

УДК 539.3

МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ЗВ'ЯЗКУ І ВТРАТ ЕНЕРГІЇ ПРИ КОЛИВАННЯХ РЕЗОНАТОРІВ ІЗ П'ЄЗОКЕРАМІКИ

В. Л. КАРЛАШ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України
вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна
E-mail: karlashv@ukr.net

Одержано 27.12.2012

На прикладі відомої задачі про радіальні коливання тонкої круглій п'єзокерамічної пластини з суцільними електродами досліджено амплітудно-частотні та фазово-частотні залежності в околах резонансних і антирезонансних частот кількох перших мод. Викладено основи уточненої розрахунково-експериментальної методики визначення планарного КЕМЗ, а також тангенсів пружних і п'єзоелектричних втрат. Розрахунки амплітуд і фаз проведено для компонентів повної провідності. Одержані результати добре узгоджуються з експериментальними даними.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: п'єзокерамічна пластинка, коефіцієнт електромеханічного зв'язку, тангенс пружних втрат, тангенс п'єзоелектричних втрат, моди коливань

На примере известной задачи о радиальных колебаниях тонкой круглой пьезокерамической пластины со сплошными электродами исследованы амплитудно-частотные и фазово-частотные зависимости вблизи резонансных и антирезонансных частот нескольких первых мод. Изложены основы уточненной расчетно-экспериментальной методики определения планарного КЭМС, а также тангенсов упругих и пьезоэлектрических потерь. Расчеты амплитуд и фаз проведены для компонент полной проводимости. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: пьезокерамическая пластинка, коэффициент электромеханической связи, тангенс упругих потерь, тангенс пьезоэлектрических потерь, моды колебаний

On an example of well-known problem on radial vibration of thin circular piezoceramic plate with unbroken electrodes, the amplitude-frequency and phase-frequency relations near the resonant and anti-resonant frequencies of several lowest modes are investigated. The principles of a refined computational-experimental method for determining of planar EMCF, as well as elastic and piezoelectric losses tangents are described. Amplitudes and phases of full admittance components are computed. The obtained results are in good agreement with experimental data.

KEY WORDS: piezoceramic plate, the electromechanic coupling coefficient, elastic losses tangent, piezoelectric losses tangent, vibration modes

Присвячується світлій пам'яті М. О. Шульги

ВСТУП

Тонкі п'єзокерамічні пластини широко використовуються у різних електроакустичних пристроях [1–7]. При коливаннях п'єзоелектричних тіл відбувається перетворення енергії з механічної форми в електричну (прямий п'єзоэффект) або з електричної форми в механічну (зворотний п'єзоэффект). Ці процеси характеризуються високими коефіцієнтами електромеханічного зв'язку (КЕМЗ) [8, 9], а також значними амплітудами механічних напружень і зміщень [1, 6, 9, 10].

Сама природа внутрішніх фізичних процесів, що відбуваються при коливаннях таких тіл, призводить до того, що зміщення, напруження, провідність й імпеданс поблизу резонансних частот мають як активні, так і реактивні компоненти. Тому розрахувати будь-яку амплітуду можливо лише тоді, коли беруться до уваги втрати енергії [6, 7, 11, 12].

Донині аналітичні розв'язки задач про електромеханічні коливання побудовані лише для тіл простих геометричних форм, таких як стрижні [6, 13, 14], пластини [7, 15–17], диски [6, 7, 9, 18, 19], циліндричні й сферичні оболонки [6]. Такі розв'язки застосовуються в різних стандартах для експериментального визначення коефіцієнтів зв'язку й компонентів тензорів пружних, діелектричних і п'єзоелектричних сталей [2, 20, 21]. Огляд сучасних методів визначення повного набору матеріальних констант п'єзокераміки наведено в монографії [22], а у працях [6, 23] досліджено залежності комплексних модулів п'єзокераміки ЦТСтБВ-2 від температури. Пошуки нових експериментальних методів тривають [23, 24], зокрема, у публікації [24] запропоновано цікаву експериментально-розрахункову методику, яка дає можливість визначати модуль Юнга й модуль зсуву на основі дослідів з квадратними пластинами, вирізаними з круглих дисків. Отримані величини практично

збігаються зі значеннями, одержаними за стандартною методикою на радіальних коливаннях оригінального диска.

Електро механічні коливання збуджуються за допомогою електричного поля, яке створюється прикладеною від генератора ультразвукових коливань електричною напругою. Створити ефективне електричне поле можна лише тоді, коли електродні покриття невід'ємно зв'язані з поверхнею [2, 4, 7, 25, 26]. Міжелектродна ємність п'єзокерамічних елементів конструкцій є значною, досягаючи кільканадцяти нанофарадів [27], й істотно впливає на внутрішні процеси в них.

Радіальні резонансні коливання тонких п'єзокерамічних круглих дисків характеризуються монохроматичністю – обертони віддалені по частоті від основного резонансу у кілька разів [18]. Ця особливість разом з високою інтенсивністю електро механічних коливань на основному резонансі й добре вираженою залежністю характеристичних частот від коефіцієнта Пуассона уможливають використання резонансних частот радіальних коливань і їхніх відношень для експериментального визначення кількох важливих параметрів п'єзокераміки – планарного КЕМЗ k_p , поперечного КЕМЗ k_{31} , п'єзомодуля d_{31} , коефіцієнта Пуассона ν , компонент пружної податливості s_{11} і s_{12} . Ефективність електро механічного перетворення енергії у п'єзоелектричних тілах може оцінюватись кількома способами: за коефіцієнтом електро механічного зв'язку [7, 25], за величиною повної провідності, а також її активної й реактивної компонент, за коефіцієнтом передачі п'єзотрансформаторного датчика [7, 9, 28] тощо.

У цій статті на прикладі відомої задачі про радіальні коливання тонкої круглої п'єзокерамічної пластини з суцільними електродами досліджуються амплітудно-частотні та фазово-частотні залежності поблизу резонансних і антирезонансних частот кількох перших мод. Наводяться основи уточненої розрахунково-експериментальної методики для визначення планарного КЕМЗ, а також тангенсів пружних s_{11m} і п'єзоелектричних d_{31m} втрат. Розрахунки амплітуд і фаз ведуться для компонент повної провідності.

1. КОЕФІЦІЄНТ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОГО ЗВ'ЯЗКУ І ПОВНА ПРОВІДНІСТЬ

Як відомо, здатність п'єзоелектричних тіл до перетворення енергії характеризується статичними й динамічними КЕМЗ [1, 2, 5–12]. Для їх експериментального визначення користуються відомим співвідношенням, яке встановлює зв'язок між

КЕМЗ і відношенням антирезонансної частоти до резонансної на основному резонансі стрижня чи круглої пластини [2, 5–8]. Найчастіше вказані частоти вимірюються у схемі чотириполюсника Мезона (рис. 1, а), яка складається з двох частин – генераторної та вимірювальної.

Подільник напруги R_1 – R_2 узгоджує вихідний опір генератора сигналів із вхідним опором вимірювальної частини, яка складається з послідовно з'єднаних досліджуваного п'єзоелемента $Pe1$ і навантажувального резистора, величина якого R_3 або R_4 може змінюватись за допомогою перемикача $S1$. Вольтметр $V1$ вимірює спад напруги на п'єзоелементі, а вольтметр $V2$ – на навантажувальному резисторі. Опори резисторів $R_1 \dots R_4$ вибираються згідно з рекомендаціями праць [2, 4, 7, 21, 24].

Відношення струму I_{pe} через п'єзоелемент до спаду потенціалу U_{pe} на ньому за означенням дає повну електричну провідність п'єзоелемента Y_{pe} :

$$Y_{pe} = \frac{I_{pe}}{U_{pe}} = \frac{U_R}{RU_{pe}}. \quad (1)$$

Частоти f_m , на яких повна провідність досягає максимальних величин Y_m , дуже близькі до резонансних частот f_r , тоді як частоти f_n , на яких повна провідність досягає мінімальних величин Y_n , дуже близькі до антирезонансних частот f_a . Поняття резонансної й антирезонансної частот – до певної міри можна вважати фізичними абстракціями, введеними при математичному моделюванні резонансних коливань п'єзоелектричних тіл, коли вважається, що повна електрична провідність резонатора прямує на резонансі до нескінченності, а на антирезонансі – знижується до нуля. Для вимірювання в експерименті резонансних і антирезонансних частот необхідні спеціальні прилади, зокрема, фазометри [5] чи адмітансометри [29], тоді як частоти максимуму й мінімуму повної провідності можна вимірювати у спрощених схемах (див., наприклад, рис. 1, а).

