

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛАТИЛЬНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ НЕЧЁТКОГО АНАЛИЗА ИСТОРИЧЕСКИХ ДАННЫХ

*Институт систем управления НАН Азербайджана, Баку, Азербайджан

Анотація. Пропонується альтернативний підхід до моделювання волатильного тимчасового ряду, заснованого на нечіткому аналізі позиційно-бінарних складових історичних даних. Характерними новаціями у запропонованій моделі є нові правила для фазифікації історичних даних і дефазифікації нечітких прогнозів. Поряд з традиційними статистичними показниками сформульований і застосований новий критерій для оцінки ступеня адекватності моделей, заснований на застосуванні метрики Хеммінга.

Ключові слова: волатильний тимчасовий ряд, нечітка множина, нечіткий прогноз, нечітке відношення, точкова оцінка, відстань Хеммінга.

Аннотация. Предлагается альтернативный подход к моделированию волатильного временного ряда, основанного на нечётком анализе позиционно-бинарных составляющих исторических данных. Характерными новациями в предлагаемой модели являются новые правила для фазификации исторических данных и дефазификации нечётких прогнозов. Наряду с традиционными статистическими показателями сформулирован и применен новый критерий для оценки степени адекватности моделей, основанный на применении метрики Хэмминга.

Ключевые слова: волатильный временной ряд, нечёткое множество, нечёткий прогноз, нечёткое отношение, точечная оценка, расстояние Хэмминга.

Abstract. It is proposed an alternative approach to modeling of volatile time series based on fuzzy analysis of the position-binary components of historical data. Specific innovations in the proposed model are the new rules for the fuzzification of historical data and defuzzification of fuzzy predicts. Along with the traditional statistical indicators, it was formulated and applied a new criterion for assessing the adequacy of models based on the use of the Hamming metric.

Keywords: volatile time series, fuzzy set, fuzzy prediction, fuzzy relation, point estimate, Hamming distance.

1. Введение

Проблемой прогнозирования нечётких временных рядов активно занимаются на протяжении двух последних десятилетий. Среди многочисленных публикаций в этой области следует отметить работы К. Сонга, Б. Чиссома [1–3], Н. Кумара и др. [4], С. Чена [5, 6], К. Ченга и др. [7] и Дж. Поулсена [8]. Хотелось бы отметить и свой скромный вклад в совершенствование методов нечёткого моделирования временных рядов [9, 10]. Описанные в указанных работах нечёткие методы моделирования и прогнозирования временных рядов в том числе отличаются правилами фазификации и/или дефазификации. Понятно, что от того, насколько эти правила позволяют адекватно описывать слабоструктурированные данные временного ряда и, соответственно, интерпретировать полученные результаты в традиционной численной манере, зависит достоверность полученных прогнозов. В этой связи нами предлагается новый подход к моделированию и прогнозированию слабоструктурированного временного ряда, основанный на нечётком анализе позиционно-бинарных составляющих исторических данных.

2. Постановка задачи

Пусть задан некий временной ряд (ВР): $\{A(k)\} (k = 1 \div t)$, в котором $A(k)$ является слабоструктурированной исторической данной или, в нашем представлении, нечётким мно-

жеством (НМ), характеризуемым кортежем $\{x_j^k / \mu(x_j^k)\}$, $\mu(x_j^k) \rightarrow [0,1]$, $j=1 \div J$. Тогда для него необходимо разработать такую принципиально новую прогностическую модель, чтобы можно было бы добиться существенного улучшения результатов прогнозирования по сравнению с существующими известными методами прогнозирования временных рядов.

3. Нечёткое моделирование временного ряда

В качестве примера за основу выберем произвольный волатильный ВР (табл. 1), где исторические данные в силу ряда объективных и субъективных причин не могут являться абсолютно достоверными, то есть рассматриваются нами как слабоструктурированные или в нечёткой интерпретации.

Таблица 1. Произвольный волатильный временной ряд

Год	Историческая данная	Год	Историческая данная	Год	Историческая данная
1984	9	1994	63	2004	21
1985	31	1995	14	2005	44
1986	23	1996	55	2006	31
1987	24	1997	11	2007	12
1988	36	1998	17	2008	18
1989	60	1999	34	2009	51
1990	49	2000	37	2010	46
1991	31	2001	56	2011	63
1992	27	2002	57	2012	32
1993	37	2003	62	2013	44

Большинство нечётких подходов к построению прогностических моделей слабоструктурированных ВР предусматривают последовательное выполнение следующих основных трёх процедур: 1) определение универсума и фаззификацию исторических данных; 2) выявление внутренних нечётких связей (отношений) и их локализацию по группам; 3) нахождение нечётких выходов (прогнозов) и их дефаззификацию. Поэтому суть предлагаемого подхода раскроем, придерживаясь этой схемы.

3.1. Фаззификация исторических данных

На рис. 1 представлена декомпозиция данных временного ряда на позиционно-бинарные составляющие (ПБС) по позициям $q_0 \div q_5$ (или, более конкретно, по позициям с весами $2^0 \div 2^5$). Подобная декомпозиция впервые была использована в [11] для распознавания циклических сигналов. Здесь имеется в виду, что каждая историческая данная может быть представлена в виде бинарного (битового) вектора-столбца: $A_t = (x_{5t}, x_{4t}, x_{3t}, x_{2t}, x_{1t}, x_{0t})^T$, $x_{kt} \in \{0, 1\}$, $k = 5 \div 0$. Так, минимальная и максимальная данные 9 и 63 представляются соответственно как $x(1984) = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^5$, $x(2011) = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^5$.

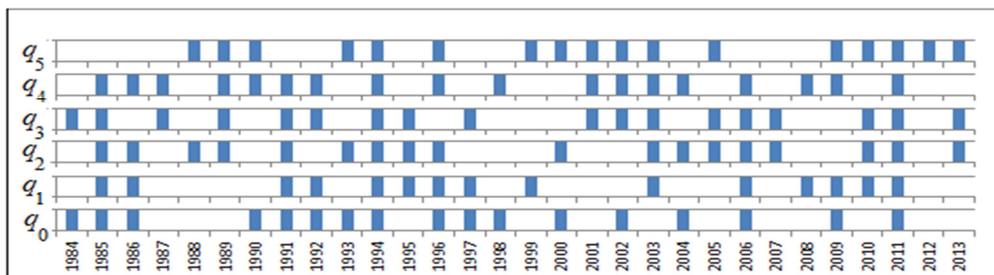


Рис. 1. ПБС исторических данных временного ряда

Обозначим через u значение исторической данной (ИД). Тогда для фаззификации данных ВР, представленных в виде ПБС, за основу выберем следующие высказывания:

e_1 : «Если в бинарном векторе, отражающем ИД, все компоненты нули, за исключением последней, тогда значение этой данной самое низкое»;

e_2 : «Если в бинарном векторе, отражающем ИД, только последние три компоненты единицы, тогда значение этой данной очень низкое»;

e_3 : «Если в бинарном векторе, отражающем ИД, только последние четыре компоненты единицы, тогда значение этой данной более чем низкое»;

e_4 : «Если в бинарном векторе, отражающем ИД, только вторая и три последние компоненты единицы, тогда значение этой данной низкое»;

e_5 : «Если в бинарном векторе, отражающем ИД, только первая и третья компоненты единицы, тогда значение этой данной высокое»;

e_6 : «Если в бинарном векторе, отражающем ИД, только первая и вторая компоненты единицы, тогда значение этой данной более чем высокое»;

e_7 : «Если в бинарном векторе, отражающем ИД, только первые три компоненты единицы, тогда значение этой данной очень высокое»;

e_8 : «Если в бинарном векторе, отражающем ИД, все компоненты единицы, тогда значение этой данной самое высокое».

