

Чувствительность сил сопротивления перемещению бурильной колонны к геометрическим несовершенствам траектории криволинейной скважины

В. И. Гуляев, Е. Н. Андрусенко

Национальный транспортный университет, Киев, Украина

На основе соотношений теории гибких криволинейных стержней поставлены прямая и обратная задачи об упругом изгибании бурильной колонны в канале криволинейной скважины. Предложена методика их решения. Исследуется чувствительность сил сопротивления перемещению колонны к дополнительным геометрическим искажениям осевой линии скважины.

Ключевые слова: бурильная колонна, криволинейная скважина, геометрические несовершенства, силы сопротивления, чувствительность.

Введение. В соответствии с требованиями экономики, геологическими условиями залегания углеводородных топлив и технологическими возможностями компаний, добывающих нефть и газ, в настоящее время бурят вертикальные, наклонно направленные и горизонтальные скважины различной глубины. Поскольку, как свидетельствует опыт последних десятилетий, путем выбора очертания траектории осевой линии скважины можно существенно повысить ее дебет и полноту отбора топлива, все чаще предпочтение отдается разработке наклонных и горизонтальных колодцев.

Практическое внедрение технологий бурения глубоких скважин со сложной пространственной ориентацией траекторий связано с необходимостью теоретического моделирования механических явлений, сопутствующих их функционированию, с целью прогнозирования возможных критических состояний [1, 2]. При этом одним из важных аспектов данного направления является теоретическое моделирование поведения колонн глубокого бурения в криволинейных скважинах на этапах их спуска и подъема. Учитывая, что стоимость прокладки скважины с увеличением ее глубины и дальности уже превысила 50 млн. дол. США [3], и по установленным статистическим данным аварией является каждая третья скважина [4], можно сделать вывод, насколько важна проблема теоретического прогнозирования критических состояний бурильных колонн (БК) и какова цена ошибки таких прогнозов.

В работе [5] исследуется устойчивость вертикальной колонны глубокого бурения, в [6] – проблема самовозбуждения крутильных автоколебаний, в [7, 8] сформулированы и решены задачи о возникновении критических состояний колонн в наклонных скважинах. В данной работе поставлена и решена задача об упругом изгибании бурильной колонны в криволинейной скважине с геометрическими несовершенствами.

1. Состояние вопроса. Современные методы физического и математического моделирования механики бурильных колонн в криволинейных скважинах базируются, как правило, на представлении колонны абсолютно гибкой нерастяжимой нитью [9, 10]. Такая модель может быть оправдана при

выполнении оценочных расчетов на этапе предварительного проектирования, когда траектория скважины задается в виде гладкой кривой простейшего очертания с большими радиусами кривизны [11]. Однако в процессе проходки скважины (особенно протяженной) не удается достичь ее проектной идеализированной геометрии, и в результате возмущений технологического или тектонического характера на осевой кривой возникают локальные геометрические искажения, играющие роль несовершенств. Они могут иметь форму мелкомасштабных трехмерных спиралей переменного диаметра и шага, плоских гармоник или закругленных изломов. Поскольку кривизны осевой линии скважины на таких участках резко увеличиваются, БК подвергается на них упругому изгибанию, вследствие чего резко возрастают силы контактного взаимодействия колонны со стенкой скважины и силы сопротивления движению колонны. Эти силы нелинейно зависят от значений геометрических параметров несовершенств и с их увеличением могут устремляться к бесконечности. Тогда возникает явление прихвата колонны, и ее дальнейшее функционирование становится невозможным [1]. Для описания подобных явлений неприменимы модели гибких нитей и должна использоваться теория упругих криволинейных стержней [12].

Однако разработка стержневой модели упругого изгибания БК в криволинейной скважине связана с теоретическими и вычислительными трудностями, обусловленными высоким порядком разрешаемых уравнений, их нелинейностью, переменностью коэффициентов, большими интервалами интегрирования и необходимостью постановки прямых и обратных задач для сформулированных уравнений. Эти трудности усиливаются в случае наличия в траектории скважины дополнительных мелкомасштабных геометрических несовершенств, приближающихся к геометрическим сингулярностям. Для их преодоления следует проводить специальные геометрические построения и добиваться сходимости вычислений.

2. Постановка задачи об упругом изгибании БК.

2.1. Геометрические характеристики осевой линии пространственно искривленной скважины. При моделировании упругого деформирования бурильной колонны в наклонно направленной скважине с геометрическими несовершенствами примем, что искажение проектной траектории скважины вследствие нарушения технологии бурения либо механических неоднородностей тектонических структур не приводит к образованию изломов осевой линии, и задающая ее вектор-функция дифференцируема по всем трем независимым пространственным переменным. Однако если эти несовершенства являются мелкомасштабными, они могут приближаться к геометрическим сингулярностям. Полагаем также, что осевые линии скважины и БК совпадают.

Приведем основные соотношения, определяющие геометрию осевой линии криволинейной скважины. Для их представления можно применять два способа параметризации [12]. Согласно первому положение точки на кривой задается координатой s , измеряемой длиной осевой линии от некоторой начальной точки до текущей (естественная параметризация), во втором – используется некоторый произвольный параметр ϑ , который может быть более удобен для описания общих свойств кривой.

Пусть уравнения осевой линии скважины в декартовой системе координат $Oxyz$ имеют вид

$$x = x(s), \quad y = y(s), \quad z = z(s) \quad (1)$$

или

$$\vec{\rho} = \vec{\rho}(s). \quad (2)$$

Выпишем равенства, определяющие ее радиусы кривизны и кручения [13]:

$$R = [(x'')^2 + (y'')^2 + (z'')^2]^{-1/2}, \quad T = R^{-2} \begin{vmatrix} x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \\ x''' & y''' & z''' \end{vmatrix}^{-1}, \quad (3)$$

где штрихами обозначена производная по s .

Соотношения (2), (3) позволяют найти орты $\vec{\tau}$, \vec{n} , \vec{b} подвижного триэдра

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{\rho}}{ds}, \quad \vec{n} = R \frac{d\vec{\tau}}{ds}, \quad \vec{b} = \vec{\tau} \times \vec{n} \quad (4)$$

и тем самым полностью определить геометрические характеристики траектории скважины.