Скористатись формулою (1) для безпосереднього визначення величини повної провідності п'єзоелемента в стандартній схемі Мезона неможливо, бо не існує таких вольтметрів, котрі можна було б приєднати так, як показано, тобто паралельно до п'єзоелемента. З цієї причини спад потенціалу на п'єзоелементі U_{pe} доводиться визначати непряним шляхом, як різницю між падіннями потенціалу на навантажувальному резисторі R_3 (R_4) й на резисторі R_2 , так що формула (1) замінюється наближеним співвідношенням

$$Y_{pe} = \frac{U_R}{R(U_1 - U_{pe})}. \quad (2)$$

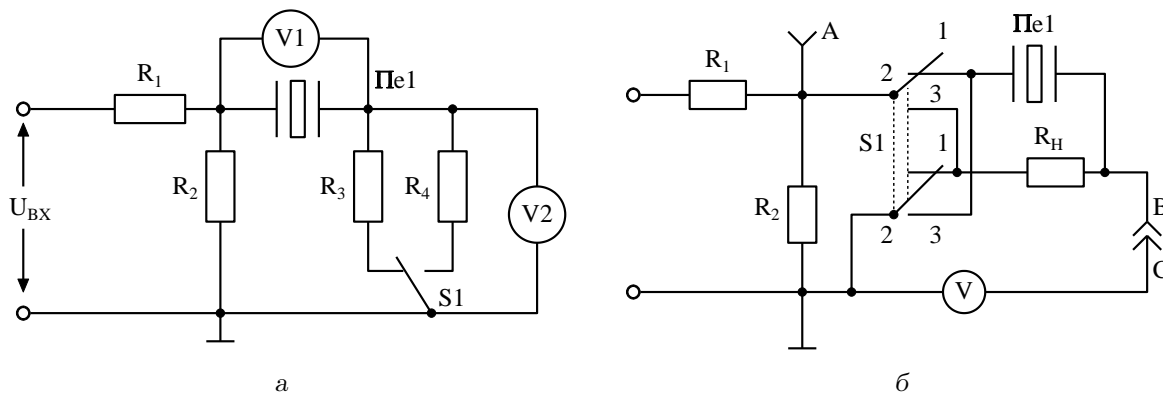


Рис. 1. Схеми вимірювання характеристичних частот і компонентів повної провідності

Таблиця. Ілюстрація впливу опору навантажувального резистора на виміряні величини резонансної частоти й максимуму повної провідності

$R_n, \text{ Ом}$	1.6	5.3	11.2	230	993
$f_r, \text{ кГц}$	31.572	31.560	31.562	31.563	31.576
$Y_m, \text{ мСм}$	131.4	124	119.6	101.4	26.36

Цей вираз наближається до точної формули тільки на частотах максимальної та мінімальної провідностей, поза ними можуть спостерігатися значні похибки.

Уникнути цього недоліку можна дещо вдосконаливши схему в її вимірювальній частині, рис. 1, б [27]. Комутатор $S1$ дає змогу перемикаючи точку заземлення схеми з лівого краю п'єзоелемента $Pe1$ на лівий край навантажувального резистора R_n і навпаки. На резисторі R_2 виділяється різниця потенціалів

$$U_{R_2} = \frac{R_2 U_1}{R_1 + R_2}, \quad (3)$$

котра є вхідним сигналом для вимірювальної частини схеми. Щуп C вольтметра V може по чергово підключатися до точок B або A . У першому випадку реєструється спад потенціалу на елементах вимірювальної ланки, а у другому – спад потенціалу U_{R_2} на резисторі R_2 . Коли комутатор $S1$ знаходиться у верхньому положенні (як показано на рисунку), лівий (за схемою) кінець резистора R_n заземлений, а лівий кінець п'єзоелемента $Pe1$ приєднаний до джерела сигналу резистора R_2 . Вольтметр вимірює спад потенціалу на резисторі R_n , котрий прямо пропорційний до електричного струму, який проходить через п'єзоелемент $Pe1$ і всю вимірювальну частину схеми. При переводі комутатора $S1$ в нижнє положення заземляється лівий (по схемі) кінець п'єзоелемента $Pe1$, а

лівий кінець резистора R_n приєднується до джерела сигналу резистора R_2 . Тепер вимірюється спад потенціалу безпосередньо на дослідному п'єзоелементі $Pe1$.

У такий спосіб стає можливим пряме вимірювання як струму через дослідний п'єзоелемент (за спадом потенціалу на навантажувальному резисторі), так і різниці потенціалів на п'єзоелементі на будь-якій виставленій на генераторі частоті. Повна провідність п'єзоелемента Y_{pe} може тепер обчислюватися за формулою (1) з високою точністю у всьому вибраному частотному діапазоні. Величину опору навантажувального резистора в удосконаленій схемі можна добирати окремо для резонансу й антирезонансу, як у класичній схемі Мезона, або взяти її компромісною, наприклад, 50 чи 100 Ом. Як показали досліди, при виборі опору резистора R_3 в межах (3...5) Ом величина максимальної провідності визначається з похибкою (1...3) %. При визначенні мінімальної провідності похибка зростає до (4...10) % і опір R_4 треба збільшувати до (20...50) кОм. Про вплив опору навантажувального резистора на визначену за формулою (1) величину повної провідності свідчить таблиця, в якій наведені експериментальні дані на першому радіальному резонансі для диска із кераміки ЦТБС-3 діаметром 66.4 мм при товщині 3.1 мм (він мав статичну ємність 18.49 нФ і тангенс діелектричних втрат 0.0066). Згідно з таблицею, величина опору навантаження майже не

впливає на частоту f_r максимальної провідності Y_m , проте величина Y_m різко зменшується з ростом R_n .

У працях [2, 7, 21] планарний КЕМЗ k_p визначається за графіками в залежності від відношення частот f_n/f_m , а в [9] отримана наближена формула (всі позначення тут і далі запозичені з [7, 9])

$$Y_{m1} \approx \frac{4.9f_{m1}C_0k_{p0}^2}{s_{11m}} = 4.9f_{m1}C_0k_{p0}^2Q_M, \quad (4)$$

яка дає можливість визначити планарний КЕМЗ k_p за максимальною провідністю Y_{m1} , відповідною до неї частотою f_{m1} , статичною ємністю C_0 та механічною добротністю Q_M :

$$k_{p0}^2 = \frac{Y_{m1}}{4.9f_{m1}C_0Q_M}. \quad (5)$$

Цей вираз забезпечує точність $\pm(5 \dots 10)$ % в інтервалі значень коефіцієнта Пуассона $\nu = (0.30 \dots 0.39)$. Методика визначення Q_M методом п'єзотрансформаторного датчика описана в [7–9]. Звідси випливає, що максимальна резонансна провідність п'єзоелемента тим більша, чим вищі планарний КЕМЗ k_p та/або механічна добротність Q_M . Зокрема, встановлено, що в дисках із матеріалу ТБК-3, для якого квадрат планарного КЕМЗ становить лише 0.07, а добротність – 920, максимум провідності на першому радіальному резонансі досягає 300 мСм, тоді як у дисках з високоефективного матеріалу ЦТБС-3 при $k_p^2 = 0.31$ і добротності 150 максимум провідності становить лише 130 мСм. Формули (4) і (5) наочно показують, наскільки важливо вміти визначити повну провідність якомога точніше. Так, підставивши у співвідношення (4) значення $Q_M = 150$, $C_0 = 18.49 \text{ нФ}$, $k_p^2 = 0.31$, $f_{m1} = 31.560 \text{ кГц}$, одержимо $Y_{m1} = 132.9 \text{ мСм}$.

Максимальну провідність Y_m можна також визначити, шунтуючи вихідний резистор R_2 у схемі Мезона. При цьому досліджуваний п'єзоелемент приєднується до резистора паралельно без будь-якого додаткового опору навантаження. Частоту генератора слід змінювати доти, доки спад напруги на п'єзоелементі не досягне мінімуму. Знаючи напругу U_0 на вході подільника R_1 - R_2 , опори цих резисторів і напругу U_2 на п'єзоелементі, повну провідність знаходимо за формулою

$$Y = \frac{U_0R_2 - U_2(R_1 + R_2)}{U_2R_1R_2}. \quad (6)$$

За цією методикою на відповідному п'єзодиску отримано $Y_m = 124.3 \text{ мСм}$, що добре узгоджується з даними таблиці.

2. ЗВ'ЯЗОК МАКСИМУМІВ І МІНІМУМІВ ПОВНОЇ ПРОВІДНОСТІ З КОМПОНЕНТАМИ ПРУЖНИХ І П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИХ ВТРАТ

У публікації [13] запропоновано експериментально визначити компоненти втрат енергії на зразках у вигляді стрижнів із поперечною й поздовжньою поляризацією у такій послідовності. Спершу за допомогою мосту змінного струму на частоті 1000 Гц вимірюються статична ємність і тангенс діелектричних втрат. Потім визначаються величини максимальної й мінімальної провідностей, а також частоти, на яких вони спостерігаються. Розв'язки відповідних задач про поздовжні коливання стрижнів показали, що максимальна провідність залежить тільки від тангенса пружних втрат s_{11m} або ж оберненої до нього механічної добротності Q_m . За величиною максимальної провідності пропонувалося визначити параметри пружних втрат. У формули для мінімальної провідності, окрім механічних втрат, входять також діелектричні ε_{33m} й п'єзоелектричні d_{31m} втрати. Саме останні й можуть бути визначені за величиною мінімальної провідності [13]. Автори дослідження [14], спробувавши перейти від точок мінімумів і максимумів до резонансу й антирезонансу, провели експериментальні вимірювання за допомогою адмітансометра.

У монографії [6] зв'язок між компонентами провідності й параметрами втрат поширено на товщинні та зсувні коливання, окрім того проведені експериментальні дослідження у певному діапазоні температур. У працях [7, 23, 30–32] концепція зв'язку максимальної й мінімальної провідності поширена на радіальні коливання тонких кругових дисків з суцільними електродами. З використанням розкладу функцій Бесселя в ряд за малим параметром отримані вирази для максимальної й мінімальної провідностей, а також для параметрів втрат.

Як показує аналіз публікацій, де наведені розв'язки електропружних задач про вільні або вимушені коливання п'єзоелектричних елементів, наприклад [1, 5, 7, 15–19, 33] та ін., усі відомі вирази для повної провідності Y в діапазоні частот можна звести до єдиної формули:

$$Y = j\omega C_0 \frac{\Delta_a}{\Delta_r}. \quad (7)$$

Тут j – уявна одиниця; ω – кругова частота; C_0 – статична ємність; Δ_a , Δ_r – антирезонансний і резонансний визначники.