Анализ приведенных рассуждений, сформулированных в виде причинно-следственных связей, позволяет определить входные характеристики (критерии) в виде признаков наличия единиц в битовой строке, используемых для оценки величины ИД. Тогда, полагая u лингвистической переменной, зададим ее значения (термы), используемые в приведенных высказываниях, на универсальном дискретном множестве $U = \{0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}$, то есть $\forall u \in U$ имеем [10]: H = ВЫСОКОЕ, $\mu_H(u) = u$; MH = БОЛЕЕ ЧЕМ ВЫСОКОЕ, $\mu_{MH}(u) = \sqrt{u}$; VH = ОЧЕНЬ ВЫСОКОЕ, $\mu_{VH}(u) = u^2$; TH = СЛИШКОМ ВЫ-

СОКОЕ, $\mu_{TH}(u) = \begin{cases} 1, & u = 1, \\ 0, & u < 1; \end{cases}$ L = НИЗКОЕ, $\mu_L(u) = 1 - u$; ML = БОЛЕЕ ЧЕМ НИЗКОЕ,

$\mu_{ML}(u) = \sqrt{1-u}$; VL = ОЧЕНЬ НИЗКОЕ, $\mu_{VL}(u) = (1-u)^2$; TL = СЛИШКОМ НИЗКОЕ:

$\mu_{TL}(u) = \begin{cases} 0, & u = 1, \\ 1, & u < 1. \end{cases}$

Фаззификацию термов в левых частях приведенных высказываний осуществим с помощью гауссовской функции принадлежности (рис. 1) $\mu(x) = \exp\left[-(x - x_0)^2 / \sigma^2\right]$, восстанавливающей консолидированные нечёткие множества (НМ) по опорному вектору $[x_{1984}, x_{1985}, \dots, x_{2013}]$, где x_k ($k = 1 \div 8$) является серединой, устанавливаемой для каждого k -го правила индивидуально, σ^2 – плотность распространения окрестных элементов, принятая единой для всех случаев как $25^2 = 625$. В частности, для восстановления консолидированного нечёткого множества из левой части 7-го высказывания $x_7 = 48 = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$.

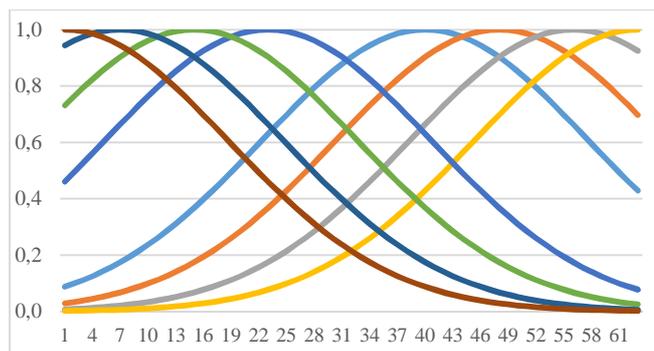


Рис. 2. Гауссовские функции принадлежности

В результате получим консолидированные НМ M_k для левых частей высказываний e_k ($k = 1 \div 8$), значения функций принадлежности которых представлены в табл. 2.

Таблица 2. Значения функций принадлежности нечётких множеств в левых частях правил

ИД ВР	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8
	$x_1=1$	$x_2=7$	$x_3=15$	$x_4=23$	$x_5=40$	$x_6=48$	$x_7=56$	$x_8=63$
9	0,9027	0,9936	0,9440	0,7308	0,2149	0,0877	0,0292	0,0094
31	0,2369	0,3979	0,6639	0,9027	0,8784	0,6298	0,3679	0,1943
23	0,4610	0,6639	0,9027	1,0000	0,6298	0,3679	0,1751	0,0773
24	0,4290	0,6298	0,8784	0,9984	0,6639	0,3979	0,1943	0,0877
36	0,1409	0,2604	0,4938	0,7631	0,9747	0,7942	0,5273	0,3115
60	0,0038	0,0112	0,0392	0,1119	0,5273	0,7942	0,9747	0,9857
49	0,0251	0,0595	0,1573	0,3391	0,8784	0,9984	0,9246	0,7308
31	0,2369	0,3979	0,6639	0,9027	0,8784	0,6298	0,3679	0,1943
27	0,3391	0,5273	0,7942	0,9747	0,7631	0,4938	0,2604	0,1257
37	0,1257	0,2369	0,4610	0,7308	0,9857	0,8240	0,5612	0,3391
63	0,0021	0,0066	0,0251	0,0773	0,4290	0,6977	0,9246	1,0000
14	0,7631	0,9246	0,9984	0,8784	0,3391	0,1573	0,0595	0,0215
55	0,0094	0,0251	0,0773	0,1943	0,6977	0,9246	0,9984	0,9027
11	0,8521	0,9747	0,9747	0,7942	0,2604	0,1119	0,0392	0,0132
17	0,6639	0,8521	0,9936	0,9440	0,4290	0,2149	0,0877	0,0339
34	0,1751	0,3115	0,5612	0,8240	0,9440	0,7308	0,4610	0,2604
37	0,1257	0,2369	0,4610	0,7308	0,9857	0,8240	0,5612	0,3391
56	0,0079	0,0215	0,0679	0,1751	0,6639	0,9027	1,0000	0,9246
57	0,0066	0,0183	0,0595	0,1573	0,6298	0,8784	0,9984	0,9440
62	0,0026	0,0079	0,0292	0,0877	0,4610	0,7308	0,9440	0,9984
21	0,5273	0,7308	0,9440	0,9936	0,5612	0,3115	0,1409	0,0595
44	0,0519	0,1119	0,2604	0,4938	0,9747	0,9747	0,7942	0,5612
31	0,2369	0,3979	0,6639	0,9027	0,8784	0,6298	0,3679	0,1943
12	0,8240	0,9608	0,9857	0,8240	0,2852	0,1257	0,0452	0,0156
18	0,6298	0,8240	0,9857	0,9608	0,4610	0,2369	0,0992	0,0392
51	0,0183	0,0452	0,1257	0,2852	0,8240	0,9857	0,9608	0,7942
46	0,0392	0,0877	0,2149	0,4290	0,9440	0,9936	0,8521	0,6298
63	0,0021	0,0066	0,0251	0,0773	0,4290	0,6977	0,9246	1,0000
32	0,2149	0,3679	0,6298	0,8784	0,9027	0,6639	0,3979	0,2149
44	0,0519	0,1119	0,2604	0,4938	0,9747	0,9747	0,7942	0,5612

Таким образом, в принятых обозначениях приведенные высказывания запишем в виде следующих импликативных правил: e_1 : «Если $x_i = M_1$, тогда $y = TL$ »; e_2 : «Если $x_i = M_2$, тогда $y = VL$ »; e_3 : «Если $x_i = M_3$, тогда $y = ML$ »; e_4 : «Если $x_i = M_4$, тогда $y = L$ »; e_5 : «Если $x_i = M_5$, тогда $y = H$ »; e_6 : «Если $x_i = M_6$, тогда $y = MH$ »; e_7 : «Если $x_i = M_7$, тогда $y = VH$ »; e_8 : «Если $x_i = M_8$, тогда $y = TH$ ».

Для преобразования этих правил воспользуемся импликацией Лукасевича [10]: $\mu_H(x, y) = \min\{1, 1 - \mu_X(x) + \mu_Y(y)\}$, в результате чего для каждой пары $(x, y) \in X \times Y$ получим восемь нечётких отношений вида $R_i: X \rightarrow Y$. По итогам их пересечения получена матрица размером 30×11 как функциональное решение, отражающее причинно-следственную связь между ПБС ИД и, собственно, самой величиной ИД (табл. 3). В данном случае нечёткая интерпретация k -ой ИД A_k ($k = 1 \div 30$) находится посредством правила композиционного вывода: $A_k = G_k \circ R$ ($k = 1 \div 30$), где G_k является отображением k -ого позиционно-бинарного разложения в виде нечёткого подмножества. Выбирая в (б) композиционное правило как $\mu_{A_k}(j) = \max\{\min(\mu_{G_k}(x), \mu_R(x, j))\}$ и полагая, что $\mu_{G_k}(x) = \begin{cases} 0, & x \neq x_k, \\ 1, & x = x_k, \end{cases}$ в итоге имеем $\mu_{A_k}(j) = \mu_R(x_k, j)$, то есть A_k есть k -я строка матрицы R . Иными словами, A_k является нечёткой интерпретацией k -ой ИД по опорному вектору $(0; 0,1; 0,2; \dots; 1)$. В частности, нечёткой интерпретацией x_{1984} будет множество (1-я строка матрицы R):

$$A_{1984} = \frac{0,785}{0} + \frac{0,816}{0,1} + \frac{0,646}{0,2} + \frac{0,496}{0,3} + \frac{0,366}{0,4} + \frac{0,256}{0,5} + \frac{0,166}{0,6} + \frac{0,096}{0,7} + \frac{0,046}{0,8} + \frac{0,016}{0,9} + \frac{0,006}{1}.$$

В результате таких действий мы получили нечёткий аналог рассматриваемого ВР, который представлен в табл. 3, то есть мы имеем 25 НМ, описывающих ИД временного ряда.

