УДК 004.942

В.Д. МЕЛЬНИК*

ФОРМАЛЬНА СТРУКТУРА КЕЙСІВ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОБЛЕМ У ПРОЦЕСІ ПОБУДОВИ ЇХ РІШЕНЬ НА ОСНОВІ ОБМЕЖЕНЬ

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Івано-Франківськ, Україна

Анотація. *Визначено та формально описано очікувані класи кейсів технологічних проблем зі структурою оцінювання в формі з ваговими коефіцієнтами (шляхом обчислення сум вагових коефіцієнтів для множин, систем та ієрархій і, відповідно, визначення максимальних та мінімальних сум); у формі оцінювань з імовірнісними коефіцієнтами, які відповідно визначають імовірність релевантності обмеження фактичного кейсу технологічної проблеми, оскільки, згідно з початковим припущенням, система фіксує порушення і задоволення тільки релевантних обмежень. Визначено спосіб оперування з імовірнісними оцінками для рівня множини, системи та ієрархії обмежень шляхом обчислення їх сумарного значення. Рішення кейсу технологічної проблеми обчислюється як присвоєння з максимальним оціночним значенням імовірнісної релевантності, оскільки саме таке рішення в повній мірі відповідає очікуванням автоматизованої інтелектуальної системи.*

Ключові слова: *кейс технологічної проблеми, вагові коефіцієнти, множини, системи та ієрархії обмежень, імовірнісні коефіцієнти, релевантність, рішення кейсу, інтелектуальна система.*

Аннотация. *Определены и формально описаны ожидаемые классы кейсов технологических проблем со структурой оценки в форме с весовыми коэффициентами (путем вычисления сумм весовых коэффициентов для множеств, систем и иерархий и, соответственно, определение максимальных и минимальных сумм); в форме оценок с вероятностными коэффициентами, которые соответственно определяют вероятность релевантности ограничения фактического кейса технологической проблемы, поскольку, согласно первоначальному предположению, система фиксирует нарушение и удовлетворение только релевантных ограничений. Определен способ оперирования с вероятностными оценками для уровня множества, системы и иерархии ограничений путем вычисления их суммарного значения. Решение кейса технологической проблемы исчисляется как присвоение с максимальным оценочным значением вероятностной релевантности, поскольку именно такое решение в полной мере соответствует ожиданиям автоматизированной интеллектуальной системы.*

Ключевые слова: *кейс технологической проблемы, весовые коэффициенты, множества, системы и иерархии ограничений, вероятностные коэффициенты, релевантность, решение кейса, интеллектуальная система.*

Abstract. *There was defined and formally described the expected classes of the technological problems cases with the evaluation structure in the form of weights (by the way of sums calculation for weights prescribed for the sets, systems and hierarchies of constraints correspondingly and with introduced conception of maximal and minimal sums); in the form of evaluation with probability coefficients relevancy for actual case of the technological problems, by the initial supposition for the system to fix the violation and satisfaction only for the relevant constraints. There was projected the way to treat the probabilistic evaluations for the levels of the set's, the system and the hierarchies of constraints by the means of summarized value calculation. Case decision of technological problem is calculated as a maximum evaluationvalue of a probabilistic relevance because this decision is fully meet the expectations of the automated intellectual system.*

Keywords: *technological problem case, weights, constraint sets, systems and hierarchies, probabilistic factors, relevancy, case solution, intelligent system.*

1. Вступ

У ряді досліджень представлено формалізацію підходу часткового задоволення обмежень [1–4]. Метою даних підходів є забезпечення пошуку оптимального рішення шляхом контролю метричного ранжування описаних представлень по рівнях «недообмежені – надобмежені». Дані дослідження показують, що імплементація метрики такого ранжування не можлива в рамках єдиної строго визначеної формальної моделі, тому моделлю ефективного рівня в даному випадку вважається, зокрема, метамодель.

Послаблення (посилення) задач виконується шляхом:

• збільшення (звуження) доменів змінних;

• збільшення (звуження) доменів обмежень;

• видалення (додавання) змінних;

• видалення (додавання) обмежень.

Основна ідея побудови рішення на основі обмежень, викладена в різних інтерпретаціях в [5–8], полягає в тому, що кожна множина релевантних обмежень розпадається на дві підмножини, що не перетинаються: множину задоволених обмежень та множину порушених обмежень. Тому побудова оцінки рішення може бути виконана на основі двох впливаючих факторів:

• кожне задоволене обмеження повертає значення «1», кожне порушене обмеження повертає значення «0»;

• мітки обмежень виконуватимуть роль мультиплікативних факторів, що дозволятиме враховувати вагу обмежень, преференцію обмежень тощо.

Таким чином, метою даної статті є введення ідеї простору кейсів технологічних проблем як формальної структури, що зробить можливим побудову рішення та його інтелектуальну підтримку згідно з накладеними множинами, системами та ієрархіями обмежень.

2. Основна частина

Під кейсом технологічної проблеми на основі обмежень з частковими рішеннями будемо розуміти кортеж $Case.TP_j^{partial} = \left\langle Case.TP, (STP, \leq), Mt, Sol^{ideal}, Sat(), Viol() \right\rangle$, де $Case.TP$ – початкова задача на основі обмежень, STP – її простір, Mt – метрика, введена на даному просторі, Sol^{ideal} – ідеальне рішення для проблеми, Sat – функція обчислення вагових значень по задоволених обмеженнях, $Viol$ – функція обчислення вагових значень по порушених обмеженнях. За допомогою ідеальної функції та функції обчислення вагових значень можна виконувати контроль базової задачі та її простору, що на фактичному рівні STP буде містити послаблення та посилення початкової проблеми:

$$STP = \left\langle weak^i(Case.TP_j), strong^i(Case.TP_j) \right\rangle_i .$$

Як необхідне часткове рішення кейсу технологічної проблеми на основі обмежень $Case.TP_j^{partial}$ слід розглядати задачу $Case.TP'$ із простору проблем STP разом з її рішенням $Sol'(Case.TP')$, де метрична відстань

$$Mt^{\varnothing}!(Case.TP', Case.TP) << dist^{\varnothing}\left(\left| [Viol(Case.TP')] - [Viol(Case.TP)] \right| \right).$$