Повна провідність п'єзоелектричного зразка на

будь-якій частоті є добутком реактивної провідності його міжелектродної ємності й відношення двох визначників – антирезонансного до резонансного. Щоб розрахувати провідність конкретного п'єзоелемента, можна провести відповідні перетворення у виразах для визначників, як це зроблено в дослідженнях [6, 7, 9, 14–17, 23, 30–32], де електропружні модулі вважаються комплексними [6, 7, 33–35]:

$$\begin{aligned} s_{11}^E &= s_{110}(1 - js_{11m}), \\ \varepsilon_{33}^T &= \varepsilon_{330}(1 - j\varepsilon_{33m}), \\ d_{31} &= d_{310}(1 - jd_{31m}). \end{aligned} \quad (8)$$

Тоді, наприклад, для тонкого диска [7, 9]:

$$\begin{aligned} C &= C_0(1 - j\varepsilon_{33m}); \\ C_0 &= \frac{\varepsilon_{330}\pi R^2}{h}; \\ \kappa &= \kappa_0(1 - 0.5js_{11m}); \\ d_{31}^2 &= d_{310}^2(1 - 2jd_{31m}); \end{aligned} \quad (9)$$

$$k_p^2 = k_{p0}^2[1 + j(s_{11m} + \varepsilon_{33m} - 2d_{31m})]$$

і повна провідність п'єзокерамічного диска з суцільними електродами на головних поверхнях буде [7, 9, 31]

$$\begin{aligned} Y &= \frac{j\omega C_0(1 - j\varepsilon_{33m})}{\Delta^2(\kappa_0) + 0.25\kappa_0^2 s_{11m}^2 \beta^2} \times \\ &\times \{[\Delta(\kappa_0)\Delta_a(\kappa_0) + 0.25s_{11m}^2 \beta \kappa_0^2 \delta + \\ &+ \kappa_0 s_{11m} d_{31m} \beta \Delta_a(\kappa_0) + \\ &+ 0.5s_{11m}(s_{11m} + \varepsilon_{33m} - 2d_{31m})\kappa_0 \beta \Delta(\kappa_0)] - \\ &- j[(s_{11m} + \varepsilon_{33m} - 2d_{31m})\Delta^2(\kappa_0) + \\ &+ 2d_{31m}\Delta(\kappa_0)\Delta_a(\kappa_0) + \\ &+ 0.5s_{11m}\kappa_0(\delta\Delta(\kappa_0) - \beta\Delta_a(\kappa_0))]\} = \\ &= \frac{\omega C_0}{D_0} [(A_1 + \varepsilon_{33m}A_2) + j(A_2 - \varepsilon_{33m}A_1)] = \\ &= \omega C_0(B_1 + jB_2), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\kappa^2 = \omega^2 \rho s_{11}^E (1 - \nu) R;$$

$$\Delta(\kappa) = (1 - \nu^E) J_1(\kappa) - \kappa J_0(\kappa) = \Delta(\kappa_0) - j \frac{\kappa_0 \beta}{2};$$

$$\Delta(\kappa_0) = \kappa_0 J_0(\kappa_0) - (1 - \nu) J_1(\kappa_0);$$

$$\beta = (1 + \nu) J_0(\kappa_0) - \kappa_0 J_1(\kappa_0) - \frac{\Delta(\kappa_0)}{\kappa_0}.$$

Тут

$$\gamma = [\kappa_0 J_0(\kappa_0) - J_1(\kappa_0)] / \kappa_0;$$

$$\delta = (1 + k_{p0}^2) \beta + k_{p0}^2 (1 + \nu) \gamma;$$

$$\Delta_a(\kappa) = (1 - k_p^2) \Delta(\kappa) + k_p^2 (1 + \nu) J_1(\kappa)$$

$$\Delta_a(\kappa_0) = (1 - k_{p0}^2) \Delta(\kappa_0) + k_{p0}^2 (1 + \nu) J_1(\kappa_0); \quad (11)$$

$$D_0 = \Delta^2(\kappa_0) + \frac{1}{4} \kappa_0^2 s_{11m}^2 \beta^2$$

$$B_1 = (A_1 + \varepsilon_{33m} A_2) / D_0;$$

$$B_2 = (A_2 - \varepsilon_{33m} A_1) / D_0;$$

$$\begin{aligned} A_1 &= (s_{11m} + \varepsilon_{33m} - 2d_{31m}) \Delta^2(\kappa_0) + \\ &+ 2d_{31m} \Delta(\kappa_0) \Delta_a(\kappa_0) + \\ &+ 0.5s_{11m} \kappa_0 [\delta \Delta(\kappa_0) - \beta \Delta_a(\kappa_0)]; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} A_2 &= \Delta(\kappa_0) \Delta_a(\kappa_0) + \\ &+ 0.25s_{11m}^2 \beta \kappa_0^2 \delta + \kappa_0 s_{11m} d_{31m} \beta \Delta_a(\kappa_0) + \\ &+ 0.5s_{11m} (s_{11m} + \varepsilon_{33m} - 2d_{31m}) \kappa_0 \beta \Delta(\kappa_0). \end{aligned} \quad (13)$$

Отже, згідно з (10) повна провідність тонкого п'єзокерамічного диска із суцільними електродами складається з активної й реактивної компонент:

$$Y = G + jB; \quad G = \omega C_0 B_1; \quad B = \omega C_0 B_2. \quad (14)$$

Для проведення розрахунку в діапазоні частот ємнісну провідність зручно записати так:

$$\omega C_0 = \kappa \left(\frac{2\pi f_0 C_0}{\kappa_0} \right), \quad (15)$$

тобто через безрозмірну частоту κ і множник, який для диска з п'єзокераміки ЦТБС-3 при розмірах 66.4×3.1 мм становить близько 1.77. Тоді

$$G = a\kappa B_1, \quad B = a\kappa B_2. \quad (16)$$

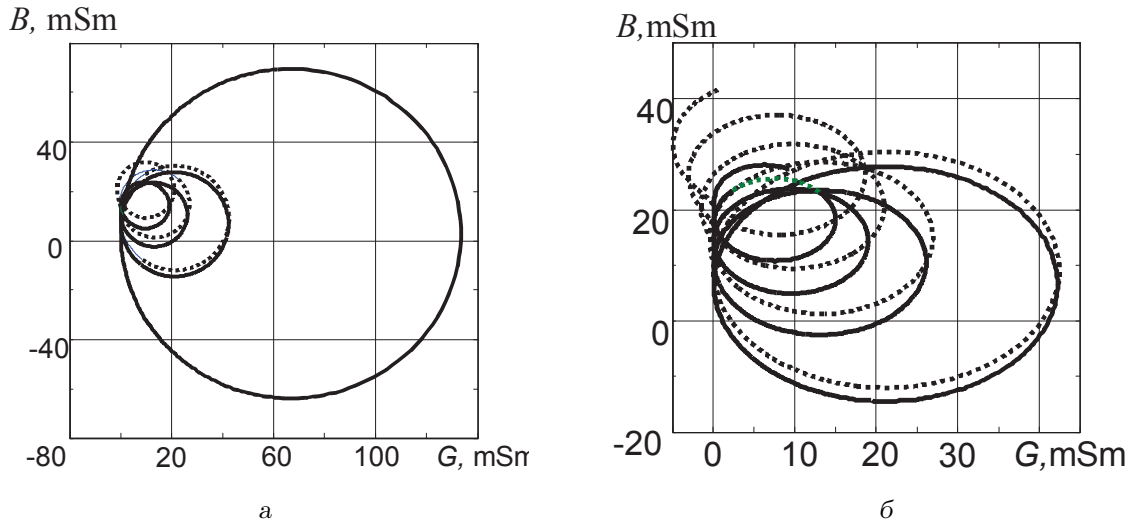


Рис. 2. Кола повної провідності тонкого п'єзокерамічного диска з суцільними електродами:
а – в інтервалі безрозмірних частот (2...12.4); б – в інтервалі безрозмірних частот (5...18)

Оскільки коефіцієнти втрат енергії в п'єзокераміці лежать у межах (0.001...0.05), то їхній вплив на резонансні й антирезонансні частоти практично непомітний. Тому вирази для визначення цих частот при урахуванні втрат можна зберегти:

$$\begin{aligned} \Delta(\kappa_0) &= \kappa_0 J_0(\kappa_0) - (1 - \nu) J_1(\kappa_0) = 0, \\ \Delta_a(\kappa_0) &= (1 - k_{p0}^2) \Delta(\kappa_0) + \\ &+ k_{p0}^2 (1 + \nu) J_1(\kappa_0) = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Це дозволяє значно спростити вирази для максимальної та мінімальної провідностей у порівнянні зі співвідношенням (10), на основі яких визначаються механічні й п'єзоелектричні втрати.

Обрахунок повної провідності та її активної й реактивної компонент значно спрощується і стає більш точним, якщо до формули (7) додати комплексні вирази (8) і (9), а також замінити у співвідношенні (17) дійсну частоту κ_0 на комплексну κ . На рис. 2 представлені так звані кругові діаграми, розраховані відповідно за формулами (7) і (10) при параметрах, взятих з експерименту для диска ЦТБС-3 (66.4×3.1 мм): $C_0 = 18.49$ нФ, $k_p^2 = 0.31$, $\nu = 0.35$; $s_{11m} = 0.0069$; $\varepsilon_{33m} = 0.0085$; $d_{31m} = 0.0076$; $a = 1.77$. По осі абсцис відкладено активну компоненту G , а по осі ординат – реактивну B (у мСм).

