

¹ Е. А. Стрельникова, д-р техн. наук² И. Г. Сирота³ А. В. Линник³ Л. А. Калембет³ В. Н. Зархина⁴ О. Л. Зайденварг¹ Институт проблем машиностроения
им. А. Н. Подгорного НАН

Украины, г. Харьков,

² ПАО «Укрэнерго»,³ ПАО «Турбоатом», г. Харьков,

e-mail: lynnuk@turboatom.com.ua

⁴ Национальный аэрокосмический

университет им. Н. Е. Жуковского

«Харьковский авиационный институт»

УДК 539.3

**ВЕРОЯТНОСТНАЯ ОЦЕНКА
ДОЛГОВЕЧНОСТИ ВАЛА
ГИДРОТУРБИНЫ ПРИ НАЛИЧИИ
ТРЕЩИН**

Запропоновано методику визначення математичного очікування кількості років до руйнування вала гідротурбіни, що має дефектну зону. Припускається, що поблизу поверхні вала можуть знаходитися мікродфекти, які розповсюджуються під дією прикладеного навантаження. Вивчається час (в роках), необхідний для того, щоб мікротріщина розвинулась до потрапляння в дефектну зону, що й призводить до руйнування вала.

Ключові слова: довговічність, вал гідротурбіни, тріщина, математичне очікування.

1. Введение и обзор современного состояния вопроса

За последние годы значительно выросла доля оборудования гидроэлектростанций, функционирующего за пределами нормативного срока эксплуатации. Специфика гидроэнергетической отрасли состоит в том, что значительное количество мощных ГЭС было введено в строй в 1950-х – 1960-х годах, в результате чего к концу 1980-х – началу 1990-х годов возникла необходимость модернизации и замены их оборудования. Из-за невозможности реализации масштабной замены устаревшего и изношенного оборудования на ГЭС вынуждены ограничиваться периодическими ремонтами и заменой отдельных узлов. Одним из ответственных элементов ротора гидроагрегата является вал турбины. Валы, выработавшие проектный ресурс, при модернизации в заводских условиях проходят входной контроль, который включает ряд исследований: определение химического состава, механических свойств, макроструктуры и контроль неразрушающими методами – цветной дефектоскопией, позволяющей выявить и затем устранить наружные дефекты, и ультразвуковой контроль (УЗК), фиксирующий наличие или отсутствие внутренних дефектов или дефектных зон, которые могут иметь разную форму и протяженность. По результатам контроля принимается решение о возможности его дальнейшей эксплуатации.

В последние несколько десятилетий возник большой интерес к изучению усталостных трещин в валах. Трещины были зафиксированы в валах работающих гидротурбин, они имели разную длину и залегали на разной глубине, на некоторых ГЭС они располагались вблизи поверхности турбинного вала и достигали длины 20–30 мм.

Основная цель современных исследований валов с дефектами заключается в тщательном анализе поведения вала с трещинами и развитии эффективных методик для раннего диагностирования дефектов.

Усталостные трещины в валах гидротурбин возникают вследствие коррозии и интенсивных силовых нагрузок. Образовавшаяся в некоторый момент времени трещина начинает медленно расти, даже если прилагаемые нагрузки не превышают номинальных значений. Далее, если достигается критическая длина трещины, вал внезапно получает огромное количество кинетической энергии, что приводит к катастрофическому разрушению всей работающей конструкции.

В целом существуют два разных типа трещин, которые встречаются в валах. Первый – трещины остаются открытыми во все время вращения вала [1, 2]. Второй тип – «дышащие» трещины – во время вращения вала то открываются, то закрываются [3–10]. В процессе эксплуатации валы

© Е. А. Стрельникова, И. Г. Сирота, А. В. Линник, Л. А. Калембет, В. Н. Зархина, О. Л. Зайденварг,
2017

нагружены различными внешними нагрузками, такими, как эксплуатационные нагрузки, дисбаланс, гравитационные силы, трение и др. В случае развитых трещин в валах эти силы приводят к чрезвычайно сложному, изменяющемуся полю напряжений, что вызывает попеременное открытие и закрытие трещин. Поэтому механизм «дышащей» трещины, описывающий реальную ситуацию в валах, особенно тщательно изучается. Однако есть общая черта как для открытых, так и для «дышащих» трещин. Трещина всегда приводит к уменьшению локальной жесткости вала. Для открытых трещин это уменьшение постоянно во времени. Для «дышащих» эта величина изменяется периодически в процессе вращения.