Часткове рішення будемо вважати достатнім, якщо

$$Mt^{\varnothing}(Case.TP', Case.TP) < dist^{\varnothing}\left(\left| [Sat(Case.TP')] - [Sat(Case.TP)] \right| \right).$$

Часткове рішення будемо вважати оптимальним, якщо метрична відстань між проблемами мінімальна:

$$Sol_{optimal}^{partial}(\ Case.TP_j^{partial}\ ) = \min_{STP} Mt(\ Case.TP', Case.TP\ ).$$

Крім того, матимемо, що $SD\left(Sol^{partial}\right) = Mt(\ Case.TP', Case.TP\ )$, $CD\left(Sol^{partial}\right) = = SD\left(Sol_{optimal}^{partial}\right) = \min_{STP} Mt(\ Case.TP', Case.TP\ )$, тобто як ступінь задоволення задачі $Case.TP_j^{partial}$ можна розглядати значення функції метричної відстані, а як ступінь послідовності – ступінь задоволення оптимального рішення.

Обмеженням з оцінкою будемо вважати кортеж $(c_i, evf(c_i))$, де c_i – обмеження з ієрархії $Case.CH_{Case.TR_j}^R$, а evf – функція оцінки обмежень, $evf : Case.CH_{Case.TR_j}^R \to EvSet = ExpertEv \cup UserEv$, де $EvSet$ – загальна множина оцінок, $ExpertEv$ – множина оцінок експерта предметної області, $UserEv$ – множина оцінок користувача ІМІС.

Кейс технологічної проблеми з накладеними обмеженнями з оцінками $Case.TP_j^{Ev}$ визначимо як формальну структуру:

$$Case.TP_j^{Ev} = \left(tcp_{Case.TP_j}^{CH}, tcp_{Case.TP_j}^{Domain}, Case.CH_{Case.TP_j}^R, (EvSet, \otimes, \succ), evf\right),$$

де $\otimes$ – операція поєднання оцінок обмежень, $\succ$ – операція впорядкування на множині оцінювань $EvSet$.

Для заданого кейсу технологічної проблеми з накладеними обмеженнями з оцінками $Case.TP_j^{Ev}$ та деякого присвоєння $st \in ST_{Err_{Case.TP_j}^{SubCH.}}$ $st \in ST_{Err_{Case.TP_j}^{SubCH.}}$, де $tcp_{Case.TP_j}^{SubCH.} \subseteq tcp_{Case.TP_j}^{CH.}$, оцінювання присвоєння st по відношенню до $Case.TP_j^{Ev}$ визначимо як

$$Ev_{Case.TP_j^{Ev}}(st) = \left[\bigotimes_{\left(c_i^s, c_i^v \in Case.CH^R\right) \wedge \left(c_i^{var} \subseteq tcp_{Case.TP_j}^{SubCH.}\right) \wedge \left[st\right|^{=} c_i^v \vee st\left|^{=} c_i^v\right] \wedge Case.CH^{unR} = \varnothing} evf\left(c_i^r\right) \right]_{i \in [1..k_{\max}, 1..n_k]},$$

де c_i^{var} – множина змінних обмеження, $Case.CH^{unR}$ – ієрархія нерелевантних обмежень.

Таким чином, оцінювання присвоєння здійснюється шляхом поєднання оцінок окремих обмежень, що дозволяє здійснювати відбір рішень на основі оцінки ступеня задоволення присвоєнь:

$$Ev\left(Sol^{potential}\right) \Big| = \left[SD(st) \Big| Ev_{Case.TP_j^{Ev}}(st) \right].$$

Присвоєння $st^* \in tcp_{Case.TP_j}^{CH.}$ будемо вважати рішенням кейсу технологічної проблеми з накладеними обмеженнями з оцінками $Case.TP_j^{Ev}$, якщо воно має мінімальне оціночне значення по відношенню до операції впорядкування оцінювань $\succ$:

$$Sol\left(Case.TP_j^{Ev}\right) = \psi^* \Big| \min_{\succ} Ev_{Case.TP_j^{Ev}}\left(st^*\right).$$

Оцінка кейсу технологічної проблеми $Case.TP_j^{Ev}$ дорівнює ступеню її послідовності і відповідає мінімальному оціночному значенню:

$$Ev\left(Case.TP_j^{Ev}\right)=CD\left(Case.TP_j^{Ev}\right)=\min_{\succ} Ev_{Case.TP_j^{Ev}}\left(st\right),\ st\in tcp_{Case.TP_j}^{CH.}.$$

Спосіб виконання пошуку оціночних значень дозволяє визначити верхній і нижній елементи на множині оцінювання таким чином:

$$\Rightarrow \min_{P} Ev_{Case.TP_j^{Ev}}\left(\psi\right)\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\perp\rightarrow \underset{i\in[1..k_{max},1..n_k]}{\otimes} c_i^s,st\Big|=\forall c_i^s,c_i^s\in Case.CH_{Case.TP_j^{Ev}}^S\\ T\rightarrow \underset{i\in[1..k_{max},1..n_k]}{\otimes} c_i^v,st\Big|\neq\exists c_i^v,c_i^v\in Case.CH_{Case.TP_j^{Ev}}^v\end{array}\right..$$

Нехай $Case.TP_j^{Ev}$ – кейс технологічної проблеми з накладеними обмеженнями з оцінками. Послабленням кейсу технологічної проблеми LP_j^{Ev} будемо вважати кейс технологічної проблеми $Case.TP_{j'}$ при умові, що $Case.CH_{Case.TP_{j'}}^S\subset Case.CH_{Case.TP_j^{Ev}}^S$ і $Case.CH_{Case.TP_{j'}}^V\subset Case.CH_{Case.TP_j^{Ev}}^V$, $Case.TP_{j'}=weak\left(Case.TP_j^{Ev}\right)$. Для кейсу технологічної проблеми з накладеними обмеженнями з оцінками $Case.TP_j^{Ev}$ і деякого її послаблення $Case.TP_{j'}^1$ оцінку значення послаблення будемо виконувати таким чином:

$$Ev_{Case.TP_j^{Ev}}\left(Case.TP_{j'}^1\right)=\left[\underset{\forall c_i\in\left(\left[Case.CH_{Case.TP_j^{Ev}}^R\right]\Big/\left[Case.CH_{Case.TP_{j'}^1}^R\cup Case.CH_{Case.TP_{j'}^1}^{unR}\right]\right)}{\otimes} evf\left(c_i\right)\right]_{i\in[1..k_{max},1..n_k]}.$$