В околі першого резонансу обидві адмітансограми практично збігаються, близькі також максимуми активної компоненти на першому й другому обертонах. Найбільш помітне розходження кривих реактивної компоненти спостерігається на ви-

щих обертонах, а також в околі першого антирезонансу. Додатково були побудовані амплітудно-частотні характеристики (АЧХ) поблизу мінімуму повної провідності на першому радіальному резонансі. Мінімум за першою програмою склав $Y_{n1} = 0.1687$ мСм, за другою – $Y_{n2} = 0.0922$ мСм, тобто майже удвічі менше. Ймовірна причина розходження – утримання недостатньої кількості членів ряду при розкладі функцій Бесселя.

3. ОСНОВИ УТОЧНЕНОЇ РОЗРАХУНКОВО-ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЇ МЕТОДИКИ ВИЗНАЧЕННЯ КЕМЗ І КОМПОНЕНТ ВТРАТ

Запропоновані нижче підходи буде проілюстровано задачею про радіальні коливання тонкого диска з суцільними електродами, проте їх можна з таким самим успіхом застосувати до зразка будь-якої геометричної форми, для якого відомі вирази резонансного й антирезонансного визначників.

Суть методики зводиться до вимірювання частот резонансів (максимумів провідності) і антирезонансів (мінімумів провідності) двох перших радіальних мод, причому якомога точніше визначаються величини провідностей, (наприклад, як описано в розділі 1). Також вимірюються статична ємність C_0 й діелектричні втрати ε_{33m} . За відношенням резонансних частот першої й другої радіальних мод обчислюють коефіцієнт Пуассона ν , а за відношенням резонансної й антирезонансної частот першої радіальної моди – квадрат планарного КЕМЗ k_p^2 [2, 7, 9]. За методикою [21] чи в інший спосіб визначають тангенс пружних втрат s_{11m} . На

основі отриманих даних, а також близької до діелектричних або механічних втрат величини тангенса п'єзоелектричних втрат d_{31m} будують АЧХ повної провідності поблизу частоти першого резонансу. Порівнюють відношення частот мінімальної провідності до максимальної з реально вимірним і в разі потреби вносять корекцію у величину k_p^2 , після чого знову будують АЧХ і порівнюють максимум повної провідності з вимірним. У разі потреби вносять корекцію у величину механічних втрат s_{11m} . Після того, як максимум повної провідності й відношення частот наблизяться до вимірних експериментально величин, можна переходити до побудови АЧХ біля мінімальної провідності у збільшеному масштабі й до підбору величини п'єзоелектричних втрат. Досвід автора показує, що для одержання несуперечливого результату зазвичай буває достатньо трьох-чотирьох кроків. Зрозуміло, що для першої ітерації можна взяти будь-які типові фізичні величини.

Для прикладу виберемо з даних для диска ЦТБС-3 $a=1.77$, $\nu=0.35$, $\epsilon_{33m}=0.0085$, а решту покладемо такими: $k_p^2=0.2$, $s_{11m}=0.01$; $d_{31m}=0.01$ (рис. 3, а). Відношення частот в експерименті було $36502/31560=1.156$, тоді як на графіку $2.27/2.08=1.091$. Це говорить про необхідність збільшити k_p^2 . У випадку $k_p^2=0.3$ маємо залежність рис. 3, б, де відношення частот становить $2.38/2.08=1.144$, а у випадку $k_p^2=0.32$ (рис. 3, в) – уже $2.4/2.08=1.154$.

На цьому кроці максимум повної провідності становить тепер 92 мСм, що у 1.42 рази менше від вимірної величини 131 мСм. Саме у стільки разів зменшимо величину пружних втрат, взявши $s_{11m}=0.007$ (рис. 3, г). Тепер за максимумом, повною провідністю й частотою мінімуму розраховані дані добре узгоджуються з експериментальними і можна переходити до підбору амплітуди мінімуму. Розглянемо частотну ділянку (2.3...2.5) на рис. 3, д. Тут мінімум повної провідності дорівнює 0.11 мСм, у той час, як виміряна величина при навантаженні 20 кОм була 0.0587 мСм. Зменшення тангенса п'єзоелектричних втрат до 0.0035 знижує величину мінімуму до 0.056 мСм, що добре узгоджується з експериментом.

У результаті проведених із застосуванням запропонованої методики досліджень для конкретного тонкого диска 66.4×3.1 мм з п'єзокераміки ЦТБС-3 отримані уточнені величини, які можуть бути використані при розрахунках коливань дискових резонаторів і п'єзотрансформаторів із розділеними електродами, а також перетворювачів кільцевої форми: $k_p^2=0.32$, $s_{11m}=0.007$, $d_{31m}=0.0035$. Дані, які використовувались при по-

будові графіків рис. 2, були отримані по $k_p^2=0.31$ стандартним способом, а по $s_{11m}=0.0069$ – методом п'єзотрансформаторного датчика [28]. Слід також зауважити, що параметри $s_{11m}=0.007$, $d_{31m}=0.0035$ і $\epsilon_{33m}=0.0085$ повністю відповідають обмежуючим нерівностям [6, 7, 12, 35]

$$(s''_{11}, s''_{33}, s''_{44}, s''_{66}, \epsilon''_{11}, \epsilon''_{33}) \geq 0;$$

$$s''_{11} \geq |s''_{12}|; \quad s''_{11}s''_{33} \geq (s''_{13})^2;$$

$$s''_{11}\epsilon''_{33} \geq (d''_{31})^2; \quad s''_{33}\epsilon''_{33} \geq (d''_{33})^2; \quad (18)$$

$$s''_{33}(s''_{11} + s''_{12}) \geq 2(s''_{13})^2;$$

$$\epsilon''_{33}(s''_{11} + s''_{12}) \geq 2(d''_{31})^2.$$

Тут двома штрихами позначені уявні складові відповідних комплексних чисел, а дійсні – одним штрихом. Дійсно, для нашого диску $s_{11m}\epsilon_{33m}=59.5 \cdot 10^{-6}$, а $(d_{31m})^2=12.25 \cdot 10^{-6}$. На жаль, зазначимо, що у згаданих працях [6, 14] ці співвідношення виконуються не завжди. Причина помилок, скоріш за все, лежить у неточності, допущеній авторами при визначенні мінімумів повної провідності адмітансометром, у якому опір резистора навантаження був усього 1 Ом [29].

Автор користувався описаною методикою при розрахунках кіл повної провідності перших чотирьох радіальних мод тонкого диска з п'єзокераміки ЦТС-19, який мав діаметр 100 мм і товщину 2 мм у випадку протифазного з'єднання електродів при двосторонньому кільцевому розділенні електродного покриття (рис. 4). При суцільних електродах для основного радіального резонансу було отримано $f_m=21.44$ кГц, $f_n=23.42$ кГц, $C_0=51.1 \cdot 10^{-9}$ Ф, $Y_m=129$ мСм, $Y_n=0.48$ мСм. При цьому діелектричні втрати ϵ_{33m} становили 0.012. Механічна добротність (за АЧХ коефіцієнта трансформації п'єзотрансформаторного датчика в центрі пластини) була 119, квадрат планарного КЕМЗ – 0.202, тангенс п'єзоелектричних втрат – 0.0096.

Цифрами на рисунках вказані номери радіальних мод. Порівняння графіків показує, що навіть незначна зміна положення лінії розділення супроводжується різким зниженням інтенсивності одних мод коливань і підвищенням інтенсивності інших. Знаючи f_m , C_0 , k_p^2 , ϵ_{33} і ρ , можна за відомими формулами [3, 6, 7, 9] визначити поперечний КЕМЗ k_{31} , п'єзомодуль d_{31} , пружну податливість