К настоящему времени развито несколько подходов к изучению «дышащих» трещин. Первые, самые простые, были предложены в [3] и в [4]. В них предполагалось, что открытые трещины влияют на напряженно-деформированное состояние ротора в течение половины каждого цикла вращения. Далее авторы [6] улучшили модель, введя гладкое изменение жесткости во всем цикле. Как сглаживающая функция был выбран обычный косинус [6, 11, 12] или комбинация тригонометрических функций [13].

2. Постановка задачи

На рис. 1 приведены результаты ультразвукового контроля (УЗК) вала гидротурбины, прибывшего на модернизацию в ПАО «Турбоатом». Зафиксированные при УЗК дефектные зоны, показанные на рис. 1, а, имеют значительную протяженность, одна из характерных зон показана на рис. 1, б. Эта зона представляет собой некруговой цилиндр длиной 1,25 м и основанием в виде кольцевого сектора. Размеры вала и дефектного участка следующие: $R = 0,35$ м; $l_1 = 0,37$ м; $l_2 = 0,3$ м; $l = 0,14$ м. Расстояние от дефектной зоны до поверхности вала равно 0,04 м.

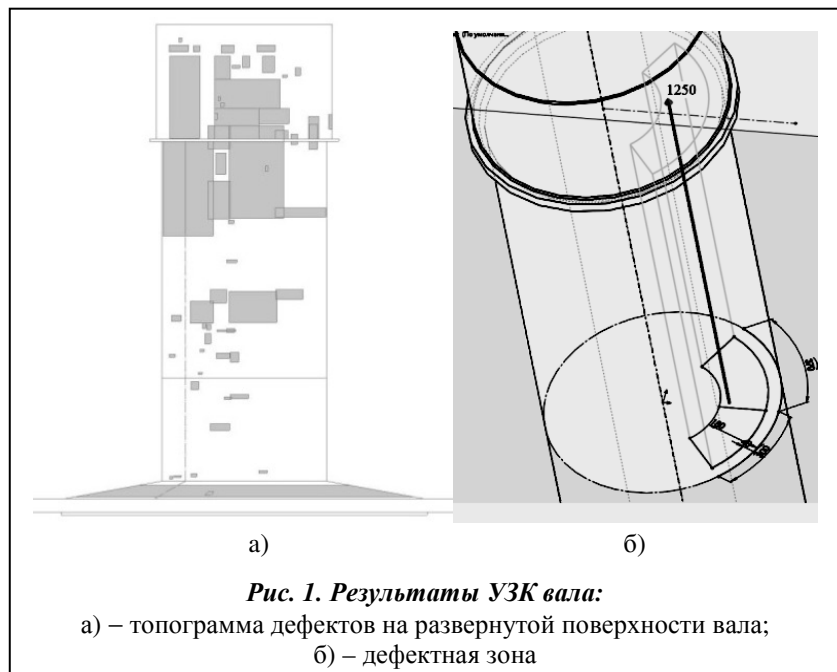


Рис. 1. Результаты УЗК вала:

а) – топограмма дефектов на развернутой поверхности вала;
б) – дефектная зона

Поскольку протяженность дефектной зоны по высоте велика, то задачу определения числа циклов до разрушения решаем в плоской формулировке, а именно, считаем, что рассматривается плоская задача для круговой области.

Задачу ставим в следующей постановке. Имеется плоская круговая область, внутри которой расположена дефектная зона. В этой зоне имеется большое количество микропор, точечных дефектов и т.п., т.е. существенно ухудшены свойства материала вала. Примеры таких областей, с двумя возможными видами рассмотренных нами дефектных зон показаны на рис. 2. Считаем, что и вблизи поверхности вала могут находиться микродефекты, не вышедшие на поверхность и не обнаруженные УЗК (трещины практически нулевой длины). Требуется определить время до попадания таких микродефектов в зону дефектного материала. Это время принимаем за начало разрушения вала. Поскольку неизвестно точное расположение микродефектов, требуется найти математическое ожидание количества лет до разрушения при условии, что координаты микродефектов являются случайными величинами.