Таблица 3. Детализированный нечёткий аналог исходного ВР

Год	Значения комбинированной функции принадлежности по опорному вектору											НМ	ТО НМ
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1		
1984	0,7851	0,8164	0,6464	0,4964	0,3664	0,2564	0,1664	0,0964	0,0464	0,0164	0,0064	A_1	0,1804
1985	0,1216	0,2216	0,3216	0,4216	0,5216	0,5973	0,4973	0,3973	0,2973	0,1973	0,0973	A_{11}	0,4899
1986	0,3702	0,4702	0,5702	0,6702	0,6000	0,5000	0,4000	0,3000	0,2000	0,1000	0,0000	A_8	0,3514
1987	0,3361	0,4361	0,5361	0,6361	0,6016	0,5016	0,4016	0,3016	0,2016	0,1016	0,0016	A_9	0,3631
1988	0,0253	0,1253	0,2253	0,3253	0,4253	0,5253	0,6253	0,5369	0,4369	0,3369	0,2369	A_{14}	0,5917
1989	0,0143	0,0143	0,0143	0,0143	0,0143	0,0143	0,0143	0,0143	0,0143	0,0143	0,8881	A_{23}	0,9920
1990	0,0016	0,0854	0,1154	0,1654	0,2354	0,2692	0,2692	0,2692	0,2692	0,2692	0,6609	A_{18}	0,8525
1991	0,1216	0,2216	0,3216	0,4216	0,5216	0,5973	0,4973	0,3973	0,2973	0,1973	0,0973	A_{11}	0,4899
1992	0,2369	0,3369	0,4369	0,5369	0,6253	0,5253	0,4253	0,3253	0,2253	0,1253	0,0253	A_{10}	0,4083
1993	0,0143	0,1143	0,2143	0,3143	0,4143	0,5143	0,6143	0,5692	0,4692	0,3692	0,2692	A_{15}	0,6074
1994	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,9227	A_{25}	1,0000
1995	0,6609	0,7609	0,7154	0,5654	0,4354	0,3254	0,2354	0,1654	0,1154	0,0854	0,0016	A_4	0,2304
1996	0,0016	0,0116	0,0416	0,0916	0,0973	0,0973	0,0973	0,0973	0,0973	0,0973	0,8057	A_{20}	0,9547
1997	0,7396	0,8353	0,6653	0,5153	0,3853	0,2753	0,1853	0,1153	0,0653	0,0353	0,0253	A_2	0,1915
1998	0,5710	0,6710	0,7710	0,6379	0,5079	0,3979	0,3079	0,2379	0,1879	0,1560	0,0064	A_5	0,2776
1999	0,0560	0,1560	0,2560	0,3560	0,4560	0,5560	0,5760	0,4760	0,3760	0,2760	0,1760	A_{13}	0,5538
2000	0,0143	0,1143	0,2143	0,3143	0,4143	0,5143	0,6143	0,5692	0,4692	0,3692	0,2692	A_{15}	0,6074
2001	0,0000	0,0100	0,0400	0,0754	0,0754	0,0754	0,0754	0,0754	0,0754	0,0754	0,8249	A_{21}	0,9650
2002	0,0016	0,0116	0,0416	0,0560	0,0560	0,0560	0,0560	0,0560	0,0560	0,0560	0,8427	A_{22}	0,9735
2003	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,9123	A_{24}	0,9991
2004	0,4388	0,5388	0,6388	0,7064	0,6064	0,5064	0,4064	0,3064	0,2064	0,1064	0,0064	A_7	0,3374
2005	0,0253	0,1253	0,2253	0,2958	0,3658	0,4388	0,4388	0,4388	0,4388	0,4388	0,5062	A_{16}	0,6808
2006	0,1216	0,2216	0,3216	0,4216	0,5216	0,5973	0,4973	0,3973	0,2973	0,1973	0,0973	A_{11}	0,4899
2007	0,7148	0,8148	0,6792	0,5292	0,3992	0,2892	0,1992	0,1292	0,0792	0,0492	0,0143	A_3	0,2015
2008	0,5390	0,6390	0,7390	0,6660	0,5360	0,4260	0,3360	0,2660	0,2160	0,1392	0,0143	A_6	0,2962
2009	0,0143	0,0492	0,0792	0,1292	0,1992	0,2058	0,2058	0,2058	0,2058	0,2058	0,7148	A_{19}	0,8951
2010	0,0064	0,1560	0,1879	0,2379	0,3079	0,3702	0,3702	0,3702	0,3702	0,3702	0,5710	A_{17}	0,7595
2011	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,9227	A_{25}	1,0000
2012	0,0973	0,1973	0,2973	0,3973	0,4973	0,5973	0,5216	0,4216	0,3216	0,2216	0,1216	A_{12}	0,5101
2013	0,0253	0,1253	0,2253	0,2958	0,3658	0,4388	0,4388	0,4388	0,4388	0,4388	0,5062	A_{16}	0,6808

Число НМ, с помощью которого в табл. 4 описываются ИД, является избыточным. На рис. 3 представлено распределение ТО НМ, в которой выделены 7 кластеров НМ, систематизированных в виде табл. 4.

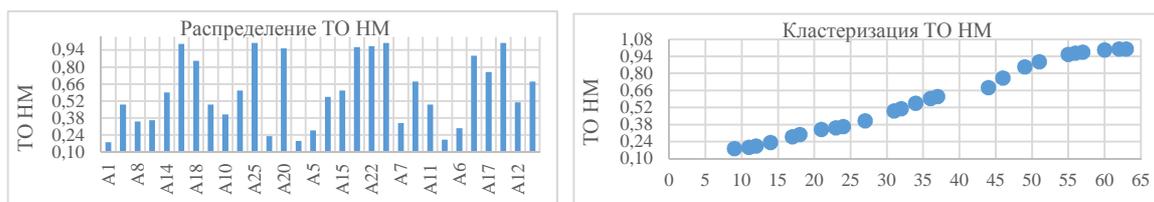


Рис. 3. Кластеризация ТО НМ

Таблица 4. Кластеризация нечётких множеств по их точечным оценкам

Кластер	Интервал	Нечеткое множество (точечная оценка)
1	[0; 0,24]	$A_1 (0,1804); A_2(0,1915); A_3 (0,2015); A_4 (0,2304)$
2	[0,24; 0,38]	$A_5 (0,2776); A_6 (0,2962); A_7 (0,3374); A_8 (0,3514); A_9 (0,3631)$
3	[0,38; 0,52]	$A_{10} (0,4083); A_{11} (0,4899); A_{12} (0,5101)$
4	[0,52; 0,66]	$A_{13} (0,5538); A_{14} (0,5917); A_{15} (0,6074)$
5	[0,66; 0,80]	$A_{16} (0,6808); A_{17}(0,7595)$
6	[0,80; 0,94]	$A_{18} (0,8525); A_{19} (0,8951)$
7	[0,94; 1,00]	$A_{20} (0,9547); A_{21} (0,9650); A_{22} (0,9735); A_{23} (0,9920); A_{24} (0,9991); A_{25} (1,0000)$

Для каждого кластера построим консолидирующее НМ B_j ($j = 1 \div 7$) путём объединения: $\mu_{B_j}(u) = \max\{\mu_{A_i}(u)\}$. В частности, для 1-го кластера имеем:

$$B_1 = \frac{0,785}{0} + \frac{0,835}{0,1} + \frac{0,715}{0,2} + \frac{0,565}{0,3} + \frac{0,435}{0,4} + \frac{0,325}{0,5} + \frac{0,235}{0,6} + \frac{0,165}{0,7} + \frac{0,115}{0,8} + \frac{0,085}{0,9} + \frac{0,025}{1}$$

В результате таких действий получен новый аналог ВР, который представлен в виде табл. 5.