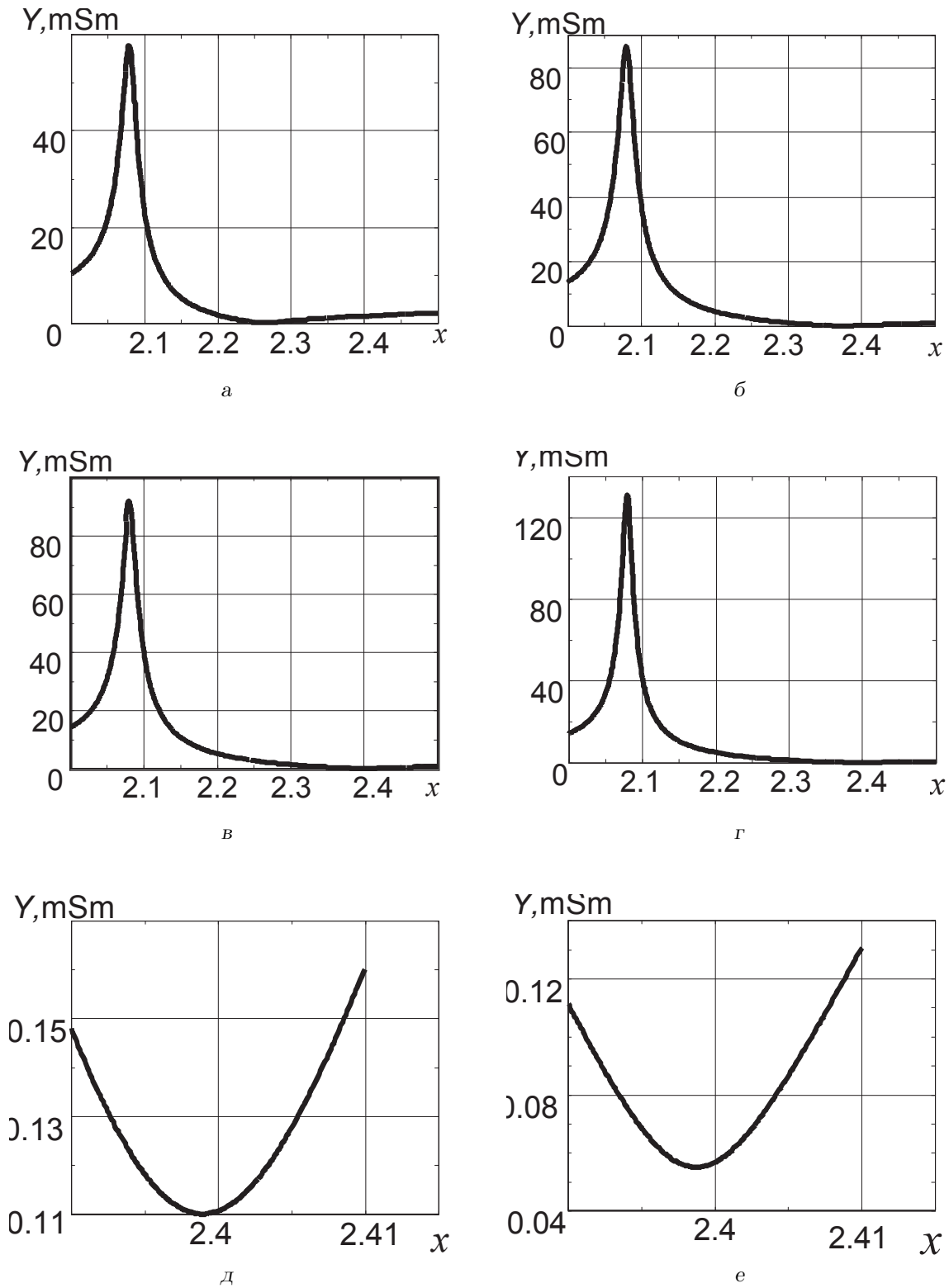


Рис. 3. АЧХ повної провідності, розраховані з різними наборами параметрів k_p^2 , s_{11}^m , d_{31}^m :
 а–г – в інтервалі безрозмірних частот (2...2.5); д, е – в інтервалі безрозмірних частот (2.39...2.41)

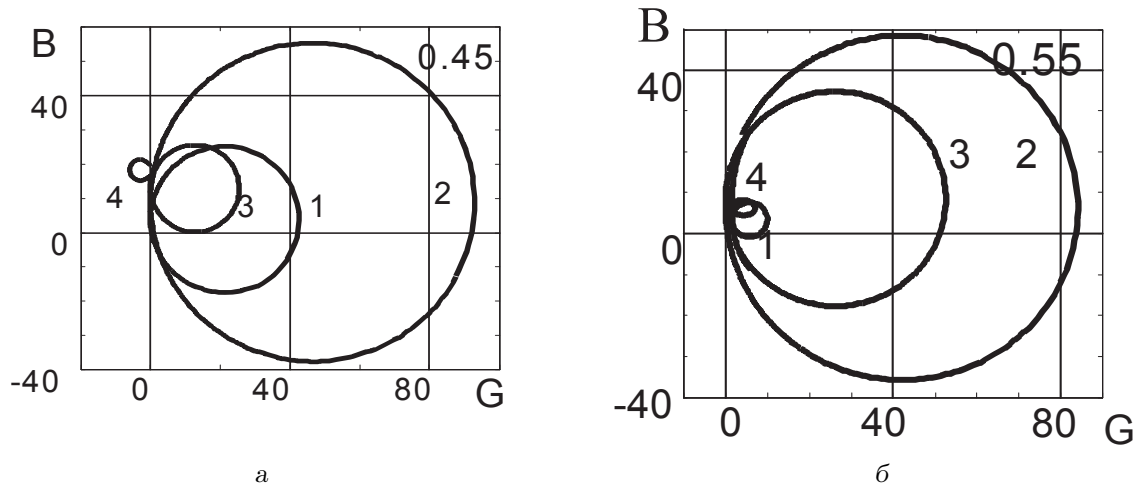


Рис. 4. Кола повної провідності перших чотирьох радіальних мод диска з протифазними електродами:
 а – при відношенні радіуса лінії розділення до радіуса пластини 0.45;
 б – при відношенні радіуса лінії розділення до радіуса пластини 0.55

s_{11} і п'єзоконстанту g_{31} :

$$k_{31}^2 = \frac{(1 - \nu)}{2} k_p^2,$$

$$\frac{1}{s_{11}^E} = \frac{\pi^2 d^2 f_m^2 (1 - \nu^2) \rho}{\kappa_1^2}, \quad (19)$$

$$d_{31} = k_{31} \sqrt{\frac{\varepsilon_{33}^E s_{11}^E}{\varepsilon_{33}^E}}, \quad g_{31} = \frac{d_{31}}{\varepsilon_{33}^E}.$$

Тут d – діаметр пластини; κ_1 – найменший позитивний корінь верхнього з рівнянь (17). Діелектрична стала визначається з формули плоского конденсатора

$$\varepsilon_{33}^E = \frac{4hC_0}{\pi d^2} \quad (20)$$

і у випадку диска з матеріалу ЦТС-19 діаметром 100 мм становить $\varepsilon_{33} = 130.2 \cdot 10^{-10} \text{ Ф/М} = 1471 \varepsilon_0$.

4. ДОБРОТНІСТЬ КОЛИВАНЬ НА РЕЗОНАНСІ ТА АНТИРЕЗОНАНСІ

В радіотехніці добротність (quality) коливань Q у резонансній системі визначають як відношення енергії E_{stor} , яка запасається в контурі, до середньої величини енергії $E_{\text{dis.av}}$, яка втрачається протягом періоду коливань. Вона зв'язана з параметрами коливального контуру формулами [36,37]

$$Q = 2\pi \frac{E_{\text{stor}}}{E_{\text{dis.av}}} = \frac{\rho}{r} = \frac{2\pi f_0 L}{r} = \frac{1}{2\pi f C}, \quad (21)$$

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

У цій формулі ρ – характеристичний опір контуру, який іноді називають хвильовим; r – опір втрат; f_0 – резонансна частота; L і C – індуктивність і ємність контуру.

У працях А. Межеріцького, серед яких варто згадати насамперед публікацію [33], частотно незалежним пропонується вважати лише тангенс діелектричних втрат, а добротність і електромеханічні втрати – функціями частоти. При такому підході величини добротності поблизу частот максимуму (послідовний резонанс) і мінімуму (паралельний резонанс) повної провідності будуть різними. На прикладах основних мод поздовжніх коливань стрижнів із поздовжньою і поперечною поляризацією стандартних розмірів $15 \times 2 \times 2$ мм і $15 \times 1 \times 0.5$ мм були проведені розрахунки АЧХ від величини зміщення частоти відносно резонансної при кількох заданих величинах діелектричних втрат. Встановлено, що добротність в околі максимальної провідності нижча від добротності в околі мінімальної провідності на (20...30)%. Це спонукало автора дійти висновку, що амплітуда коливань п'єзоелектричного перетворювача на антирезонансі може бути набагато вищою, ніж на резонансі. Причина поміченого в [33] ефекту залишилася не виявленою, але показано, що для його реалізації слід навантажувати п'єзоперетворювач на генератор через послідовно увімкнутий з ним конденсатор.

Проведені автором експериментальні дослідження й розрахунки повної провідності для зразків різної геометричної форми дозволили встановити, що різниця між добротностями на резонансі й антирезонансі, визначеними через різницю ча-

стот, на яких рівень провідності чи імпедансу знижується в $\sqrt{2}$ разів порівняно з максимальною величиною, залежить від форми й моди коливань і може досягати кількох десятків відсотків. Такий спосіб визначення добротності коливань базується на її зв'язку з шириною смуги пропускання резонансної системи [9, 25, 36]. Вважається, що в межах смуги пропускання рівень потужності сигналу (наприклад, звукового) знижується вдвічі, а такі коливання лежать за межами чутливості нашої слуху.

Повернувшись до рис. 3, проведемо графічне визначення резонансної й антирезонансної добротностей за описаною методикою:

- для рис. 3, а $Y_{m0}=57$ мСм, $Y_{1,2}=40.3$ мСм, $x_0=2.08$, $\Delta x=0.0208$, $Q_r=x_0/\Delta x=99.8$;
- для рис. 3, б $Y_{m0}=87$ мСм, $Y_{1,2}=61.5$ мСм, $x_0=2.08$, $\Delta x \approx 0.0208$, $Q_r=x_0/\Delta x=99.8$;
- для рис. 3, в $Y_{m0}=92$ мСм, $Y_{1,2}=65$ мСм, $x_0=2.08$, $\Delta x=5 \cdot 0.05/12$, $Q_r=x_0/\Delta x=99.8$.

У всіх трьох випадках у розрахунок закладено $Q_m=1/s_{11m}=100$. Рис. 3, г дає вже інші цифри: $Y_{m0}=131$ мСм, $Y_{1,2}=92.6$ мСм, $x_0=2.08$, $\Delta x=3.5 \cdot 0.05/12 \approx 0.0146$, $Q_r=x_0/\Delta x=142.7$ (при розрахунку було закладено $s_{11m}=0.007$, що відповідає $Q_m=143$).

Отримати цим же способом величину добротності біля антирезонансів за графіками рис. 3, а–в нелегко через недостатній масштаб по вертикалі біля точок мінімумів. З рис. 2, д, е маємо частоту мінімуму $x_{0a}=2.399$, $Y_n=0.11$ та 0.956 мСм. Помноживши ці значення на 1.41, одержимо такі величини провідностей на краях смуги пропускання: $Y_{1,2}=0.155$ і 0.079 мСм. При цьому різниця частот становить $\Delta x=(2.409 \dots 2.389)$ і $(2.404 \dots 2.394)$, а відповідні антирезонансні добротності – $Q_a=119.5$ і 239.9 (у розрахунку було $Q_m=143$).