Если кривая (1) задана с помощью некоторого произвольного параметра ϑ

$$x = x(\vartheta), \quad y = y(\vartheta), \quad z = z(\vartheta), \quad (5)$$

то в формулах (3), (4) вместо производной d/ds используется производная $d/Dd\vartheta$, где множитель $D(\vartheta)$, определяющий длину Δs элемента $\Delta\vartheta$, вычисляется так:

$$D = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}. \quad (6)$$

В этом случае формулы (3), (4) примут более сложный вид.

Отметим, что при решении задачи об изгибании БК в скважине с несовершенствами сложной формы независимые переменные s , ϑ удобно применять совместно, используя их параллельно для выполнения различных геометрических преобразований.

Приведенные векторные соотношения (4) эквивалентны системе девяти скалярных равенств, которая является избыточной, поскольку дополнительно удовлетворяет шести первым интегралам [12]:

$$|\vec{\tau}| = 1, \quad |\vec{n}| = 1, \quad \vec{\tau} \cdot \vec{n} = 0, \quad \vec{\tau} \times \vec{n} = \vec{b}. \quad (7)$$

Эти интегралы не имеют самостоятельного значения в теории криволинейных стержней, однако в работе использовались для проверки точности

вычислений геометрических функций R , T , $\vec{\tau}$, \vec{n} , \vec{b} по заданной геометрии осевой линии скважины.

2.2. **Уравнения равновесия элемента БК в скважине.** Упругое деформирование трубчатой БК в криволинейной скважине в процессе бурения и спускоподъемные операции выполняются под действием распределенных сил тяжести \vec{f}^{gr} , сил \vec{f}^c контактного давления БК на стенку скважины, сил \vec{f}^{fr} и моментов \vec{m}^{fr} их фрикционного взаимодействия, а также сосредоточенных краевых сил и моментов, приложенных в точке подвеса БК и в точке ее контакта с дном скважины. Возникающие при этом в каждом элементе БК внутренняя сила \vec{F} и момент \vec{M} удовлетворяют векторным уравнениям равновесия [12]

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = -\vec{f}^{gr} - \vec{f}^c - \vec{f}^{fr}, \quad \frac{d\vec{M}}{ds} = -\vec{\tau} \times \vec{F} - \vec{m}^{fr}, \quad (8)$$

которые инвариантны по отношению к любой системе координат. В общем случае наиболее удобно их записывать в подвижной системе осей (u, v, w) , в которой ось w направлена вдоль орта $\vec{\tau}$, а оси u, v – вдоль главных центральных осей инерции поперечного сечения БК. Поскольку эта система поворачивается по мере движения вдоль координаты s , необходимо полные производные $d\vec{F}/ds, d\vec{M}/ds$ представить в подвижной системе. Тогда

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = \frac{\tilde{d}\vec{F}}{ds} + \vec{\omega}_\chi \times \vec{F}, \quad \frac{d\vec{M}}{ds} = \frac{\tilde{d}\vec{M}}{ds} + \vec{\omega}_\chi \times \vec{M}. \quad (9)$$

Здесь значком “ \sim ” обозначена операция локального дифференцирования; $\vec{\omega}_\chi$ – вектор Дарбу,

$$\vec{\omega}_\chi = \frac{1}{R} \vec{b} + \left(\frac{1}{T} + \frac{d\chi}{ds} \right) \vec{\tau},$$

где χ – угол, отсчитываемый от орта \vec{n} к оси u .

Отметим, что для стержня кругового сечения в исходном состоянии в отсутствие крутящего момента M_w ориентация осей (u, v, w) может быть выбрана произвольно, в частности, она может совпадать с ориентацией ортов триэдра $\vec{n}, \vec{b}, \vec{\tau}$. В этом случае имеем $\chi_0 = 0$. Однако при последующем нагружении стержня крутящим моментом M_w оси (u, v, w) поворачиваются вокруг орта $\vec{\tau}$, и угол $\chi(s)$ становится искомой функцией.

Проекции вектора $\vec{\omega}_\chi$ на оси u, v, w представляют собой соответственно кривизны проекции элемента ds на плоскости (v, w) и (u, w) и кручение осевой линии. Примем для них обозначения p, q, r ,

$$p = \frac{1}{R} \sin \chi, \quad q = \frac{1}{R} \cos \chi, \quad r = \frac{1}{T} + \frac{d\chi}{ds}. \quad (10)$$

Подставляя правые части равенств (9) в уравнения (8), получаем

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = -\vec{\omega}_\chi \times \vec{F} - \vec{f}^{gr} - \vec{f}^c - \vec{f}^{fr}, \quad \frac{d\vec{M}}{ds} = -\vec{\omega}_\chi \times \vec{M} - \vec{\tau} \times \vec{F} - \vec{m}^{fr}. \quad (11)$$

Выпишем соответствующие первому уравнению три скалярных уравнения равновесия сил:

$$\begin{cases} \frac{dF_u}{Dd\vartheta} = \left(\frac{1}{T} + \frac{d\chi}{Dd\vartheta} \right) F_v - \frac{1}{R} \cos \chi F_w - f_u^{gr} - f_u^c; \\ \frac{dF_v}{Dd\vartheta} = \frac{1}{R} \sin \chi F_w - \left(\frac{1}{T} + \frac{d\chi}{Dd\vartheta} \right) F_u - f_v^{gr} - f_v^c; \\ \frac{dF_w}{Dd\vartheta} = \frac{1}{R} \cos \chi F_u - \frac{1}{R} \sin \chi F_v - f_w^{gr} - f_w^{fr}. \end{cases} \quad (12)$$

Учитывая, что оси (u, v, w) являются главными осями изгиба и кручения элемента стержня, компоненты M_u, M_v, M_w момента \vec{M} представим в виде

$$M_u = Ap = \frac{A}{R} \sin \chi, \quad M_v = Aq = \frac{A}{R} \cos \chi, \quad M_w = Cr = C \left(\frac{1}{T} + \frac{d\chi}{ds} \right), \quad (13)$$

где $A = EI$; $C = GI_0$; E, G – модули упругости материала БК при растяжении и сдвиге; I, I_0 – осевой и полярный моменты инерции поперечного сечения трубы БК.