3. Определение долговечности конструкций с трещинами при циклическом нагружении

3.1. Основные соотношения теории усталостных трещин

К настоящему времени накоплен значительный объем экспериментальных и теоретических исследований закономерностей роста трещин под действием циклически изменяющихся напряжений

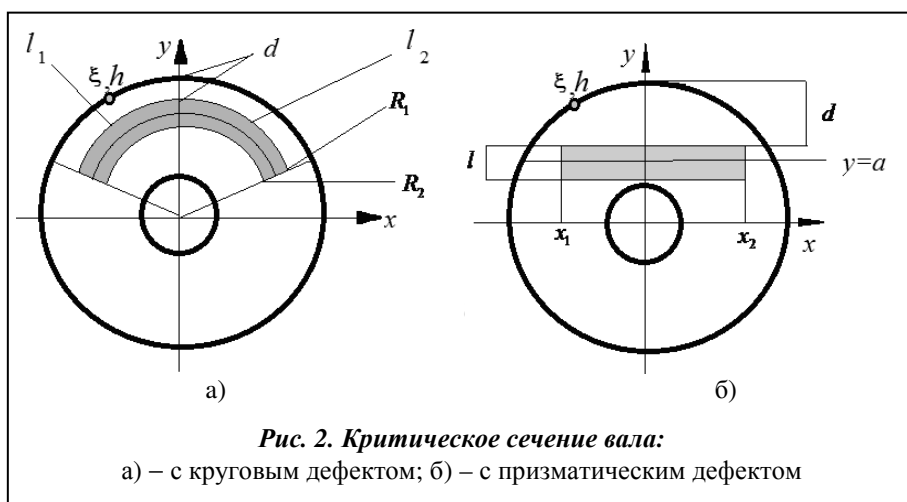


Рис. 2. Критическое сечение вала:

а) – с круговым дефектом; б) – с призматическим дефектом

[14–21]. Скорость развития усталостных трещин представляют в виде зависимости от силовых или деформационных факторов, длины трещины, механических свойств материала. В настоящее время насчитывается более 80 таких зависимостей, отличающихся числом используемых независимых параметров и констант, а также формой их представления. Первые исследователи принимали

основными параметрами, ответственными за распространение усталостной трещины, номинальное значение приложенного напряжения и длину трещины. Зависимости такого рода не могли претендовать на универсальность, так как в них игнорировалось различие между номинальными и истинными напряжениями, ответственными за рост трещины.

3.2. Определение количества циклов до разрушения вала

Для определения количества циклов до разрушения будем использовать модифицированную зависимость Периса [19], в которой используются разные соотношения для разных диапазонов изменения коэффициента интенсивности напряжений

$$\frac{da}{dN} = \begin{cases} 10^{-20} & \Delta K < \Delta K_{th} \\ C(\Delta K - \Delta K_{th})^m & \Delta K_{th} < \Delta K < K_{1C} \\ 10^3 & \Delta K > K_{1C} \end{cases} \quad (1)$$

Здесь a – характерный размер дефекта, например длина, радиус (da – изменение длины); N – количество циклов до разрушения; ΔK_{th} – порог усталости; K_{1C} – критический коэффициент интенсивности напряжений; $\Delta K = K_{max} - K_{min}$; K_{max} – максимальный коэффициент интенсивности напряжений за один оборот вала; K_{min} – минимальный коэффициент интенсивности напряжений за один оборот вала; m – показатель степени кривой усталости; C – характерная константа кривой усталости.

В дальнейших расчетах принимается, что

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} = -1.$$

Следовательно, вследствие пропорциональности коэффициентов напряжения действующей в окрестности трещины нагрузке получаем, что

$$\frac{M_{max}}{M_{min}} = -1, \quad \frac{K_{max}}{K_{min}} = -1.$$

Отсюда $\Delta K = K_{max} - K_{min} = 2K_{max}$.