Для заданого кейсу технологічної проблеми з накладеними обмеженнями з оцінками $Case.TP_j^{Ev}$ та двох її послаблень $Case.TP_{j'}^1$ та $Case.TP_{j'}^2$ матимемо:

$$\begin{array}{l}\left[Case.CH_{Case.TP_{j'}^1}^R\cup Case.CH_{Case.TP_{j'}^1}^{unR}\right]\subset\left[Case.CH_{Case.TP_{jj''}^2}^R\cup Case.CH_{Case.TP_{jj''}^2}^{unR}\right]\Rightarrow\\ \Rightarrow Ev_{Case.TP_j^{Ev}}\left(TP_{j'}^1\right)\geq Ev_{Case.TP_j^{Ev}}\left(TP_{j''}^2\right).\end{array}$$

Присвоєння $st\in ST_{tcp_{Case.TP_j}^{CH}}$ вважатимемо розв'язком кейсу технологічної проблеми з накладеними обмеженнями з оцінками $Case.TP_j^{Ev}$, якщо

$$\left[ie\rightarrow Sol\left(Case.TP_j^{Ev}\right)\right]\Big|=\left[st\rightarrow Sol\left(Case.TP_{j'}^1\right)\right]\Big|\min Ev_{Case.TP_j^{Ev}}\left(Case.TP_{j'}^1\right),$$

де $Case.TP_{j'}=weak^{consist}\left(Case.TP_j^{Ev}\right)$.

Таким чином, кейс технологічної проблеми з накладеними обмеженнями з оцінками $Case.TP_j^{Ev}$ можна розглядати як кейс технологічної проблеми з частковими рішеннями $Case.TP_j^{partial}$, якщо виконати такі дії:

• для кожного обмеження $c_i^r\in Case.CH_{Case.TP_j}^R$ ввести деякий домен, що відповідатиме його простору $SpaceDomain^{c_i^r}$;

• побудувати метричну функцію для просторів обмежень Mt^{Space}, $Mt^{Space}\rightarrow\underset{k=1..k_{\max}}{\oplus^{Space}}\left\{SpaceDomain^{c_i^r}\right\}_{i=1..n_k}$, де $\oplus^{Space}$ – з'єднувальна функція просторів обмежень;

• введення структуризації послаблення (посилення) як метричної різниці між відповідними ієрархіями обмежень.

Нехай ми маємо множину всіх можливих послаблень $Weak^{Set}_{Case.TP^{Ev}_j}$ та множину всіх можливих посилень $Strong^{Set}_{Case.TP^{Ev}_j}$ для кейсу технологічної проблеми $Case.TP^{Ev}_j$. На їх основі можемо отримати впорядковані множини:

$$\left(Weak^{Set}_{Case.TP^{Ev}_j}, \left\{Case.CSet^{del}_{i_1}\right\}_{i_1=1,2...}, \geq\right), \left(Strong^{Set}_{Case.TP^{Ev}_j}, \left\{Ev_{Case.TP^{Ev}_j}\left(Case.TP^{i_2}_{j_2}\right)\right\}_{i_2, j_2=1,2...}, \geq\right).$$

Виконаємо побудову послідовного послаблення з максимальною множиною обмежень

$$Case.TP^1_{j'} = weak^{consist}\left(Case.TP^{Ev}_j\right) \setminus Case.CSet^{max}_{Case.TP^1_{j'}},$$

де $Case.CSet^{max}_{Case.TP^1_{j'}} = max\left[Case.CH^R_{Case.TP^{Ev}_j} \setminus Case.CH^R_{Case.TP^1_{j'}}\right]$.

Можна виконати порівняння відмінностей між послабленою (посиленою) та початковою проблемами з точки зору множин їх рішень, а саме: $dist^{Mt^{Lp}}_{min}\left(Case.TP^{Ev}_j, Case.TP^1_{j'}\right) \Rightarrow dist^{Mt^{Soi}}_{min}\left(Sol\left(Case.TP^{Ev}_j\right), Sol\left(Case.TP^1_{j'}\right)\right)$.

Крім того, можна виконати перевпорядкування множин послаблень та посилень на основі обчислення ступеня задоволення початкових оцінок:

$$\left(Weak^{Set}_{Case.TP^{Ev}_j}, \left\{Ev_{Case.TP^{Ev}_j}\left(Case.TP^{i_1}_{j_1}\right)\right\}_{i_1, j_1=1,2...}, \pm\right), \left(Strong^{Set}_{Case.TP^{Ev}_j}, \left\{Ev_{Case.TP^{Ev}_j}\left(Case.TP^{i_2}_{j_2}\right)\right\}_{i_2, j_2=1,2...}, \pm\right),$$

де $Case.TP^{i_1}_{j_1} \in Weak^{Set}_{Case.TP^{Ev}_j}$, $Case.TP^{i_2}_{j_2} \in Strong^{Set}_{Case.TP^{Ev}_j}$.

Для дослідження повноти та комплексності кейсів технологічних проблем на основі обмежень як окремого підкласу CSP доцільним є оцінка відображень класу:

- $Case.CH^{fuzzy} \to Case.TP^{pos}$;
- $Case.CH^{fuzzy} \to Case.TP^{fuzzy}$,

а саме побудови проекції ієрархії обмежень (відповідно до систем та множин обмежень) з лінгвістичними мітками на класи можливісних та нечітких кейсів технологічних проблем.