Таблица 5. Нечёткая модель временного ряда

Год	ИД	ПНА	ТО НМ	Интервал	Кластер	КНА	Год	ИД	ПНА	ТО НМ	Интервал	Кластер	КНА
1984	9	A_1	0,1804	[0,00; 0,24]	1	B_1	1999	34	A_{13}	0,5538	[0,52; 0,66]	4	B_4
1985	31	A_{11}	0,4899	[0,38; 0,52]	3	B_3	2000	37	A_{15}	0,6074	[0,52; 0,66]	4	B_4
1986	23	A_8	0,3514	[0,24; 0,38]	2	B_2	2001	56	A_{21}	0,9650	[0,94; 1,00]	7	B_7
1987	24	A_9	0,3631	[0,24; 0,38]	2	B_2	2002	57	A_{22}	0,9735	[0,94; 1,00]	7	B_7
1988	36	A_{14}	0,5917	[0,52; 0,66]	4	B_4	2003	62	A_{24}	0,9991	[0,94; 1,00]	7	B_7
1989	60	A_{23}	0,9920	[0,94; 1,00]	7	B_7	2004	21	A_7	0,3374	[0,24; 0,38]	2	B_2
1990	49	A_{18}	0,8525	[0,80; 0,94]	6	B_6	2005	44	A_{16}	0,6808	[0,66; 0,80]	5	B_5
1991	31	A_{11}	0,4899	[0,38; 0,52]	3	B_3	2006	31	A_{11}	0,4899	[0,38; 0,52]	3	B_3
1992	27	A_{10}	0,4083	[0,38; 0,52]	3	B_3	2007	12	A_3	0,2015	[0,00; 0,24]	1	B_1
1993	37	A_{15}	0,6074	[0,52; 0,66]	4	B_4	2008	18	A_6	0,2962	[0,24; 0,38]	2	B_2
1994	63	A_{25}	1,0000	[0,94; 1,00]	7	B_7	2009	51	A_{19}	0,8951	[0,80; 0,94]	6	B_6

1995	14	A_4	0,2304	[0,00; 0,24]	1	B_1	2010	46	A_{17}	0,7595	[0,66; 0,80]	5	B_5
1996	55	A_{20}	0,9547	[0,94; 1,00]	7	B_7	2011	63	A_{25}	1,0000	[0,94; 1,00]	7	B_7
1997	11	A_2	0,1915	[0,00; 0,24]	1	B_1	2012	32	A_{12}	0,5101	[0,38; 0,52]	3	B_3
1998	17	A_5	0,2776	[0,24; 0,38]	2	B_2	2013	44	A_{16}	0,6808	[0,66; 0,80]	5	B_5

ПНА – предварительный нечёткий аналог ВР, КНА – консолидированный нечёткий аналог ВР

3.2. Внутренние связи и их локализация по группам

Внутри КНА ВР имеются 23 связи 1-го порядка: $B_i \Rightarrow B_j$ ($i, j = 1 \div 7$), которые сгруппированы в табл. 6 по принципу: если нечёткое множество B_1 связано, например, последовательно с B_2 , B_3 и B_7 , то относительно этого множества формируется локальная группа 1-го порядка: $B_1 \Rightarrow B_2, B_3, B_7$. Связи 1-го порядка представляют собой нечёткие импликации. В частности, 1-я группа таких связей $B_1 \Rightarrow B_2, B_3, B_7$ в нотации механизма нечёткого вывода означает: «если предикатом является B_1 , тогда прогноз будет B_2 или B_3 или B_7 ». Учитывая наличие в правой части этого правила логического оператора «или», обобщающей функцией принадлежности будет $\mu_C(u) = \mu_{B_2 \cup B_3 \cup B_7}(u) = \max\{\mu_{B_2}(u), \mu_{B_3}(u), \mu_{B_7}(u)\}$. В табл. 7 представлены обобщающие НМ, отражающие следствия в группах связей 1-го порядка.

Аналогичным образом в табл. 8 сгруппированы связи 2-го порядка между ИД, описанными с помощью B_k ($k = 1 \div 7$).

Таблица 6. Группы нечётких связей 1-го порядка

№	Нечёткая связь 1-го порядка	№	Нечёткая связь 1-го порядка	№	Нечёткая связь 1-го порядка	№	Нечёткая связь 1-го порядка
1	$B_1 \Rightarrow B_2, B_3, B_7$	3	$B_3 \Rightarrow B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$	5	$B_5 \Rightarrow B_3, B_7$	7	$B_7 \Rightarrow B_1, B_2, B_3, B_6, B_7$
2	$B_2 \Rightarrow B_2, B_4, B_5, B_6$	4	$B_4 \Rightarrow B_4, B_7$	6	$B_6 \Rightarrow B_3, B_5$		

Таблица 7. Обобщающие НМ, отражающие следствия в группах связей 1-го порядка

Обобщающее НМ	Значения обобщённой функции принадлежности											Объединение НМ
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	
C_1	0,5710	0,6710	0,7710	0,7064	0,6253	0,5973	0,5216	0,4216	0,3216	0,2216	0,9227	$B_2 \cup B_3 \cup B_7$
C_2	0,5710	0,6710	0,7710	0,7064	0,6064	0,5560	0,6253	0,5692	0,4692	0,4388	0,7148	$B_2 \cup B_4 \cup B_5 \cup B_6$
C_3	0,7851	0,8353	0,7710	0,7064	0,6253	0,5973	0,6253	0,5692	0,4692	0,4388	0,5710	$B_1 \cup B_2 \cup B_3 \cup B_4 \cup B_5$
C_4	0,0560	0,1560	0,2560	0,3560	0,4560	0,5560	0,6253	0,5692	0,4692	0,3692	0,9227	$B_3 \cup B_7$
C_5	0,2369	0,3369	0,4369	0,5369	0,6253	0,5973	0,5216	0,4216	0,3216	0,2216	0,9227	$B_3 \cup B_7$
C_6	0,2369	0,3369	0,4369	0,5369	0,6253	0,5973	0,5216	0,4388	0,4388	0,4388	0,5710	$B_3 \cup B_5$
C_7	0,7851	0,8353	0,7710	0,7064	0,6253	0,5973	0,5216	0,4216	0,3216	0,2692	0,9227	$B_1 \cup B_2 \cup B_3 \cup B_6 \cup B_7$

Таблица 8. Группы нечётких связей 2-го порядка

Группа	Нечёткая связь	Группа	Нечёткая связь	Группа	Нечёткая связь	Группа	Нечёткая связь
1	$B_1, B_2 \Rightarrow B_4, B_6$	7	$B_2, B_6 \Rightarrow B_5$	13	$B_4, B_7 \Rightarrow B_1, B_6, B_7$	19	$B_7, B_2 \Rightarrow B_5$
2	$B_1, B_3 \Rightarrow B_2$	8	$B_3, B_1 \Rightarrow B_2$	14	$B_5, B_3 \Rightarrow B_1$	20	$B_7, B_3 \Rightarrow B_5$
3	$B_1, B_7 \Rightarrow B_1$	9	$B_3, B_2 \Rightarrow B_2$	15	$B_5, B_7 \Rightarrow B_3$	21	$B_7, B_6 \Rightarrow B_3$
4	$B_2, B_2 \Rightarrow B_4$	10	$B_3, B_3 \Rightarrow B_4$	16	$B_6, B_3 \Rightarrow B_3$	22	$B_7, B_7 \Rightarrow B_2, B_7$
5	$B_2, B_4 \Rightarrow B_4, B_7$	11	$B_3, B_4 \Rightarrow B_7$	17	$B_6, B_5 \Rightarrow B_7$		
6	$B_2, B_5 \Rightarrow B_3$	12	$B_4, B_4 \Rightarrow B_7$	18	$B_7, B_1 \Rightarrow B_2, B_7$		

3.3. Определение нечётких прогнозов и их дефаззификация

Для определения нечётких прогнозов воспользуемся двумя базовыми моделями:

Модель № 1 [5–7]: если на текущий момент (в нашем случае на i -ый год) ИД x_i описана в виде НМ B_j , которое в составе всего временного ряда образует только одну единственную связь, скажем, отношение $B_j \Rightarrow B_k$, тогда прогнозом на следующий $(i+1)$ -ый год будет НМ B_k . В противном случае, то есть когда имеет место группа отношений, например, $B_j \Rightarrow B_{k_1}, B_{k_2}, \dots, B_{k_p}$, именно эта связка в комплексе и будет нечётким прогнозом на $(i+1)$ -ый год.

Модель № 2 [1, 2]: предполагает нахождение прогноза из соотношения $B_i = B_{i-1} \circ R$, где « \circ » обозначает композиционное правило; R является нечётким отношением вида $R = \bigcup_{i=1}^{23} R_i$, где $R_i = B_s^T \text{Ч} B_q$ определяется для всех связей $B_s \Rightarrow B_q$.

3.3.1. Прогнозирование на основе Модели №1

Для нечётких связей 1-го и 2-го порядков выходы Модели № 1 представлены в табл. 9.