Далее сформулируем задачу об определении числа циклов до разрушения в вале, ослабленном трещинами.

На рис. 2 показано критическое сечение вала. Серым цветом выделены возможные зоны дефектного материала. Предполагаем, что трещины начинаются с поверхности вала.

Изучаем самые опасные трещины – те, которые расположены непосредственно над зоной дефектов. В данной работе рассматриваем развитие микротрещин, которые расположены параллельно оси Oy . Пользуемся методом, изложенным в [15]. Выбираем точку на оси Ox с координатой ξ . На

окружности радиусом R (наружный радиус вала) ей соответствует точка с координатами ξ, h , где $h = \sqrt{R^2 - \xi^2}$.

Если трещина начинает развиваться с поверхности вала, то до линии $\xi^2 + \zeta^2 = \left(\frac{R_1 + R_2}{2}\right)^2$, находящейся в середине кругового дефекта (рис. 2, а), ей нужно пройти путь

$$\eta = h - \sqrt{\frac{(R_1 + R_2)^2}{4} - \xi^2}. \quad (2)$$

В случае наличия призматического дефекта до линии $y = a$ трещине нужно пройти путь

$$\eta = h - a. \quad (3)$$

Коэффициент интенсивности напряжений определяем, как в работе [20], по формуле

$$K = \frac{4M}{\pi R^4} h \sqrt{\pi \eta} \cdot F(\alpha); \quad \alpha = \frac{\pi \eta}{2h}; \quad F(\alpha) = \sqrt{\frac{\operatorname{tg}(\alpha)}{\alpha}} \left[0.923 + 0.199(1 - \sin \alpha)^4 \right] \frac{1}{\cos \alpha}. \quad (4)$$

В этой формуле η определяется формулой (2) для кругового дефекта (рис. 2, а) и формулой (3) для дефекта (рис. 2, б).

Далее формулу (4) подставляем в формулу (1) и находим количество циклов до разрушения. В формуле (4) величина M представляет собой крутящий момент.

Вследствие того, что заранее неизвестно, в какой именно точке поверхности вала находится трещина, которая стонется при действии циклических нагрузок, вместо количества циклов до разрушения, рассматриваем математическое ожидание этой величины, в предположении равномерного распределения трещин по оси Ox .

Таким образом, мы предполагаем, что плотность распределения трещин является постоянной величиной, которая определяется из условия нормировки.

Число циклов до разрушения находим интегрированием соотношения (1)

$$\frac{dN}{da} = \frac{1}{C} (\Delta K - \Delta K_{th})^{-m}; \quad \Delta K_{th} < \Delta K < K_{IC}. \quad (5)$$

Отсюда

$$dN = \frac{1}{C} (\Delta K - \Delta K_{th})^{-m} da; \quad \Delta K_{th} < \Delta K < K_{IC}. \quad (6)$$

Отметим, что при $\Delta K < \Delta K_{th}$ трещины не развиваются, а при $\Delta K_{th} > K_{IC}$ происходит их лавинообразное развитие, приводящее к разрушению.

В рассматриваемом случае пределами N интегрирования будут $0, N$, а для a интегрирование осуществляем в пределах $0, \eta$. Величина η определена выше по-разному для разных конфигураций дефектной зоны.

Таким образом, имеем

$$N = \frac{1}{C} \int_0^{\eta} (\Delta K - \Delta K_{th})^{-m} da. \quad (7)$$

В формулу (7) подставляем вычисленную с учетом соотношения (4) величину

$$\Delta K = \frac{8M_{\max}}{\pi R^4} h \sqrt{\pi a} \cdot F(\alpha); \quad \alpha = \frac{\pi a}{2h}; \quad F(\alpha) = \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\alpha}} \left[0.923 + 0.199(1 - \sin \alpha)^4 \right] \frac{1}{\cos \alpha}.$$

Здесь M_{\max} – максимальное значение крутящего момента.

Для математического ожидания имеем формулу [22]

$$M(N) = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} N(\xi) d\xi. \quad (8)$$

Количество циклов до разрушения $N(\xi)$ является случайной функцией координаты трещины ξ , которая определяет расстояние от вершины трещины на поверхности вала до дефектной зоны.