Визначимо можливісну задачу $Case.TP^{\mu}_j$ як кортеж $Case.TP^{\mu}_j = \left(tcp^{CH}_{Case.TP_j}, tcp^{Domain}_{Case.TP_j}, \left\{c_i, lgb^C_i\left(c_i\right) \middle| c_i \in Case.CH_{Case.TP^{\mu}_j}\right\}\right)$, де ієрархія обмежень містить глобальні мітки, що визначаються на основі оцінок необхідності та їх ступенів преференцій: $lg\, b^C_i\left(c_i\right) = c_i\left[nd_i : pfc_i\right]$.

Для деякого присвоєння $st \in St_{tcp_{Case.TP^{\mu}_j}}$ визначимо, що st є оптимальним присвоєнням для TP^{μ}_j, якщо st є рішенням для ієрархії $Case.CH^R_{Case.TP^{\mu}_j}$ з максимальною функцією успішності:

$$\left[st^{optimal} \to Case.TP^{\mu}_j\right] = \left(st = Sol\left(Case.CH^R_{Case.TP^{\mu}_j}\right) \middle| \max_{SF}\left[SF\left(Case.CH^R_{Case.TP^{\mu}_j} st\right)\right]\right).$$

Функцію успішності можна розглядати як ступінь послідовності для $Case.TP^{\mu}_j$.

Визначимо кейс технологічної проблеми з нечіткими обмеженнями $Case.TP^{fuzzy}_j$ як кортеж $\left(tcp^{CH}_{Case.TP_j}, tcp^{Domain}_{Case.TP_j}\left(c^1_{L_{Case.TP^{fuzzy}_j}}, .., c^m_{L_{Case.TP^{fuzzy}_j}}\right)\right)$, де $c^{Set}_{L_{Case.TP^{fuzzy}_j}}$ – множина нечітких обмежень. Відповідно кожне нечітке обмеження $c^{Set}_{L_{Case.TP_j^{fuzzy}}}$ і звичайне обмеження c^i визначимо над деякою скінченною множиною змінних $\{e_{i_1},...,e_{i_k}\}$. Введемо нечітке відношення виду

$$mf_{c^i_{L_{Case.TP_j^{fuzzy}}}}\{e^{dom}_{i_1},...,e^{dom}_{i_k}\} = SF\left(c^s_i\left(e^{dom}_{i_1},...,e^{dom}_{i_k}\right)\right) \oplus_{Case.TP_j^{fuzzy}} lg\, b^c\left(c^s_i\right),$$

де $e^{dom}_{i_j} \leftarrow e_{i_j}$ – відображення змінних на домени їх значень.

Присвоєння $st \in St_{tcp_{Case.TP_j^{\mu}}}$ буде рішенням кейсу технологічної проблеми $Case.TP_j^{fuzzy}$ виду $Sol \to \bigwedge_{i=1..m}\left[\oplus_{Case.TP_j^{fuzzy}} c_i \in C^{Set}_{L_{Case.TP_j^{fuzzy}}}\right]$, якщо st є рішенням для $\left[Case.TP_{L^{CH}_{Case.TP_j^{\mu}}}\right]_j^{\mu}$, $st = Sol\left(\left[Case.TP_{L^{CH}_{Case.TP_j^{\mu}}}\right]_j^{\mu}\right)$ та $SF\left(C^{Set}_{L_{Case.TP_j^{fuzzy}}} st\right) = CD\left(Case.TP_j^{fuzzy}\right)$.

Кейсом технологічної проблеми з обмеженнями з ієрархічними мітками будемо вважати формальну структуру:

$$Case.TP_j^{Hrch} = \left(tcp^{CH}_{Case.TP_j}, tcp^{Domain}_{Case.TP_j}, Case.CH^{R}_{Case.TP_j}, \left([0..1] \subseteq CF^{set} \geq, \oplus_{l^{set}_{CH}}\right), l^{set}_{CH}\right),$$

де l^{set}_{CH} – ієрархічна мітка, $\oplus_{l^{set}_{CH}}$ – з'єднувальна функція для ієрархічних міток.

Верхня границя значень міток може обмежуватись значенням “1” на рівнях ієрархії або, що найбільш зручно, значеннями $\langle 0, r\rangle, r \in CF^{set}$ для всієї ієрархії.

Розглянемо випадок, коли ієрархія міток має n-рівнів. Відповідно кожен з рівнів представляється системами обмежень, що не перетинаються:

$$Case.CH = \left(Case.CS_1 = \left(Case.CSet_1, \geq_R\right), ..., Case.CS_n = \left(Case.CSet_n, \geq_R\right)\right),$$

$$Case.CH = Case.CS_1 \cup, ..., \cup Case.CS_n,$$

$$Case.CS_i \cap = Case.CS_j = \varnothing, \forall i, j \in [1..n].$$

Розміщення обмежень по рівнях ієрархії щодо їх вагових коефіцієнтів (міток) може бути довільним або впорядкованим, коли обмеження з більш високими ваговими мітками знаходитимуться, наприклад, у початкових або кінцевих рівнях.

Таким чином, можна ввести впорядкування ієрархії обмежень по індексах її рівнів:

$$Case.CH = \left\{Case.CS_i, CH_{index}\right\},$$

$$Case.CS_i CH_{index} Case.CS_j \middle| = i < j; i, j \in [1..n].$$

У той же час нами було введено спосіб обчислення вагових коефіцієнтів. Тому природним буде також введення впорядкування по вагових коефіцієнтах:

$$Case.CH = \left\{Case.CS_i, CH_{weight}\right\},$$

$$Case.CS_{i_1} CH_{weight} Case.CS_{j_1} \middle| = Weight\left(Case.CS_{i_1}\right) < Weight\left(Case.CS_{j_1}\right),$$

для $Weight\left(Case.CS_i\right) = \sum_{k=1}^{k_{max}} cw_k$, де k_i – кількість обмежень у системі на i-тому рівні, $Case.CS_i$ – система обмежень i-того рівня.

Нехай задано присвоєння $st \in ST_{tcp^{CH}_{Case.TP^{CH}_j}}$. Оцінку даного присвоєння можна виконати таким чином: $SD(st) = \sum_{i=1}^{k_{max}} \left[\sum_{k=1}^{k_i} SD(c_k) \right]_i = \sum_{i=1}^{k_{max}} \sum_{k=1}^{k_i} [SF(c_k)]_i$, тобто розглядати рівень задоволення присвоєння через сумаризацію рівнів задоволення обмежень на основі функції успішності і таким чином отримати, що $\{SF(c_k) \cup lg^{CH}(c_k)\}_{k=1..k_i} \models \{SF(Case.CS_i)\}_{i=1..k_{max}} \models SD(st)$.