Введем обозначения $\chi = h_1$, $d\chi/d\vartheta = dh_1/d\vartheta = h_2$ и с помощью равенств (13) второе векторное уравнение (11) приведем к системе трех скалярных уравнений равновесия моментов:

$$\begin{cases} \frac{1}{D} \left[\frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \sin h_1 + \frac{h_2}{R} \cos h_1 \right] = \frac{A-C}{A} \frac{1}{R} \cos h_1 \left(\frac{1}{T} + \frac{h_2}{D} \right) + \frac{F_v}{A}; \\ \frac{1}{D} \left[-\frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \cos h_1 + \frac{h_2}{R} \sin h_1 \right] = \frac{A-C}{A} \frac{1}{R} \sin h_1 \left(\frac{1}{T} + \frac{h_2}{D} \right) + \frac{F_u}{A}; \\ \frac{1}{D} \left[\frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{T} \right) + \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{D} \right) h_2 + \frac{1}{D} \frac{dh_2}{d\vartheta} \right] = -\frac{m_w^{fr}}{C}. \end{cases} \quad (14)$$

Если геометрия (1) осевой линии скважины известна, уравнения (12), (14) позволяют сформулировать задачу о контактном взаимодействии БК со стенкой в процессе бурения и выполнения спускоподъемных операций.

2.3. Формулировка обратной задачи об изгибании БК в криволинейной скважине. Система шести уравнений (12), (14) содержит не шесть неизвестных функций внутренних сил и моментов, а только три функции сил $F_u(\vartheta)$, $F_v(\vartheta)$, $F_w(\vartheta)$ и функцию угла упругого кручения χ , через которую при

заданных R и T вычисляются моменты (13). Тем не менее она является недоопределенной, поскольку в нее входят также подлежащие определению внешние распределенные силы контактного взаимодействия $f_u^c(\vartheta)$, $f_v^c(\vartheta)$ и сила $f_w^{fr}(\vartheta)$, а также момент $m_w^{fr}(\vartheta)$ сил трения. Задачи механики твердых деформированных тел, в которых внутренние силы (или моменты) частично известны, а некоторые внешние силы (обычно это контактные силы или силы трения) подлежат определению, называются обратными.

Для формулировки обратной задачи в рассматриваемом случае приведем систему (14) к виду

$$\begin{cases} F_u = -\frac{A}{D} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \cos h_1 - \frac{A}{RT} \sin h_1 + \frac{C}{R} \left(\frac{1}{T} + \frac{h_2}{D} \right) \sin h_1; \\ F_v = \frac{A}{D} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \sin h_1 - \frac{A}{RT} \cos h_1 + \frac{C}{R} \left(\frac{1}{T} + \frac{h_2}{D} \right) \cos h_1; \\ \frac{dh_2}{d\vartheta} = -\frac{D^2}{C} m_w^{fr} - D \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{T} \right) + \frac{1}{D} \frac{dD}{d\vartheta} h_2. \end{cases} \quad (15)$$

Продифференцируем по ϑ обе части двух первых равенств этой системы, после чего приравняем правые части правым частям двух первых равенств (12). С учетом последнего равенства системы (15) получим

$$\begin{aligned} f_u^c = & -\frac{Ch_2}{D^2} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \sin h_1 - \frac{1}{R} \cos h_1 F_w - \frac{A-C}{RT^2} \cos h_1 + \frac{Ch_2}{DRT} \cos h_1 + \\ & + \frac{A}{D} \frac{d}{d\vartheta} \left[\frac{d}{Dd\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \right] \cos h_1 + \frac{A}{TD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \sin h_1 + \frac{A}{RD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{T} \right) \sin h_1 + \\ & + \frac{A-C}{TD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \sin h_1 + \frac{\sin h_1}{R} m_w^{fr} - f_u^{gr}; \end{aligned} \quad (16a)$$

$$\begin{aligned} f_v^c = & -\frac{Ch_2}{D^2} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \cos h_1 + \frac{1}{R} \sin h_1 F_w + \frac{A-C}{RT^2} \sin h_1 - \frac{Ch_2}{DRT} \sin h_1 - \\ & - \frac{A}{D} \frac{d}{d\vartheta} \left[\frac{d}{Dd\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \right] \sin h_1 + \frac{A}{TD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \cos h_1 + \frac{A}{RD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{T} \right) \cos h_1 + \\ & + \frac{A-C}{TD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \cos h_1 + \frac{\cos h_1}{R} m_w^{fr} - f_v^{gr}. \end{aligned} \quad (16b)$$

С помощью равенств (16) подсчитаем полную силу контактного взаимодействия между БК и стенкой скважины:

$$f^c = \sqrt{(f_u^c)^2 + (f_v^c)^2}. \quad (17)$$

Будем полагать, что при бурении и выполнении спускоподъемных операций БК одновременно совершает осевое движение со скоростью \dot{w} и вращается с угловой скоростью ω . Тогда полную силу трения $f_w^{fr} = \mu f^c$ можно разложить на две взаимно перпендикулярные составляющие

$$f_w^{fr} = \pm \mu f^c \frac{\dot{w}}{\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d/2)^2}}, \quad f_\omega^{fr} = \pm \mu f^c \frac{\omega d}{2\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d/2)^2}}, \quad (18)$$

которые пропорциональны соответствующим компонентам скоростей \dot{w} и $\omega d/2$. Здесь μ – коэффициент трения; d – наружный диаметр трубы БК. Первая из этих сил препятствует осевому движению БК, вторая – ориентирована в окружном направлении и приводит к возникновению распределенного момента сил трения

$$m_w^{fr} = f_\omega^{fr} \frac{d}{2} = \pm \mu f^c \frac{\omega d^2}{4\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d/2)^2}}. \quad (19)$$

Знаки “ \pm ” в формулах (18), (19) выбираются в зависимости от направлений движения и вращения БК. В выражении для f_w^{fr} знак “–” соответствует процедуре подъема БК, знак “+” – ее спуску и процессу бурения.