Величины x_1, x_2 определяются следующими соотношениями.

Для случая, изображенного на рис. 2, а, имеем

$$x_1 = R_1 \sin \frac{l_1}{R}; \quad x_2 = R_1 \sin \frac{l_2}{R}.$$

Здесь R_1, R_2 – радиусы, l_1, l_2 – длины дуг описывающие круговую дефектную зону.

На рис. 2, б, x_1 – «левая» проекция дефектной зоны, x_2 – «правая».

4. Результаты исследования состояния материала вала после длительной эксплуатации

Переданный на ПАО «Турбоатом» для модернизации вал гидротурбины прошел комплексное исследование. Его химический состав (табл. 1) соответствует стали 40, из которой в 50–60-е годы изготавливались валы гидротурбин. Как видно из табл. 1, наблюдается несколько завышенное содержание марганца от нормируемого уровня [23]. Содержание остальных элементов удовлетворяет требованиям ТУ302.02.173-93.

Таблица 1. Химический состав материала вала

Источник данных	Содержание химических элементов, %							
	C	Si	Mn	Cr	Ni	Cu	S	P
среднее из пяти проб	0,37	0,20	0,94	0,17	0,15	0,10	0,016	0,025
ТУ 302.02.173-93	Требования для стали 40							
	0,37	0,17	0,50	Не более				
	0,45	0,37	0,80	0,30	0,30	0,30	0,020	0,030
	Допускаемые отклонения							
	±0,01	±0,03	±0,05	±0,1	±0,1	±0,1	-	-

Результаты, полученные при испытании механических свойств, приведены в табл. 2.

Таблица 2. Механические свойства материала вала

Источник данных	Предел текучести $y_{0,2}$, Н/мм ²	Предел прочности y_b , Н/мм ²	Относительное удлинение d , %	Относительное сужение Ψ , %	Ударная вязкость КСУ, Дж/см ²	Твердость по Бринеллю НВ
испытания образцов от фланца *	280	580	25	51,5	20;61	156
	295	580	20	34,5	71;71	156
ТУ 302.02.173-93	Требования для стали 40 (не менее)					
	255	470	18	30	39	-

* – образцы расположены диаметрально-противоположно

Изломы образцов после испытаний на ударный изгиб имеют преимущественно хрупкое крупнокристаллическое строение. В изломе одного из исследуемых образцов с КСУ = 20 Дж/см² обнаружены две трещины, берущие начало от очага разрушения и выходящие на боковые поверхности.

При микроанализе шлифов до травления в металле образцов обнаруживаются неметаллические включения преимущественно сульфидного характера, располагающиеся как разрозненно, так и в виде скоплений, колоний. Степень загрязнения превышает 5 баллов [24] (рис. 3). Также выявляются неметаллические включения сложного состава.

Данные на рис. 3–5 приведены в 75-кратном увеличении.