Точність графічного визначення добротностей можна підвищити, якщо змінити масштаб, розділивши частотний інтервал на дві ділянки – $(2.05 \dots 2.1)$ та $(2.39 \dots 2.415)$, – а також побудувавши для антирезонансу АЧХ імпедансу (рис. 5, а, б). Це дозволяє отримати уточнені значення резонансної частоти $x_0=2.079$, максимуму повної провідності $Y_{m0}=132$ мСм і провідності $Y_{1,2}=93.3$ мСм на краях смуги пропускання, а також інтервал, у якому лежить величина резонансної добротності $Q_r=(138 \dots 148)$. Імпедансні криві побудовані для трьох заданих величин d_{31m} : 0.0035 (неперервна лінія), 0.005 (штрихова) і 0.007 (штрих-пунктир). Їм відповідають добротності $Q_a=228.4$, 184.5 і 171.4.

В експерименті (результати див. на рис. 5, в, г) вимірювання спадів напруг проводились за схемою рис. 1, б, а повна провідність визначалась за формулою (1). Опір резистора навантаження в околі резонансу становив 11.2 Ом, а поблизу антирезонансу – 20 кОм. У результаті одержано $Y_m=127.1$ мСм, $Y_{-3dB}=89.87 \approx 90$ мСм, $f_2-f_1=235.7$ Гц, $Q_r=138.8$; $Z_n=16.86$ кОм, $Z_{-3dB}=11.92$ кОм; $f_2-f_1=187.9$ Гц, $Q_a=194.2$. Відзначимо більш ніж задовільне узгодження розрахованих і вимірених величин.

Настав час висловити гіпотезу про можливу причину розходження між добротностями на антирезонансі та резонансі. Як відомо, коливальна система будь-якого п'єзоелектричного резонатора може бути представлена еквівалентною електричною схемою, в якій паралельно до статичної міжелектродної ємності C_0 приєднується послідовний контур, складений з ємності C , індуктивності L і резистора r , який символізує втрати енергії [38, 39], див. рис. 6, а, б. Така система називається коливальним контуром третього типу [37].

Резонансній частоті п'єзоелемента відповідає резонанс напруг у послідовному контурі, коли $r=1/Y_m$. Антирезонансній частоті відповідає резонанс струмів у паралельному контурі, в якому паралельно до індуктивності L приєднаний конденсатор C_1 , утворений послідовно з'єднаними ємностями C і C_0 (на рис. 6, в його позначено як C''). У випадку диска з 66.4×3.1 мм, навантаженого на 11.2 Ом, резистор втрат має опір $r=7.87$ Ом. Помноживши його на добротність $Q_r=138.8$, одержимо $\rho=1092$ Ом. За двома останніми виразами системи (21) отримаємо формули для параметрів еквівалентної схеми:

$$C = \frac{1}{\rho\omega} = \frac{1}{2\pi f_0\rho} = \frac{1}{2\pi f_0 Q_r r}, \quad (22)$$

$$L = \frac{\rho}{\omega} = \frac{\rho}{2\pi f_0} = \frac{Q_r r}{2\pi f_0}.$$

У нашому прикладі $C=4.62 \cdot 10^{-9}$ Ф, $L=5.51 \cdot 10^{-3}$ Гн. Ємність паралельного контура складає $C_1=CC_0/(C+C_0)=3.696 \cdot 10^{-9}$ Ф. Підставивши визначені в такий спосіб значення L і C_1 у формулу (21), отримаємо $f_n=3.528 \cdot 10^4$ Гц, $\rho=1221$ Ом, $Q_a=1221/7.87=155.1$. Зауважимо, що в експерименті було 36499 Гц, $Q_a=194.2$.

Причина розбіжності розрахованих і експериментальних даних полягає в тому, що на частоті першого радіального резонансу міжелектродна ємність не є вільною. Вона "затиснута" (тобто менша від статичної): $C'_0=C_0(1-k_p^2)=12.57 \cdot 10^{-9}$ Ф. Тоді $C'_1=3.378 \cdot 10^{-9}$ Ф, $f_n=3.69 \cdot 10^4$ Гц,

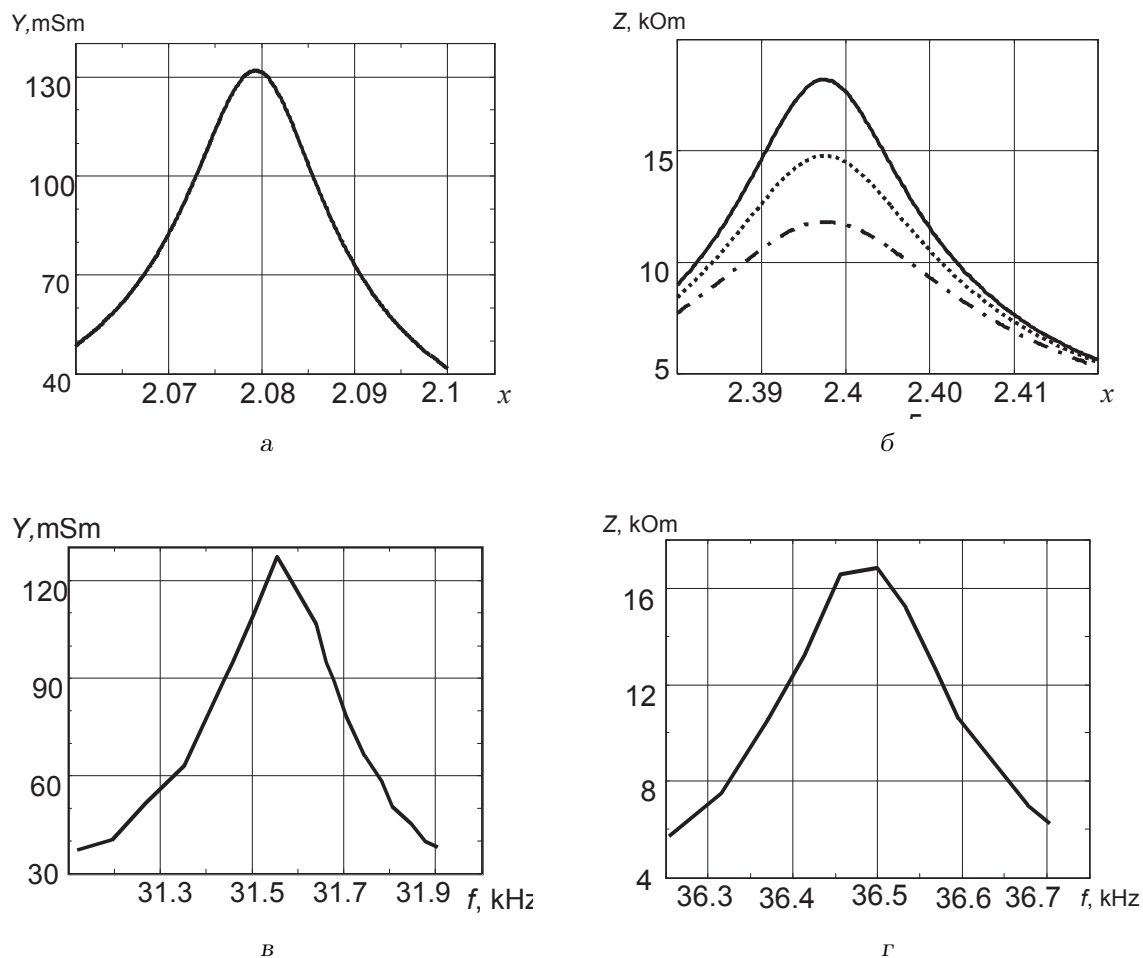


Рис. 5. АЧХ адмітансу й імпедансу диска з розмірами 66.4 × 3.1 мм із п'єзокераміки ЦТБС-3: а – розрахункові; б – експериментальні

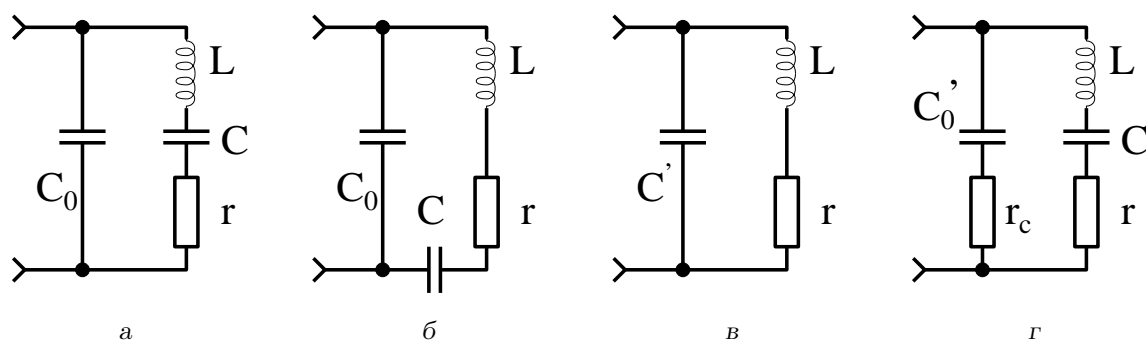


Рис. 6. Варіанти еквівалентної схеми п'єзокерамічного резонатора

$\rho=1277$ Ом, $Q_a=162.3$. Тепер похибка по частоті становить 0.9 %, а по добротності – 16.4 %, що в принципі можна вважати задовільним. І все ж виникає запитання: чому АЧХ повного імпедансу дає добротність $Q_a=228.4$, експеримент –

194.2, а розрахунок за еквівалентною схемою лише 162.3?