Выведенные соотношения позволяют сформулировать систему уравнений упругого изгиба БК в скважине с заданной осевой линией (1). Приведем ее к окончательному виду

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dh_1}{d\vartheta} = h_2; \quad \frac{dh_2}{d\vartheta} = -D \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{T} \right) + \frac{1}{D} \frac{dD}{d\vartheta} h_2 - \frac{D^2}{C} m_w^{fr}; \\ \frac{dF_w}{d\vartheta} = \frac{D}{R} F_u \cos h_1 - \frac{D}{R} F_v \sin h_1 - D f_w^{gr} - D f_w^{fr}; \\ F_u = -\frac{A}{D} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \cos h_1 - \frac{A}{RT} \sin h_1 + \frac{C}{R} \left(\frac{1}{T} + \frac{h_2}{D} \right) \sin h_1; \\ F_v = \frac{A}{D} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \sin h_1 - \frac{A}{RT} \cos h_1 + \frac{C}{R} \left(\frac{1}{T} + \frac{h_2}{D} \right) \cos h_1; \\ f_w^{fr} = \pm \mu \sqrt{(f_u^c)^2 + (f_v^c)^2} \frac{\dot{w}}{\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d/2)^2}}; \\ m_w^{fr} = \pm \mu \sqrt{(f_u^c)^2 + (f_v^c)^2} \frac{\omega d^2/4}{\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d/2)^2}}; \\ f_u^c = -\frac{Ch_2}{D^2} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \sin h_1 - \frac{1}{R} F_w \cos h_1 - \frac{A-C}{RT^2} \cos h_1 + \frac{Ch_2}{DRT} \cos h_1 + \\ + \frac{A}{D} \frac{d}{d\vartheta} \left[\frac{d}{Dd\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \right] \cos h_1 + \frac{A}{TD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \sin h_1 + \frac{A}{RD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{T} \right) \sin h_1 + \end{array} \right. \quad (20a)$$

$$\begin{cases} + \frac{A-C}{TD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \sin h_1 + \frac{\sin h_1}{R} m_w^{fr} - f_u^{gr}; \\ f_v^c = - \frac{Ch_2}{D^2} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \cos h_1 + \frac{1}{R} F_w \sin h_1 + \frac{A-C}{RT^2} \sin h_1 - \frac{Ch_2}{DRT} \sin h_1 - \\ - \frac{A}{D} \frac{d}{d\vartheta} \left[\frac{d}{Dd\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \right] \sin h_1 + \frac{A}{TD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \cos h_1 + \frac{A}{RD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{T} \right) \cos h_1 + \\ + \frac{A-C}{TD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \cos h_1 + \frac{\cos h_1}{R} m_w^{fr} - f_v^{gr}. \end{cases} \quad (206)$$

Здесь компоненты f_u^{gr} , f_v^{gr} , f_w^{gr} распределенных сил тяжести известны и определяются так:

$$\begin{cases} f_u^{gr} = -F(\gamma_{st} - \gamma_l)g(n_z \cos h_1 + b_z \sin h_1); \\ f_v^{gr} = F(\gamma_{st} - \gamma_l)g(n_z \sin h_1 - b_z \cos h_1); \\ f_w^{gr} = -F(\gamma_{st} - \gamma_l)g\tau_z, \end{cases} \quad (21)$$

где F – площадь поперечного сечения трубы БК; γ_{st} – плотность материала трубы; γ_l – плотность промывочной жидкости.

Необходимо отметить, что в построенную разрешающую систему уравнений не входят функции изгибающих моментов $M_u(s)$, $M_v(s)$. Это объясняется тем, что при заданной геометрии (1) или (5) осевой линии изгибающие моменты M_u , M_v полностью определяют результирующий изгибающий момент $M_R = \sqrt{M_u^2 + M_v^2}$. Действительно, из (13) получим

$$M_R = \sqrt{M_u^2 + M_v^2} = A\sqrt{\sin^2 h_1 + \cos^2 h_1} / R = A/R. \quad (22)$$

Отсюда следует, что момент $M_R(s)$ однозначно определяется геометрией осевой линии скважины и не зависит от внешних сил контактного и фрикционного взаимодействия, а функции M_u , M_v и соответствующие им граничные условия автоматически исключаются из рассмотрения и после решения задачи легко вычисляются с помощью равенств (13) простым проектированием M_R на оси u, v при найденном $\chi = h_1$.

Искомые переменные рассчитываются численно. Для интегрирования первых трех уравнений системы (20) используется метод Рунге-Кутты. На каждом шаге его реализации вначале вычисляются функции $h_1(\vartheta_i)$, $h_2(\vartheta_i)$, $F_w(\vartheta_i)$, затем по найденным значениям рассчитываются остальные неизвестные $F_u(\vartheta_i)$, $F_v(\vartheta_i)$, $f_w^{fr}(\vartheta_i)$, $m_w^{fr}(\vartheta_i)$. После этого осуществляется следующий шаг интегрирования.

3. Анализ изгиба БК в скважине с локальным спиральным геометрическим несовершенством. При бурении криволинейных скважин часто возникают ситуации, когда вследствие резкого нарушения однородности тектонической структуры или технологии бурения траектория сква-

жины отклоняется от проектной и на ней возникают локальные геометрические несовершенства. Обычно они имеют вид возмущения в форме трехмерной спирали, плоской гармоники или местного сглаженного излома. В работе рассмотрен случай спирального несовершенства. Принято, что в проектом состоянии осевая линия скважины представляет собой четверть дуги эллипса с полуосями H, L в плоскости xOz :

$$x = L \cos \vartheta, \quad y = 0, \quad z = H \sin \vartheta \quad (3\pi/2 \leq \vartheta \leq 2\pi). \quad (23)$$

Для этой геометрии решается поставленная выше задача об определении внутренних и внешних силовых факторов, действующих на БК при ее движении. Затем в геометрию осевой линии скважины вносится искажение в форме спирали с шагом h и переменным радиусом $r(\vartheta) = r_c e^{-\alpha^2(\vartheta - \vartheta_c)^2}$ (рис. 1), где r_c – наибольшее значение радиуса r ; α – коэффициент при показателе экспоненты (функции Гаусса), определяющей скорость убывания $r(\vartheta)$; ϑ_c – значение параметра ϑ с максимальным $r(\vartheta) = r_c$, и решается задача об определении внутренних и внешних сил. Уравнения (5) в этом случае приводятся к виду

$$\begin{cases} x = L \cos \vartheta - r \cos \left(k \int_{3\pi/2}^{\vartheta} \sqrt{L^2 \sin^2 \theta + H^2 \cos^2 \theta} d\theta \right) \frac{H \cos \vartheta}{\sqrt{L^2 \sin^2 \vartheta + H^2 \cos^2 \vartheta}}; \\ y = r \sin \left(k \int_{3\pi/2}^{\vartheta} \sqrt{L^2 \sin^2 \theta + H^2 \cos^2 \theta} d\theta \right); \\ z = H \sin \vartheta - r \cos \left(k \int_{3\pi/2}^{\vartheta} \sqrt{L^2 \sin^2 \theta + H^2 \cos^2 \theta} d\theta \right) \frac{L \sin \vartheta}{\sqrt{L^2 \sin^2 \vartheta + H^2 \cos^2 \vartheta}} \end{cases} \quad (24)$$

$(3\pi/2 \leq \vartheta \leq 2\pi),$

где k – частота спирали, показывающая, сколько витков укладывается на отрезке кривой $0 \leq s \leq 2\pi$.