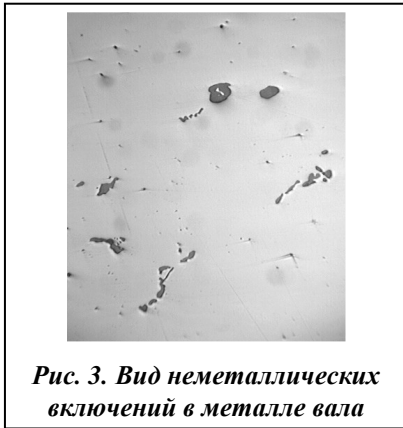


Рис. 3. Вид неметаллических включений в металле вала

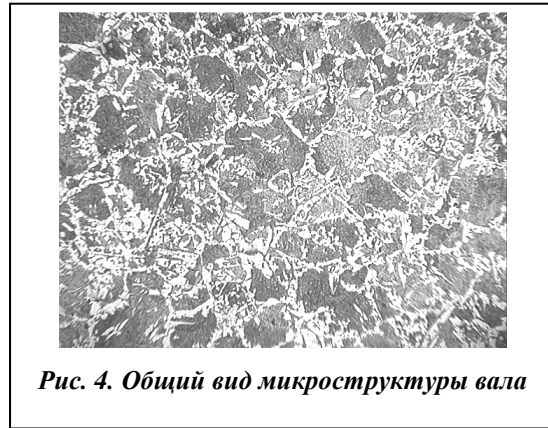


Рис. 4. Общий вид микроструктуры вала

В результате травления образцов выявлено, что микроструктура вала весьма неоднородна по величине зерна и характеру строения. Преобладают участки структуры, состоящие из зерен перлита 3 балла с ферритной сеткой по границам зерен с наличием элементов видманштетта и участками зерен перлита и феррита 6–7 баллов [25] (рис. 4). Наблюдается расположение неметаллических включений в ферритной сетке. Трещина по боковой поверхности на образце с КСУ = 20 Дж/см² носит межзеренный характер и распространяется по ферритной сетке (рис. 5).



Рис. 5. Трещина, выходящая на боковую поверхность образца

Дополнительно на образце с КСУ = 20 Дж/см² проведены замеры микротвердости на приборе ПМТ-3 при нагрузке 10 г для исследования состояния матрицы у неметаллических включений. Согласно результатам замеров получены следующие данные:

Микротвердость, кгс/мм²

Участки металлической матрицы между неметаллическими включениями в скоплениях
71,5–74,3
Среднее значение 72,9

Участки металлической матрицы вблизи расположения скоплений неметаллических включений.
88,2–102
Среднее значение 95,1

Коэффициент неравнопрочности матрицы между включениями в скоплениях и вблизи скопления неметаллических включений $\frac{72,9}{95,1} = 0,77$.

Таким образом, состояние материала вала характеризуется высоким баллом неметаллических включений и наличием их скоплений, неравномерностью металлической матрицы по месту расположения включений, неоднородным распределением структурных составляющих. Показана роль скопления неметаллических включений, расположенных в ферритной сетке, в трещинообразовании как возможного очага зарождения трещины.

5. Численные результаты

Учитывая результаты УЗК (рис. 1) и исследования качества металла, рассмотрим случай возможного развития микротрещины, находящейся вблизи поверхности вала с наружным сом $R = 0,35$ м. Частота вращения вала равна 2,08 Гц, крутящий момент на валу равен 2,18 МН·м. Прогнозные характеристики материала:

$C = 3,2 \cdot 10^{-11}$ МПа· $\sqrt{м}$ – характерная константа кривой усталости; $m = 3,09$ – показатель степени кривой усталости; $K_{1C} = 49$ МПа· $\sqrt{м}$ – критический коэффициент интенсивности напряжений; $\Delta K_{th} = 12$ МПа· $\sqrt{м}$ – пороговое значение коэффициента интенсивности напряжений.

Величины K_{1C} , ΔK_{th} определены на ПАО «Турбоатом» расчетно-экспериментальным методом с учетом результатов исследования качества металла.

Определим математическое ожидание числа циклов до разрушения вала, рассмотрев два варианта дефектной зоны (рис. 2, а, б) с использованием следующих характеристик:

- для круговой зоны $l_1 = 0,37$ м; $l_2 = 0,3$ м;
- для призматической зоны $x_1 = 0,27$ м и $x^2 = 0,23$ м.

Поскольку неизвестно, где именно может находиться микродефект, развитие которого приведет к разрушению вала, принимаем, что число циклов до разрушения является случайной величиной и определяем математическое ожидание этой величины по формуле (8).

Результаты расчетов приведены на рис. 6. Здесь показано математическое ожидание $M(N)$