Таблица 9. Выходы 1-ой модели при наличии связей 1-го и 2-го порядков

Для связей 1-го порядка				
Год	ИД	Прогноз в масштабе [0;1]	Группа нечётких отношений	Точечные оценки нечётких выходов
1984	9		$B_1 \Rightarrow B_2, B_3, B_7$	0,3087; 0,4526; 0,9596
1985	31	0,5462	$B_3 \Rightarrow B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$	0,2127; 0,3087; 0,4526; 0,5873; 0,7143
1986	23	0,3783	$B_2 \Rightarrow B_2, B_4, B_5, B_6$	0,3087; 0,5873; 0,7143; 0,8628
1987	24	0,4566	$B_2 \Rightarrow B_2, B_4, B_5, B_6$	0,3087; 0,5873; 0,7143; 0,8628
1988	36	0,4566	$B_4 \Rightarrow B_4, B_7$	0,5873; 0,9596
1989	60	0,7562	$B_7 \Rightarrow B_1, B_2, B_3, B_6, B_7$	0,2127; 0,3087; 0,4526; 0,8628; 0,9596
1990	49	0,4803	$B_6 \Rightarrow B_3, B_5$	0,4526; 0,7143
1991	31	0,5343	$B_3 \Rightarrow B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$	0,2127; 0,3087; 0,4526; 0,5873; 0,7143
1992	27	0,3783	$B_3 \Rightarrow B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$	0,2127; 0,3087; 0,4526; 0,5873; 0,7143
1993	37	0,3783	$B_4 \Rightarrow B_4, B_7$	0,5873; 0,9596
1994	63	0,7562	$B_7 \Rightarrow B_1, B_2, B_3, B_6, B_7$	0,2127; 0,3087; 0,4526; 0,8628; 0,9596
1995	14	0,4803	$B_1 \Rightarrow B_2, B_3, B_7$	0,3087; 0,4526; 0,9596
1996	55	0,5462	$B_7 \Rightarrow B_1, B_2, B_3, B_6, B_7$	0,2127; 0,3087; 0,4526; 0,8628; 0,9596
1997	11	0,4803	$B_1 \Rightarrow B_2, B_3, B_7$	0,3087; 0,4526; 0,9596
1998	17	0,5462	$B_2 \Rightarrow B_2, B_4, B_5, B_6$	0,3087; 0,5873; 0,7143; 0,8628
1999	34	0,4566	$B_4 \Rightarrow B_4, B_7$	0,5873; 0,9596
2000	37	0,7562	$B_4 \Rightarrow B_4, B_7$	0,5873; 0,9596
2001	56	0,7562	$B_7 \Rightarrow B_1, B_2, B_3, B_6, B_7$	0,2127; 0,3087; 0,4526; 0,8628; 0,9596
2002	57	0,4803	$B_7 \Rightarrow B_1, B_2, B_3, B_6, B_7$	0,2127; 0,3087; 0,4526; 0,8628; 0,9596
2003	62	0,4803	$B_7 \Rightarrow B_1, B_2, B_3, B_6, B_7$	0,2127; 0,3087; 0,4526; 0,8628; 0,9596
2004	21	0,4803	$B_2 \Rightarrow B_2, B_4, B_5, B_6$	0,3087; 0,5873; 0,7143; 0,8628
2005	44	0,4566	$B_5 \Rightarrow B_3, B_7$	0,4526; 0,9596
2006	31	0,6849	$B_3 \Rightarrow B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$	0,2127; 0,3087; 0,4526; 0,5873; 0,7143

2007	12	0,3783	$B_1 \Rightarrow B_2, B_3, B_7$	0,3087; 0,4526; 0,9596
2008	18	0,5462	$B_2 \Rightarrow B_2, B_4, B_5, B_6$	0,3087; 0,5873; 0,7143; 0,8628
2009	51	0,4566	$B_6 \Rightarrow B_3, B_5$	0,4526; 0,7143
2010	46	0,5343	$B_5 \Rightarrow B_3, B_7$	0,4526; 0,9596
2011	63	0,6849	$B_7 \Rightarrow B_1, B_2, B_3, B_6, B_7$	0,2127; 0,3087; 0,4526; 0,8628; 0,9596
2012	32	0,4803	$B_3 \Rightarrow B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$	0,2127; 0,3087; 0,4526; 0,5873; 0,7143
2013	44	0,3783	$B_5 \Rightarrow B_3, B_7$	0,4526; 0,9596
Для связей 2-го порядка				
1984	9			
1985	31		$B_1, B_3 \Rightarrow B_2$	0,3087
1986	23	0,3087	$B_3, B_2 \Rightarrow B_2$	0,3087
1987	24	0,3087	$B_2, B_2 \Rightarrow B_4$	0,5873
1988	36	0,5873	$B_2, B_4 \Rightarrow B_4, B_7$	0,5873; 0,9596
1989	60	0,7562	$B_4, B_7 \Rightarrow B_1, B_6, B_7$	0,2127; 0,8628; 0,9596
1990	49	0,4576	$B_7, B_6 \Rightarrow B_3$	0,4526
1991	31	0,4526	$B_6, B_3 \Rightarrow B_3$	0,4526
1992	27	0,4526	$B_3, B_3 \Rightarrow B_4$	0,5873
1993	37	0,5873	$B_3, B_4 \Rightarrow B_7$	0,9596
1994	63	0,9596	$B_4, B_7 \Rightarrow B_1, B_6, B_7$	0,2127; 0,8628; 0,9596
1995	14	0,4576	$B_7, B_1 \Rightarrow B_2, B_7$	0,3087; 0,9596
1996	55	0,5288	$B_1, B_7 \Rightarrow B_1$	0,2127
1997	11	0,2127	$B_7, B_1 \Rightarrow B_2, B_7$	0,3087; 0,9596
1998	17	0,5288	$B_1, B_2 \Rightarrow B_4, B_6$	0,5873; 0,8628
1999	34	0,6853	$B_2, B_4 \Rightarrow B_4, B_7$	0,5873; 0,9596
2000	37	0,7562	$B_4, B_4 \Rightarrow B_7$	0,9596
2001	56	0,9596	$B_4, B_7 \Rightarrow B_1, B_6, B_7$	0,2127; 0,8628; 0,9596
2002	57	0,4576	$B_7, B_7 \Rightarrow B_2, B_7$	0,3087; 0,9596
2003	62	0,5288	$B_7, B_7 \Rightarrow B_2, B_7$	0,3087; 0,9596
2004	21	0,5288	$B_7, B_2 \Rightarrow B_5$	0,7143
2005	44	0,7143	$B_2, B_5 \Rightarrow B_3$	0,4526
2006	31	0,4526	$B_5, B_3 \Rightarrow B_1$	0,2127
2007	12	0,2127	$B_3, B_1 \Rightarrow B_2$	0,3087
2008	18	0,3087	$B_1, B_2 \Rightarrow B_4, B_6$	0,5873; 0,8628
2009	51	0,6853	$B_2, B_6 \Rightarrow B_5$	0,7143
2010	46	0,7143	$B_6, B_5 \Rightarrow B_7$	0,9596
2011	63	0,9596	$B_5, B_7 \Rightarrow B_3$	0,4526
2012	32	0,4526	$B_7, B_3 \Rightarrow B_5$	0,7143
2013	44	0,7143	$B_3, B_5 \Rightarrow B_7$	0,9596

Полученные в масштабе $[0; 1]$ ТО нечётких прогнозов отразим в номинальных значениях ИД. Для этого воспользуемся двухслойной feedforward нейронной сетью, представленной на рис. 4 в нотации MATLAB 7.11.0. За основу обучения сети выбрано множество обучающих пар $\{(A_k^{def}, x_k)\}_{k=1}^{25}$ (табл. 10), где x_k – ИД, A_k^{def} – дефаззифицированные значения их нечётких аналогов A_k , полученные с применением описанной выше процедуры ТО НМ (табл. 4).