Успішність системи обмежень $Case.CS_i^1$ по відношенню до присвоєння $st \in ST_{tcp^{CH}_{Case.TP^{CH}_j}}$ будемо розглядати як відображення:

$$SF\left(Case.CS_i^1 \subset Case.CS_i\right)\Big|_{st \in ST_{tcp^{CH}_{Case.TP^{CH}_j}}} : ST_{tcp^{CH}_{Case.TP^{CH}_j}} \to (W_1 \leq_w).$$

Для кейсу технологічної проблеми з обмеженнями з ієрархічними мітками $Case.TP_j^{CH}$ і ієрархії обмежень з мітками $\left[Case.CH_{Case.TP_j^{CH}}\right]^{L_{set}^{CH}} = Case.CS_1^{l_{set1}^{CH}} \cup \ldots \cup Case.CS_n^{l_{setn}^{CH}}$ успішність ієрархії по відношенню до присвоєння st будемо визначати як

$$SF\left(Case.CH_{Case.TP_j^{CH}}\, st\right) = \left[SF\left(Case.CS_1^{l_{set1}^{CH}}\, st\right) \oplus_{SF} \ldots \oplus_{SF} SF\left(Case.CS_n^{l_{setn}^{CH}} \psi\right)\right],$$

де $\oplus_{SF}$ – з'єднувальна функція для значень функції успішності.

Рішенням для кейсу технологічної проблеми з ієрархічними мітками $Case.TP_j^{CH}$ будемо вважати таке присвоєння st, коли значення кожної функції успішності $SF^i(Case.CS_i st)_{i=1..k_{max}}$ є максимальним:

$$\forall st^1 \in ST_{tcp^{CH}_{Case.TP^{CH}_j}} \exists i_1 \text{ таке, що}$$

$$\forall i < i_1 : \left[SF(Case.CS_i st) \leq_W SF\left(Case.CS_i st^1\right)\right] \wedge$$

$$\wedge \left[SF\left(Case.CS_{i_1} st\right) <_W SF\left(Case.CS_{i_1} st^1\right)\right], i, i_1 = 1..k_{max}.$$

Оскільки, згідно з нашим припущенням, рівень CS_1 є найбільш важливим, то, відповідно, його ступінь задоволення теж буде максимальним:

$$SD(Case.CS_1) \to \left[\forall c_k, c_k \in Case.CS_1, st \models c_k, k = 1..i_k\right].$$

Таким чином, успішність присвоєнь можна оцінювати по рівнях ієрархії:

$$SF\left(Case.CS^{CH}_{Case.TP_j^{CH}}\, st\right) = \oplus_{SF} SF[Case.CS_i st]_{i=1..k_{max}}.$$

Отже, навіть не дуже високі результати функції успішності на більш важливому рівні визначатимуть краще присвоєння, ніж високі значення функції успішності на менш важливих рівнях.

Відповідно функція успішності може мати додаткові інтерпретації, а саме:

• успішність по вагових сумах:

$$SF\left(Case.CH^1_{Case.TP_j^{CH}}\, st\right) = \sum_{c_i \in Case.CH^1_{Case.TP_j^{CH}}} \left[lgb^c(c_i) SF(c_i st)\right]_{i=1..i_{max}};$$

• успішність у найгіршому випадку:

$$SF\left(Case.CH^{1}_{Case.TP^{CH}_{j}}st\right)=\min_{c_i\in Case.CH^{1}_{Case.TP^{CH}_{j}}}\left[lgb^{c}(c_i)SF(c_i st)\right]_{i=1..i_{max}}.$$

Виконаємо оцінку успішності окремих (виділених) обмежень на основі введеної ідеї глобальних міток $\left(\lg b^{c}(c), SF(cst)\right)$:

$$SF\left(Case.CH^{1}_{Case.TP^{CH}_{j}}st\right)=\left[\left(lgb^{C}(c_1)SF(c_1 st)\right),...,\left(lgb^{C}(c_i)SF(c_i st)\right)\right] \text{ для}$$

$$Case.CH^{1}_{Case.TP^{CH}_{j}}=\{c_1,...,c_i\}_{i=1..k_{max}}\subseteq Case.CH_{Case.TP^{CH}_{j}}.$$

Наступним кроком є введення рішення кейсу технологічної проблеми на основі обмежень з ієрархічними мітками через обчислення функції успішності для локальних обмежень:

$$Sol\left(Case.TP^{CH}_{j}\right)=\left[\left(l^{set}_{1},tcp_1\right),...,\left(l^{set}_{k},tcp'_k\right)\right]<_{l^{set}}<_{l^{set}}\left[\left(l^{set'}_{1},tcp_1\right),...,\left(l^{set'}_{k'},tcp_{k'}\right)\right]\equiv$$

$$\equiv\left(\exists i_1: tcp_{i_1}<tcp'_{i_1}\right)\wedge\left(\forall i_2: l^{set}_{i_2}\geq_{\mathbb{R}} l^{set'}_{i_2}\Rightarrow tcp_{i_2}\leq tcp'_{i_2}\right).$$

Таким чином, контроль пар значень $\left(lgb^{C}(c_i),SF(c_i st)\right)$ дозволяє також виконувати контроль задоволених обмежень присвоєнням st:

$$\left[lgb^{C}(c_i),SF(c_i st)\middle|SF(c_i st)=0\right]_{\forall i,i=1..k_{max}}\left|-\left[st\right|=Case.CS^{i}_{Case.TP_j}\right].$$

За аналогією з дослідженням відповідності між множинами нечітких міток та кейсами технологічних проблем на основі нечітких обмежень $L^{fuzzy}_{set}\xleftrightarrow{def}\left[Case.TP^{fuzzy}_{j}\right]^{set}$ можна описати відповідність між ієрархічними мітками та ієрархіями обмежень для кейсів технологічних проблем $L^{fuzzy}_{set}\xleftrightarrow{def}Case.CH_{Case.TP_j}$.