С использованием этих равенств по формулам (3) рассчитываются радиусы кривизны и кручения. Затем по формуле (6) вычисляется метрический множитель D , позволяющий перейти к естественной параметризации кривой (24), подсчитать орты $\vec{n}, \vec{b}, \vec{\tau}$ трехгранника Френе и проинтегрировать систему (20). Все эти переменные описываются громоздкими выражениями и здесь не приводятся.

При выполнении спускоподъемных операций с заданным отношением $\nu = \frac{\dot{w}}{\omega d/2}$ (отношение линейных скоростей осевого и вращательного движений элемента наружной поверхности трубы БК) искомые функции h_1, h_2, F_w при $\vartheta = 3\pi/2$ равны нулю, но отличаются от нуля силы тяжести (21). Это позволяет рассчитать в точке $\vartheta = 3\pi/2$ переменные $f_u^c, f_v^c, f_w^{fr}, m_w^{fr}, F_u, F_v$ и сделать один шаг интегрирования первых трех уравнений системы (20), а

затем по такой же схеме продолжать решение системы на последующих шагах до точки $\vartheta = 2\pi$. Шаг интегрирования $\Delta\vartheta$ выбирается из условия сходимости вычислений. Если рассматривается режим бурения, то на краю $\vartheta = 3\pi/2$ переменным h_1, h_2, F_w присваиваются известные не равные нулю значения, и общий алгоритм решения сохраняется.

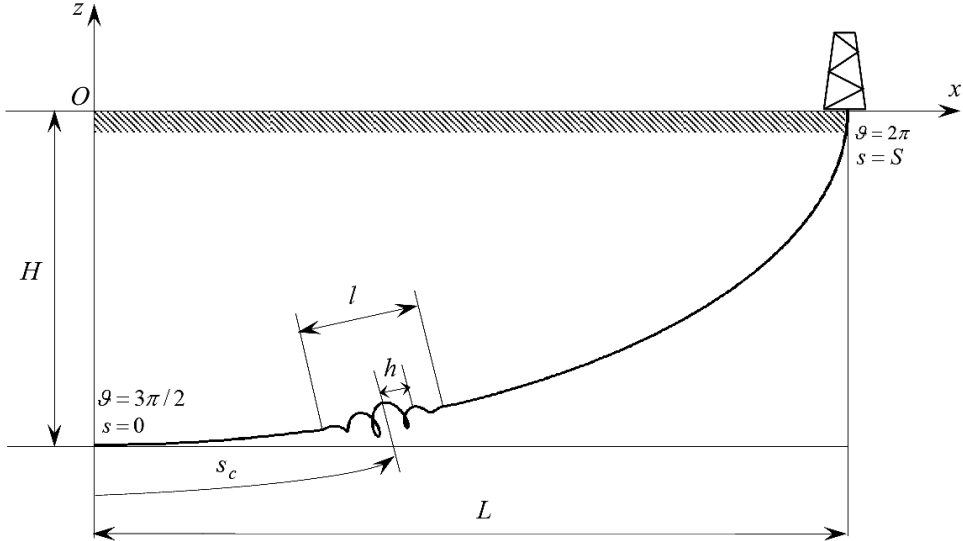


Рис. 1. Схема криволинейной скважины с несовершенствами осевой линии.

По разработанной методике выполнено компьютерное моделирование упругого изгибания БК в эллиптической скважине со спиральными несовершенствами при следующих значениях характерных параметров: $L = 4000$ м; $H = 2000$ м; $d = 0,1683$ м; $\delta = 0,01$ м (толщина трубы БК); $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па; $G = 0,8077 \cdot 10^{11}$ Па; $\gamma_{st} = 7850$ кг/м³; $\gamma_l = 1500$ кг/м³; $\mu = 0,2$; $\nu = 100$. Принято, что центральная точка несовершенства отстоит от начальной точки $\vartheta = 3\pi/2$ на величину $\Delta\vartheta_c = \pi/8$, что соответствует координате

$$s_c = \int_{3\pi/2}^{3\pi/2+\pi/8} D d\vartheta = 1541 \text{ м.}$$

Параметр α , определяющий скорость убывания $r(\vartheta)$ по переменной ϑ , задавался равным 10. В этом случае представительный интервал изменения s , в котором $r(\vartheta)$ имеет заметные значения, составил $l = 1593$ м. Отметим, однако, что хотя вне этого интервала радиус $r(\vartheta)$ пренебрежительно мал, тем не менее вызванное несовершенством искажение осевой линии скважины учитывалось на всем отрезке $3\pi/2 \leq \vartheta \leq 2\pi$.

В табл. 1 представлены результаты расчетов для случая, когда шаг спирали h равен 48 м, а число витков на представительном интервале – 32,9.

Приведенные результаты подъема БК показывают, что осевая сила $F_w(S)$ в точке подвеса БК $s = S$ заметно зависит от радиуса r_c , однако крутящий

момент $M_w(S)$ с увеличением последнего изменяется существенно. Так, при $r_c = 2$ м величина $F_w(S)$ более чем на порядок выше для случая $r_c = 0$, однако для крутящего момента $M_w(S)$ она еще больше.