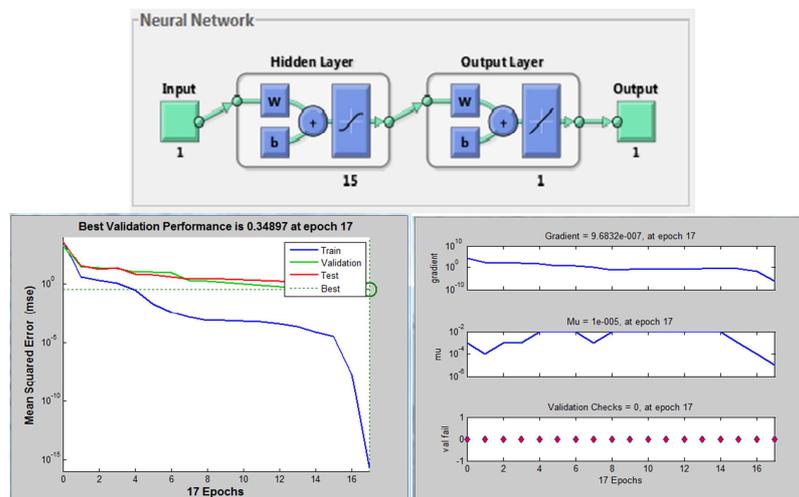


Рис. 4. Нейронная аппроксимация функции $x_k = f(A_k^{def})$ в нотации MATLAB

Таблица 10. Табличное представление функции $x_k = f(A_k^{def})$

k	x_k	A_k^{def}												
1	9	0,1804	6	18	0,2962	11	31	0,4899	16	44	0,6808	21	56	0,9650
2	11	0,1915	7	21	0,3374	12	32	0,5101	17	46	0,7595	22	57	0,9735
3	12	0,2015	8	23	0,3514	13	34	0,5538	18	49	0,8525	23	60	0,9920
4	14	0,2304	9	24	0,3631	14	36	0,5917	19	51	0,8951	24	62	0,9991
5	17	0,2776	10	27	0,4083	15	37	0,6074	20	55	0,9547	25	63	1

После аппроксимации функции $x_k = f(A_k^{def})$ обученная нейронная сеть индуцирует на своем выходе номинальные прогнозные значения для ВР, соответствующие дефазифицированным аналогам нечётких выходов, представленных в табл. 10. Полученные таким образом прогнозы помещены в табл. 11, а сами модели ВР для случая связей 1-го и 2-го порядков соответственно показаны на рис. 5 на фоне исходного ВР.

Таблица 11. Прогнозирование временного ряда с учётом связей 1-го и 2-го порядков

Для связей 1-го порядка								
Год	ИД	Прогноз	Год	ИД	Прогноз	Год	ИД	Прогноз
1984	9	-	1994	63	46,0706	2004	21	30,9644
1985	31	33,2953	1995	14	30,9644	2005	44	29,9126
1986	23	24,7750	1996	55	33,2953	2006	31	44,0833
1987	24	29,9126	1997	11	30,9644	2007	12	24,7750
1988	36	29,9126	1998	17	33,2953	2008	18	33,2953
1989	60	46,0706	1999	34	29,9126	2009	51	29,9126
1990	49	30,9644	2000	37	46,0706	2010	46	32,8618
1991	31	32,8618	2001	56	46,0706	2011	63	44,0833
1992	27	24,7750	2002	57	30,9644	2012	32	30,9644
1993	37	24,7750	2003	62	30,9644	2013	44	24,7750
Для связей 2-го порядка								
Год	ИД	Прогноз	Год	ИД	Прогноз	Год	ИД	Прогноз
1984	9	-	1994	63	55,4142	2004	21	32,6734
1985	31	-	1995	14	29,9613	2005	44	45,1902
1986	23	19,0082	1996	55	32,6734	2006	31	29,7134
1987	24	19,0082	1997	11	12,9219	2007	12	12,9219
1988	36	35,4722	1998	17	32,6734	2008	18	19,0082
1989	60	46,0706	1999	34	44,1036	2009	51	44,1036
1990	49	29,9613	2000	37	46,0706	2010	46	45,1902
1991	31	29,7134	2001	56	55,4142	2011	63	55,4142
1992	27	29,7134	2002	57	29,9613	2012	32	29,7134
1993	37	35,4722	2003	62	32,6734	2013	44	45,1902

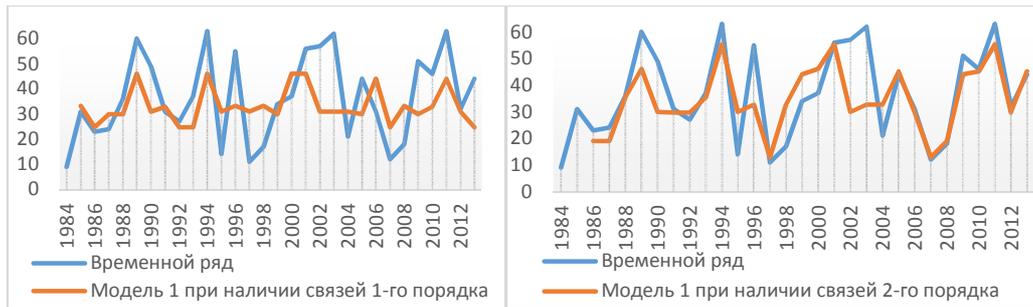


Рис. 5. Модели временного ряда при наличии связей 1-го и 2-го порядков

Моделирование ВР по указанной схеме не ограничивается только случаями внутренних связей 1-го и 2-го порядков. Как правило, расчёты продолжают делать и для случаев внутренних связей более старших порядков. Поэтому, опираясь на нечеткий аналог ВР (табл. 5), продолжим применение Модели 1 для внутренних связей 3-го порядка (табл. 12).

Таблица 12. Группы нечётких связей 3-го порядка

Группа	Нечёткая связь 3-го порядка	Группа	Нечёткая связь 3-го порядка	Группа	Нечёткая связь 3-го порядка
1	$B_1, B_3, B_2 \Rightarrow B_2$	10	$B_4, B_7, B_1 \Rightarrow B_7$	19	$B_7, B_7, B_2 \Rightarrow B_5$
2	$B_3, B_2, B_2 \Rightarrow B_4$	11	$B_7, B_1, B_7 \Rightarrow B_1$	20	$B_7, B_2, B_5 \Rightarrow B_3$
3	$B_2, B_2, B_4 \Rightarrow B_7$	12	$B_1, B_7, B_1 \Rightarrow B_2$	21	$B_2, B_5, B_3 \Rightarrow B_1$
4	$B_2, B_4, B_7 \Rightarrow B_6$	13	$B_7, B_1, B_2 \Rightarrow B_4$	22	$B_5, B_3, B_1 \Rightarrow B_2$
5	$B_4, B_7, B_6 \Rightarrow B_3$	14	$B_1, B_2, B_4 \Rightarrow B_4$	23	$B_3, B_1, B_2 \Rightarrow B_6$
6	$B_7, B_6, B_3 \Rightarrow B_3$	15	$B_2, B_4, B_4 \Rightarrow B_7$	24	$B_1, B_2, B_6 \Rightarrow B_5$
7	$B_6, B_3, B_3 \Rightarrow B_4$	16	$B_4, B_4, B_7 \Rightarrow B_7$	25	$B_2, B_6, B_5 \Rightarrow B_7$
8	$B_3, B_3, B_4 \Rightarrow B_7$	17	$B_4, B_7, B_7 \Rightarrow B_7$	26	$B_6, B_5, B_7 \Rightarrow B_3$
9	$B_3, B_4, B_7 \Rightarrow B_1$	18	$B_7, B_7, B_7 \Rightarrow B_2$	27	$B_5, B_7, B_3 \Rightarrow B_5$

Отправляясь от выявленных связей 3-го порядка, получим прогнозы данных временного ряда в терминах точечных оценок в масштабе $[0; 1]$. Далее, применяя обученную нейронную сеть, получим окончательные прогнозы ИД, которые представлены в табл. 13.

Таблица 13. Прогнозирование временного ряда с учётом связей 3-го порядка

Год	ИД	Данная в терминах ТО НМ	Прогноз в номинальных значениях	Прогноз в терминах ТО НМ	Год	ИД	Данная в терминах ТО НМ	Прогноз в номинальных значениях	Прогноз в терминах ТО НМ
1984	9	0,1804	-	-	1999	34	0,5538	35,5085	0,5873
1985	31	0,4899	-	-	2000	37	0,6074	35,5085	0,5873
1986	23	0,3514	-	-	2001	56	0,9650	55,5191	0,9596
1987	24	0,3631	19,2116	0,3087	2002	57	0,9735	55,5191	0,9596
1988	36	0,5917	35,5085	0,5873	2003	62	0,9991	55,5191	0,9596
1989	60	0,9920	55,5191	0,9596	2004	21	0,3374	19,2116	0,3087
1990	49	0,8525	49,5741	0,8628	2005	44	0,6808	52,2968	0,7144
1991	31	0,4899	27,7482	0,4526	2006	31	0,4899	27,7482	0,4526
1992	27	0,4083	27,7482	0,4526	2007	12	0,2015	12,6027	0,2127
1993	37	0,6074	35,5085	0,5873	2008	18	0,2962	19,2116	0,3087
1994	63	1,0000	55,5191	0,9596	2009	51	0,8951	49,5741	0,8628
1995	14	0,2304	12,6027	0,2127	2010	46	0,7595	52,2968	0,7144
1996	55	0,9547	55,5191	0,9596	2011	63	1,0000	55,5191	0,9596
1997	11	0,1915	12,6027	0,2127	2012	32	0,5101	27,7482	0,4526
1998	17	0,2776	19,2116	0,3087	2013	44	0,6808	52,2968	0,7144

Графическая интерпретация прогностической модели представлена на рис. 6, где видно, что в терминах ТО НМ она гораздо лучше описывает рассматриваемый ВР, чем в

терминах номинальных данных. Это незначительное расхождение связано с «издержками» нейронной аппроксимации функции $x_k = f(A_k^{def})$. Поэтому на данном этапе моделирования ВР есть возможность существенно улучшить степень адекватности модели за счёт структурной и параметрической оптимизации feedforward нейронной сети.