Для кейсу технологічної проблеми з ієрархічними мітками $Case.TP^{CH}_{j}=\left(tcp^{CH}_{Case.TP_j},tcp^{Domain}_{Case.TP_j},Case.CH^{R}_{Case.TP_j},\left([0..1]\subseteq CF^{set},\geq,\oplus_{l^{set}_{\tilde{N}H}}\right),l^{set}_{\tilde{N}H}\right)$ і заданою ієрархією обмежень $Case.CH_{Case.TP_j}=\bigcup_{i=1}^{k_{max}}Case.CS_i$ присвоєння $st\in ST_{Err^{CHrch}_{Case.TP_j}}$ з функцією $lgb^{c}(c_i)$ як функції обчислення вагових значень обмежень можна розглядати як рішення кейсу технологічної проблеми $Case.TP^{CH}_{j}$ для таких класів рішень: 1) з функцією успішності для вагових сум; 2) як краще рішення по вагових сумах.

Нехай задано кейс технологічної проблеми з невпорядкованою системою міток $Case.TP^{L^{set}}_{j}=\left(tcp^{\cup Syst}_{Case.TP_j},tcp^{Domain}_{Case.TP_j},Case.CS^{\cup}_{Case.TP_j},\left(L^{set},\prec,\oplus^{i\neq j}_{c_i c_j}\right),l\right)$, де $tcp^{\cup Syst}_{Case.TP_j}$, і $Case.CS^{\cup}_{Case.TP_j}$ – невпорядковані домени змінних та обмежень, $l\in L^{set}$ – представлення міток, $\oplus^{i\neq j}_{c_i c_j}$ – з'єднувальна функція для обмежень з невпорядкованими мітками. Введемо динамічну глобальну мітку змінної $dlg^{C}_{W}(err)$, яка виконуватиме з'єднання міток змінної в усіх обмеженнях $Case.CS^{\cup}_{Case.TP_j}st$, де вона зустрічається:

$$dlg^{C}_{W}\left(tcp_{i_1}\right): tcp_W\rightarrow L^{set}, dlg^{C}_{W}\left(tcp_{i_1}st\right)=\bigoplus_{\left(c_i\in Case.CS_{Case.TP_j}\right)\wedge\left(tcp_{i_1}\in Wct_{[c_i\psi]}\right)}l\left(c_i,tcp_{i_1}\right).$$

У процесі пошуку рішення для присвоєння $st:(e_1,e_2,...,e_n)$ на кожному кроці множина змінних є впорядкованою згідно з виконаними присвоєннями $\left(\overbrace{e_1,e_2,...,e_k}^{sat.},e_{k+1},...,e_n\right)$, тому саме використання динамічних міток дозволяє впорядковувати решту змінних, яким ще не були присвоєні значення. Наприклад для виділеної змінної tcp_{i_1} перед присвоєнням їй значення її глобальна мітка повинна мати максимальний ваговий коефіцієнт серед інших змінних.

Означення 1. Як мітку (label) розглядатимемо пару "змінна-значення" $< v, rule.c >$, яка присвоює змінній певне значення з її домену. Це означає, що змінній v відповідно до даної мітки присвоюється значення $rule.c$.

Обмеження може містити змінні. Для обмеження c його множину змінних позначимо як V_c. Обмеження називається бінарним, якщо його множина V_c містить тільки два елементи, і унарним, якщо тільки один. Усі інші обмеження називаються не бінарними. Задача задоволення обмежень розглядається як бінарна, якщо всі її обмеження є бінарними або унарними. Класично будь-яку задачу задоволення обмежень можна перетворити в бінарну, що полегшить її реалізацію засобами комп'ютерної техніки, проте також призведе до великої кількості змінних з великими доменами, що зробить початкову задачу більш складною.

Для графічного представлення структури задачі задоволення обмежень використовується граф обмежень. У випадку бінарної CSP вершини такого графа відповідатимуть змінним, які будуть з'єднуватися дугами в тому випадку, якщо існує відповідне обмеження. Простір розв'язків задачі задоволення обмежень утворює множина присвоєнь. Присвоєнням вважають відображення st множини доменних змінних $V_1 \subseteq V$ на відповідні домени таким чином, що $st(v_i) \in D_i$ для $v_i \in V_1$. Присвоєння можна розглядати як множину міток, тобто як спосіб визначення значень змінних. Повним вважають присвоєння, заданим на всій множині доменних змінних, у протилежному випадку присвоєння розглядається як часткове. Простір рішень пошукової задачі на основі обмежень розглядають як множину всіх можливих присвоєнь $ST_V \equiv D_1 \times ... \times D_n$.

Обмеження c вважається задоволеним у певному присвоєнні $(st|=c)$, якщо всі змінні з множини V_c даного обмеження в даному присвоєнні мають такі значення, що відповідний кортеж значень змінних належить c. В іншому випадку обмеження вважається незадоволеним.

Для кожного обмеження $c_i(v_{i_1}, ..., v_{i_m})$ існує зворотне обмеження $\neg c_i(v_{i_1}, ..., v_{i_m})$, яке не задовольняється, якщо задовольняється c. Кожне часткове присвоєння st вважається сумісним, якщо всі обмеження, що стосуються змінних, визначених в st, задовольняються. Рішенням задачі задоволення обмежень вважають повне сумісне присвоєння, що задовольняє всі обмеження із множини C.

Задача на основі CSP вважається надобмеженою або несумісною, якщо вона не має жодного розв'язку. Задача задоволення обмежень вважається недообмеженою, якщо вона має багато розв'язків. Обмеження з доданими елементами у відношенні вважається послабленим, а обмеження з видаленими елементами з відношення – посиленим.

Структура оцінювання обмежень кейсів технологічних проблем визначається кортежем $(Ev^{set}, \otimes_{TP}, \succ_c, \mathrm{T}, \perp)$, де Ev^{set} – множина, елементи якої називаються оцінками, $\otimes_{TP}$ – комутативна, асоціативна бінарна операція над Ev^{set}, яка задовольняє властивостям ідентичності та монотонності, $\succ_c$ – відношення загального порядку над Ev^{set}, T та $\perp$ – максимальний та мінімальний елементи з Ev^{set}, що задається відношенням $\succ_c$.