Т а б л и ц а 1

Значения сил, моментов и перемещений в точке подвеса БК в скважине с геометрическими несовершенствами ($h = 48$ м)

№ позиции	r_c , м	$F_w(S)$, Н	$\frac{F_w(S)}{P_t}$	ΔS , м	$M_w(S)$, Н·м	$\varphi(S)$, рад
1	0	$0,882 \cdot 10^6$ ($0,882 \cdot 10^6$)	0,59	1,43	$2,21 \cdot 10^2$ ($2,21 \cdot 10^2$)	0,20
2	0,3	$0,994 \cdot 10^6$ ($0,993 \cdot 10^6$)	0,66	1,74	$3,17 \cdot 10^2$ ($3,17 \cdot 10^2$)	0,32
3	0,5	$1,17 \cdot 10^6$ ($1,17 \cdot 10^6$)	0,78	2,23	$4,69 \cdot 10^2$ ($4,67 \cdot 10^2$)	0,49
4	1,0	$2,20 \cdot 10^6$ ($2,19 \cdot 10^6$)	1,47	4,87	$1,34 \cdot 10^3$ ($1,33 \cdot 10^3$)	1,94
5	2,0	$1,13 \cdot 10^7$ ($1,11 \cdot 10^7$)	7,52	27,14	$8,99 \cdot 10^3$ ($8,97 \cdot 10^3$)	9,17
6	4,0	$1,21 \cdot 10^8$ ($1,20 \cdot 10^8$)	81,15	291,99	$1,02 \cdot 10^5$ ($1,00 \cdot 10^5$)	101,64
7	5,0	$2,17 \cdot 10^8$ ($2,14 \cdot 10^8$)	144,75	518,75	$1,82 \cdot 10^5$ ($1,80 \cdot 10^5$)	180,04

При использовании метода Рунге-Кутты шаг интегрирования выбирался равным $\Delta \vartheta = (\pi/2)/500$, $(\pi/2)/1000$, $(\pi/2)/2000$, $(\pi/2)/4000$, $(\pi/2)/8000$. При отсутствии несовершенств сходимость вычислений (для $r_c = 0$, табл. 1 и 2) наблюдалась уже при $\Delta \vartheta = (\pi/2)/1000$. С добавлением несовершенств и увеличением их амплитуды сходимость достигалась при $\Delta \vartheta = (\pi/2)/4000$.

Для демонстрации точности решения в табл. 1 приведены значения $F_w(S)$ и $M_w(S)$, найденные при $\Delta \vartheta = (\pi/2)/4000$ и $\Delta \vartheta = (\pi/2)/2000$ (в скобках). Можно видеть, что эти значения довольно близки.

Чтобы подробнее проанализировать влияние r_c на напряженное состояние БК, на рис. 2 и 3 приведены графики функций $F_w(s)$ и $M_w(s)$ соответственно для поз. 1 и 5 в табл. 1. Можно видеть, что при $r_c = 0$ (рис. 2) продольная сила $F_w(s)$ монотонно возрастает до значения $0,882 \cdot 10^6$ Н в точке подвеса $s = S$. Интересно сравнить эту величину с полной силой тяжести P_t , действующей на БК и рассчитанной с учетом влияния выталкивающей силы промывочной жидкости:

$$P_t = 9,81SF(\gamma_{st} - \gamma_l) = 1500713 \text{ Н},$$

Т а б л и ц а 2

Значения сил, моментов и перемещений в точке подвеса БК в скважине с геометрическими несовершенствами ($h = 161$ м)

№ позиции	r_c , м	$F_w(S)$, Н	$\frac{F_w(S)}{P_t}$	ΔS , м	$M_w(S)$, Н·м	$\varphi(S)$, рад
1	0	$0,882 \cdot 10^6$ ($0,882 \cdot 10^6$)	0,59	1,43	221 (221)	0,20
2	0,3	$0,883 \cdot 10^6$ ($0,883 \cdot 10^6$)	0,59	1,44	221 (221)	0,21
3	0,5	$0,884 \cdot 10^6$ ($0,883 \cdot 10^6$)	0,59	1,44	222 (222)	0,21
4	1,0	$0,887 \cdot 10^6$ ($0,887 \cdot 10^6$)	0,59	1,45	225 (225)	0,21
5	2,0	$0,906 \cdot 10^6$ ($0,906 \cdot 10^6$)	0,60	1,50	241 (241)	0,23
6	4,0	$0,978 \cdot 10^6$ ($0,977 \cdot 10^6$)	0,65	1,70	301 (301)	0,30
7	5,0	$1,026 \cdot 10^6$ ($1,025 \cdot 10^6$)	0,68	1,83	342 (341)	0,34

где полная длина БК будет

$$S = \int_{3\pi/2}^{2\pi} D d\vartheta = 4844 \text{ м.}$$

В табл. 1 приведено отношение $F_w(S)/P_t$ для выбранных значений r_c . При $r_c < 1$ м оно сравнительно мало, однако при $r_c \geq 1$ м быстро растет и можно полагать, что при $r_c = 2$ м (поз. 5) операция подъема БК становится невозможной из-за больших сил трения. Очертания функций $F_w(s)$, $M_w(s)$ для этого случая существенно изменились (рис. 3). Видно, что в зоне наличия несовершенств эти функции быстро растут и образовавшиеся геометрические особенности являются основной причиной возможных прихватов БК. Отмеченный вывод можно подтвердить также графиками изменения осевых составляющих распределенных сил тяжести $f_w^{gr}(s)$ и трения $f_w^{fr}(s)$ – рис. 4. Первая из них принимает характер осциллирующей кривой на отрезке несовершенства, вторая – резко увеличивается и затем быстро падает.

На рис. 5 показан график функции результирующего изгибающего момента M_R , рассчитанного по формуле (22). Можно видеть, что вне зоны несовершенств кривая $M_R(s)$ имеет сравнительно малые значения, определяемые кривизной эллиптической кривой. Добавление даже незначительных геометрических искажений ($r_c = 2$ м) приводит к более чем тридцатикратному увеличению M_R в точке $s = s_c$.