Рис. 6. Модели ВР при наличии связей 3-го порядка в терминах номинальных данных и ТО НМ

3.3.2. Прогнозирование на основе Модели №2

Модель № 2 часто именуют моделью Сонга-Чиссома (Q. Song and B. Chissom), основанной на выполнении следующего соотношения [1–3]: $A_t = A_{t-1} \circ R$, где A_{t-1} обозначает нечёткий аналог значения ИД на текущий $(t-1)$ -ый год; A_t является прогнозируемым нечётким аналогом на следующий t -ый год; « \circ » обозначает композиционное правило; R является инвариантным по времени нечётким отношением, которое представляет собой объединение $R = \cup R_k$ ($k = 1 \div 23$), в котором $R_k = B_i^T \times B_j$ определяется для всех связей 1-го порядка вида $B_i \Rightarrow B_j$ ($i, j = 1 \div 7$), представленных в табл. 6. Здесь следует отметить, что данную модель мы применили к связям 1-го порядка между нечёткими аналогами ИД A_i (табл. 4, табл. 14). Однако полученная модель ВР оказалась просто усредняющей (рис. 7) и, соответственно, не может претендовать на необходимую степень адекватности.

Таблица 14. Связи 1-го порядка

$A_1 \Rightarrow A_{11}$	$A_9 \Rightarrow A_{14}$	$A_{18} \Rightarrow A_{11}$	$A_{15} \Rightarrow A_{25}$	$A_{20} \Rightarrow A_2$	$A_{13} \Rightarrow A_{15}$	$A_{22} \Rightarrow A_{24}$	$A_{16} \Rightarrow A_{11}$	$A_6 \Rightarrow A_{19}$	$A_{25} \Rightarrow A_{12}$
$A_{11} \Rightarrow A_8$	$A_{14} \Rightarrow A_{23}$	$A_{11} \Rightarrow A_{10}$	$A_{25} \Rightarrow A_4$	$A_2 \Rightarrow A_5$	$A_{15} \Rightarrow A_{21}$	$A_{24} \Rightarrow A_7$	$A_{11} \Rightarrow A_3$	$A_{19} \Rightarrow A_{17}$	$A_{12} \Rightarrow A_{16}$
$A_8 \Rightarrow A_9$	$A_{23} \Rightarrow A_{18}$	$A_{10} \Rightarrow A_{15}$	$A_4 \Rightarrow A_{20}$	$A_5 \Rightarrow A_{13}$	$A_{21} \Rightarrow A_{22}$	$A_7 \Rightarrow A_{16}$	$A_3 \Rightarrow A_6$	$A_{17} \Rightarrow A_{25}$	

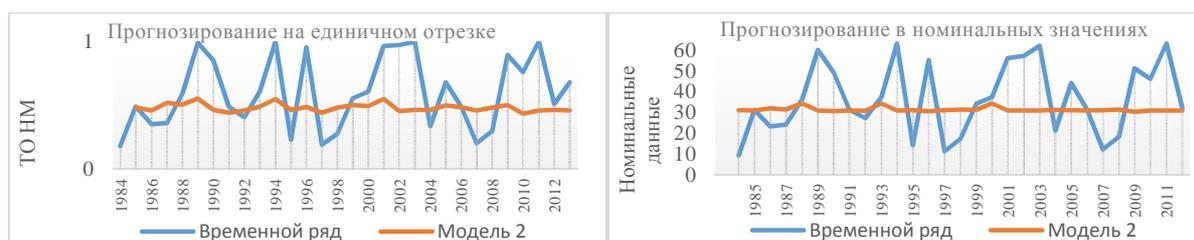


Рис. 7. Модель временного ряда для связей $A_s \Rightarrow A_q$ ($s, q = 1 \div 25$)

Итак, за основу выберем ранее выявленные связи 1-го порядка (табл. 8) между нечёткими критериями оценки B_i ($i = 1 \div 7$). По сути каждая такая связь R_k ($k = 1 \div 23$) является нечётким отношением и реализуется посредством импликации вида «Если ..., то тогда...», то есть с помощью следующей процедуры: «если B_i и B_j ($i, j = 1 \div 7$) нечёткие множества, построенные по опорным m -мерным векторам, логически связаны друг с другом в виде $B_i \Rightarrow B_j$, тогда нечёткое отношение R_k , порожденное этой связью, определяет

ся в виде матрицы $R_k = B_i^T \times B_j$ размерности $m \times m$. Для реализации отношений R_k ($k=1 \div 23$) применим импликацию Мамдани, согласно которой в нашем случае для каждого $i, j=1 \div 7$ и 11-мерного опорного вектора $(0; 0,1; \dots, 1)$ будут иметь место соответствующие матрицы вида $\|C_{ij}\| = \|\min\{B_i, B_j\}\|$. В результате их объединения получено иско- мое инвариантное отношение:

$$R = \begin{pmatrix} 0,5710 & 0,6710 & 0,7710 & 0,7064 & 0,6253 & 0,5973 & 0,5710 & 0,5692 & 0,4692 & 0,4388 & 0,7851 \\ 0,5710 & 0,6710 & 0,7710 & 0,7064 & 0,6253 & 0,5973 & 0,6253 & 0,5692 & 0,4692 & 0,4388 & 0,8353 \\ 0,5710 & 0,6710 & 0,7710 & 0,7064 & 0,6253 & 0,5973 & 0,6253 & 0,5692 & 0,4692 & 0,4388 & 0,7154 \\ 0,5710 & 0,6710 & 0,7064 & 0,7064 & 0,6064 & 0,5654 & 0,6253 & 0,5692 & 0,4692 & 0,4388 & 0,7064 \\ 0,6253 & 0,6253 & 0,6253 & 0,6253 & 0,6253 & 0,5973 & 0,6253 & 0,5692 & 0,4692 & 0,4388 & 0,6064 \\ 0,5973 & 0,5973 & 0,5973 & 0,5973 & 0,5973 & 0,5973 & 0,5973 & 0,5692 & 0,4692 & 0,4388 & 0,5710 \\ 0,5216 & 0,5216 & 0,5216 & 0,5369 & 0,6143 & 0,5973 & 0,6253 & 0,5692 & 0,4692 & 0,4388 & 0,6253 \\ 0,4216 & 0,4216 & 0,4369 & 0,5369 & 0,5692 & 0,5692 & 0,5692 & 0,5692 & 0,4692 & 0,4216 & 0,5692 \\ 0,3216 & 0,3369 & 0,4369 & 0,4692 & 0,4692 & 0,4692 & 0,4692 & 0,4692 & 0,4692 & 0,3692 & 0,4692 \\ 0,2369 & 0,3369 & 0,4369 & 0,4388 & 0,4388 & 0,4388 & 0,4388 & 0,4216 & 0,3692 & 0,3692 & 0,4388 \\ 0,7851 & 0,8353 & 0,7710 & 0,7064 & 0,6253 & 0,5973 & 0,5216 & 0,4388 & 0,4388 & 0,4388 & 0,9227 \end{pmatrix}$$

После применения итерационного соотношения Модели 2 были получены прогнозы в масштабе $[0; 1]$. Применив к ним построенную нейронную сеть (рис. 4), в итоге были получены номинальные значения прогнозов для представленных ВР (табл. 15, рис. 8).