Введення оцінювань для змінних поряд з оцінюванням обмежень дозволяє вводити множини преференцій і досліджувати їх вплив на процес задоволення та порушення обмежень у ході вирішення кейсів технологічних проблем. Крім того, введення вагових значень змінних дозволяє будувати часткові присвоєння з введеними мінімаксними функціями для сумарних вагових значень задоволених та порушених обмежень, що, відповідно, дозволить сформувати формальну структуру рішення з можливими помилками, які будуть оцінюватись системою.

Для формального опису процесу задоволення обмежень з преференціями у випадку кейсів технологічних проблем введемо представлення деякої формальної метаструктури. В багатьох підходах як ініціалізуюча метаструктура використовується ідея напівкільця. Вибір конкретного виду ініціалізації залежить від складності кейсу технологічної проблеми та вибраного способу структуризації множини (системи, ієрархії) обмежень. У загальному випадку введення формальної метаструктури є необхідним для вибору певного способу специфікації значень, які повинні асоціюватися з кортежами значень у доменах змінних при виконанні присвоєнь. Крім того, для вибраної метаструктури слід ввести формальні операції, що дозволятимуть оперувати з обмеженнями.

Як формальну метаструктуру будемо розглядати кортеж $(MS,\oplus,\otimes,0,1)$, де MS – множина метаструктури, $0,1\in MS$, $\oplus,\otimes$ – введені операції з властивостями комутативності, асоціативності та дистрибутивності відповідно. Системою обмежень вважається кортеж $CS=(MS,D,V)$, де MS – формальна метаструктура, D – домен змінних, V – множина змінних.

Для заданої формальної метаструктури $FMS=(MS,\oplus,\otimes,0,1)$ і системи обмежень $CS^{MS}=(MS,D,V)$ як обмеження розглядається пара (RC,SC), де $SC\subseteq V$ та $RC:D^{|SC|}\to MS$.

Інтерпретація кортежу (RC,SC) відповідає парам значень <{умова_релевантності_і}$_i$, {умова задоволення_і}$_i$ >. Обмеження визначатиме множини змінних в SC і присвоюватиме кожному кортежу значень елементи з формальної метаструктури.

Кейсом технологічної проблеми на основі м'яких обмежень $Case.TP^{soft}$ будемо вважати пару $(Case.CSet,SC)$ над системою обмежень $CS^{MS}=(MS,D,V)$, де $SC\subseteq V$, а $Case.CSet$ – множина обмежень для $Case.TP^{soft}$. Позначатимемо результат проекції значень кортежу κ, визначених на множині V^1, на значення кортежу над змінними у множині V^2 через $\kappa\downarrow_{V^2}^{V^1}$.

Наприклад, для заданих обмежень $c_1=(rc_1,sc_1)$ та $c_2=(rc_2,sc_2)$ їх сполученням $c_i\otimes c_2$ буде обмеження (rc^1,sc^1), в якому множина sc^1 буде являти собою об'єднання множин sc_1 і $sc_2: sc^1=sc_1\cup sc_2$, а rc^1 буде визначатися таким чином:

$$rc^1(\kappa)=rc_1\left(\kappa\downarrow_{sc_1}^{sc^1}\right)\times rc_2\left(\kappa\downarrow_{sc_2}^{sc^1}\right).$$

Для множини обмежень $Case.CSet\{c_1,...,c_n\}$ введемо скорочення $\otimes_{i=1}^{n}c_i=\otimes Case.CSet$ для $c_i=\otimes...\otimes c_n$.

Згідно з введеним означенням сполучення двох обмежень означає побудову нового обмеження, що включає всі змінні початкових обмежень з прив'язкою до кожного кортежу значень над такими змінними певного елемента метаструктури MS, що отримується шляхом множення елементів, прив'язаних початковими обмеженнями відповідних субкортежів.

Для заданої множини обмежень $Case.CSet=(RC,SC)$ і підмножини $V_1\subseteq V$ проекцією $Case.CSet$ на V_1 (позначатимемо як $Case.CSet\Downarrow V_1$) будемо вважати обмеження (RC',SC'), де $SC'=SC\cap V$, і

$$RC'(\kappa')=\sum_{\kappa/\left[\kappa\downarrow_{SC'}^{SC}\right]=\kappa} RC(\kappa).$$

У загальному випадку операція проекції полягає у виключенні певних змінних, наприклад, при послабленні надобмеженої проблеми $Case.TP^{over}$. Це виконується шляхом прив'язки до кожного кортежу над множиною залишкових змінних елемента метаструктури, який є сумою елементів, прив'язаних початковим обмеженням до всіх розширень цього кортежу над множиною видалених змінних.

Розглянемо два обмеження виду $c_1=(rc,sc_1)$ та $c_2=(rc,sc_2)$ над (MS,D,V). Введемо впорядкування обмежень $\subseteq_{MS}$ на основі відношення часткового порядку. Будемо вважати, що $c_1 \subseteq_{MS} c_2$, якщо $rc_1(\kappa)\leq_{MS} rc_2(\kappa)$ має місце для всіх кортежів κ, $\kappa \in D$. Також, якщо $c_1 \subseteq_{MS} c_2$ та $c_1 \subseteq_{MS} c_2$, тоді $c_1=c_2$.

Для випадку двох кейсів технологічних проблем на основі м'яких обмежень $Case.TP_1^{soft}=(Case.CSet_1, SC)$ та $Case.TP_2^{soft}=(Case.CSet_2, SC)$ відповідно введемо відношення перевпорядкування кейсів технологічних проблем $\subseteq_{Case.TP^{soft}}$ таким чином, що якщо $Case.TP_1^{soft} \subseteq_{TP^{sdoft}} Case.TP_2^{soft}$, тоді $Sol\left(Case.TP_1^{soft}\right) \subseteq_{MS} Sol\left(Case.TP_2^{soft}\right)$. Якщо $Case.TP_1^{soft} \subseteq_{Case.TP^{soft}} Case.TP_2^{soft}$ та $Case.TP_2^{soft} \subseteq_{Case.TP^{soft}} Case.TP_1^{soft}$, тоді вони мають однакову множину рішень Sol^{set}. В такому випадку ми можемо стверджувати, що $Case.TP_1^{soft}$ та $Case.TP_2^{soft}$ є еквівалентними проблемами, і позначати даний факт як $Case.TP_1^{soft} \equiv Case.TP_2^{soft}$.

