположения источника и приемников. Кроме того, тембральная окраска определяется номером тона, точнее, спектром излучения генерирующего тон источника. Кардиологи также обратили внимание на эти обстоятель-

ства и на практике для повышения эффективности анализа тонов регистрацию фонокардосигналов обычно проводят в заданной стандартной системе пространственно разнесенных точек.

В связи с этим, предложенная акустическая модель в ряде случаев может оказаться полезной для оценки влияния канала распространения на структуру СПМ тонов сердца, регистрируемых в разных точках поверхности грудной клетки. Кроме того, ее можно использовать для оценивания усредненных акустических характеристик канала [16].

В целом, из представленных результатов следует, что для корректного описания структуры СПМ тонов кардосигналов в низкочастотной области необходимо предварительно устранить влияние сейсмической помехи, а затем провести раз-

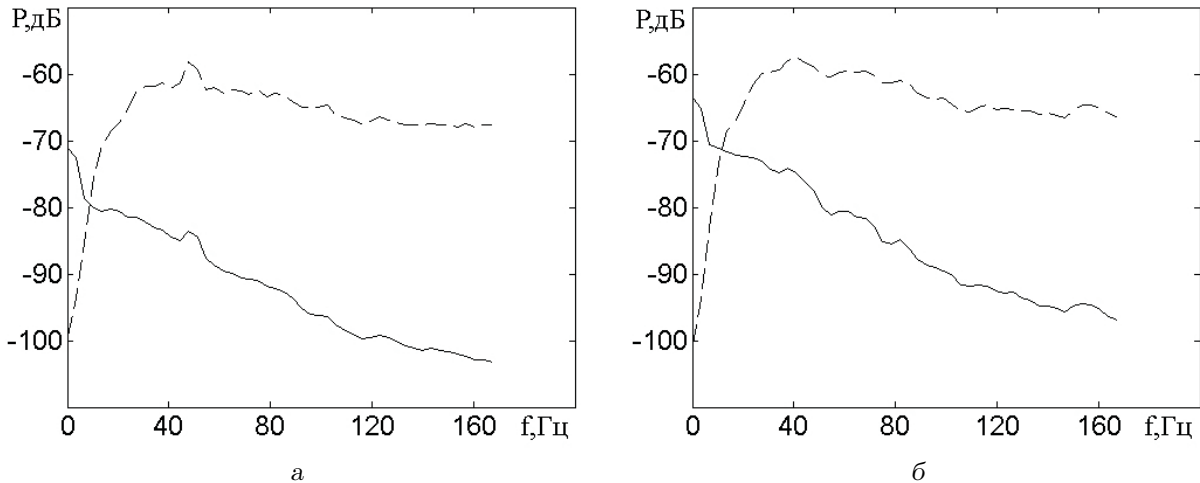


Рис. 12. Оценки СПМ сигналов для фазы диастолы до (сплошные) и после (штриховые) процедуры адаптивной фильтрации:  
а – в левой точке; б – в правой точке

дельное оценивание и анализ СПМ первого и второго тонов с учетом фактора влияния канала их распространения.

В заключение отметим, что учет указанных факторов не только позволяет более корректно оценить детальную структуру СПМ тонов кардиосигналов, но и может обеспечить повышение эффективности выделения слабых третьего и четвертого тонов. В частности, на рис. 12, а, б, соответствующих левой и правой точкам регистрации, приведены оценки СПМ сигналов в фазах диастолы. Сплошные кривые характеризуют оценки СПМ до процедуры адаптивной фильтрации сейсмической помехи, а штриховые – после нее. Как видно из графиков, после фильтрации в левой точке отчетливо выделяется максимум СПМ в области частот (40...60) Гц, соответствующий сигналам третьего и четвертого тонов кардиосигналов. Аналогичная картина наблюдается и в правой точке регистрации. Однако вследствие большей величины затухания здесь максимум СПМ менее выражен.

## ВЫВОДЫ

1. На основе реальных записей акустических кардиосигналов определены параметры эффективного детального оценивания спектральной плотности мощности (СПМ) тонов кардиосигналов и проведен анализ особенностей структуры СПМ сердечных тонов. Показано, что структура оценок СПМ тонов в низкочастотной области в значительной мере за-

висит от степени влияния вибрационных (сейсмических) помех.