Відповідь на нього слід шукати в особливостях побудови ідеалізованої еквівалентної електричної схеми п'єзорезонатора (рис. 6, г). У класичній схе-

мі Ван-Дейка (рис. 6, а) усі втрати зосереджені в еквівалентній індуктивності L і виражені опором резистора втрат r . Для природних кристалів кварцу з добротністю до кількох тисяч запропонована в [38, 39] модель адекватно описувала коливальні процеси на резонансних і антирезонансних частотах. Але вже для сегнетової солі схема Ван-Дейка виявилась непридатною, на що звернув увагу У. Мезон понад 70 років тому [40]. Він запропонував послідовно до статичної ємності вводити до еквівалентної схеми додатковий резистор r_c , аналогічно до того, як це зроблено на рис. 6, г.

Варто зупинитися ще на одній деталі. У паралельному контурі еквівалентний резонансний опір R_e – чисто активний і визначається формулою [36]

$$R_e = \frac{\rho^2}{r} = Q\rho = \frac{L}{rC}. \quad (23)$$

Якщо підставити сюди дані розглянутого нами диска $Q_r = 138.8$ і $\rho = 1092$ Ом, отримаємо $R_e = 151.6$ кОм. В експерименті при навантаженні 20 кОм мінімальна провідність була 0.0587 мСм, яка відповідає імпедансові 17.03 кОм, що становить лише 11 % від R_e . Пояснити це можна специфікою електричного навантаження, адже на антирезонансах лише частина прикладеної від генератора напруги діє в паралельному контурі, що особливо добре видно на варіанті еквівалентної схеми, наведеному на рис. 6, б. Відповідно до цього ми здатні виміряти лише частину від резонансного опору еквівалентного паралельного контуру.

Можна вважати, що розбіжність у розрахованій за еквівалентною схемою й визначеній експериментально величинах добротності усувається, якщо скористатися схемою рис. 6, г, розуміючи під r_c сумісну дію діелектричних і п'єзоелектричних втрат.

5. АМПЛІТУДНО-ФАЗОВІ Й ФАЗОВО-АМПЛІТУДНІ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ КОМПОНЕНТАМИ ПОВНОЇ ПРОВІДНОСТІ

При резонансних коливаннях п'єзокерамічних елементів конструкцій від генератора відбирається певна потужність і в електричному контурі тече струм, який досягає на резонансах максимальних величин і спадає до мінімуму на антирезонансах. У цих крайніх точках між прикладеною до зразка електричною напругою й споживаним від генератора струмом зсуву фаз немає. При віддаленні частоти від резонансу або антирезонансу зсув по фазі між напругою генератора і споживаним п'єзоелементом струмом зростає, досягаючи значних величин. Схема рис. 1, б дає можливість

визначати зсув фаз експериментально, а розв'язки задач електропружності у комплексній формі – аналітично. В залежності від положення перемикача $S1$ і щупа C можна за допомогою одного й того ж вольтметра на кожній вибраній частоті вимірювати по чергово спади напруг U_R на резисторі навантаження й $U_{пе}$ на п'єзоелементі, а також вхідну напругу вимірювальної частини схеми U_{in} (спад напруги на виході подільника). Зазначені спади напруг утворюють своєрідний “трикутник”, у якому кути напроти відповідних сторін можна розрахувати за теоремою косинусів:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{U_{пе}^2 + U_R^2 - U_{in}^2}{2U_{пе}U_R}, \\ \cos \beta &= \frac{U_{in}^2 + U_R^2 - U_{пе}^2}{2U_{in}U_R}, \\ \cos \gamma &= \frac{U_{in}^2 + U_{пе}^2 - U_R^2}{2U_{in}U_{пе}} \end{aligned} \quad (24)$$

або виміряти транспортиром (у разі графічної побудови).

В експериментах частота генератора ГЗ-56/1 змінювалась від 20 до 200 кГц. Вольтметром ВЗ-38 вимірювалися спади напруг U_{in} , $U_{пе}$ й U_R . За одержаними даними будувались частотні залежності кутів α , β і γ як відповідних арккосинусів. Одночасно за формулою (1) вираховувалась повна провідність пластини. За графіками АЧХ в околах резонансних і антирезонансних частот на рівні -3 дБ визначалися компоненти добротності Q_m [7, 15], які брались до уваги при розрахунках.

На рис. 7 подані амплітудно-фазові характеристики повної провідності на перших двох радіальних резонансах, розраховані за формулою (7) і визначені експериментально з застосуванням теореми косинусів (24). На перших двох графіках до залежностей типу $v = \arctg(w)$ (суцільні лінії, $w = \text{Im}(Y)/\text{Re}(Y)$) додані криві $\text{abs}(v)$ (штрихпунктирні лінії). Справа у тому, що в експерименті вольтметр не реагує на полярність вимірюваних напруг, а лише на їхні ефективні значення. Модуль фазового зсуву між реактивною й активною складовими повної провідності на частотах резонансів і антирезонансів знижується до нуля, а потім зростає на першому резонансі до $\pm\pi/2$ в обидва боки. На другому резонансі зростання фазового зсуву до $\pi/2$ спостерігається лише до резонансу й після антирезонансу. У проміжку резонанс – антирезонанс фазовий зсув не перевищує 0.9 рад.

На нижніх графіках подані фазово-частотні залежності трьох кутів характеристичного трикутника. Кут α (суцільні) утворений сторонами U_R

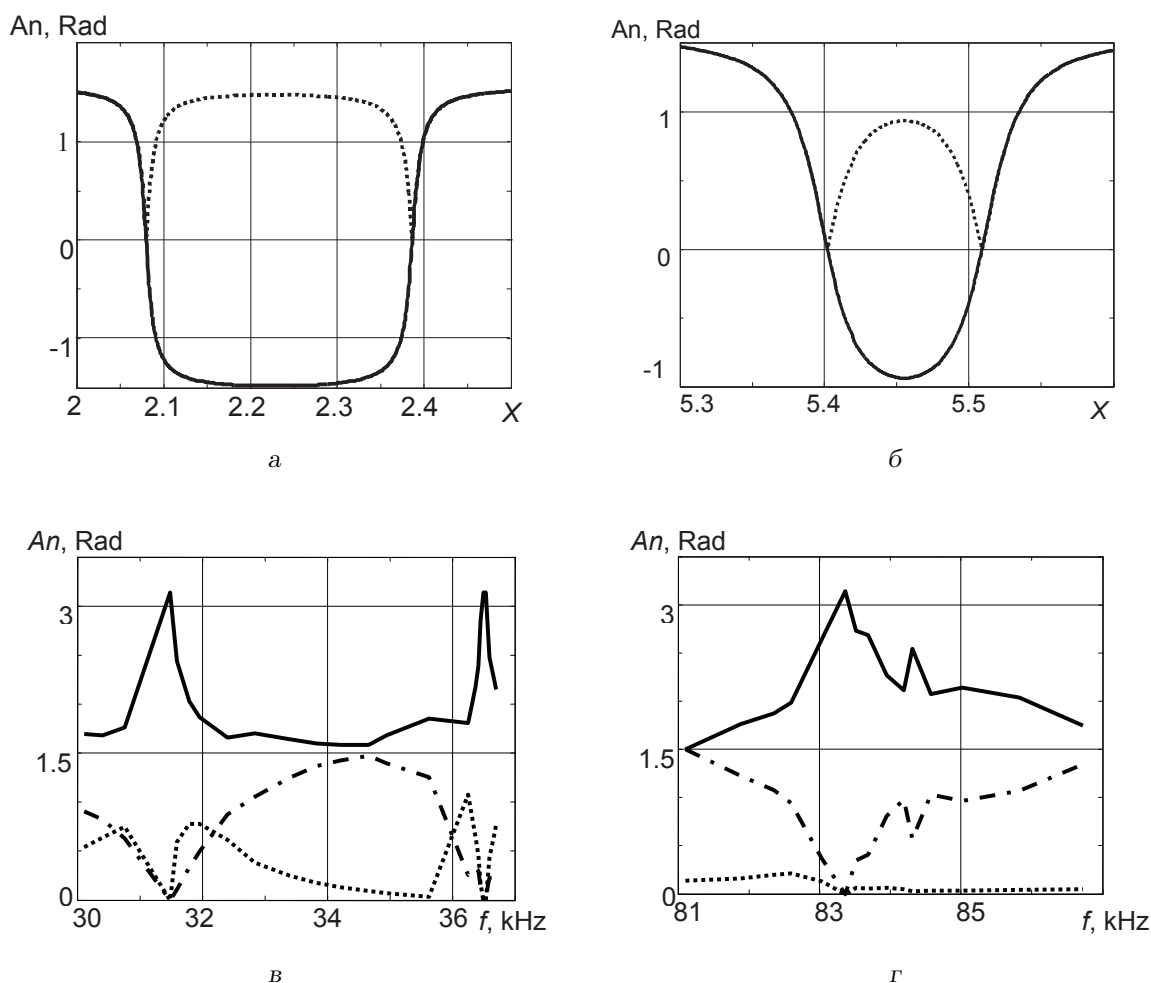


Рис. 7. Фазові зсуви між компонентами повної провідності диска біля перших двох радіальних резонансів

та $U_{\text{пе}}$, кут β (штрих-пунктирні) – сторонами U_{in} та U_R , а кут γ (пунктирні) – сторонами U_{in} та $U_{\text{пе}}$. Хід залежностей для кута β на перших резонансі й антирезонансі, а також на другому резонансі ідентичний до розрахованих фазових зсувів між компонентами повної провідності. На другому антирезонансі величина мінімуму не досягає нуля, що пояснюється неточностями вимірювань при малих струмах.