Розглянемо дві системи обмежень $CS^{MS}=(MS,D,V)$ та $CS^{MS'}=(MS',D,V)$, а також кейси технологічних проблем на основі м'яких обмежень $Case.TP^{soft}=(Case.CSet, SC)$ та $Case.TP'^{soft}=(Case.CSet', SC)$, що їм відповідають і мають відповідно рішення $Sol(Case.TP^{soft})=(RC,SC)$ та $Sol(Case.TP'^{soft})=(RC',SC)$. Кейсом технологічної проблеми на основі м'яких обмежень $Case.TP^{soft}$ будемо вважати уточнення кейсу технологічної проблеми $Case.TP'^{soft}$, якщо для довільної пари кортежів $\kappa^1=\left(\kappa_1^1,\ldots,\kappa_{|ic|}^1\right)$, $\kappa^2=\left(\kappa_1^2,\ldots,\kappa_{|sc|}^2\right)$, де $\kappa_i^1,\kappa_i^2 \in D$ таких, що якщо твердження $RC'\left(\kappa^1\right)<_{MS'} RC'\left(\kappa^2\right)$ має місце, то це означатиме наявність відношення повного впорядкування $RC\left(\kappa^1\right)<_{MS} RC\left(\kappa^2\right)$.

Припустимо, що кейс технологічної проблеми на основі м'яких обмежень $Case.TP^{soft}$ є уточненням $Case.TP'^{soft}$. Розглянемо також пару кортежів $\kappa^1=\left(\kappa_1^1,\ldots,\kappa_{|ic|}^1\right)$ та $\kappa^2=\left(\kappa_1^2,\ldots,\kappa_{|sc|}^2\right)$, де $\kappa_i^1,\kappa_i^2 \in D$. Тоді, якщо $RC\left(\kappa^1\right)<>_{MS} RC\left(\kappa^2\right)$, то матиме також місце, що $RC'\left(\kappa^1\right)<>_{MS'} RC'\left(\kappa^2\right)$.

Два кейси технологічної проблеми на основі м'яких обмежень $Case.TP^{soft}$ та $Case.TP'^{soft}$ будемо вважати сильно еквівалентними, якщо кожну з них можна розглядати сильним уточненням іншої. Еквівалентні кейси технологічних проблем на основі м'яких обмежень визначають одне й те саме впорядкування над кортежами значень у множині V і мають однакові відповідні множини оптимальних кортежів. Отже, задача знаходження оптимальних кортежів буде еквівалентна для обох формулювань. Також для двох еквівалентних кейсів технологічних проблем на основі м'яких обмежень не вимагається наявності однакових значень у кортежах, а вимагається тільки однаковий спосіб їх впорядкування. Як наслідок попередніх тверджень, можна бачити, якщо в одній з еквівалентних проблем є не порівнювані елементи, то вони також повинні бути у зв'язаній проблемі, що буде темою наступних досліджень.

3. Висновки

Представлено підхід до опису кейсів технологічних проблем на основі множини змінних (технологічних параметрів) з введеними доменами (довірчими інтервалами) та введеними множинами, системами та ієрархіями релевантних обмежень. Отримане формальне розширення зберігає класичні означення для міток, розмірності, графової інтерпретації, простору розв'язків, присвоєнь. Відповідно, процес пошуку рішення розглядається у вигляді присвоєнь, а самі інформаційно-пошукові задачі з точки зору кількості рішень поділяються на недообмежені або надобмежені. Запропоновано інтерпретацію кейсів технологічних проблем на основі методу контролю множини порушених та задоволених обмежень, що дозволяє кожному обмеженню присвоїти оціночне значення, яке задає загальну преференцію обмежень. Введено впорядкування для множини оцінювань, що дозволяє описувати рівні порушення та задоволення обмежень, причому спосіб побудови структури оцінювання визначає залежність оціночних значень від множин порушених та задоволених обмежень на рівні множин, систем та ієрархій.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Barták R. Constraint Processing / R. Barták, R. Dechter. – Morgan Kaufmann Publisher, 2003. – 210 p.
2. Tsang E. Foundations of Constraint Satisfaction / Tsang E. – London and San Diego: Academic Press, 1993. – 421 p.
3. Fargier H. Uncertainty in constraint satisfaction problems: a probabilistic approach / H. Fargier, J. Lang // Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning and Uncertainty. European Conf. ECSQARU'93. – Granada, Spain, 1993. – P. 97 – 104.
4. Dubois D. Possibilistic logic / D. Dubois, J. Lang, H. Prade // Toulouse Institute of Computer Science Research. – New York: Oxford University Press, 1992. – 76 p.
5. Вовк Р.Б. Моделювання структури та функціональності технологічних проблем на основі обмежень / Р.Б. Вовк // Математичні машини і системи. – 2011. – № 2. – С. 153 – 161.
6. Ohlsson S. Constraint-Based Knowledge Representation for Individualized Instruction / S. Ohlsson, A. Mitrovic. – University of Illinois at Chicago, 1998. – 22 p.
7. Випасняк Л.І. Графова інтерпретація інформаційних систем на основі баз даних та знань у рамках концепції задоволення обмежень та правил / Л.І. Випасняк, В.І. Шекета // Математичні машини і системи. – 2010. – № 4. – С. 82 – 88.
8. Melnyk V.D. Frame Based Approach to Construction of Intelligent System for Student Knowledge Control / V.D. Melnyk, R.B. Vovk, M.M. Demchyna // IEEE Xplore Digital Library. – Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science (TCSET). IEEE Conference Publications. – 2010. – P. 287 – 287.

Стаття надійшла до редакції 17.03.2016