Таблица 15. Прогнозирование ВР на основе Модели 2

Год	ИД		Прогноз		Год	ИД		Прогноз	
	Номинал	ТО НМ	Номинал	ТО НМ		Номинал	ТО НМ	Номинал	ТО НМ
1984	9	0,1804			1999	34	0,5538	26,9616	0,4573
1985	31	0,4899	32,1784	0,5147	2000	37	0,6074	31,0823	0,4909
1986	23	0,3514	29,3244	0,4758	2001	56	0,9650	32,0398	0,5112
1987	24	0,3631	28,7971	0,4723	2002	57	0,9735	26,2677	0,4387
1988	36	0,5917	29,3541	0,4760	2003	62	0,9991	26,3532	0,4450
1989	60	0,9920	32,2037	0,5153	2004	21	0,3374	30,7724	0,4873
1990	49	0,8525	29,0993	0,4734	2005	44	0,6808	28,8877	0,4729
1991	31	0,4899	26,6546	0,4528	2006	31	0,4899	30,5369	0,4850
1992	27	0,4083	29,3244	0,4758	2007	12	0,2015	29,3244	0,4758
1993	37	0,6074	28,6917	0,4716	2008	18	0,2962	32,1374	0,5137
1994	63	1,0000	32,0398	0,5112	2009	51	0,8951	28,2223	0,4684
1995	14	0,2304	31,2395	0,4931	2010	46	0,7595	26,3098	0,4428
1996	55	0,9547	30,4929	0,4846	2011	63	1,0000	28,6467	0,4713
1997	11	0,1915	26,2647	0,4360	2012	32	0,5101	31,2395	0,4931
1998	17	0,2776	32,7305	0,5257	2013	44	0,6808	29,3244	0,4758

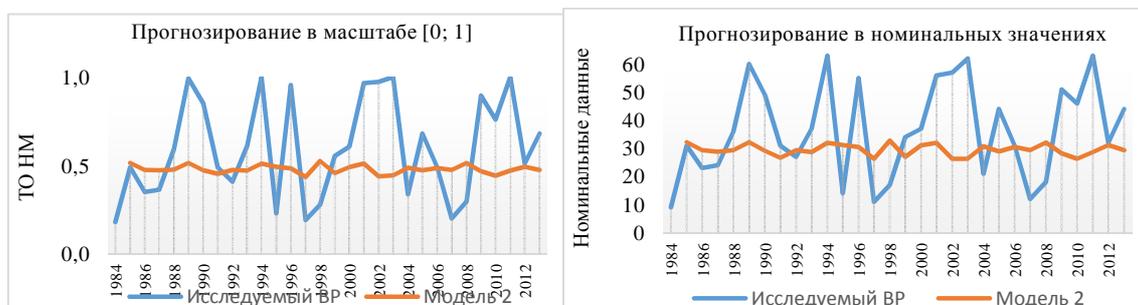


Рис. 8. Прогнозирование временного ряда на основе Модели 2

4. Сравнение результатов прогнозирования

Для оценки степени адекватности предлагаемых моделей ВР и для проведения сравнительного анализа предлагаемых подходов к прогнозированию слабоструктурированных временных рядов, как правило, пользуются статистическими критериями оценки, а именно: средней абсолютной ошибкой, (*MAPE* – Mean Absolute Percentage Error):

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{|forecast_j - actual_j|}{actual_j} \cdot 100\%;$$

среднеквадратичным отклонением (*MSE* – Mean Squared Error) $MSE = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (forecast_j - actual_j)^2$. Тем не менее, с учётом нашего подхода, свя-

занного с разложением ИД на ПБС (рис. 1), воспользуемся расстоянием (или метрикой) Хэмминга [11, 12]. Как известно, Р. Хэммингом была сформулирована метрика для установления меры различия между кодовыми комбинациями (двоичными векторами) в векторном пространстве кодовых последовательностей. Для нашего случая расстоянием Хэмминга будет число позиций, в которых битовые строки $x[q_k]$ и $m[q_k]$ ($k = 0 \div 5$), характеризующие ПБС исторических данных временного ряда $x[t]$ и соответственных значений прогностической модели $m[t]$, различны.

В [13] был рассмотрен позиционно-широотно-импульсный метод распознавания циклических сигналов, в котором оценка близости распознаваемого сигнала к эталонному производится путем вычисления числовых параметров близости по их позиционно-бинарному покрытию. В терминах метрики Хэмминга, адаптируя данный подход для

нашего случая, имеем $E_H = \sum_{k=0}^n d(x[q_k], m[q_k]) \cdot 2^k$, где $d(x[q_k], m[q_k])$ – расстояние Хэм-

минга между бинарными составляющими ИД ВР $x[t]$ и значениями прогностической модели $m[t]$ на q_k -ой позиции; 2^k – вес, присваиваемый q_k -ой позиции при вычислении консолидированной разницы.

Таким образом, в дополнение к критериям оценки *MAPE* и *MSE* для оценки предлагаемого в данной статье метода нечеткого моделирования слабоструктурированного ВР воспользуемся критерием Хемминга E_H . Сравнительный анализ полученных результатов прогнозирования помещен в табл. 16.

Таблица 16. Сравнительный анализ полученных результатов

Крите- рий оценки	Модель Чена			Предлагаемая модель-аналог			Модель Сонга- Чиссо- ма	Предлагае- мая модель- аналог
	1-го порядка	2-го порядка	3-го порядка	1-го порядка	2-го порядка	3-го порядка		
<i>MAPE</i> (%)	51,94	13,05	8,7	42,72	23,55	8,52	72,47	45,65
<i>MSE</i>	229,48	19,39	8,37	221,71	132,09	16,32	548,41	334,76
E_H	839	637	670	997	471	257	1106	1011

5. Выводы

С увеличением порядка внутренних связей качество моделирования заметно улучшается. Но до определенного порядка. Эта тенденция хорошо просматривается из результатов прогнозирования как с использованием уже известных моделей (например, как в случае модели Чена), так и с применением предлагаемой нами модели. Конечно, можно было бы продолжить наши расчёты, однако даже на примере внутренних связей до 3-го порядка видно, что статистические качества предлагаемой прогностической модели не хуже, а с точки

зрения введенного критерия оценки на базе метрики Хэмминга заметно лучше. Как нам кажется, введенный нами критерий оценки качества прогнозирования более адекватно оценивает степень адекватности прогностической модели. Собственно, это заметно невооруженным взглядом из табл. 16. Более того, представленные в табл. 16 оценки модели Сонга-Чиссома и построенной на ее базисе нашей модели показали существенную предпочтительность последней по всем критериям оценки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Song Q. Forecasting enrollments with fuzzy time series – P. I / Q. Song, B.S. Chissom // Fuzzy Sets and Systems. – 1993. – N 54. – P. 1 – 9.
2. Song Q. Fuzzy time series and its models / Q. Song, B.S. Chissom // Fuzzy Sets and Systems. – 1993. – N 54. – P. 269 – 277.
3. Song Q. Forecasting enrollments with fuzzy time series – P. II / Q. Song, B.S. Chissom // Fuzzy Sets and Systems. – 1994. – N 62. – P. 1 – 8.
4. Fuzzy time series forecasting of wheat production / N. Kumar, S. Ahuja, V. Kumar [et al.] // International Journal on Computer Science and Engineering. – 2010. – Vol. 2, N 3. – P. 635 – 640.
5. Chen S.M. Forecasting enrollments based on fuzzy time series / S.M. Chen // Fuzzy Sets and Systems. – 1996. – N 81. – P. 311 – 319.
6. Chen S.M. Forecasting enrollments based on high-order fuzzy time series / S.M. Chen // Cybernetics and Systems: an International Journal. – 2002. – N 33. – P. 1 – 16.
7. Cheng C.H. Entropy-based and trapezoid fuzzification fuzzy time series approaches for forecasting IT project cost / C.H. Cheng, J.R. Chang, C.A. Yen // Technological Forecasting & Social Change. – 2006. – N 73. – P. 524 – 542.
8. Poulsen J.R. Fuzzy Time Series Forecasting – Developing a new forecasting model based on high order fuzzy time series / J.R. Poulsen // AAUE: CIS 4. – 2009. – 67 p.
9. Моделирование временных рядов на основе нечёткого анализа данных / Р. Рзаев, Г. Шихалиева, М. Агамалыев [и др.] // Нечёткие системы и мягкие вычисления. – 2014. – Т. 9, № 1. – С. 39 – 86.
10. Рзаев Р.Р. Интеллектуальный анализ данных в системах поддержки принятия решений. – Verlag: LAP Lambert Academic Publishing GmbH & Co, 2013. – 130 с.
11. Aliev T.A. Robust Technology with Analysis of Interference in Signal Processing / Aliev T.A. – Kluwer Academic: Plenum publisher, New York, 2003. – 199 p.
12. Hamming R. W. Error-detecting and error-correcting codes / R.W. Hamming // Bell System Technical Journal. – 1950. – Vol. 2, N 29. – P. 147 – 160.
13. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки / Блейхут Р. – М.: Мир, 1986. – 576 с.
14. Nusratov O.G. Increase the Validity of Positional-Binary Recognition of Cyclic Signals by Fuzzy Conclusion Method / O.G. Nusratov, R.R. Rzayev // International Journal of Intelligent Information Processing. – 2013. – Vol. 3, N 4. – P. 8 – 17.

Стаття надійшла до редакції 24.05.2016