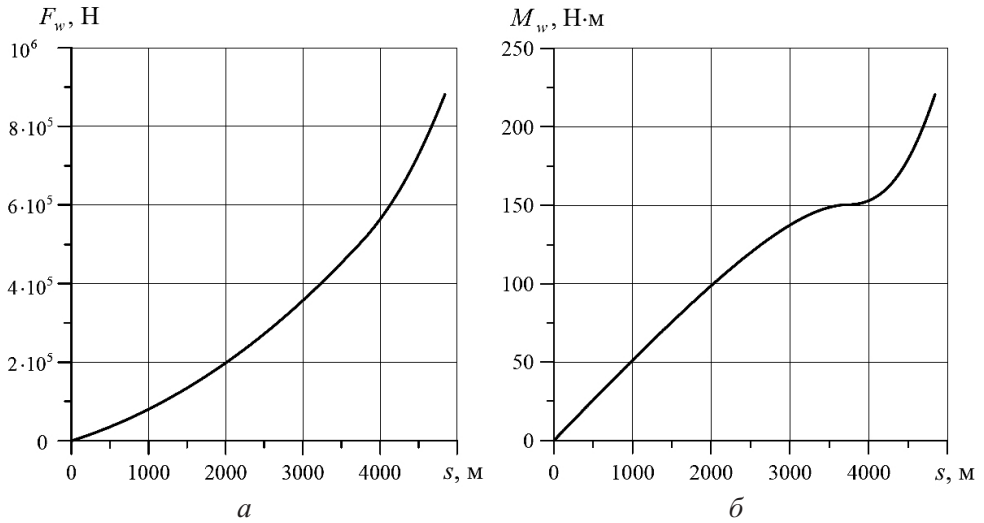


Рис. 2. Изменение продольной силы $F_w(s)$ – *a* и крутящего момента $M_w(s)$ – *б* при изгибании БК в скважине без геометрических несовершенств (поз. 1 в табл. 1).

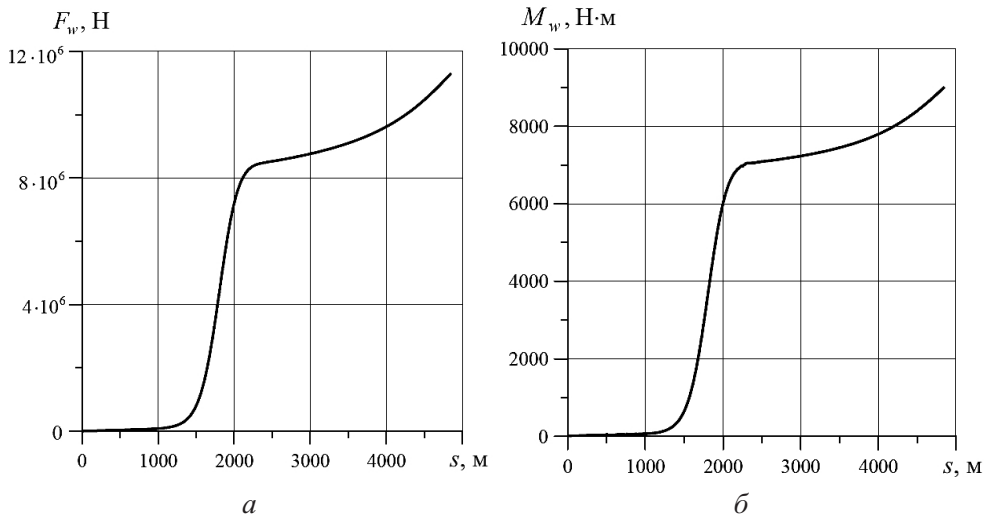


Рис. 3. Изменение продольной силы $F_w(s)$ – *a* и крутящего момента $M_w(s)$ – *б* при изгибании БК в скважине с геометрическими несовершенствами (поз. 5 в табл. 1).

Если шаг спирали увеличить с 48 до 161 м, то внутренние силы $F_w(s)$ и моменты $M_w(s)$ становятся менее чувствительными к варьированию радиуса спирали r_c (табл. 2). Благодаря тому, что шаг спирали увеличился до $h = 161$ м, даже при $r_c = 5$ м значение $F_w(s)$ изменилось мало, хотя величина $M_w(s)$ возросла в 1,5 раза.

Представленные в табл. 2 результаты в некоторой степени подтверждают достоверность проведенных вычислений. Поскольку при $r_c = 0$ геометрия скважины становится плоской, громоздкие выражения (24) теряют смысл, осевая линия скважины приобретает очертание четверти дуги эллипса (23), и функция кручения $1/T$ обращается в ноль. В данном случае поставленная задача существенно упрощается, и результатом ее решения становятся прос-

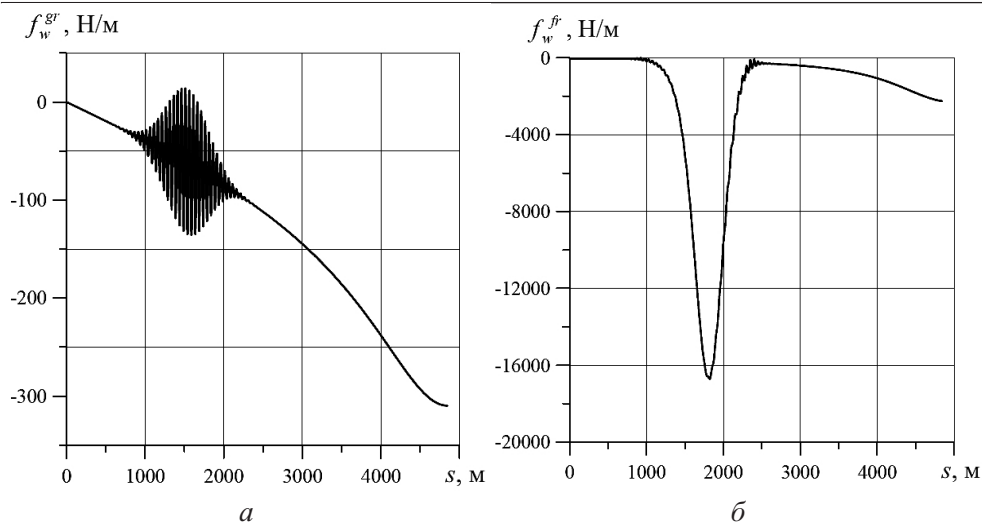


Рис. 4. Изменение внешних распределенных продольных сил тяжести $f_w^{gr}(s)$ – а и трения $f_w^{fr}(s)$ – б при изгибании БК в скважине с несовершенствами (поз. 5 в табл. 1).