Знаючи амплітуду повної провідності на кожній фіксованій частоті, а також відповідні фазові зсуви, з повної провідності можна виділити її активну й реактивну компоненти. Однак ця проблема виходить за межі даної публікації й вимагає окремого дослідження.

ВИСНОВКИ

1. Запропоновано, обґрунтовано й реалізовано нову розрахунково-експериментальну методи-

ку уточненого визначення планарного КЕМЗ, а також тангенсів кутів пружних і п'єзоелектричних втрат енергії в п'єзокерамічних резонаторах. Основи вказаної методики викладені на прикладі відомої задачі про радіальні коливання тонкої круглої пластини з суцільними електродами.

2. У процесі обґрунтування методики проведено численні розрахунки та експериментальні дослідження коливань дисків з п'єзокерамік ТБК-3, ЦТС-19 і ЦТБС-3, для яких величини КЕМЗ і механічної добротності відрізняються в декілька разів. Розрахунки зроблені при сталих незалежних від частоти величинах КЕМЗ і компонент втрат, заданих наперед або визначених експериментально.
3. За графіками АЧХ повної провідності в околі резонансних частот і повного імпедансу поблизу антирезонансів на рівні -3 дБ визначено

ні відповідні добротності. Як розрахунки, так і досліди засвідчили, що добротність в околі резонансів на кількадесят відсотків нижча, ніж на антирезонансах. Цей результат підтверджує раніше отримані результати інших авторів і показує, що визначена за смугою пропускання (на рівні -3 дБ) добротність характеризує не п'єзоелектричний матеріал, а коливальну систему конкретного резонатора.

4. Висловлено припущення про те, що причину різниці у величинах резонансної й антирезонансної добротностей слід шукати в особливостях еквівалентної коливальної системи п'єзоелектричних резонаторів та у специфіці їх електричного навантаження.
5. Описана методика може з однаковим успіхом застосовуватись при вивченні коливальних процесів у п'єзокерамічних стрижнях, трансформаторах, кругових і циліндричних кільцях тощо.

Автор з глибокою вдячністю згадує добрим словом члена-кореспондента НАН України М. О. Шульгу, який завжди підтримував його роботи в галузі електропружності та прикладної акустики.

1. *Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н. А.* Электроупругость / Механика связанных полей в элементах конструкций: том 5.– К.: Наук. думка, 1989.– 280 с.
2. *Глозман И. А.* Пьезокерамика.– М.: Энергия, 1972.– 288 с.
3. *Берлинкур Д., Керран Д., Жаффе Г.* Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы и их применение в преобразователях // Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона: том 1, часть А.– М.: Мир, 1966.– С. 204–326.
4. *Смажевская Е. Г. Фельдман Н. Б.* Пьезоэлектрическая керамика.– М.: Сов. радио, 1971.– 200 с.
5. *Шарапов В. М., Минаев И. Г., Бондаренко Ю. Ю., Кисиль Т. Ю., Мусиенко М. П., Ротгэ С. В., Чудаева И. Б.* Пьезоэлектрические преобразователи; Учебное пособие / Под ред. В. М. Шарапова.– Черкассы: ЧГТУ, 2004.– 435 с.
6. *Шульга Н. А., Болкисев А. М.* Колебания пьезоэлектрических тел.– К.: Наук. думка, 1990.– 228 с.
7. *Шульга М. О., Карлаш В. Л.* Резонансні електро-механічні коливання п'єзоелектричних пластин.– К.: Наук. думка, 2008.– 272 с.
8. *Карлаш В. Л., Улитко А. Ф.* Исследование колебаний пьезокерамических элементов методом пьезотрансформаторного датчика // Экспериментальные исследования тонкостенных конструкций / Под ред. А. Н. Гузья.– К.: Наук. думка, 1984.– С. 178–196.
9. *Карлаш В. Л.* Резонансные электроупругие колебания пьезоэлектрических пластин // Прикл. мех.– 2005.– 41, № 7.– С. 5–46.
10. *Писаренко Г. Г.* Прочность пьезокерамики.– К.: Наук. думка, 1987.– 232 с.
11. *Holland R., EerNisse E. P.* Design of resonant piezoelectric devices.– Cambridge, MA: MIT Press, 1969.– 256 p.
12. *Яффе Б., Кук У., Яффе Г.* Пьезоэлектрическая керамика.– М.: Мир, 1974.– 288 с.
13. *Martin G. E.* Dielectric, elastic and piezoelectric losses in piezoelectric materials // Ultrason. Sympos. Proc.– Milwaukee, USA, 1974.– P. 613–617.
14. *Бондаренко А. А., Карась Н. И., Улитко А. Ф.* Методы определения характеристик диссипации при колебаниях пьезокерамических элементов конструкций // Прикл. мех.– 1982.– 18, № 2.– С. 104–108.
15. *Магнитные и диэлектрические приборы* / Под ред. Г. В. Катца: часть I.– М.-Л.: Энергия, 1964.– 416 с.
16. *Karlash V. L.* Electroelastic vibrations and transformation ratio of a planar piezoceramic transformer // J. Sound Vib.– 2004.– 277.– P. 353–367.
17. *Karlash V.* Longitudinal and lateral vibrations of a planar piezoceramic transformer // Jpn. J. Appl. Phys.– 2005.– 44, № 4A.– P. 1852–1856.
18. *Munk E. C.* The equivalent electrical circuit for radial modes of a piezoelectric ceramic disk with concentric electrodes // Phillips Res. Rep.– 1965.– 20.– P. 170–189.
19. *Shul'ga N. A., Bezverkhii A. I., Makievsky O. I.* Resonant frequencies of electroelastic vibrations of piezoceramic plates // Int. Appl. Mech.– 2010.– 46, № 9.– P. 1031–1038.
20. *ГОСТ 12370-80* Материалы пьезокерамические, методы испытаний.– М.: Изд-во стандартов, 1980.– 30 с.
21. *IRE Standards on Piezoelectric Crystals* Measurements of piezoelectric ceramics // Proc. IRE.– 1961.– 49.– P. 1161–1169.
22. *Акопян В. А., Соловьев А. Н., Шевцов С. Н.* Методы и алгоритм определения полного набора совместимых материальных констант пьезокерамических материалов.– Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2008.– 144 с.
23. *Болкисев А. М., Карлаш В. Л., Шульга Н. А.* О зависимости свойств пьезокерамических материалов от температуры // Прикл. мех.– 1984.– 20, № 7.– С. 70–74.
24. *Андрущенко В. А., Бондаренко А. А., Мелешко В. В., Никитенко В. Н.* Определение упругих постоянных квадратных пьезокерамических пластин резонансным методом // Акуст. вісн.– 2006.– 9, № 4.– С. 3–13.
25. *Шульга М., Карлаш В.* Эффективность электро-механичного перетворення енергії при резонансних коливаннях елементів конструкцій із п'єзокераміки // Фіз.-матем. модел. інформ. технолог.– 2006.– Вип. 3.– С. 225–237.
26. *Berlincourt D.* Piezoelectric ceramics. – Characteristics and applications // J. Acoust. Soc. Amer.– 1981.– 70, № 6.– P. 1586–1595.
27. *Шульга М. О., Карлаш В. Л.* Вимірювання повної провідності п'єзокерамічних елементів у схемі чотириполюсника Мезона та її варіантах // Тези IV Міжнарод. наук.-техн. конф. "Датчики, прилади та системи 2008".– Черкаси / Гурзуф, 2008.– С. 54–56.

28. Карлаш В. Л. К определению добротности пьезокерамических элементов методом пьезотрансформаторного датчика // Тепл. напр. в элем. констр.– 1978.– **18**.– С. 95–97.
29. Петин О. П., Крамаров Ю. А., Петин Г. П. Установка для измерения адмиттансно-частотных характеристик пьезопреобразователей // Пьезоэлектрические материалы и преобразователи.– 1977, Ростов н/Д: Изд-во РГУ.– С. 22–25.
30. Карлаш В. Л. Влияние диссипации энергии на амплитудно-частотную характеристику полной проводимости тонкого пьезокерамического диска // Электричество.– 1984.– № 4.– С. 59–61.
31. Карлаш В. Л. Диссипация энергии при колебаниях тонких пьезокерамических круглых пластин // Прикл. мех.– 1984.– **20**, № 5.– С. 77–82.
32. Карлаш В. Л. К вопросу об электромеханических потерях в пьезокерамических телах // Прикл. мех.– 1988.– **24**, № 3.– С. 58–63.
33. Mezheritsky A. V. Elastic, dielectric and piezoelectric losses in piezoceramics; how it works all together // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.– 2004.– **51**, № 6.– P. 695–797.
34. Зинченко В. Н., Кандыба П. Е., Межеричкий А. В. Измерение тангенса угла пьезоэлектрических потерь в пьезокерамике // Электронная техника. Сер. 3.– 1981.– Вып. 4(94).– С. 30–35.
35. Holland R. Representation of dielectric, elastic and piezoelectric losses by complex coefficients // IEEE Trans. SU.– 1967.– **SU-14**.– P. 18–20.
36. Жеребцов И. П. Радиотехника.– М.: Связь, 1965.– 656 с.
37. Калашников А. М., Степук Я. В. Основы радиотехники и радиолокации.– М.: Воениздат, 1962.– 368 с.
38. Dye D. E. The piezoelectric quartz resonator and its equivalent circuit // Proc. Phys. Soc. Lond.– 1926.– **38**.– P. 399–453.
39. Van Dyke K. S. The electric network equivalent of piezoelectric resonators // Phys. Rev.– 1925.– **25**.– P. 895(A).
40. Mason W. P. Location of hysteresis phenomena in Roshelle salt // Phys. Rev.– 1940.– **58**.– P. 744–756.