2. Предложен алгоритм адаптивной фильтрации сейсмических помех, основанный на многоуровневом вейвлет-декомпозиционном оценивании СПМ сейсмической помехи. На его основе получены оценки СПМ первых двух тонов акустических кардиосигналов. Показано, что нижние границы их спектров расположены в области инфразвуковых частот. При этом максимум оценки СПМ первого тона лежит ниже по частоте, чем максимум оценки СПМ второго тона.
3. Выявлена регулярная неравномерность изменения по частоте уровня СПМ тонов кардиосигналов в виде ряда локальных низкочастотных максимумов. Предложена акустическая модель канала распространения кардиосигналов и на ее основе проведен численный анализ частотной зависимости передаточной функции канала. Показано, что наблюдаемая неравномерность изменения оценок СПМ по частоте определяется резонансными свойствами передаточной функции канала распространения кардиосигналов. Отмечено существенное влияние параметра затухания и дистанции до источника сигнала на резонансную структуру передаточной функции.
4. Полученные результаты будут способствовать более корректному проведению спектрального анализа тонов кардиосигналов, а учет

выявленных факторов может быть использован для повышения эффективности применения спектрального и спектрально-временного анализа кардиосигналов в диагностических целях.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы глубоко признательны академику НАН Украины профессору В. Т. Гринченко за постоянное внимание и поддержку данного направления исследований.

1. Юлдашев К. Ю., Хайдаров Г. С., Кушаков В. И. Краткое пособие по электро- и фонокардиографии.– Ташкент: Медицина, 1984.– 192 с.
2. Кассирский И. А., Кассирский Г. И. Звуковая симптоматика приобретенных попроков сердца.– М.: Медицина, 1964.– 184 с.
3. Каптелини В., Констандис А. Дж., Эмилиани П. Цифровые фильтры и их применение.– М.: Энергоатомиздат, 1983.– 360 с.
4. Марпл С. Л.-мл. Цифровой спектральный анализ и его приложения.– М.: Мир, 1990.– 584 с.
5. Mertins A. Signal analysis: Wavelets, filter banks, time-frequency transforms and applications.– Univ. Wollongong: Australia, 1999.– 311 p.
6. Gavriely N. Breath sounds methodology.– Boca Raton: CRC Press, 1995.– 223 p.
7. Воробьева Е. А., Губарь А. В., Сафьянникова Е. Б. Анатомия и физиология.– М.: Медицина, 1981.– 416 с.
8. Губергриц А. Я. Непосредственное исследование больного.– Ижевск: Удмуртия, 1996.– 332 с.
9. Инструментальные методы исследования сердечно-сосудистой системы.– М.: Медицина, 1985.– 416 с.
10. Крижановский В. В., Крижановский В. В. (мл.) Адаптивная обработка сигналов дыхания при ограниченной априорной информации // Акуст. вісн.– 2008.– 11.–№ 1.– С. 32–50.
11. Воробьев В. И., Грибунин В. Г. Теория и практика вейвлет-преобразования.– СПб.: Воен. ун-т связи, 1999.– 180 с.
12. Смоленцев Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в МАТЛАБ.– М.: ДМК Пресс, 2005.– 304 с.
13. Крижановский В. В., Крижановский В. В. (мл.) Структура и возможности программного обеспечения для компьютерной системы регистрации, анализа и классификации звуков дыхания // Акуст. вісн.– 2003.– 6, № 4.– С. 33–45.
14. Арсенин В. Я. Методы математической физики и специальные функции.– М.: Наука, 1974.– 432 с.
15. Butler J. P., Lehr J. L., Drazen J. M. Longitudinal elastic wave propagation in pulmonary parenchyma // J. Appl. Physiol.– 1987.– 62.– P. 1349–1355.
16. Крижановский В. В. Статистическая оценка акустических параметров респираторного тракта человека // Акуст. вісн.– 1998.– 1, № 1.– С. 40–51.