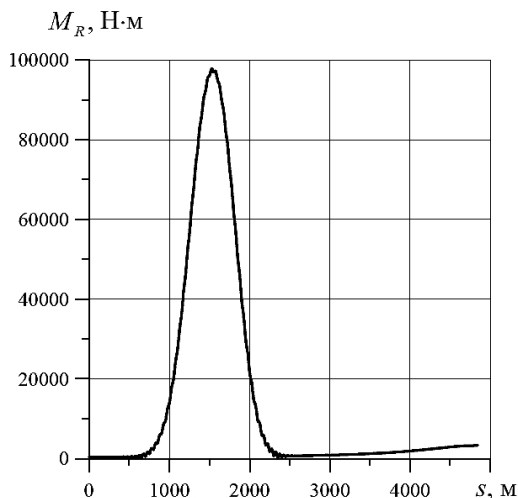


Рис. 5. Изменение результирующего изгибающего момента $M_R(s)$ (поз. 5 в табл. 1).

тые гладкие функции (рис. 2). Если в геометрию траектории скважины добавляются весьма малые спиральные несовершенства ($r_c = 0,3, 0,5$ м и т.д.), то задача значительно усложняется, так как используются равенства (24). И хотя при этом в работу включается весь аппарат громоздких преобразований, решение задачи практически не изменилось, о чем свидетельствует сравнение поз. 1 и 2–4 (табл. 2). Естественно, что с увеличением r_c и уменьшением h (табл. 1) влияние искажения геометрии становится существенным.

В табл. 1 и 2 приведены также значения полного удлинения БК, рассчитанного по формуле

$$\Delta S = \frac{1}{EF} \int_{3\pi/2}^{2\pi} F_w(\vartheta) D d\vartheta,$$

и полного угла упругого закручивания $\varphi(S)$ в точке подвеса:

$$\varphi(S) = \int_{3\pi/2}^{2\pi} \left(\frac{1}{T} + \frac{h_2}{D} \right) D d\vartheta.$$

Из приведенных результатов следует, что для поз. 5, 6 (табл. 1) материал трубы БК может переходить в стадию пластического деформирования и поэтому эти режимы являются недопустимыми.

Выводы

1. Поставлена задача об определении сил сопротивления и внутренних сил в буровой колонне в процессе бурения и при выполнении спуско-подъемных операций в криволинейной скважине. Предложена методика ее решения.

2. Выполнено компьютерное исследование влияния геометрических несовершенств осевой линии скважины на силы сопротивления движению в ней буровой колонны (силы трения). Рассмотрен случай, когда геометрические несовершенства имеют вид локализованной спирали переменного радиуса.

3. Анализ результатов расчетов показывает, что при отсутствии геометрических несовершенств функции внутренних осевой силы, крутящего момента и внешних распределенных сил и моментов сопротивления движению, возникающих при подъеме буровой колонны, имеют вид гладких монотонно возрастающих кривых с относительно небольшими значениями. С добавлением несовершенств на кривых в зонах искажения геометрии осевой линии возникает участок быстрого увеличения сил трения, и силы сопротивления увеличиваются на один-два порядка.

Работа выполнена при частичном финансировании по проекту № ДЗ/295-2008 Министерства образования и науки Украины.

Резюме

На основі співвідношень теорії гнучких криволінійних стрижнів поставлено пряму і обернену задачі про пружне згинання бурової колони в каналі криволинійної свердловини. Запропоновано методику їх розв'язку. Досліджується чутливість сил опору переміщенню колони до додаткових геометричних викривлень осової лінії свердловини.

1. Гуляев В. И., Гайдайчук В. В., Худолій С. М., Гловач Л. В. Сучасні методи теоретичного моделювання стану бурової колони у похило-скерованих свердловинах // Нафтова та газова пром-сть. – 2009. – № 1. – С. 26 – 30.
2. Мислюк М. А., Рибчич І. Й., Яремійчук Р. С. Буріння свердловин. Т. 3. Вертикальне та скероване буріння. – Київ: Інтерпрес Лтд., 2004. – 294 с.
3. Sawaryn S. J. and Thorogood J. L. A compendium of directional calculations based on the minimum curvature method // SPE Drill. Complet. – 2005. – March. – P. 24 – 36.

4. *Choe Jonggeun, Schubert J. J., and Juvkam-Wold H. C.* Well-control analyses on extended-reach and multilateral trajectories // *Ibid.* – June. – P. 101 – 108.
5. Гуляев В. И., Гайдайчук В. В., Соловьев И. Л., Горбунович И. В. Квазистатические критические состояния колонн глубокого бурения // *Пробл. прочности.* – 2006. – № 5. – С. 109 – 119.
6. Гуляев В. И., Худолый С. Н., Глушакова О. В. Самовозбуждение крутильных колебаний колонн глубокого бурения // *Там же.* – 2009. – № 6. – С. 31 – 43.
7. Гуляев В. И., Гайдайчук В. В., Соловьев И. Л., Гловач Л. В. Компьютерное моделирование сил сопротивления, действующих на криволинейные буровые колонны // *Там же.* – 2007. – № 5. – С. 55 – 67.
8. Гуляев В. И., Горбунович И. В. Устойчивость буровых колонн в наклонно направленных скважинах // *Там же.* – 2008. – № 6. – С. 71 – 81.
9. *Sheppard M. C.* Designing well paths to reduce drag and torque // *SPE Drill. Eng.* – 1987. – Dec. – P. 344 – 350.
10. *Aadnoy B. S. and Andersen K.* Design of oil wells using analytical friction models // *J. Petroleum Sci. Eng.* – 2001. – **32**, No. 1. – P. 53 – 71.
11. Чан Суан Дао, Ширинзаде С. А. Новые профили наклонно-направленных скважин на месторождениях “Белый Тигр” и “Дракон” // *Азербайджан. нефт. хоз-во.* – 1999. – № 1. – С. 18 – 26.
12. Гуляев В. И., Гайдайчук В. В., Кошкин В. Л. Упругое деформирование, устойчивость и колебания гибких криволинейных стержней. – Киев: Наук. думка, 1992. – 344 с.
13. *Погорелов А. В.* Дифференциальная геометрия. – М.: Наука, 1974. – 180 с.

Поступила 25. 02. 2010