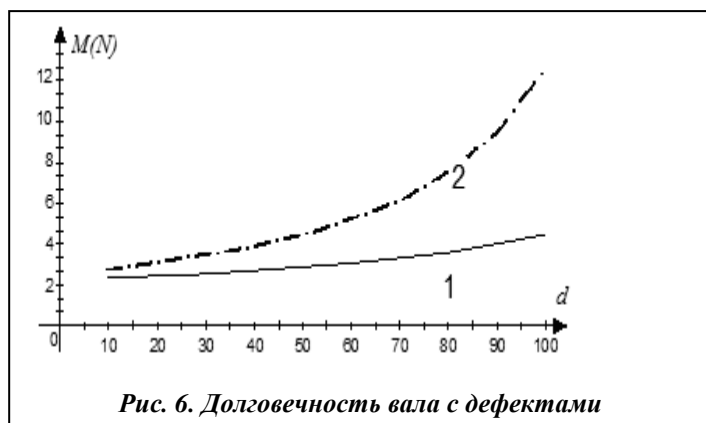


Рис. 6. Долговечность вала с дефектами

времени до разрушения вала (в годах) в зависимости от расстояния (d) в миллиметрах, на котором находится дефект от поверхности вала. Цифрой 1 отмечена кривая, соответствующая круговому дефекту, цифрой 2 – призматическому. Видим, что для круговых дефектов время до разрушения не существенно зависит от глубины залегания, и не превышает 4 лет. Призматические дефекты, находящиеся на сравнительно большом расстоянии от поверхности вала, являются менее опасными, с такими дефектами время до разрушения может составить до 12 лет.

Выводы

В данной работе предложена методика определения математического ожидания количества лет до разрушения вала гидротурбины, имеющего дефектную зону. Предполагается, что вблизи поверхности вала могут находиться микродефекты, которые развиваются под действием приложенной нагрузки. Изучается время (в годах), которое необходимо для того, чтобы трещина, начавшись с нулевой длины, развилась бы до попадания в дефектную зону. После этого происходит разрушение вала. Поскольку положение трещины заранее не известно, рассматривается математическое ожидание количества лет до разрушения.

Благодарности

Авторы выражают благодарность специалистам ПАО «Турбоатом»: кандидату технических наук Мищенко Л. Д., инженерам Рубашке Л. П. и Ильичевой Н. А. за плодотворное обсуждение и помощь в процессе выполнения работы, а также переводчицам Душиной О. Н., Ченцовой Т. С., Водяницкой Р. М., Домановой Е. Р.

Литература

1. Dimarogonas, A. D. Vibration of Cracked Shafts in Bending / A. D. Dimarogonas, C. A. Papadopoulos // J. Sound Vibration. – 1983. – Vol. 91. – P. 583–593.

2. *Sinou, J. J.* Experimental Response and Vibrational Characteristics of a Slotted Rotor / J. J. Sinou // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. – 2009. – N 14. – P. 3179–3194.
3. *Gasch, R. A.* Dynamic Behavior of a Simple Rotor with a Cross-Sectional Crack / R. A. Gasch // Proc. of I Mech. Eng. Conf. on Vibrations in Rotating Machinery, 1976. – London, 20, Paper No. C178/76. – P. 123–128.
4. *Grabowski, B.* The Vibrational Behavior of a Turbine Rotor Containing a Transverse Crack / B. Grabowski // ASME J. Mech. – 1980. – N 102. – P. 140–146.
5. *Bently, D. E.* Detection of Rotor Cracks / D. E. Bently, A. Muszynska // Proc. of 15th Turbomachinery Symposium, Corpus Christi, TX, November 10–13, 1986. – P. 129–139.
6. *Mayes, I. W.* Analysis of the Response of a Multi-Rotor-Bearing System Containing a Transverse Crack in a Rotor / I. W. Mayes, W. G. R. Davies // ASME J. Vibration, Acoust., Stress, Reliab. – 1984. – N 10. – P. 139–145.
7. *Darpe, A.* Coupled Bending. A Longitudinal and Torsional Vibrations of a Cracked Rotor / A. Darpe, K. Guptaand, K. Chawla // J. Sound Vibration. – 2004. – Vol. 269. – P. 33–60.
8. *Darpe, A. K.* Coupled Vibrations of a Rotor With Slant Crack / A. K. Darpe // J. Sound Vibration. – 2007. – Vol. 305. – P. 172–193.
9. *Bachschmid, N.* Some Remarks on Breathing Mechanism, on Non-Linear Effects and on Slant and Helicoidal Cracks / N. Bachschmid, E. Pennacchiand // J. Mech. Syst. Signal Proc. – 2008. – Vol. 22. – P. 879–904.
10. *Sawicki, J. T.* Exploration of NDE Properties of AMB Supported Rotors for Structural Damage Detection / J. T. Sawicki, D. L. Storozhev, J. D. Lekki // ASME J. Eng. Gas Turbines Power. – 2011. – Vol. 133. – P. 122–150.
11. *The hypersingular integral technique in two-dimensional elasto-plastic analysis / B. Kantor, V. Naumenko, H. Strelnikova, E. Ventsel // WIT Transactions on Modelling and Simulation. – 1999. – Vol. 25. – P. 65–74.*
12. *Vibration Based Crack Diagnosis in Rotating Shafts During Acceleration Through Resonance / J. T. Sawicki, X. Wu, G. Baaklini, A. L. Gyekenyesi // Proc. of SPIE 5046, Nondestructive Evaluation and Health Monitoring of Aerospace Materials and Composites II, San Diego, CA .2003. – P. 45–56.*
13. *Condition Monitoring of Rotor Using Active Magnetic Actuator / J. T. Sawicki, M. I. Friswell, A. H. Pesch, A. Wroblewski // Proc. of ASME Turbo Expo Power for Land, Sea and Air, Berlin, Germany, June 9–13, ASME 2008: Paper No. GT2008-51169. – P. 1–9.*
14. *Detecting Cracked Rotors Using Auxiliary Harmonic Excitation / J. T. Sawicki, M. I. Friswell, Z. A. Kulesza, J. D. Wroblewski-Lekki // J. Sound Vibration. – 2011. – Vol. 330 – P. 1365–1381.*
15. *Turbine Shaft Failure Cause Analysis / M. Arsić, B. Vistić, Z. Savić, Z. Odanović, M. Mladenović // Proc. The Seventh Intern. Triennial Conf. Heavy Machinery. –HM 2011, June 29 – July 2, 2011, Vrnjačka Banja. 2011. – P. 49–54.*
16. *Панасюк, В. В.* Методы оценки трещиностойкости конструкционных материалов / В. В. Панасюк, А. Е. Андрейкив, С. Е. Ковчик. – Киев: Наук. думка, 1971. – 278 с.
17. *Андрейкив, А. Е.* Усталостное разрушение и долговечность конструкций / А. Е. Андрейкив, А. И. Дарчук. – Киев: Наук. думка, 1987. – 404 с.
18. *Когачев, В. П.* Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени / В. П. Когачев. – М.: Машиностроение, 1993. – 364 с.
19. *Torsion response of cracked steel shaft / S. J. Lessenden, S. P. Pissot, M. V. Tretheway, K. P. Naynaed // Fatigue fract. Eng. Mater. Struct. – 2006. – Vol. 30. – P. 734–747.*
20. *Paris, P.* Criteria of fatigue crack propagation / P. Paris, F. Erdogan // J. Basic Eng. – 1963. – Vol. 85. – P. 528–533.
21. *Dimarogonas, A. D.* Vibration of cracked shafts in bending / A. D. Dimarogonas, C. A. Popadopoulos // J. solid and vibrations. – 1983. – Vol. 91, N 4. – P. 583–593.
22. *Influence of loading regimes and operational environment in fatigue state of components of turbine and hydromechanical equipment at hydropower plants / Arsić Miodrag, Bošnjak Srđan, Međo Bojan, Burzić Meri, Vistić Brane, Savić Zoran // Internet Edition, Intern. Conf. Power Plants, 2012. – Intern. Conf. on Power aspects of power plants operation. – P. 57–60.*
23. *Пугачев, В. С.* Теория вероятностей и математическая статистика / В. С. Пугачев. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 496 с.
24. *TU302.02.173-93.* Заготовки валов для гидравлических турбин. – Харьков: ПО «Харьковский турбинный завод», 1992. – 27 с.
25. *ГОСТ 1778-70.* Металлографические методы определения неметаллических включений. – Введ. 01.01.72. – М.: Изд-во стандартов, 1970. – 24 с.
26. *ГОСТ 5639-82.* Методы выявления и определения величины зерна. – Введ. 01.01.83. – М.: Изд-во стандартов, 1983. – 21 с.

Поступила в редакцию 10.02.17